

1 Κανόνας Ερμηνείας

ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΚΟΡΥΦΗ u

Αν οι ακμές που έχουν ως αρχή την u είναι οι $(u, v_1), \dots, (u, v_k), k > 0$:

$$\text{Έχω την ισότητα} \quad u = v_1 + \dots + v_k$$

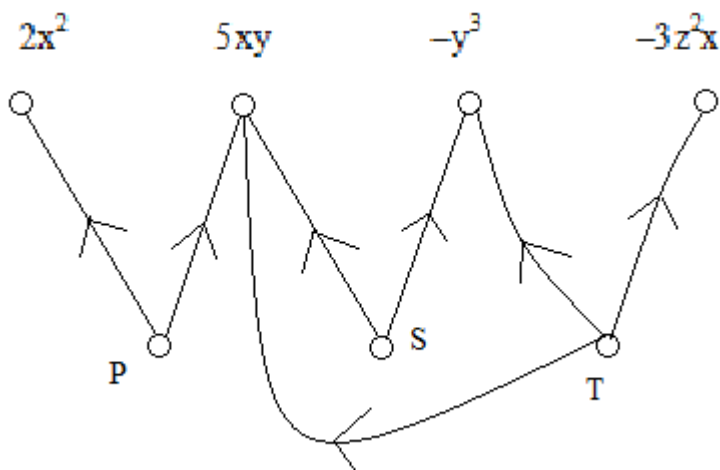
ΚΟΡΥΦΕΣ ΤΟΥ Γ_1

$$V = \{ 2x^2, 5xy, -y^3, -3z^2x, P, S, T \}$$

ΑΚΜΕΣ ΤΟΥ Γ_1

$$E = \{ (P, 2x^2), (P, 5xy), \\ (S, 5xy), (S, -y^3), \\ (T, 5xy), (T, -y^3), (T, -3z^2x) \}$$

Γ_1



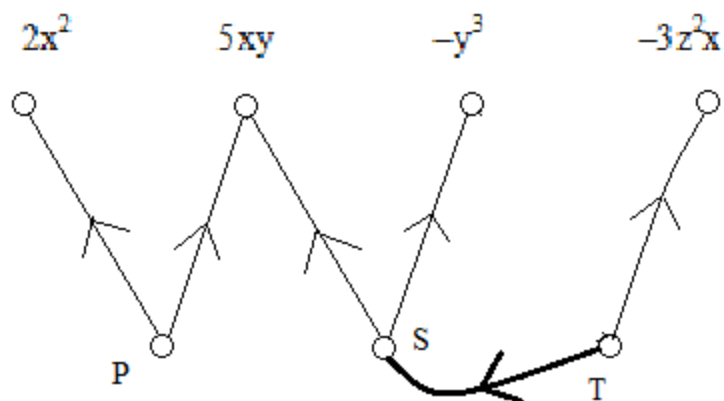
Το Γ_1 παριστάνει τις ισότητες

$$P = 2x^2 + 5xy$$

$$S = 5xy - y^3$$

$$T = 5xy - y^3 - 3z^2x$$

Γ2



Το Γ2 παριστάνει τις ισότητες

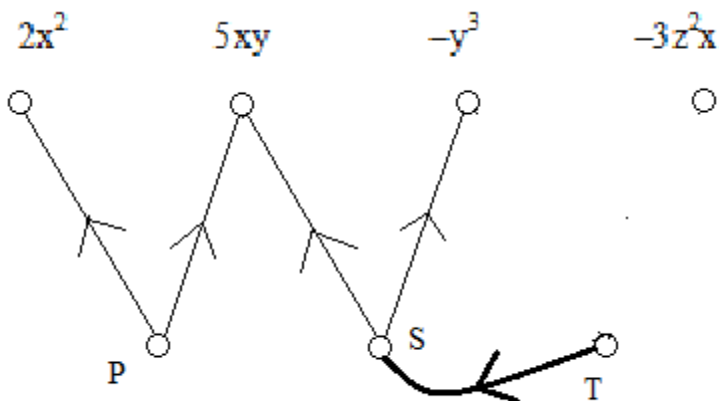
$$P = 2x^2 + 5xy \quad S = 5xy - y^3 \quad T = S - 3z^2x$$

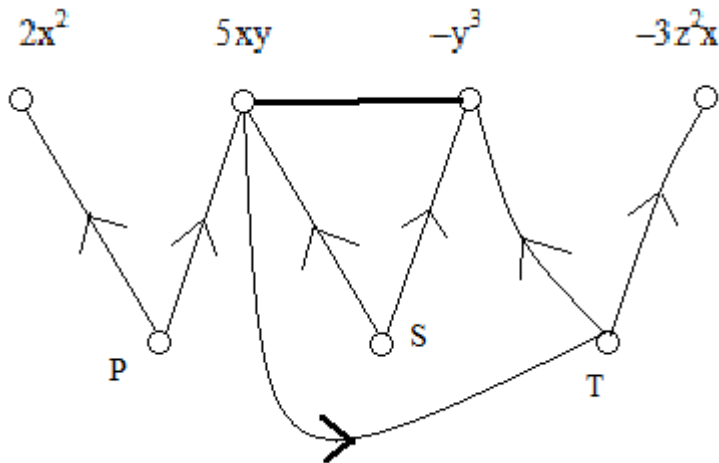
Η ισότητα $T = 5xy - y^3 - 3z^2x$ στο Γ1
προκύπτει με αντικατάσταση από τις ισότητες

$$T = \underline{S} - 3z^2x \quad S = \underline{5xy - y^3} \quad \text{στο } \Gamma2$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

Μπορείτε να προσθέσετε στο παρακάτω γράφημα μία ακμή που να μην έχει αρχή το T, ώστε να προκύπτει η ισότητα $T = 5xy - y^3 - 3z^2x$;





$(5xy, (5xy, T), T, (T, -y^3), -y^3, \{5xy, -y^3\}, 5xy, \{5xy, -y^3\}, -y^3)$

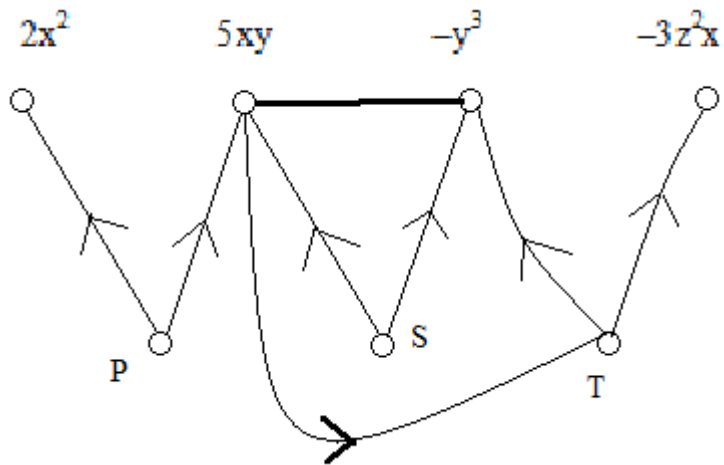
$(-y^3, \{5xy, -y^3\}, 5xy, (P, 5xy), P)$ δεν είναι διαδρομή :

η αρχή της κατευθυνόμενης ακμής $(P, 5xy)$ δεν είναι η κορυφή $5xy$

το τέλος της κατευθυνόμενης ακμής $(P, 5xy)$ δεν είναι η κορυφή P

Μήκος μίας διαδρομής είναι: ο αριθμός εμφανίσεων ακμών (πάντα ≥ 1)

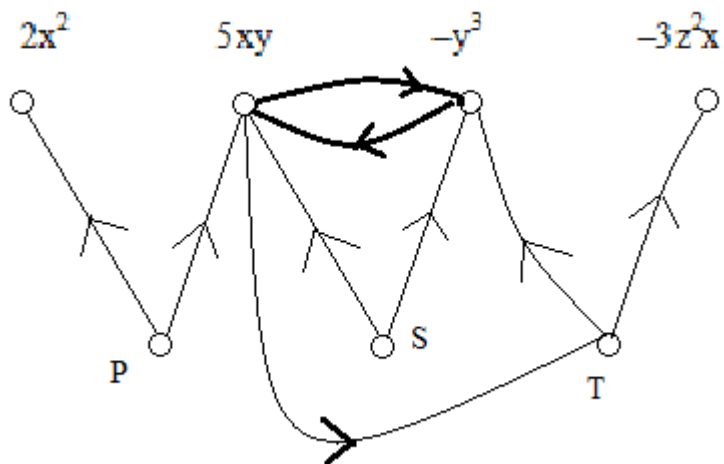
Γ3



ΔΙΑΔΡΟΜΗΤΟΥ Γ3

$(T, (T, -y^3), -y^3, \{5xy, -y^3\}, 5xy, \{5xy, -y^3\}, -y^3)$

Γ3β



ΔΙΑΔΡΟΜΗΤΟΥ Γ3β

$(T, (T, -y^3), -y^3, (-y^3, 5xy), 5xy, (5xy, -y^3), -y^3)$

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια ακολουθία κορυφών / ακμών είναι διαδρομή όταν (και *μόνο* όταν):

- 1) Το πρώτο στοιχείο της είναι κορυφή, και υπάρχουν τουλάχιστον δύο στοιχεία.
- 2) Αν ένα στοιχείο που δεν είναι το τελευταίο είναι μία κορυφή u , το επόμενο θα είναι: είτε μία κατευθυνόμενη ακμή (u, v) , είτε μία μη-κατευθυνόμενη ακμή $\{u, v\}$ (επομένως η ακολουθία θα περιέχει τουλάχιστον μία ακμή).
- 3) Όπου εμφανίζεται μία κατευθυνόμενη ακμή (u, v) , θα περιλαμβάνεται σε υπο-ακολουθία $\dots u, (u, v), v \dots$
Όπου εμφανίζεται μία μη-κατευθυνόμενη ακμή $\{u, v\}$, θα περιλαμβάνεται σε υπο-ακολουθία $\dots u, \{u, v\}, v \dots$ ή σε υπο-ακολουθία $\dots v, \{u, v\}, u \dots$ (επομένως το τελευταίο στοιχείο θα είναι κορυφή).

Μήκος μιάς διαδρομής είναι: ο αριθμός εμφανίσεων ακμών (πάντα ≥ 1)

ΕΡΩΤΗΜΑ 2

Έστω $\Gamma = (V, E)$ ένα γράφημα και $\{u, v\}$ μία μη-κατευθυνόμενη ακμή του Γ .

Έστω Γ_2 το γράφημα $(V, (E - \{\{u, v\}\}) \cup \{(u, v), (v, u)\})$,

όπου η ακμή (u, v) του Γ έχει αντικατασταθεί από δύο κατευθυνόμενες ακμές.

Επιβεβαιώστε ότι:

A Αν το Γ έχει μία διαδρομή από την κορυφή x (αρχική) στην κορυφή y (τελική), το Γ_2 θα έχει μία διαδρομή από την x στην y .

B Αν το Γ_2 έχει μία διαδρομή από την κορυφή x στην κορυφή y , το Γ θα έχει μία διαδρομή από την x στην y .

ΕΠΙΒΕΒΑΙΩΝΟΥΜΕ ΟΤΙ :

Α Άν το Γ έχει μία διαδρομή από την κορυφή x (αρχική) στην κορυφή y (τελική), το Γ_2 θα έχει μία διαδρομή από την x στην y .

I) Δεδομένα

$\Gamma = (V, E)$ δεδομένο γράφημα

$\{u, v\}$ δεδομένη μη-κατευθυνόμενη ακμή του Γ

$\Gamma_2 = (V, (E - \{ \{u, v\} \}) \cup \{ (u, v), (v, u) \})$

δ δεδομένη διαδρομή του Γ από την κορυφή x στην κορυφή y

II) Ζητούμενο

διαδρομή δ_2 του Γ_2 από την κορυφή x στην κορυφή y

Εύρεση του ζητουμένου

α Η ακμή $\{u, v\}$ δεν εμφανίζεται στην διαδρομή δ : δ_2 είναι η δ .

β Η ακμή $\{u, v\}$ εμφανίζεται στην διαδρομή δ :

Για κάθε μία υπο-ακολουθία $\dots u, \{u, v\}, v \dots$ της διαδρομής δ , αντικαθιστούμε την εμφάνιση της $\{u, v\}$ με εμφάνιση της (u, v) .

Για κάθε μία υπο-ακολουθία $\dots v, \{u, v\}, u \dots$ της διαδρομής δ , αντικαθιστούμε την εμφάνιση της $\{u, v\}$ με εμφάνιση της (v, u) .

ΕΠΙΒΕΒΑΙΩΝΟΥΜΕ ΟΤΙ :

B Άν το Γ_2 έχει μία διαδρομή από την κορυφή x στην κορυφή y , το Γ θα έχει μία διαδρομή από την x στην y .

I) Δεδομένα

$\Gamma = (V, E)$ δεδομένο γράφημα

$\{u, v\}$ δεδομένη μη-κατευθυνόμενη ακμή του Γ

$\Gamma_2 = (V, (E - \{ \{u, v\} \}) \cup \{ (u, v), (v, u) \})$

δ δεδομένη διαδρομή του Γ_2 από την κορυφή x στην κορυφή y

II) Ζητούμενο

διαδρομή δ_2 του Γ από την κορυφή x στην κορυφή y

Εύρεση του ζητουμένου

α Οι ακμές (u, v) , (v, u) δεν εμφανίζονται στην διαδρομή δ : δ_2 είναι η δ .

β Μία τουλάχιστον από τις (u, v) , (v, u) εμφανίζεται στην διαδρομή δ :

Για κάθε μία υπο-ακολουθία $\dots u, (u, v), v \dots$ της διαδρομής δ , αντικαθιστούμε την εμφάνιση της (u, v) με εμφάνιση της $\{u, v\}$.

Για κάθε μία υπο-ακολουθία $\dots v, (v, u), u \dots$ της διαδρομής δ , αντικαθιστούμε την εμφάνιση της (v, u) με εμφάνιση της $\{u, v\}$.