

ΓΡΑΦΗΜΑ $\Gamma = (V, E)$ συμβολίζει μπουλιανή συνάρτηση δύο μεταβλητών θ_Γ
διμερή σχέση θ_Γ

Πεδίο ορισμού της θ_Γ είναι το V (το σύνολο κορυφών του Γ)

Αν υπάρχει **κατευθυνόμενη ακμή** (x, y) : $\theta_\Gamma(x, y) = \text{true}$

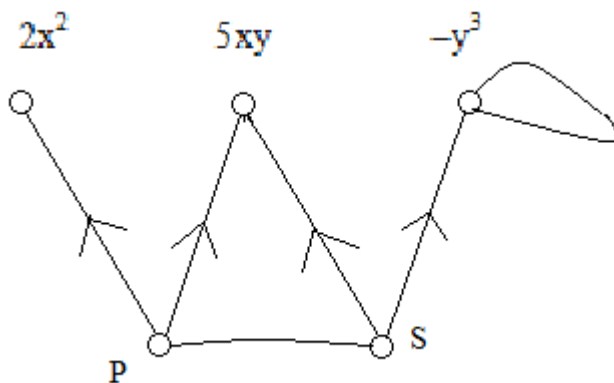
Αν υπάρχει **μη-κατευθυνόμενη ακμή** $\{x, y\}$
(ή κατευθυνόμενες ακμές (x, y) και (y, x)) : $\theta_\Gamma(x, y) = \theta_\Gamma(y, x) = \text{true}$

Αν υπάρχει **βρόχος** (x, x) ή $\{x, x\}$: $\theta_\Gamma(x, x) = \text{true}$

Αν **δεν υπάρχει ακμή** (x, y) ή $\{x, y\}$: $\theta_\Gamma(x, y) = \text{false}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Γ



Πεδίο ορισμού της θ_Γ $\{ 2x^2, 5xy, -y^3, P, S \}$

Τιμές της θ_Γ

$$\begin{aligned} \theta_\Gamma(P, 2x^2) &= \theta_\Gamma(P, 5xy) \\ &= \theta_\Gamma(S, 5xy) = \theta_\Gamma(S, -y^3) = \text{true} \end{aligned}$$

$$\theta_\Gamma(-y^3, -y^3) = \text{true}$$

$$\theta_\Gamma(P, S) = \theta_\Gamma(S, P) = \text{true}$$

$$\theta_\Gamma(u, v) = \text{false} \quad \text{για κάθε άλλο ζεύγος κορυφών}$$

Συμμετρία

Η σχέση θ με πεδίο ορισμού A λέγεται **συμμετρική** μόνο όταν:

ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$

ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$

Άν $\theta(u, v) = \text{true}$, τότε $\theta(v, u) = \text{true}$

Εύρεση αντιπαραδείγματος της συμμετρίας

Ελέγχουμε αν αληθεύει ότι:

ΥΠΑΡΧΕΙ $u \in A$

ΥΠΑΡΧΕΙ $v \in A$

$\theta(u, v) = \text{true}$ *and* $\theta(v, u) = \text{false}$

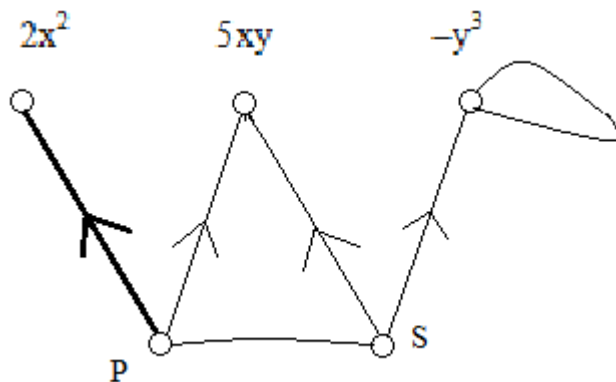
Ένα ζεύγος (u, v) όπου $\theta(u, v) = \text{true}$ *and* $\theta(v, u) = \text{false}$
είναι **αντιπαραδείγμα της συμμετρίας**

Μία σχέση είναι συμμετρική *άν και μόνο άν* :

Δεν υπάρχει αντιπαραδείγμα της συμμετρίας

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ (ΜΗ) ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ

Γ



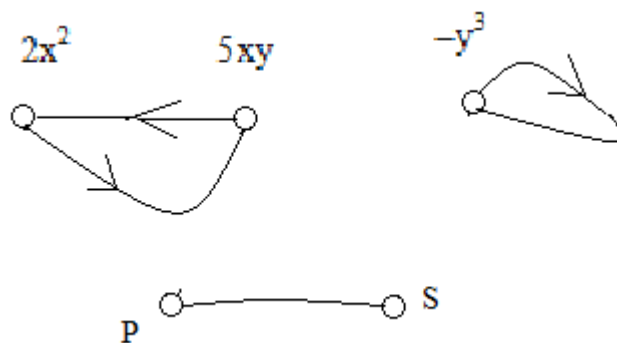
θ_Γ όχι συμμετρική: $\theta_\Gamma(\mathbf{P}, 2\mathbf{x}^2) = \text{true}$ $\theta_\Gamma(2\mathbf{x}^2, \mathbf{P}) = \text{false}$

Το ζεύγος $(\mathbf{P}, 2\mathbf{x}^2)$ είναι αντιπαράδειγμα της συμμετρίας της θ_Γ

$\theta_\Gamma(\mathbf{P}, \mathbf{S}) = \text{true}$ $\theta_\Gamma(\mathbf{S}, \mathbf{P}) = \text{false}$

Το ζεύγος (\mathbf{P}, \mathbf{S}) δεν είναι αντιπαράδειγμα της συμμετρίας της θ_Γ

Δ



θ_Δ συμμετρική: Όπου έχω κατευθυνόμενη ακμή, έχω και την αντίστροφή της

Δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα της συμμετρίας της θ_Δ

1 Η σχέση $\theta(x, y) = \langle x \neq y \rangle$ με πεδίο ορισμού ένα σύνολο αριθμών A , είναι συμμετρική.

Αν $\theta(u, v) = \text{true}$, τότε $\theta(v, u) = \text{true}$

Αν $u \neq v$, τότε $v \neq u$

Η σχέση $\langle x \neq y \rangle$ με πεδίο ορισμού το σύνολο $\{7\}$, είναι συμμετρική.

1^{ος} τρόπος Αν $u \neq v$, τότε $v \neq u$

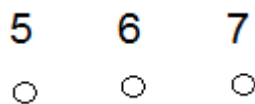
2^{ος} τρόπος Δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα της συμμετρίας

$\theta(7, 7) = \text{false}$

2 Η σχέση $\langle x - y = 3 \rangle$ με πεδίο ορισμού ένα σύνολο αριθμών A , μπορεί να μην είναι συμμετρική.

Όταν $A = \{4\}$ ή $A = \{2, 3\}$ ή $A = \{5, 6, 7\}$, η σχέση $\langle x - y = 3 \rangle$ είναι συμμετρική.

Γράφημα για τη σχέση $\langle x - y = 3 \rangle$ όταν $A = \{5, 6, 7\}$:



Δεν υπάρχει αντιπαράδειγμα της συμμετρίας

Όταν $A = \{5, 2\}$ ή $A = \{4, 5, 6, 7\}$, η σχέση $\langle x - y = 3 \rangle$ δεν είναι συμμετρική.

Γράφημα για τη σχέση $\langle x - y = 3 \rangle$ όταν $A = \{4, 5, 6, 7\}$:



Υπάρχει αντιπαράδειγμα της συμμετρίας: $7 - 4 = 3$, $4 - 7 \neq 3$

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

1 Είναι σωστό ότι: Άν η μπουλιανή συνάρτηση θ είναι αντιμεταθετική στο A , η σχέση θ με πεδίο ορισμού το A θα είναι συμμετρική;

Άν: ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$
 ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$
 $\theta(u, v) = \theta(v, u)$

Τότε: ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$
 ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$
 Άν $\theta(u, v) = \text{true}$, τότε $\theta(v, u) = \text{true}$

2 Είναι σωστό ότι: Άν η σχέση θ με πεδίο ορισμού το A είναι συμμετρική, η μπουλιανή συνάρτηση θ θα είναι αντιμεταθετική στο A ;

Άν: ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$
 ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$
 Άν $\theta(u, v) = \text{true}$, τότε $\theta(v, u) = \text{true}$

Τότε: ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$
 ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$
 $\theta(u, v) = \theta(v, u)$

3 Είναι σωστό ότι: Η σχέση θ με πεδίο ορισμού το A είναι συμμετρική, άν και μόνο άν :

ΓΙΑ ΚΑΘΕ $u \in A$
ΓΙΑ ΚΑΘΕ $v \in A$
 $\theta(u, v)$ και $\theta(v, u)$

4 Βρείτε ένα σύνολο αριθμών A , όπου η σχέση « $x / y < 3$ » δεν είναι συμμετρική.
Βρείτε ένα σύνολο αριθμών A , όπου η σχέση « $x / y < 3$ » είναι συμμετρική.