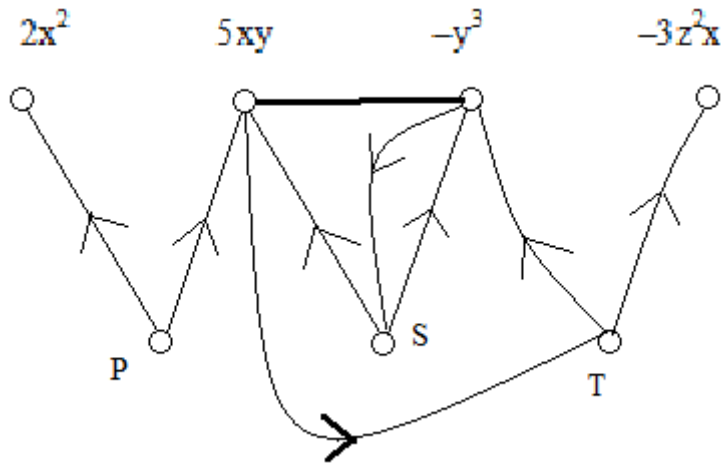


$\Gamma$



*ΜΟΝΟΠΑΤΙ ΤΟΥ  $\Gamma$*

$(P, (P, 5xy), 5xy, (5xy, T), T, (T, -y^3), -y^3)$

Η διαδρομή του  $\Gamma$

$(P, (P, 5xy), \mathbf{5xy}, (5xy, T), T, (T, -y^3), -y^3, \{ \mathbf{5xy}, -y^3 \}, \mathbf{5xy})$

δεν είναι μονοπάτι του  $\Gamma$

*ΟΡΙΣΜΟΣ*

Μια διαδρομή είναι μονοπάτι μόνο όταν:

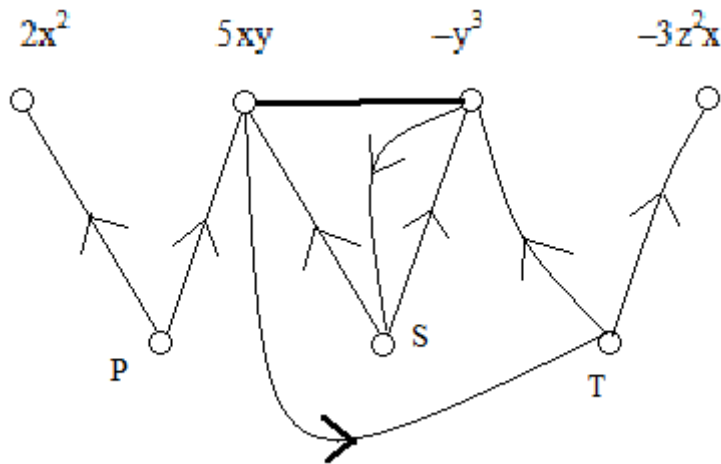
η αρχική κορυφή είναι διαφορετική από την τελική,  
και η διαδρομή περιέχει *το πολύ μία εμφάνιση κάθε κορυφής*  
– επομένως *το πολύ μία εμφάνιση κάθε ακμής*.

Μια διαδρομή λέγεται ανοιχτή όταν η αρχική κορυφή  
είναι διαφορετική από την τελική.

*Κάθε μονοπάτι είναι ανοιχτή διαδρομή, αλλά:*

*Υπάρχουν ανοιχτές διαδρομές που δεν είναι μονοπάτια.*

Γ



ΚΥΚΛΟΣ ΤΟΥ Γ

( **5xy** , (5xy, T) , T , (T, -y<sup>3</sup>) , -y<sup>3</sup> , { **5xy**, -y<sup>3</sup> } , **5xy** )

Η διαδρομή ( -y<sup>3</sup> , { **5xy**, -y<sup>3</sup> } , 5xy, { **5xy**, -y<sup>3</sup> } , -y<sup>3</sup> )

δεν είναι κύκλος του Γ

Η διαδρομή ( -y<sup>3</sup> , (-y<sup>3</sup> , S) , S , (S , -y<sup>3</sup>) , -y<sup>3</sup> )

είναι κύκλος του Γ

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια διαδρομή είναι κύκλος μόνο όταν:

η αρχική κορυφή είναι ίδια με την τελική, και δεν υπάρχει άλλη εμφάνιση της αρχικής κορυφής

η διαδρομή περιέχει το πολύ μία εμφάνιση κάθε κορυφής που δεν είναι αρχική / τελική

η διαδρομή περιέχει το πολύ μία εμφάνιση κάθε ακμής.

Μια διαδρομή λέγεται κλειστή όταν η τελική κορυφή είναι η ίδια με την αρχική.

Κάθε κύκλος είναι κλειστή διαδρομή, αλλά:

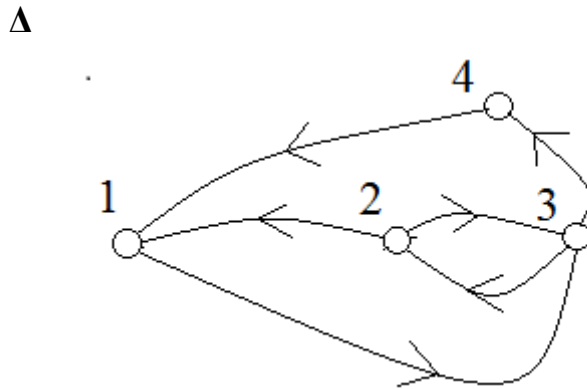
Υπάρχουν κλειστές διαδρομές που δεν είναι κύκλοι.

**ΕΡΩΤΗΜΑ 1**

Υπάρχει κλειστή διαδρομή του  $\Delta$  που να μην περιέχει επαναλαμβανόμενες ακμές και να μην είναι κύκλος;

Υπάρχει κλειστή διαδρομή του  $\Delta$  που να περιέχει όλες τις κορυφές του;

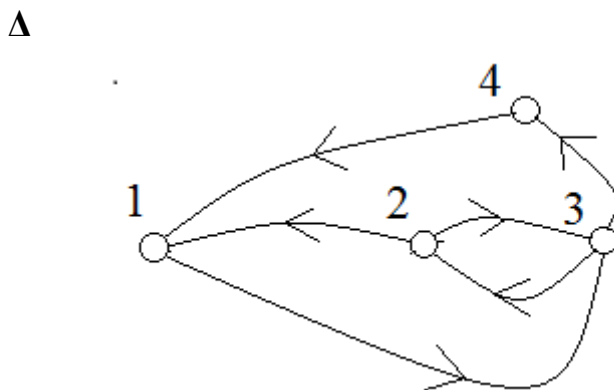
Υπάρχει κύκλος του  $\Delta$  που να περιέχει όλες τις κορυφές του;



Υπάρχει κλειστή διαδρομή του  $\Delta$  που να περιέχει όλες τις ακμές του;

Υπάρχει κλειστή διαδρομή του  $\Delta$  που να περιέχει όλες τις ακμές του, και κάθε ακμή να εμφανίζεται μόνο μία φορά;

**ΕΡΩΤΗΜΑ 2** Επιβεβαιώστε ότι: Στο γράφημα  $\Delta$  υπάρχει μόνο ένας κύκλος που περιέχει την κορυφή 4.



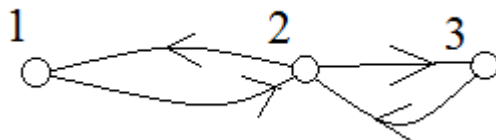
( 4 , ( 4 , 1 ) , 1 , ( 1 , 3 ) , 3 , ( 3 , 4 ) , 4 )

### ΕΡΩΤΗΜΑ 3

Υπάρχει κλειστή διαδρομή του  $E$  που να περιέχει όλες τις κορυφές;

Υπάρχει κύκλος του  $E$  που να περιέχει όλες τις κορυφές;

$E$



### ΘΕΩΡΗΜΑ

Αν ένα γράφημα  $\Gamma$  έχει μία διαδρομή με αρχή την  $\alpha$  και τέλος την  $\beta$ ,  $\alpha \neq \beta$ :

Θα υπάρχει μονοπάτι του  $\Gamma$  με αρχή την  $\alpha$  και τέλος την  $\beta$ .

### ΕΡΩΤΗΜΑ 4

**α** Επιβεβαιώστε ότι: Αν σε ένα κατευθυνόμενο γράφημα  $G$  υπάρχει μία κλειστή διαδρομή, θα υπάρχει και ένας κύκλος.

**Δεδομένα** Κλειστή διαδρομή  $(\alpha, (\alpha, \beta), \beta, \dots, \alpha)$ , όπου  $\beta \neq \alpha$

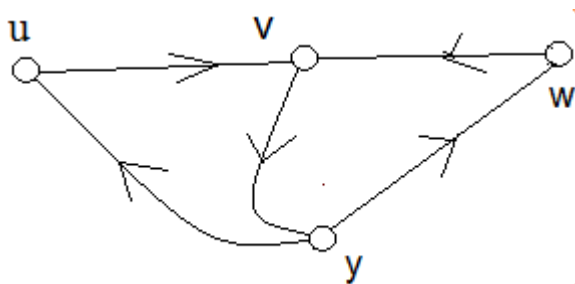
**Ζητούμενο** Κύκλος του  $G$

**Μέθοδος** Μετατρέπω την διαδρομή  $(\beta, \dots, \alpha)$  σε μονοπάτι

**β** Βρείτε ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα  $G$  όπου υπάρχει μία κλειστή διαδρομή, και δεν υπάρχει κύκλος.

### ΕΡΩΤΗΜΑ 5

Στο παρακάτω γράφημα, βρείτε μία κλειστή διαδρομή που να περιέχει τις  $u, w$ .



Μπορείτε να βρείτε ένα κύκλο που να περιέχει τις  $u, w$ ;