

Μεταβατικότητα

Η σχέση θ με πεδίο ορισμού A λέγεται **μεταβατική** μόνο όταν:

ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$

ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$

ΓΙΑ ΚΑΘΕ $w \in A$

Αν $\theta(u, v) = \theta(v, w) = \text{true}$, τότε $\theta(u, w) = \text{true}$

Εύρεση αντιπαραδείγματος της μεταβατικότητας

Ελέγχουμε αν αληθεύει ότι:

ΥΠΑΡΧΕΙ $u \in A$

ΥΠΑΡΧΕΙ $v \in A$

ΥΠΑΡΧΕΙ $w \in A$

$\theta(u, v) = \text{true}$ and $\theta(v, w) = \text{true}$ and $\theta(u, w) = \text{false}$

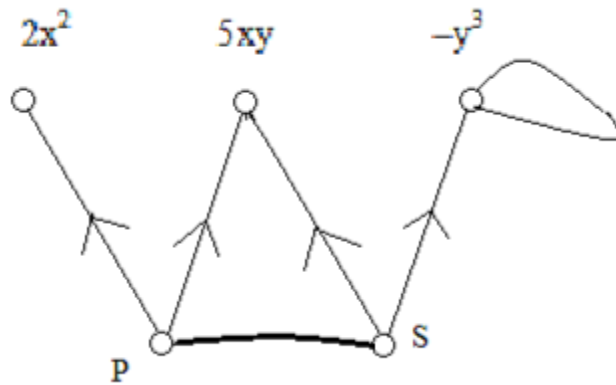
Μία τριάδα (u, v, w) όπου $\theta(u, v) = \text{true}$ and $\theta(v, w) = \text{true}$ and $\theta(u, w) = \text{false}$ είναι **αντιπάρδειγμα της μεταβατικότητας**

Μία σχέση είναι μεταβατική *άν και μόνο αν*:

Δεν υπάρχει αντιπάρδειγμα της μεταβατικότητας

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ (ΜΗ) ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ

Γ



θ_Γ όχι μεταβατική:

$$\theta_\Gamma(P, S) = \text{true} \quad \theta_\Gamma(S, P) = \text{true} \quad \theta_\Gamma(P, P) = \text{false}$$

Η τριάδα (P, S, P) είναι αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας της θ_Γ

$$\theta_\Gamma(P, S) = \text{true}, \quad \theta_\Gamma(S, -y^3) = \text{true}, \quad \theta_\Gamma(P, -y^3) = \text{false}$$

Η τριάδα $(P, S, -y^3)$ είναι αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας της θ_Γ

$$\theta_\Gamma(S, -y^3) = \text{true}, \quad \theta_\Gamma(-y^3, -y^3) = \text{true}, \quad \theta_\Gamma(S, -y^3) = \text{true}$$

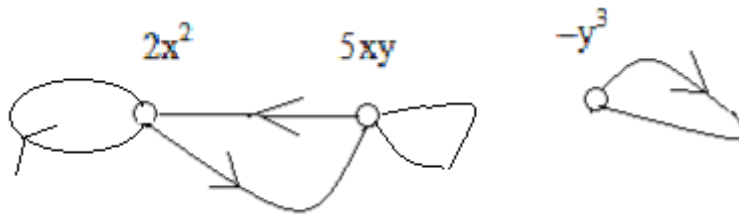
Η τριάδα $(S, -y^3, -y^3)$ δεν είναι αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας της θ_Γ

ΕΡΩΤΗΜΑ 0

Είναι δυνατό να υφίσταται αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας μιας σχέσης θ , που να έχει την μορφή (x, x, z) ; ή την μορφή (x, z, z) ; ή την μορφή (x, y, x) ;

Δεν μπορεί να υπάρξει αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας μιας σχέσης θ , που να έχει την μορφή (x, x, z) ή την μορφή (x, z, z) .

Δ

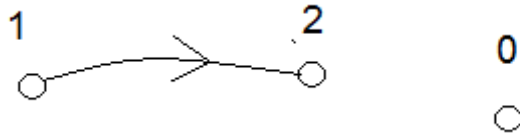


θ_Δ μεταβατική: Ελέγχοντας κάθε δυνατή τριάδα κορυφών, καταλήγουμε ότι *δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα* της μεταβατικότητας της θ_Δ .

Οι δυνατές τριάδες κορυφών του γραφήματος Δ είναι 27.

Μπορείτε να κάνετε τον έλεγχο συντομότερα;

\mathbf{E}



θ_E μεταβατική:

Δεν μπορεί να υπάρξει αντιπαράδειγμα, επειδή δεν υπάρχει τριάδα (u, v, w) ώστε $\theta_E(u, v) = \theta_E(v, w) = \text{true}$:

άν $\theta_E(u, v) = \text{true}$, πρέπει να είναι $u = 1$ και $v = 2$

άν $\theta_E(v, w) = \text{true}$, πρέπει να είναι $v = 1$ και $w = 2$

Άρα, δεν μπορώ να έχω $\theta_E(u, v) = \text{true}$ και $\theta_E(v, w) = \text{true}$ ταυτόχρονα.

1 Η σχέση $\theta(x, y) = \langle x > y \rangle$ με πεδίο ορισμού ένα σύνολο αριθμών A , είναι μεταβατική.

Αν $\theta(u, v) = \theta(v, w) = \text{true}$, τότε $\theta(u, w) = \text{true}$

Αν: $u > v$ και $v > z$ Τότε: $u > z$

Η σχέση $\langle x > y \rangle$ με πεδίο ορισμού το σύνολο $\{17\}$, είναι μεταβατική.

1^{ος} τρόπος Αν: $u > v$ και $v > z$ Τότε: $u > z$

2^{ος} τρόπος Δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας
 $\theta(17, 17) = \text{false}$

2 Η σχέση $\langle x \neq y \rangle$ με πεδίο ορισμού ένα σύνολο αριθμών A , μπορεί να μην είναι μεταβατική.

Όταν $A = \{6\}$ ή $A = \{\}$,
η σχέση $\langle x \neq y \rangle$ είναι μεταβατική.

Γράφημα για τη σχέση $\langle x \neq y \rangle$ όταν $A = \{6\}$:

6
○

Δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας

Όταν $A = \{4, 7\}$ ή $A = \{4, 5, 6, 7\}$,
η σχέση $\langle x \neq y \rangle$ δεν είναι μεταβατική.

Γράφημα για τη σχέση $\langle x \neq y \rangle$ όταν $A = \{4, 7\}$:

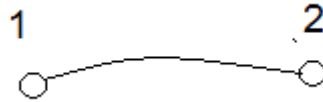


Η τριάδα $(4, 7, 4)$ είναι αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας: $4 \neq 7 \neq 4$, αλλά $4 = 4$

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

Είναι σωστό ότι: Άν η σχέση θ με πεδίο ορισμού το A είναι συμμετρική, θα είναι και μεταβατική;

Αντιπαράδειγμα: Η σχέση που συμβολίζει το γράφημα

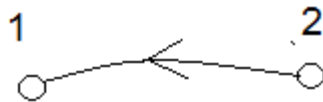


Η σχέση δεν είναι μεταβατική λόγω του αντιπαραδείγματος $(1, 2, 1)$.

ΕΡΩΤΗΜΑ 2

Είναι σωστό ότι: Άν η σχέση θ με πεδίο ορισμού το A είναι μεταβατική, θα είναι και συμμετρική;

Αντιπαράδειγμα: Η σχέση που συμβολίζει το γράφημα



Δεν υπάρχουν u, v, w ώστε $\theta(u, v) = \text{true}$ and $\theta(v, w) = \text{true}$, άρα δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα της μεταβατικότητας: η σχέση είναι μεταβατική.

ΕΡΩΤΗΜΑ 3

Είναι σωστό ότι: Η σχέση « $x \neq y$ » με πεδίο ορισμού ένα σύνολο αριθμών A είναι μεταβατική, άν και μόνο άν το A έχει το πολύ ένα στοιχείο;

ΕΡΩΤΗΜΑ 4

α Έστω ότι το γράφημα Γ συμβολίζει μια μεταβατική σχέση.

Επιβεβαιώστε ότι: Άν στο Γ υπάρχει διαδρομή από κάποια κορυφή u σε κορυφή v , θα υπάρχει και ακμή από την u στην v .

β Έστω ότι για κάποιο γράφημα Γ : Άν υπάρχει διαδρομή από κάποια κορυφή u σε κορυφή v , θα υπάρχει και ακμή από την u στην v .

Επιβεβαιώστε ότι: Το γράφημα Γ συμβολίζει μια μεταβατική σχέση.