

## Συλλογισμός 1

Υποθέσεις  $x < y+0$

Συμπέρασμα  $x < y$

## Ανάλυση προτάσεων σε ατομικές και λογικούς συνδυασμούς ατομικών

Νέα σύμβολα για τις **σχέσεις** (  $R$  για το  $<$  ), τις **συναρτήσεις** (  $f$  για το  $+$  ), και τις **σταθερές** (  $a$  για το  $0$  ).

$R(x, f(y, a))$      στη θέση τού      $x < y+0$

$R(x, y)$      στη θέση τού      $x < y$

## Τυπική μορφή συλλογισμού 1

Τυπικές Υποθέσεις      $R(x, f(y, a))$

Τυπικό Συμπέρασμα      $R(x, y)$

## Ο συλλογισμός 1 δεν είναι τυπικά σωστός:

Υπάρχει περίπτωση όλες οι υποθέσεις να αληθεύουν (αποτιμώνται σε T) , αλλά το συμπέρασμα να μην αληθεύει (αποτιμάται σε F) .

**Απόδειξη** Έστω ότι     Η σχέση  $R$  είναι το  $<$  για τους ακέραιους,  
η συνάρτηση  $f$  είναι η  $f(u, v) = u+v$  , όπου  $u, v$  ακέραιοι,  
η σταθερά  $a$  είναι το  $1$ ,  
η μεταβλητή  $x$  έχει τιμή  $1$ , η μεταβλητή  $y$  έχει τιμή  $1$  .

## Συλλογισμός 2

Υποθέσεις	$x < y+0$ ( για κάθε $z : z+0 = z$ )
Συμπέρασμα	$x < y$

### Ανάλυση προτάσεων σε ατομικές και λογικούς συνδυασμούς ατομικών

Νέα σύμβολα για τις σχέσεις (  $R$  για το  $<$  ), τις συναρτήσεις (  $f$  για το  $+$  ), και τις σταθερές (  $a$  για το  $0$  ).

$R(x, f(y, a))$	στη θέση τού	$x < y+0$
$( \forall z f(z, a) = z )$	στη θέση τού	για κάθε $z$ , $z+0 = z$
$R(x, y)$	στη θέση τού	$x < y$

### Τυπική μορφή συλλογισμού 2

Τυπικές Υποθέσεις	$R(x, f(y, a))$ $( \forall z f(z, a) = z )$
Τυπικό Συμπέρασμα	$R(x, y)$

### Ο συλλογισμός 2 είναι τυπικά σωστός:

Άν όλες οι υποθέσεις αληθεύουν (αποτιμώνται σε  $T$ ) :  
και το συμπέρασμα θα αληθεύει (αποτιμάται σε  $T$ ) .

**Απόδειξη** Από υπόθεση, η ισότητα  $f(z, a) = z$  θα αληθεύει για κάθε  $z$  .

Θέτοντας όπου  $z$  το  $y$ , προκύπτει ότι  $f(y, a) = y$  .

Αντικαθιστώντας στον τύπο  $R(x, f(y, a))$  την παράσταση  $f(y, a)$  την ίση της  $y$ , προκύπτει ότι  $R(x, y)$  .



## Συλλογισμός 4

Υποθέσεις 'ο Ααρών έχει covid' 'άν κάποιος είναι εμπύρετος, θα έχει covid'

Συμπέρασμα 'ο Ααρών είναι εμπύρετος'

### Τυπική μορφή συλλογισμού 4

Τυπικές Υποθέσεις  $C(a)$   
 $\forall z ( E(z) \rightarrow C(z) )$   
Τυπικό Συμπέρασμα  $E(a)$

### Ο συλλογισμός 4 δεν είναι τυπικά σωστός:

Υπάρχει περίπτωση όλες οι υποθέσεις να αληθεύουν (αποτιμώνται σε T) ,  
αλλά το συμπέρασμα να μην αληθεύει (αποτιμάται σε F) .

### Απόδειξη Έστω ότι:

Η σχέση  $C(x)$  είναι το '  $x$  είναι θετικό ' για τους ακέραιους,  
η σχέση  $E(x)$  είναι το '  $x > 11$  ' για τους ακέραιους,  
η σταθερά  $a$  είναι το 4 .

Η πρόταση  $4$  είναι θετικό αληθεύει

Η πρόταση ( για κάθε  $z$  ( ' $z > 11$ '  $\rightarrow$  ' $z$  είναι θετικό' ) ) αληθεύει για τους ακέραιους.

Η πρόταση  $4 > 11$  δεν αληθεύει

## Συλλογισμός 5

Υποθέσεις 'ο Ααρών διαφέρει από τον Ααρών '

Συμπέρασμα 'ο Ααρών είναι εμπύρετος'

### Τυπική μορφή συλλογισμού 5

Τυπικές Υποθέσεις  $a \neq a$

Τυπικό Συμπέρασμα  $E(a)$

### Ο συλλογισμός 5 είναι τυπικά σωστός:

Αν όλες οι υποθέσεις αληθεύουν (αποτιμώνται σε T) :  
και το συμπέρασμα θα αληθεύει (αποτιμάται σε T) .