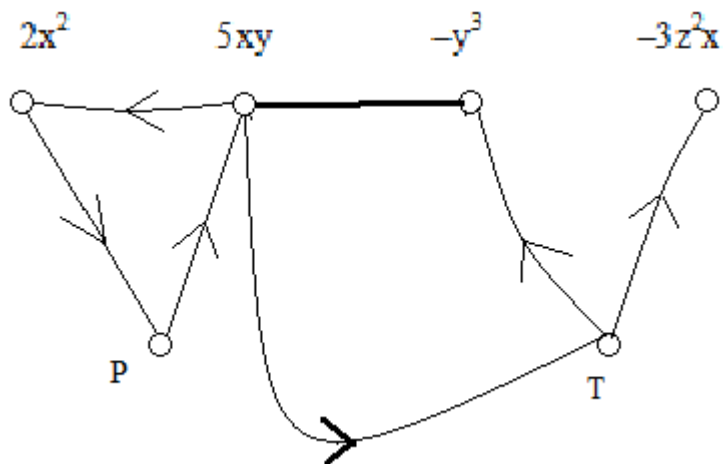


Γ



ΜΟΝΟΠΑΤΙ ΤΟΥ Γ

$(P, (P, 5xy), 5xy, (5xy, T), T, (T, -y^3), -y^3)$

Μια διαδρομή είναι μονοπάτι μόνο όταν:

- δεν έχει επαναλαμβανόμενες κορυφές
- ούτε επαναλαμβανόμενες ακμές.

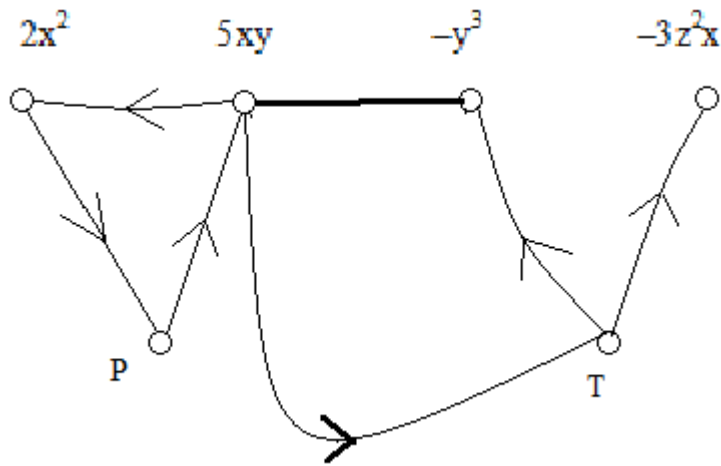
ΚΥΚΛΟΣ ΤΟΥ Γ

$(5xy, (5xy, T), T, (T, -y^3), -y^3, \{5xy, -y^3\}, 5xy)$

Μια διαδρομή είναι κύκλος μόνο όταν:

- η αρχική κορυφή είναι ίδια με την τελική,
- δεν υπάρχουν άλλες επαναλαμβανόμενες κορυφές
- ούτε επαναλαμβανόμενες ακμές.

Γ



Μια διαδρομή είναι ίχνος μόνο όταν:

δεν έχει επαναλαμβανόμενες ακμές

– μπορεί να έχει επαναλαμβανόμενες κορυφές.

ΑΝΟΙΧΤΟ ΙΧΝΟΣ ΤΟΥ Γ

(P , (P , 5xy) , 5xy , (5xy , T) , T , (T , -y³) , -y³ , { -y³ , 5xy } , 5xy)

Υπάρχουν ανοιχτά ίχνη που δεν είναι μονοπάτια, αλλά:

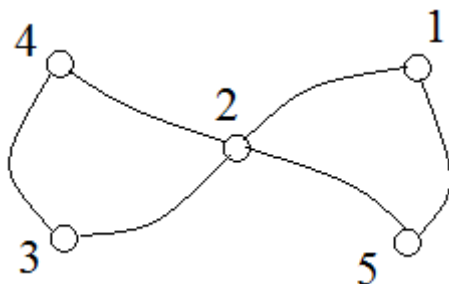
κάθε μονοπάτι είναι ανοιχτό ίχνος.

ΚΛΕΙΣΤΟ ΙΧΝΟΣ ΤΟΥ Γ

(P , (P , 5xy) , 5xy , (5xy , T) , T , (T , -y³) , -y³ , { -y³ , 5xy } ,
5xy , (5xy , 2x²) , 2x² , (2x² , P) , P)

Υπάρχουν κλειστά ίχνη που δεν είναι κύκλοι, αλλά: κάθε κύκλος

είναι κλειστό ίχνος.



ΕΡΩΤΗΜΑ 1

α Επιβεβαιώστε ότι: η διαδρομή $(\alpha, (\alpha, \beta), \beta \dots \alpha)$, όπου $\beta \neq \alpha$ είναι κλειστό ίχνος *άν και μόνο άν* η διαδρομή $(\beta \dots \alpha)$ είναι ανοιχτό ίχνος που δεν περιέχει την ακμή (α, β) .

β Βρείτε ένα ανοιχτό ίχνος $(\beta \dots \alpha)$ ώστε η διαδρομή $(\alpha, (\alpha, \beta), \beta \dots \alpha)$ να μην είναι κλειστό ίχνος.

ΕΡΩΤΗΜΑ 2 Επιβεβαιώστε ότι: Αν σε ένα κατευθυνόμενο γράφημα G υπάρχει μία κλειστή διαδρομή, θα υπάρχει και ένας κύκλος.

Δεδομένα Κλειστή διαδρομή $(\alpha, (\alpha, \beta), \beta \dots \alpha)$, όπου $\beta \neq \alpha$

Ζητούμενο Κύκλος του G

Μέθοδος Μετατρέπω την διαδρομή $(\beta \dots \alpha)$ σε μονοπάτι μ από την β στην α : στο μ δεν μπορεί να εμφανιστεί η ακμή (α, β) .

ΕΡΩΤΗΜΑ 3 Βρείτε ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα G όπου υπάρχει μία κλειστή διαδρομή, αλλά δεν υπάρχει κύκλος.

ΕΡΩΤΗΜΑ 4

α Επιβεβαιώστε ότι: Αν σε ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα G υπάρχει ένα κλειστό ίχνος, θα υπάρχει και ένας κύκλος.

Δεδομένα Κλειστό ίχνος $(\alpha, \{\alpha, \beta\}, \beta \dots \alpha)$, όπου $\beta \neq \alpha$

Ζητούμενο Κύκλος του G

Μέθοδος Μετατρέπω την διαδρομή $(\beta \dots \alpha)$ (στην οποία δεν εμφανίζεται η ακμή $\{\alpha, \beta\}$) σε μονοπάτι μ από την β στην α : στο μ δεν θα εμφανιστεί η ακμή $\{\alpha, \beta\}$.

β Βρείτε ένα γράφημα G όπου: υπάρχει ένα κλειστό ίχνος που περιέχει δύο δεδομένες κορυφές u, v του G , αλλά δεν υπάρχει κύκλος που να περιέχει τις κορυφές u, v .

ΕΡΩΤΗΜΑ 5 Επιβεβαιώστε ότι:

α Άν ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα *είναι* ένα κλειστό ίχνος, κάθε κορυφή θα έχει άρτιο βαθμό.

β Άν ένα κατευθυνόμενο γράφημα *είναι* ένα κλειστό ίχνος, κάθε κορυφή θα έχει έξω-βαθμό ίσο με τον έσω-βαθμό της.

γ Άν ένα γράφημα G *είναι* ένα κλειστό ίχνος, το G θα είναι ένωση κύκλων που ανά δύο δεν έχουν κοινή ακμή.

ΕΡΩΤΗΜΑ 6 Επιβεβαιώστε ότι:

α Άν σε ένα *συνεκτικό* μη-κατευθυνόμενο γράφημα κάθε κορυφή έχει άρτιο βαθμό, το γράφημα *θα είναι* ένα κλειστό ίχνος.

β Άν ένα *συνεκτικό* μη-κατευθυνόμενο γράφημα είναι ένωση κύκλων που ανά δύο δεν έχουν κοινή ακμή, το γράφημα *θα είναι* ένα κλειστό ίχνος.

