Θεωρία Υπολογισμού

Υπολογιστικό Χρονικό – Απεικονιστικές Αναγωγές

Τσίχλας Κωνσταντίνος

Αναγωγή μέσω Υπολογιστικού Χρονικού

Έστω M μία TM και w μία λέξη εισόδου.

Αποδεκτικό υπολογιστικό χρονικό του M στη w είναι μία ακολουθία $C_1, C_2, \ldots, C_k$, όπου:

- C_1 είναι η εναρκτήρια διαμόρφωση της M στη w
- C_k είναι μία αποδεκτική διαμόρφωση της M
- Κάθε C_i αποδίδει την C_{i+1} σύμφωνα με την συνάρτηση μετάβασης

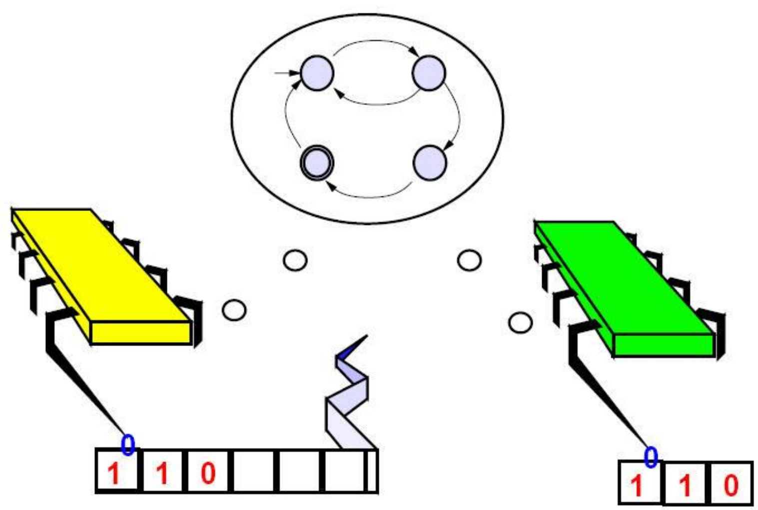
Ένα απορριπτικό υπολογιστικό χρονικό της M στη w είναι ακριβώς το ίδιο με την διαφορά ότι η C_k είναι απορριπτική διαμόρφωση της M.

Παρατηρήσεις

- Η ακολουθία υπολογισμού είναι πεπερασμένη.
- Αν η *M* δεν τερματίζει σε είσοδο *w*, δεν υπάρχει απορριπτικό ή αποδεκτικό υπολογιστικό χρονικό.
- Η ιδέα είναι χρήσιμη τόσο για αιτιοκρατικές TM (μία ιστορία) όσο και για ανταιτιοκρατικές TM (πολλαπλές ιστορίες).

Γραμμικώς Φραγμένο Αυτόματο
Linearly Bounded Automaton (LBA)

- Μία περιορισμένη μορφή TM.
- Δεν μπορεί να μετακινηθεί η κεφαλή εκτός της εισόδου της ταινίας.
- Σε περίπτωση που προσπαθήσουμε να μετακινηθούμε, η κεφαλή μένει στην ίδια θέση.
- Το μέγεθος της εισόδου καθορίζει το μέγεθος της μνήμης



Γραμμικώς Φραγμένο Αυτόματο

Ερώτηση: Γιατί γραμμικώς;

Απάντηση: Χρησιμοποιώντας αλφάβητο ταινίας μεγαλύτερο από το αλφάβητο εισόδου αυξάνει τη μνήμη κατά ένα σταθερό παράγοντα. (δυαδικό $\rightarrow$ τετραδικό)

Τα LBA είναι εξαιρετικά ισχυρά.

Η Γλώσσα $\mathit{ΑΠΟΔΟΧΗ}_{LBA}$

$\mathit{ΑΠΟΔΟΧΗ}_{LBA} = \{\langle M,w \rangle \mid$ η M είναι ένα LBA που αποδέχεται τη $w\}$

Είναι η $\mathit{ΑΠΟΔΟΧΗ}_{LBA}$ διαγνώσιμη;

Λήμμα: Έστω M ένα LBA με q καταστάσεις και g σύμβολα στο αλφάβητο της ταινίας. Σε είσοδο μεγέθους n, το LBA έχει ακριβώς qng^n διαφορετικές διαμορφώσεις αφού:

- κατάσταση (q δυνατότητες)
- θέσεις κεφαλής (n δυνατότητες)
- περιεχόμενα ταινίας (g^n δυνατότητες)

Η Γλώσσα $\mathit{ΑΠΟΔΟΧΗ}_{LBA}$

Θεώρημα: Η $\mathit{ΑΠΟΔΟΧΗ}_{LBA}$ είναι διαγνώσιμη.

Ιδέα:

- Προσομοιώνουμε την *M* σε είσοδο *w*.
- Τι γίνεται αν η *M* εγκλωβιστεί;
  - Θα πρέπει να ανιχνεύσουμε εγκλωβισμό και να απορρίψουμε. Πώς;
- Η *M* εγκλωβίζεται αν και μόνο αν επαναλαμβάνει μία διαμόρφωση.
  - Γιατί; Ισχύει αυτό για γενικές ΤΜ;
- Από την αρχή του περιστερώνα, αν η *M* εκτελεστεί για αρκετό χρόνο θα πρέπει να επαναλάβει μία διαμόρφωση!

Η Γλώσσα $ΑΠΟΔΟΧΗ_{LBA}$ – Απόδειξη

Θεώρημα: Η $ΑΠΟΔΟΧΗ_{LBA}$ είναι διαγνώσιμη.

Απόδειξη:

Σε είσοδο $\langle M,w \rangle$, όπου M είναι ένα LBA και $w \in \Sigma^*$

1. Προσομοιώνουμε την M στη w
2. Διατηρούμε ένα μετρητή x, που αυξάνεται σε κάθε βήμα προσομοίωσης
3. Συνέχισε την προσομοίωση για qng^n βήματα ή μέχρι να τερματίσει.
4. Αν η M τερματίσει, αποδεχόμαστε τη w αν είχε γίνει αποδεκτό από την M, και απορρίπτει τη w *αν* απορρίφθηκε από την M.
5. Απορρίπτουμε τη w αν ο x έφτασε το όριο του (και η M δεν τερμάτισε)

Η Γλώσσα $KENOTHTA_{LBA}$

$KENOTHTA_{LBA} = \{\langle M \rangle \mid$ η M είναι ένα LBA και $L(M)=\emptyset\}$

<u>Ερώτηση:</u> Είναι η $KENOTHTA_{LBA}$ διαγνώσιμη;

Όχι. Απόδειξη με Αναγωγή μέσω Υπολογιστικού Χρονικού από την $A\Pi O\Delta OXH_{TM}$.

- Έστω R ένας διαγνώστης της γλώσσας $KENOTHTA_{LBA}$.
- Δοθέντων M και w, θα κατασκευάσουμε ένα LBA, B.
- Η $L(B)$ θα περιέχει όλα τα αποδεκτικά υπολογιστικά χρονικά του M στη w
- Η M αποδέχεται τη w αν και μόνο αν $L(B)\neq\emptyset$.
- Θα χρησιμοποιήσουμε την R για να δείξουμε αν $L(B)=\emptyset$.
- Έπειτα αποφασίζουμε αν το M αποδέχεται τη w.

Η Γλώσσα $KENOTHTA_{LBA}$

Θα πρέπει να δείξουμε ότι μία TM μπορεί να κατασκευάσει το *B* από τα *M,w*.

Έστω ότι ένα αποδεκτικό υπολογιστικό χρονικό δίνεται σαν μία λέξη:

$$\#\text{----}C_1\text{----}\#\text{----}C_2\text{----}\#\ .\ \ .\ \ .\ \ \#\text{----}C_k\text{----}\#$$

Το LBA *B* λειτουργεί ως εξής:

Σε είσοδο *x*:

1. Διαιρεί τη *x* με βάση τα σύμβολα #
2. Αναγνωρίζει τις λέξεις $C_1, C_2, \ldots, C_k$.
3. Κάνει του εξής ελέγχους:
    1. Κάθε C_i είναι μία διαμόρφωση της *M*
    2. Η C_1 είναι η εναρκτήρια διαμόρφωση της *M* στη *w*
    3. Κάθε C_{i+1} <u>αποδίδεται</u> από την C_i με βάση τη συνάρτηση μετάβασης της *M*
    4. Η C_k είναι μία αποδεκτική διαμόρφωση

Ελέγχει αν όλες οι θέσεις στην ταινία είναι ίδιες εκτός αυτών κάτω από την κεφαλή και δίπλα στη διαμόρφωση C_i. Σε αυτές ελέγχει την συνάρτηση μετάβασης

Το LBA *B*

- Το LBA *B*, αποδέχεται τη λέξη *x* αν και μόνο αν η *x* είναι ένα αποδεκτικό υπολογιστικό χρονικό του *M* στο *w*.
- Άρα η *L*(*B*) είναι είτε κενή είτε το μονοσύνολο {*x*}.
- Κατασκευάζουμε το *B* έτσι ώστε να αποτελέσει είσοδο στον διαγνωστή *R*, της $KENOTHTA_{LBA}$ (που υποθέτουμε ότι υπάρχει)
- Όταν η *R* επιστρέψει την απάντηση, την αντιστρέφουμε ώστε να αποφασίσουμε αν η *M* αποδέχεται τη *w*.

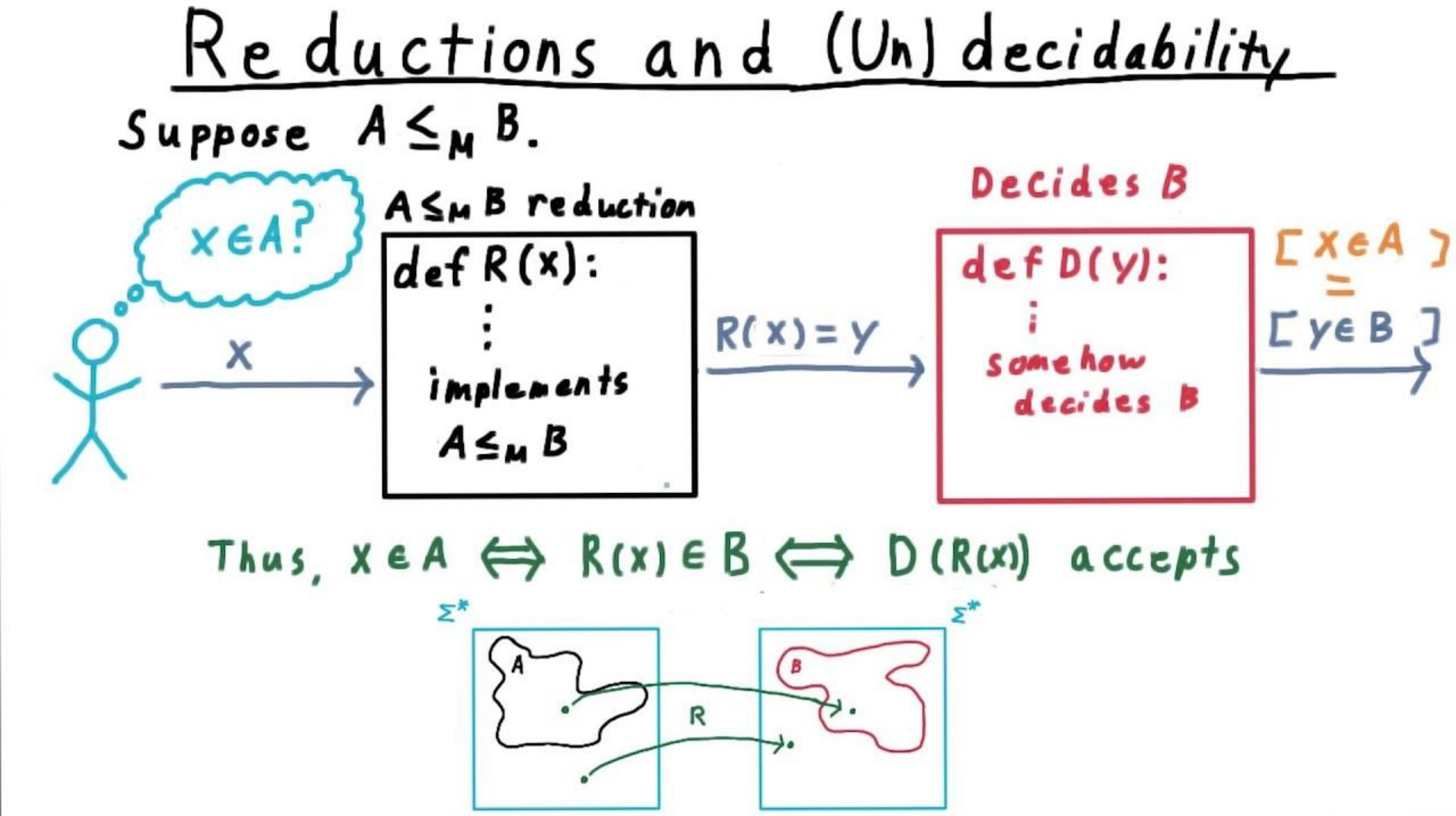
Η Απόδειξη

TM S που αποφασίζει την $ΑΠΟΔΟΧΗ_{TM}$ σε είσοδο $\langle M,w \rangle$

1. Κατασκευάζουμε LBA B, από M και w
2. Εκτελούμε την R στο B
3. Αν η R απορρίπτει, αποδεχόμαστε – αν η R αποδέχεται, απορρίπτουμε

Αν η R απορρίπτει την B, η γλώσσα του B είναι μη-κενή και άρα η M αποδέχεται την w αφού η B μπορεί να αποδεχτεί ένα αποδεκτικό υπολογιστικό χρονικό της M στη w. Άρα η S αποδέχεται το $\langle M,w \rangle$. Άρα η S διαγιγνώσκει την $ΑΠΟΔΟΧΗ_{TM}$ – άτοπο.

Αν η R αποδέχεται την B, η M δεν έχει αποδεκτικό υπολογιστικό χρονικό σε είσοδο w. Άρα η M δεν αποδέχεται τη w, και άρα η S απορρίπτει το $\langle M,w \rangle$.



Απεικονιστικές Αναγωγές

Απεικονιστικές Αναγωγές

Όταν η αναγωγή γίνεται συνάρτηση

Μία συνάρτηση $f{:}\Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ λέγεται υπολογίσιμη αν $\exists$ TM που για κάθε είσοδο w τερματίζει έχοντας στην ταινία την λέξη $f(w)$.

Μία συνάρτηση $f{:}\Sigma^* \rightarrow (\Sigma^* \cup \perp)$ λέγεται μερικώς υπολογίσιμη αν $\exists$ TM που όταν ξεκινά με είσοδο w, τότε αν η f ορίζεται στη w η ταινία στο τέλος θα έχει τη λέξη $f(w)$ διαφορετικά η TM δεν θα τερματίζει.

Απεικονιστικές Αναγωγές

- Ένας αυστηρός ορισμός της αναγωγής
- Μας επιτρέπει την απόδειξη περισσότερο ισχυρών προτάσεων, όπως τη μη-αναγνωρισιμότητα μίας γλώσσας.
- Έχει περιορισμούς αφού δεν μπορεί να εφαρμοσθεί σε μερικές αναγωγές που έχουμε κάνει ως τώρα (θα το δούμε σε λίγο)

Τυπικός Ορισμός

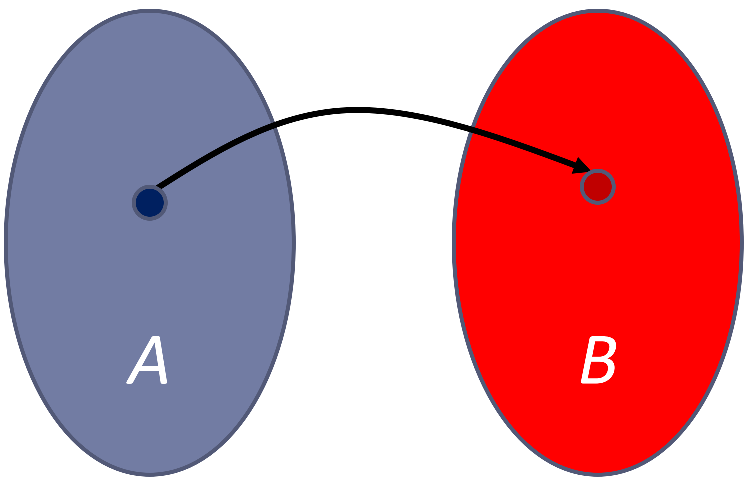
Έστω A και B δύο γλώσσες. Λέμε ότι υπάρχει απεικονιστική αναγωγή από το A στο B και γράφουμε:

$$A \leq_m B$$

αν υπάρχει μία (μερικώς) υπολογίσιμη συνάρτηση $f{:}\Sigma^* \to \Sigma^*$ έτσι ώστε για κάθε w:

$$w \in A \Leftrightarrow f(w) \in B$$

Η συνάρτηση f καλείται η αναγωγή της A στη B.



Μία απεικονιστική αναγωγή μετατρέπει ερωτήσεις συμμετοχής στο A σε ερωτήσεις συμμετοχής στο B.

$$A \leq_m B \Leftrightarrow \bar{A} \leq_m \bar{B}$$

Απεικονιστικές Αναγωγές

Οι απεικονιστικές αναγωγές εφαρμόζονται σε ένα ευρύ φάσμα των Μαθηματικών. Για παράδειγμα:

1. Το σύνολο των εξισώσεων της μορφής $Ax^2 + By + C$, όπου οι συντελεστές είναι ακέραιοι, και έχουν μία ρίζα που αποτελείται από ακέραιους.

2. Το σύνολο των κόμπων που μπορούν να λυθούν (χωρίς να καταστρέφουμε το σχοινί) αφήνοντας το πολύ *k* βρόγχους.

Αν και αυτά τα σύνολα φαίνονται εντελώς διαφορετικά, μπορούν να αναχθούν το ένα στο άλλο απεικονιστικά.

Κάποια Βασικά Θεωρήματα

Αν $A \leq_m B$ και η B είναι διαγνώσιμη τότε και η A είναι διαγνώσιμη.

Απόδειξη:

Έστω f μία αναγωγή από A στη B και M ένας διαγνώστης για τη B. Η μηχανή N διαγιγνώσκει την A:

N = για είσοδο w:

1. Υπολογίζουμε την $f(w)$
2. Εκτελούμε την M για είσοδο $f(w)$ και επιστρέφουμε ως έξοδο την έξοδο της M.

Αν $A \leq_m B$ και η A είναι μη–διαγνώσιμη τότε και η B είναι μη–διαγνώσιμη.

Κάποια Βασικά Θεωρήματα

Αν $A \leq_m B$ και η B είναι αναγνωρίσιμη τότε και η A είναι αναγνωρίσιμη.

Απόδειξη:

Έστω f μία αναγωγή από A στη B και M ένας αναγνωριστής για τη B. Η μηχανή N αναγνωρίζει την A:

N = για είσοδο w:

1. Υπολογίζουμε την $f(w)$
2. Εκτελούμε την M για είσοδο $f(w)$ και αν αποδέχεται αποδέχεται και η N.

Αν $A \leq_m B$ και η A είναι μη–αναγνωρίσιμη τότε και η B είναι μη–αναγνωρίσιμη.

Απεικονιστική Αναγωγή της $ΑΠΟΔΟΧΗ_{TM}$ στην $ΠΕΡΑΤΩΣΗ_{TM}$

Ορίζουμε $f(\langle M,w \rangle)= \langle M', w' \rangle$ και θα έχουμε:

$\langle M,w \rangle \in ΑΠΟΔΟΧΗ_{TM}$ <u>αν και μόνο αν</u> $\langle M',w' \rangle \in ΠΕΡΑΤΩΣΗ_{TM}$

Η ακόλουθη μηχανή (αλγόριθμος) υπολογίζει την f:

1. Κατασκευάζουμε την εξής μηχανή:

   M' για είσοδο x:

   1. Εκτελούμε την M επί της x.
   2. Αν η M αποδέχεται, αποδεχόμαστε.
   3. Αν η M απορρίπτει, εγκλωβιζόμαστε.

2. Επιστρέφουμε την λέξη $\langle M', w'=w \rangle$

$ΚΕΝΟΤΗΤΑ_{TM} \leq_m ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ_{TM}$??

Μη-Απεικονιστική Αναγωγή

Μη-διαγνωσιμότητα της $KENOTHTA_{TM}$ με αναγωγή από την $A\Pi O\Delta OXH_{TM}$

Θα δείξουμε ότι υπάρχει απεικονιστική αναγωγή από την $A\Pi O\Delta OXH_{TM}$ στην $co\text{-}KENOTHTA_{TM}$.

Ορίζουμε μία συνάρτηση f που με είσοδο $\langle M,w \rangle$ δίνει έξοδο $\langle M_1 \rangle$

Ορίζουμε την M_1 σε είσοδο x:

1. Αν $x \neq w$, απέρριψε
2. Αν $x = w$, εκτέλεσε την M σε w και αποδέξου αν η M αποδέχεται.

Η M αποδέχεται αν και μόνο αν η $L(M_1)$ **δεν** είναι κενή.

Μη-Απεικονιστική Αναγωγή

Δεν υπάρχει $\textit{ΑΠΟΔΟΧΗ}_{TM} \leq_m \textit{ΚΕΝΟΤΗΤΑ}_{TM}$. (Άσκηση 5.5 Sipser)

Απόδειξη:

Έστω ότι υπάρχει. Τότε, έπεται ότι:

$$\textit{co-ΑΠΟΔΟΧΗ}_{TM} \leq_m \textit{co-ΚΕΝΟΤΗΤΑ}_{TM}$$

μέσω της ίδιας αναγωγής f.

Η $\textit{co-ΚΕΝΟΤΗΤΑ}_{TM}$ είναι αναγνωρίσιμη ενώ η $\textit{co-ΑΠΟΔΟΧΗ}_{TM}$ όχι. Άρα δεν μπορεί να υπάρξει τέτοια απεικονιστική αναγωγή.

Η *ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ*$_{TM}$ είναι μη-αναγνωρίσιμη

$$co\text{-}ΑΠΟΔΟΧΗ_{TM} \leq_{\mathrm{m}} ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ_{TM}$$

$$\Leftrightarrow ΑΠΟΔΟΧΗ_{TM} \leq_{\mathrm{m}} co\text{-}ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ_{TM}$$

Η συνάρτηση *f* είναι η εξής:

F για είσοδο $\langle M,w \rangle$:

1. Κατασκευάζουμε τις 2 μηχανές:

   M_1= Για κάθε είσοδο *απορρίπτουμε*

   M_2= Για κάθε είσοδο:

   1. Εκτελούμε την *M* στο *w*
   2. Εάν η *M* αποδέχεται, *αποδεχόμαστε*
2. Επιστρέφουμε την λέξη $\langle M_1,M_2 \rangle$

Η M_1 δεν αποδέχεται καμία είσοδο. Η M_2 αποδέχεται όλες τις εισόδους αν η *M* αποδέχεται την *w* και άρα δεν είναι ισοδύναμες. Η M_2 δεν αποδέχεται καμία είσοδο αν η *M* δεν αποδέχεται την *w* και άρα είναι ισοδύναμες.

Η co-$\mathit{ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ}_{TM}$ είναι μη-αναγνωρίσιμη

$$\textit{co-ΑΠΟΔΟΧΗ}_{TM} \leq_m \textit{co-ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ}_{TM}$$

$$\Leftrightarrow \mathit{ΑΠΟΔΟΧΗ}_{TM} \leq_m \mathit{ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ}_{TM}$$

Η συνάρτηση g είναι η εξής:

G για είσοδο $\langle M,w \rangle$:

1. Κατασκευάζουμε τις 2 μηχανές:
   M_1= Για κάθε είσοδο *αποδεχόμαστε*
   M_2= Για κάθε είσοδο:
   1. Εκτελούμε την M στο w
   2. Εάν η M αποδέχεται, *αποδεχόμαστε*
2. Επιστρέφουμε την λέξη $\langle M_1,M_2 \rangle$

Η M_1 αποδέχεται όλες τις εισόδους. Η M_2 αποδέχεται όλες τις εισόδους αν η M αποδέχεται την w και άρα είναι ισοδύναμες. Η M_2 δεν αποδέχεται καμία είσοδο αν η M δεν αποδέχεται την w και άρα δεν είναι ισοδύναμες.

Περιορισμοί της Απεικονιστικής Αναγωγής

Έστω $A = \Sigma^*$, $\neg A = \emptyset$

$A \leq_m \neg A \Rightarrow x \in \Sigma^* \Leftrightarrow f(x) \in \emptyset \Leftrightarrow f(x) \notin \Sigma^*$!!!

Δεν έχει νόημα αφού $f : \Sigma^* \to \Sigma^*$

Προσέξτε ότι $A \leq_T \neg A$, αφού η Σ^* είναι διαγνώσιμη

Θέμα Σεπτέμβριος 2022

3. (30 μονάδες) Θα ονομάζουμε ***άχρηστη*** μία κατάσταση σε μία TM M αν για οποιαδήποτε είσοδο η M δεν διέρχεται από αυτή την κατάσταση ποτέ. Έστω το πρόβλημα καθορισμού του αν μία δοθείσα κατάσταση είναι άχρηστη.

α) (4) Να εκφράσετε τυπικά το συγκεκριμένο πρόβλημα ως γλώσσα (ονοματίστε τη γλώσσα ως UL – δείτε ως παράδειγμα την εκφώνηση της άσκησης 2(Α)).

β) (15) Να αποδείξετε ότι η συγκεκριμένη γλώσσα είναι μη-διαγνώσιμη (προτείνεται – χωρίς να είναι δεσμευτικό – να χρησιμοποιήσετε για την αναγωγή τη γλώσσα $KENOTHTA_{TM} = \{\langle M\rangle : L(M) = \emptyset\}$)

γ) (4) Η συμπληρωματική γλώσσα $co - UL$ είναι διαγνώσιμη ή μη-διαγνώσιμη (με αιτιολόγηση);

δ) (7) Η UL είναι αναγνωρίσιμη, συμπληρωματικά αναγνωρίσιμη ή τίποτα από τα δύο (με αιτιολόγηση); (Σε αυτή τη διάλεξη…)

Δύο Ασκήσεις από 21-22

Άσκηση 1: Να αποδείξετε ότι η γλώσσα $\Lambda_1 = \{\langle \mathrm{M} \rangle | \, \mathrm{L}(\mathrm{M}) = \Sigma^*\}$ (αυτή είναι η γλώσσα που περιέχει όλες τις περιγραφές Μηχανών Turing ώστε όλες οι λέξεις εισόδου να είναι αποδεκτές) είναι μη-διαγνώσιμη. Για την αναγωγή να χρησιμοποιήσετε τη γλώσσα $\text{ΑΠΟΔΟΧΗ}_{\text{TM}}$.

Να κάνετε ~~αλγοριθμική~~ απεικονιστική αναγωγή. Δηλαδή, να χρησιμοποιήσετε τον τρόπο που είδαμε στις διαλέξεις **9** και **11** όπως αυτές είναι δομημένες στο Ιστολόγιο στο eclass.upatras.gr.

Άσκηση 2: Να αποδείξετε με απεικονιστική αναγωγή (διάλεξη **13** όπως αυτές είναι δομημένες στο Ιστολόγιο στο eclass.upatras.gr) ότι η γλώσσα $Ι\Sigma Ο\Delta = \{\langle \mathrm{M}_1, \mathrm{M}_2 \rangle | \, L(\mathrm{M}_1) = L(M_2)\}$ (αυτή είναι η γλώσσα που περιέχει όλα τα ζεύγη Μηχανών Turing ώστε να είναι ισοδύναμες, δηλαδή οι γλώσσες τους να είναι ίδιες) είναι μη-διαγνώσιμη.

Για την απεικονιστική αναγωγή να χρησιμοποιήσετε την γλώσσα Λ_1 που ξέρουμε από την Άσκηση 1 ότι είναι μη-διαγνώσιμη. ~~Επίσης, σας δίνεται~~ Να δείξετε ότι η γλώσσα Λ_1 δεν είναι αναγνωρίσιμη και δεν είναι συμπληρωματικά αναγνωρίσιμη.

Θέμα 20-21 (2 μονάδες)

Το παρακάτω αποτελεί τμήμα απόδειξης ότι η γλώσσα B είναι μη διαγνώσιμη χρησιμοποιώντας αναγωγή από τη γλώσσα A ($A \leq_T B$).

Απόδειξη: Θα δείξουμε ότι η γλώσσα B είναι μη διαγνώσιμη κάνοντας αναγωγή από τη γνωστή μη διαγνώσιμη γλώσσα A. Έστω λοιπόν ότι η γλώσσα B είναι διαγνώσιμη και έστω R η μηχανή Turing που τη διαγιγνώσκει. Χρησιμοποιώντας την TM R, κατασκευάζουμε TM S που διαγιγνώσκει τη γλώσσα A ως εξής:

S = για είσοδο ⟨M,w⟩

1. *Κατασκεύασε την TM M΄ που λειτουργεί ως εξής:*

   M΄ = για είσοδο x

   Αν x = "ααα", τότε αποδέξου

   Αλλιώς, αν x != "ααα", τότε προσομοίωσε την M σε ⟨w⟩

   Αν η M αποδεχτεί, τότε αποδέξου

   Αν η M απορρίψει, τότε απόρριψε
2. *Εκτέλεσε την TM R με είσοδο ⟨M΄⟩*
3. *Αν η R αποδεχτεί, τότε απόρριψε*
4. *Αν η R απορρίψει, τότε αποδέξου*

A = ΑΠΟΔΟΧΗ/TM και B = {<M>: η M είναι TM που δεν αποδέχεται την κενή συμβολοσειρά}

A = ΚΕΝΟΤΗΤΑ/TM και B = ΑΠΟΔΟΧΗ/TM

A = ΠΕΡΑΤΩΣΗ/TM και B = {<M>: η M είναι TM που τερματίζει για ακριβώς μια είσοδο}

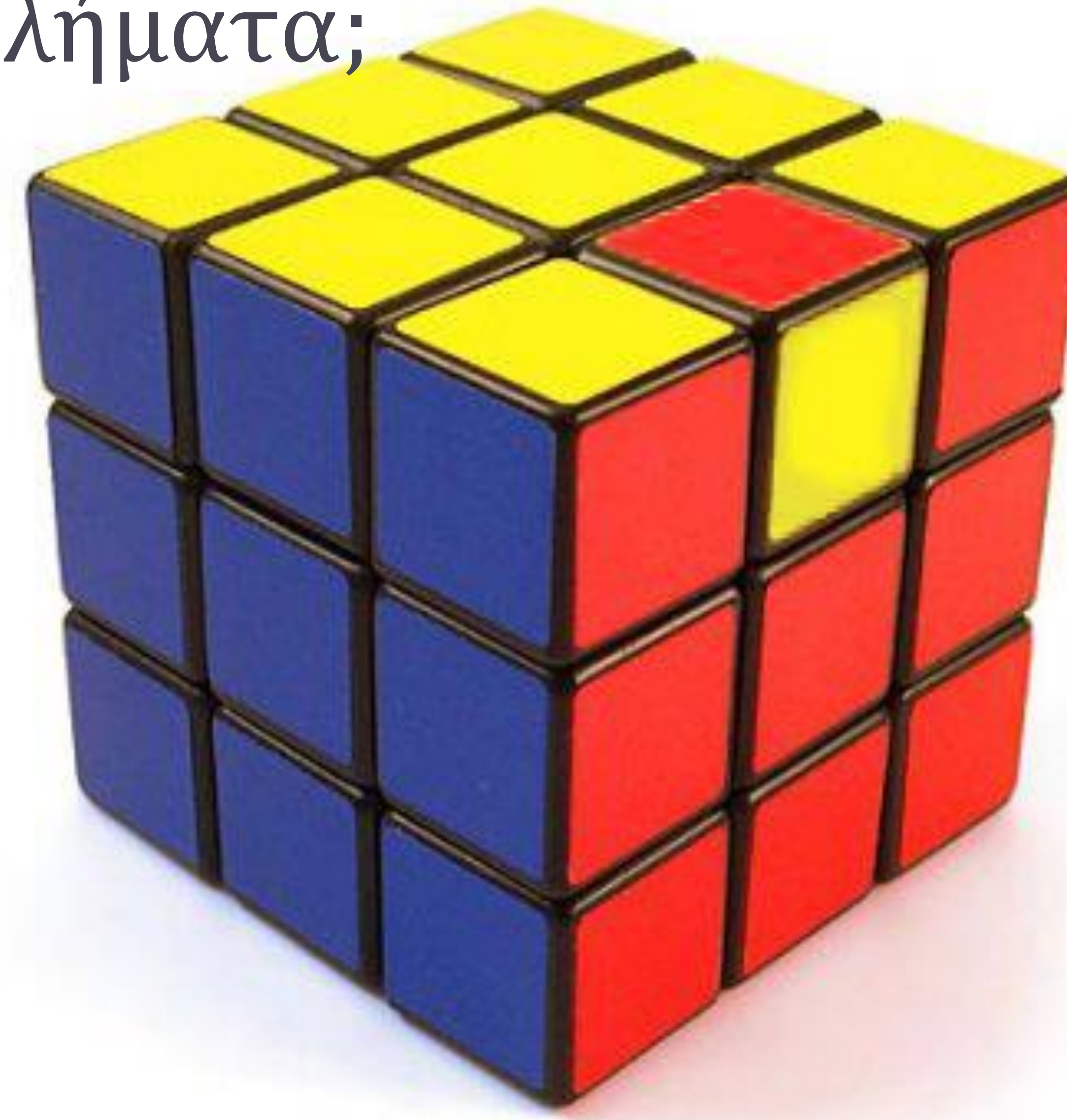
A = ΑΠΟΔΟΧΗ/TM και B = {<M>: η M είναι TM με L(M)=Σ*}

A = ΑΠΟΔΟΧΗ/TM και B = {<M>: η M είναι TM που τερματίζει μόνο για τη συμβολοσειρά ααα}

Καθώς γνωρίζουμε ότι η γλώσσα A είναι μη διαγνώσιμη, καταλήγουμε σε άτοπο. Έτσι, έχουμε αποδείξει ότι, αντίθετα με την υπόθεσή μας, η γλώσσα B είναι μη διαγνώσιμη.

Από την παραπάνω απόδειξη, έχει παραληφθεί η απόδειξη ορθότητας της S (δηλαδή, ότι είναι πράγματι διαγνώστης της γλώσσας A). Σημειώστε ποιοι από τους παρακάτω συνδυασμούς για τις γλώσσες A και B οδηγούν σε σωστή αναγωγή.

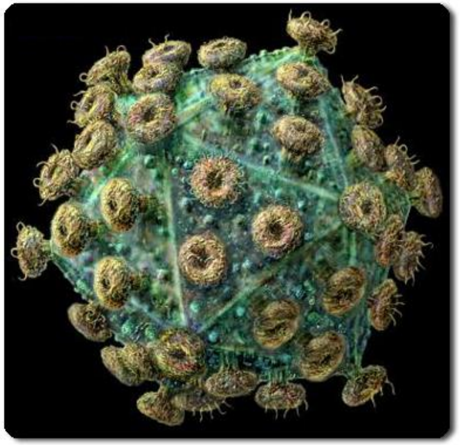
Υπάρχουν **Σημαντικά** Ανεπίλυτα Προβλήματα;



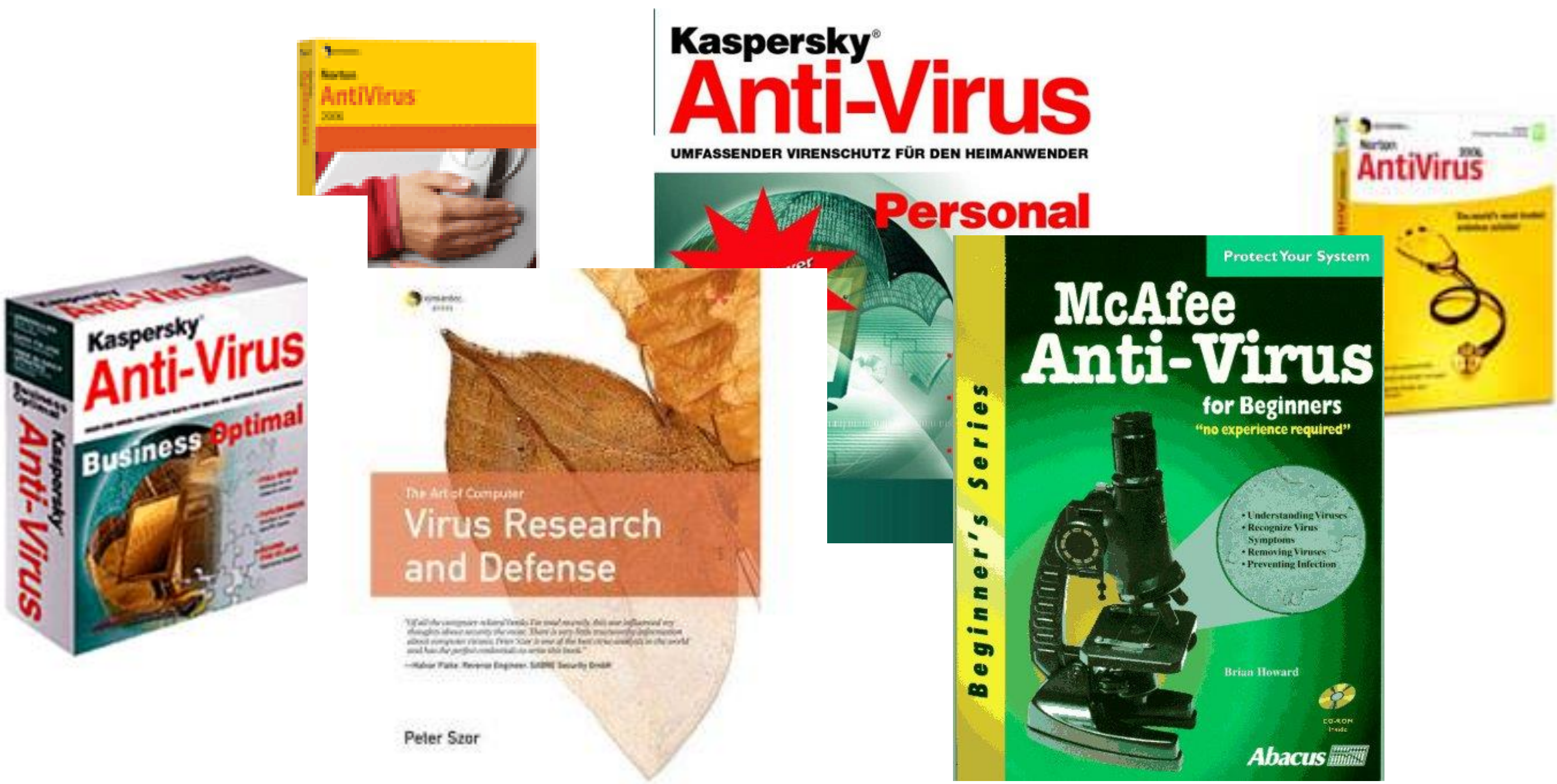
Εντοπισμός Ιών

- **Είσοδος:** ένα πρόγραμμα *P*

- **Έξοδος:** **Αληθές** αν η εκτέλεση του *P* μολύνει ένα αρχείο – **Ψευδές** διαφορετικά.



Άρα: Αντιβιοτικά δεν μπορούν να υπάρχουν!



Ανίχνευση Προβλημάτων Ασφάλειας

- **Είσοδος**: ένα πρόγραμμα *P*

- **Έξοδος: Αληθές** αν υπάρχει μία είσοδος *w*, έτσι ώστε η εκτέλεση του *P* στη *w* να οδηγεί προβλήματα ασφάλειας – **Ψευδές** διαφορετικά.

Αδυναμία Ανίχνευσης Προβλημάτων Ασφάλειας

“Επίλυση” Μη-διαγνώσιμων Προβλημάτων

- Μη-διαγνωσιμότητα σημαίνει ότι δεν υπάρχει πρόγραμμα που:
  1. **Πάντα** να δίνει σωστή απάντηση και
  2. **Πάντα** να τερματίζει

- Αν δεν απαιτήσουμε ένα από τα δύο:
  - Το να μην απαιτήσουμε το (2) δεν είναι αποδεκτό στις περισσότερες περιπτώσεις
  - Πρέπει να μην απαιτούμε το (1): κανένα από τα προγράμματα που είδαμε δεν είναι πάντα σωστό

- *Ή* να αλλάξουμε τον ορισμό του προβλήματος (να το περιορίσουμε)
  - π.χ. να ανιχνεύουμε μολύνσεις αρχείων κατά τη διάρκεια εκτέλεσής τους, κτλ…