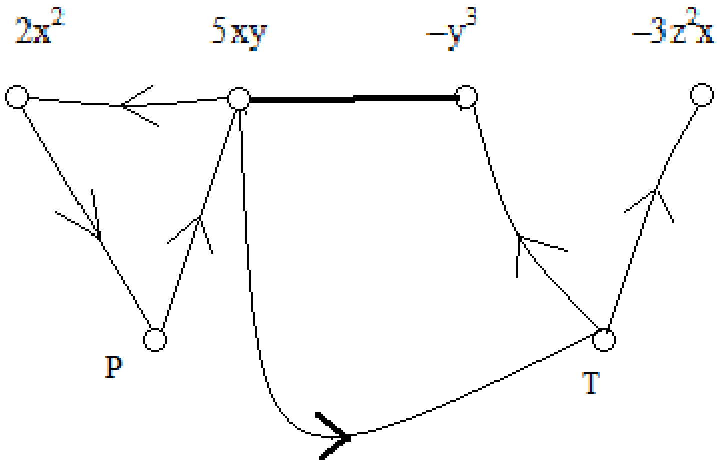
Γ



ΜΟΝΟΠΑΤΙ ΤΟΥ **Γ**

(P , (P, 5xy) , 5xy , (5xy, T) , T , (T, $-y^3$) , $-y^3$)

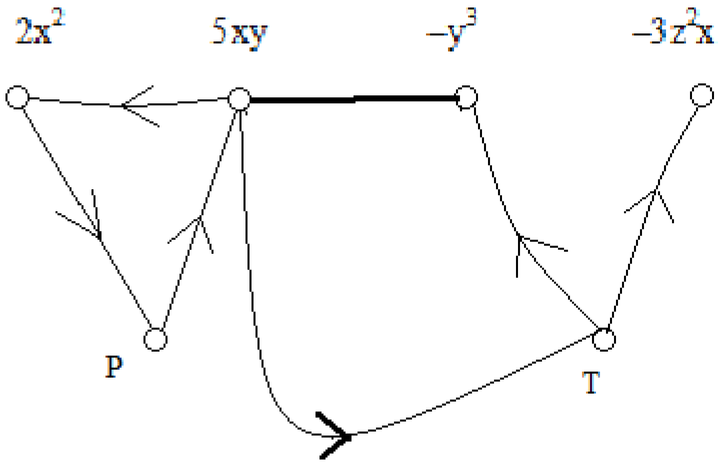
Μια διαδρομή είναι <u>μονοπάτι</u> *μόνο όταν*:
δεν έχει επαναλαμβανόμενες κορυφές
– ούτε επαναλαμβανόμενες ακμές.

ΚΥΚΛΟΣ ΤΟΥ **Γ**

(5xy , (5xy, T) , T , (T, $-y^3$) , $-y^3$, { 5xy, $-y^3$ } , 5xy)

Μια διαδρομή είναι <u>κύκλος</u> *μόνο όταν*:
η αρχική κορυφή είναι ίδια με την τελική,
δεν υπάρχουν άλλες *επαναλαμβανόμενες κορυφές*
– ούτε επαναλαμβανόμενες ακμές.

Γ



Μια διαδρομή είναι <u>ίχνος</u> *μόνο όταν*:

δεν έχει επαναλαμβανόμενες ακμές

– <u>μπορεί να έχει</u> επαναλαμβανόμενες κορυφές.

ΑΝΟΙΧΤΟ ΙΧΝΟΣ ΤΟΥ **Γ**

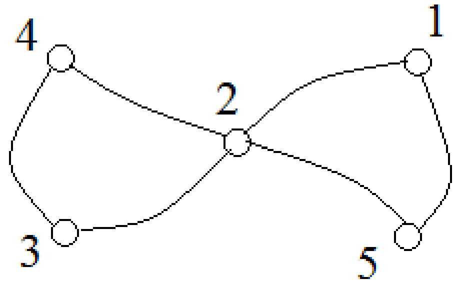
(P , (P, 5xy) , ***5xy*** , (5xy, T) , T , (T, $-y^3$) , $-y^3$, { $-y^3$, 5xy } , ***5xy***)

Υπάρχουν ανοιχτά ίχνη που δεν είναι μονοπάτια, αλλά:
κάθε μονοπάτι είναι ανοιχτό ίχνος.

ΚΛΕΙΣΤΟ ΙΧΝΟΣ ΤΟΥ **Γ**

(P , (P, 5xy) , ***5xy*** , (5xy, T) , T , (T, $-y^3$) , $-y^3$, { $-y^3$, 5xy } ,
5xy , (5xy, $2x^2$) , $2x^2$, ($2x^2$, P) , P)

Υπάρχουν κλειστά ίχνη που δεν είναι κύκλοι, αλλά: *κάθε κύκλος είναι κλειστό ίχνος.*



ΕΡΩΤΗΜΑ 1

α Επιβεβαιώστε ότι: η διαδρομή (α , (α, β) , β . . . α) , όπου $β \neq α$ είναι κλειστό ίχνος *άν και μόνο άν* η διαδρομή (β . . . α) είναι ανοιχτό ίχνος που δεν περιέχει την ακμή (α, β) .

β Βρείτε ένα ανοιχτό ίχνος (β . . . α) ώστε η διαδρομή (α , (α, β) , β . . . α) να μην είναι κλειστό ίχνος.

ΕΡΩΤΗΜΑ 2 Επιβεβαιώστε ότι: Άν σε ένα κατευθυνόμενο γράφημα G υπάρχει μία κλειστή διαδρομή, θα υπάρχει και ένας κύκλος.

Δεδομένα Κλειστή διαδρομή (α , (α, β) , β . . . α) , όπου $β \neq α$
Ζητούμενο Κύκλος του G

Μέθοδος Μετατρέπω την διαδρομή (β . . . α) σε μονοπάτι μ από την β στην α : στο μ *δεν μπορεί να εμφανιστεί η ακμή* (α, β) .

ΕΡΩΤΗΜΑ 3 Βρείτε ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα G όπου υπάρχει μία κλειστή διαδρομή, αλλά δεν υπάρχει κύκλος.

ΕΡΩΤΗΜΑ 4 Επιβεβαιώστε ότι: Άν σε ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα G υπάρχει ένα κλειστό ίχνος, θα υπάρχει και ένας κύκλος.

Δεδομένα Κλειστό ίχνος (α , {α, β} , β . . . α) , όπου $β \neq α$
Ζητούμενο Κύκλος του G

Μέθοδος Μετατρέπω την διαδρομή (β . . . α)
(στην οποία δεν εμφανίζεται *η ακμή* {α, β})
σε μονοπάτι μ από την β στην α :
στο μ *δεν θα εμφανιστεί η ακμή* {α, β}.

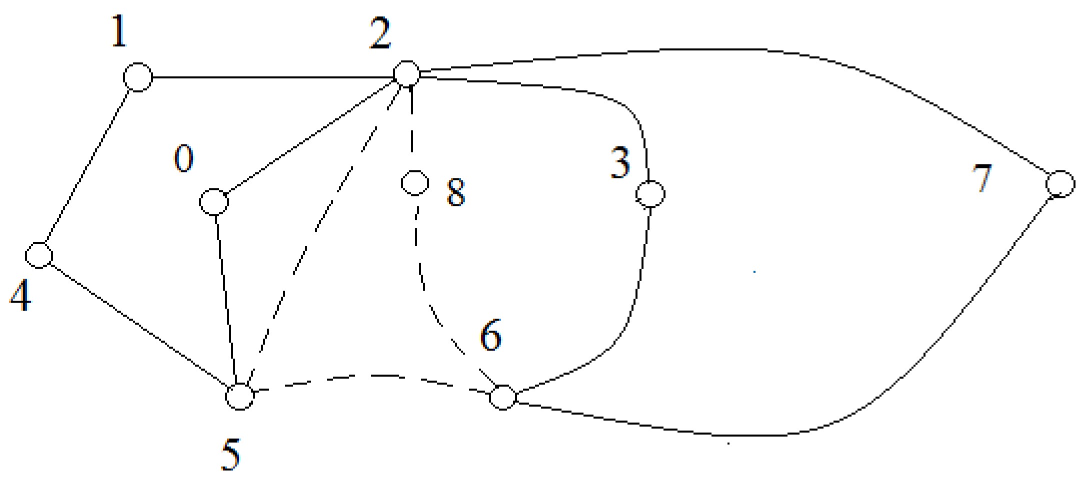
ΕΡΩΤΗΜΑ 5 Επιβεβαιώστε ότι:

α Άν ένα μη-κατευθυνόμενο γράφημα *είναι* ένα κλειστό ίχνος, κάθε κορυφή θα έχει άρτιο βαθμό.

β Άν ένα κατευθυνόμενο γράφημα *είναι* ένα κλειστό ίχνος, κάθε κορυφή θα έχει έξω-βαθμό ίσο με τον έσω-βαθμό της.

γ Άν ένα γράφημα G *είναι* ένα κλειστό ίχνος, το G θα είναι ένωση κύκλων που ανά δύο δεν έχουν κοινή ακμή.

Η παρακάτω αναδρομική συνάρτηση σ(G) υπολογίζει, για κάθε μη-κατευθυνόμενο γράφημα G = (V, E) που είναι ένα κλειστό ίχνος, ένα *σύνολο* Σ *κύκλων* του G , *που δεν έχουν ανά δύο κοινή ακμή*, έτσι ώστε: το γράφημα G να είναι η ένωση των κύκλων του συνόλου Σ .



ΚΛΕΙΣΤΟ ΙΧΝΟΣ (1 _ 2 _ 7 _ **6** _ **8** _ **2 _ 5 _ 6** _ 3 _ 2 _ 0 _ 5 _ 4 _ 1)

Έστω I ένα ίχνος όπου εμφανίζονται όλες οι κορυφές και οι ακμές του G.

Βρίσκουμε την *πρώτη επαναλαμβανόμενη εμφάνιση μιάς κορυφής*, u , στην ακολουθία I :

1 Η υπο-ακολουθία C = (u , . . . u) του I θα είναι ένας κύκλος του G .

2 Αφαιρώντας από το G *τις ακμές του* C και τις κορυφές που μένουν απομονωμένες, προκύπτει ένα γράφημα G1 .

Άν το G1 δεν έχει ακμές, σ(G) = {C} .

Άν το G1 έχει ακμές, θα είναι ένα κλειστό ίχνος.

Υπολογίζεται αναδρομικά ένα σύνολο κύκλων σ(G1) που δεν έχουν ανά δύο κοινή ακμή, έτσι ώστε: το γράφημα G1 να είναι η ένωση των κύκλων του σ(G1).

Επιστρέφεται το σύνολο $\Sigma = \sigma(G1) \cup \{C\}$.

ΕΡΩΤΗΜΑ 6 Επιβεβαιώστε ότι:

α Άν σε ένα *συνεκτικό* μη-κατευθυνόμενο γράφημα κάθε κορυφή έχει άρτιο βαθμό, το γράφημα *θα είναι* ένα κλειστό ίχνος.

β Άν ένα *συνεκτικό* μη-κατευθυνόμενο γράφημα είναι ένωση κύκλων που ανά δύο δεν έχουν κοινή ακμή, το γράφημα *θα είναι* ένα κλειστό ίχνος.