Υπολογισμός της ισχυρά συνεκτικής συνιστώσας κορυφής

Έστω $G = (V, E)$ ένα γράφημα και u μία κορυφή του G.

Εκτελώ αναζήτηση διαδρομών στο G, από την αρχική κορυφή **u** :

Από τις Ιδιότητες της αναζήτησης διαδρομών,

Result[**u**] = **{u}** $\cup$ **{ x | αληθεύει ότι u** $\mathbf{R_\delta}$ **x }**

ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΚΟΡΥΦΗ **x** $\in$ *Result*[**u**]

Εκτελώ αναζήτηση διαδρομών στο G, από την αρχική κορυφή **x** :

Από τις Ιδιότητες της αναζήτησης διαδρομών,

Result[**x**] = **{x}** $\cup$ **{ w | αληθεύει ότι x** $\mathbf{R_\delta}$ **w }**

ΙΣ(u) = **{u}** $\cup$ **{ x | αληθεύει ότι u** $\mathbf{R_{\delta\delta}}$ **x }** =

= **{ x | x** $\in$ *Result*[**u**] και **u** $\in$ *Result*[**x**] **}**

H(u) = (**ΙΣ(u)** , { e | e $\in$ E και τα άκρα της e είναι στο **ΙΣ(u)** })

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

Επιβεβαιώστε ότι: {u} $\cup$ { x | αληθεύει ότι u $R_{\delta\delta}$ x } =

= { x | x $\in$ *Result*[u] και u $\in$ *Result*[x] }

ΕΡΩΤΗΜΑ 2

Έστω G = (V, E) ένα κατευθυνόμενο γράφημα και u, v κορυφές του G . Επιβεβαιώστε ότι: Άν $u \in I\Sigma(v)$, θα είναι $I\Sigma(u) = I\Sigma(v)$.

Υπολογισμός των ισχυρά συνεκτικών συνιστωσών

Έστω G = (V, E) ένα γράφημα.

<u>*SConnected-components* (G)</u>

Rest ← V

SComponents ← { }

L: *ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΚΟΡΥΦΗ* u ∈ *Rest*

SComponent [u] ← H(u) % η ισχυρά συνεκτική συνιστώσα της u

Rest ← *Rest* – ΙΣ(u)

SComponents ← *SComponents* ∪ { SComponent [u] }

Διαμερισμός γραφήματος σε ισχυρά συνεκτικές συνιστώσες

Έστω G = (V, E) ένα γράφημα, H(u1) ... H(uλ) , $\lambda \geq 1$
οι *διαφορετικές* ισχυρά συνεκτικές συνιστώσες των κορυφών του.

Τα υπο-γραφήματα H(u1) ... H(uλ) είναι *ισχυρά* *συνεκτικά*,
και διαμερίζουν τις κορυφές *και τις κλειστές διαδρομές* του G .

Υπολογισμός των ισχυρά συνεκτικών συνιστωσών
μέσω συγχωνεύσεων

Έστω G = (V, E) ένα γράφημα, V = {1, ... n}

SConnected-components (G)

C1 $\leftarrow$ ({1} , $\varnothing$)
. . .
Cn $\leftarrow$ ({n} , $\varnothing$)

SComponents $\leftarrow$ { C1 , . . . Cn }

Rest $\leftarrow$ E

L: *ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΚΜΗ* e $\in$ *Rest*

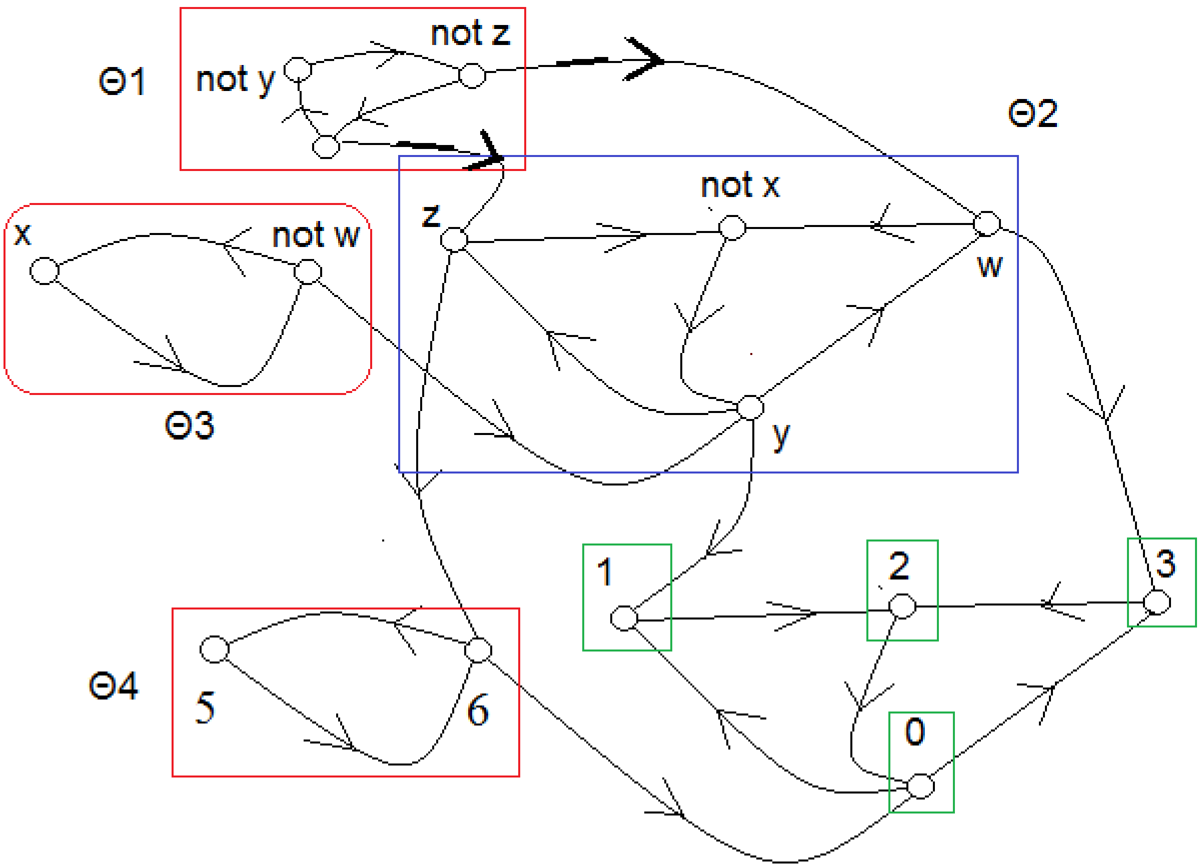
If e = (x , y) / {x , y}
x $\in$ Cj = (Vj , Ej)
y $\in$ Ck = (Vk , Ek)
j < k

then *If* y R_δ x
then *ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΔΙΑΔΡΟΜΗ* Δ από την y στην x
Τα *Components* που περιέχουν τις κορυφές/ακμές της Δ
συγχωνεύονται σε ένα νέο *Component*

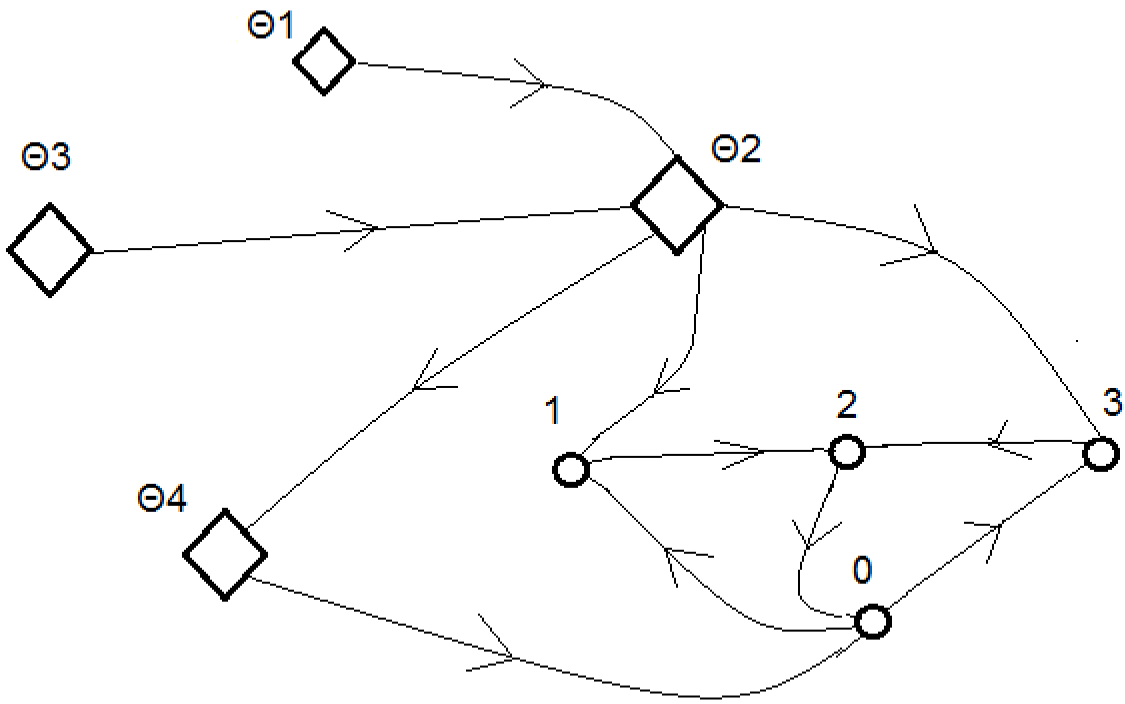
else Cj $\leftarrow$ (Vj , Ej $\cup$ {e}) % j = k

Rest $\leftarrow$ *Rest* – {e}

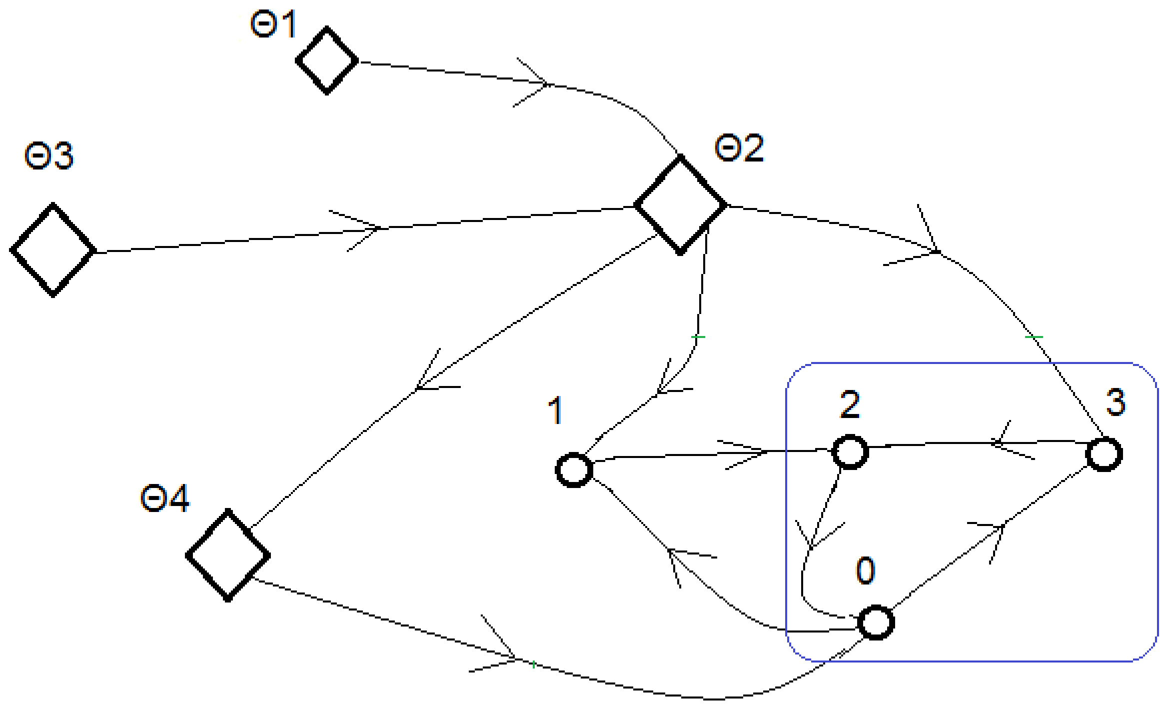
Τρέχουσες ισχυρά συνεκτικές συνιστώσες

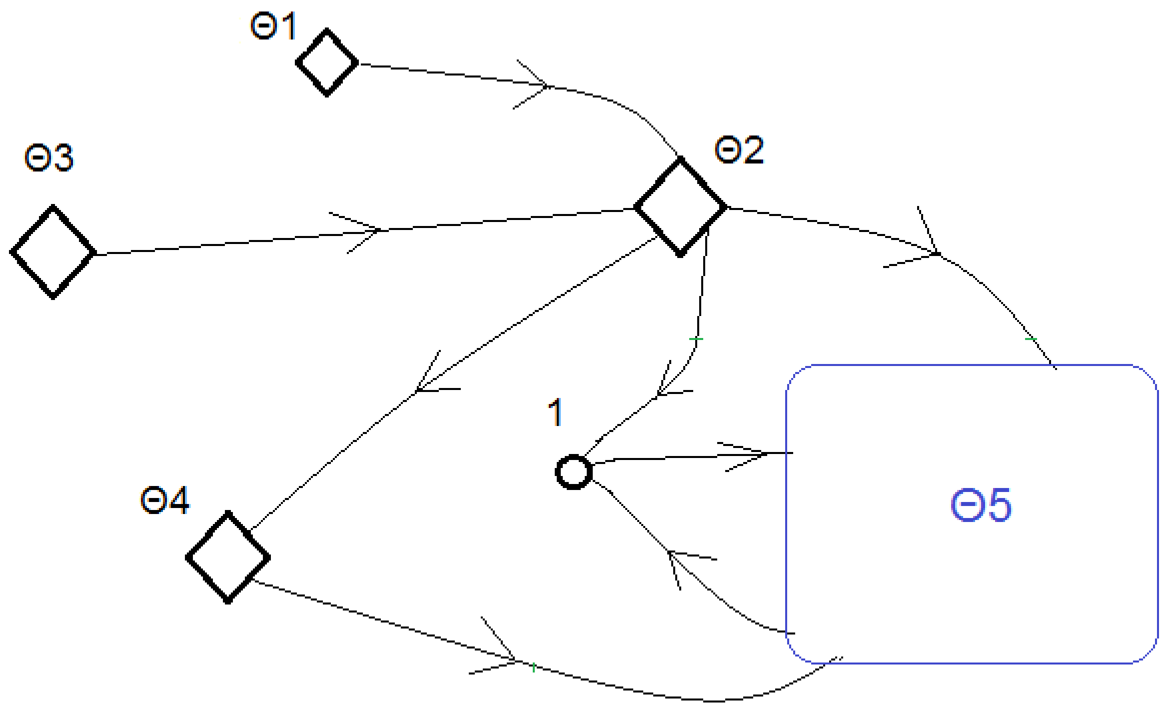


Γράφημα των τρεχουσών ισχυρά συνεκτικών συνιστωσών

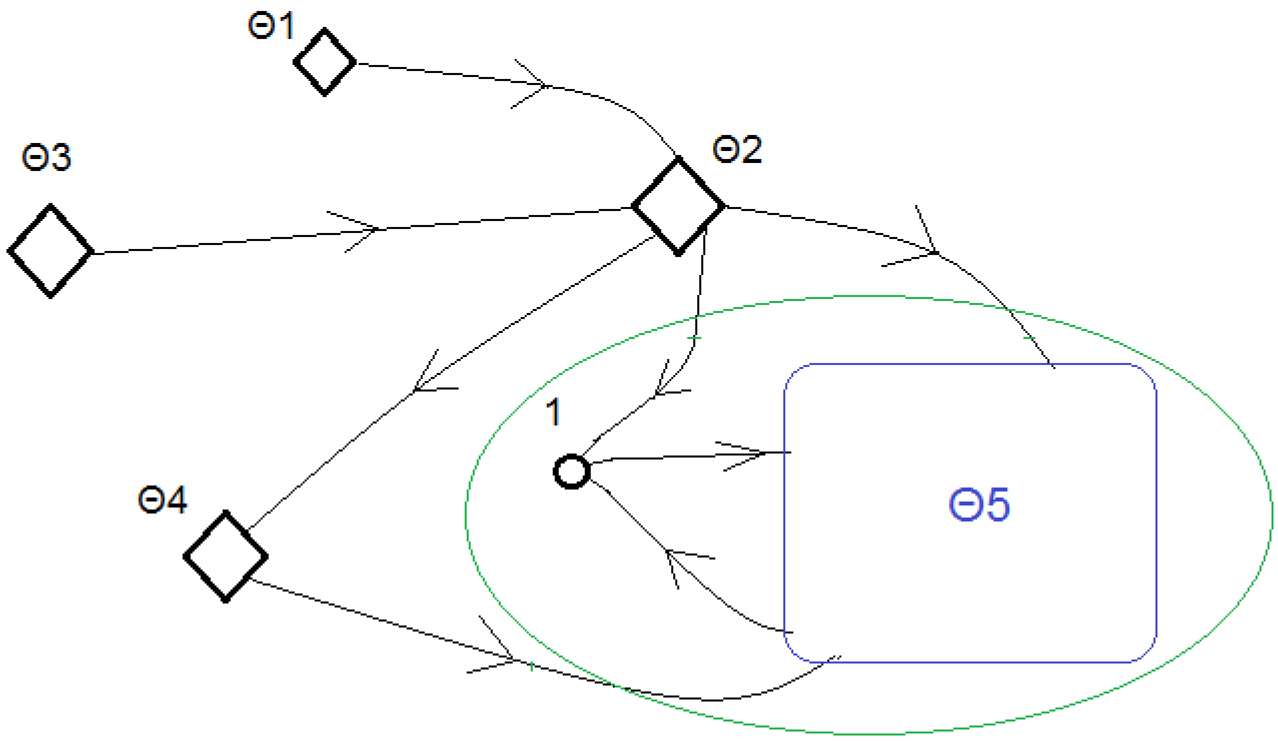


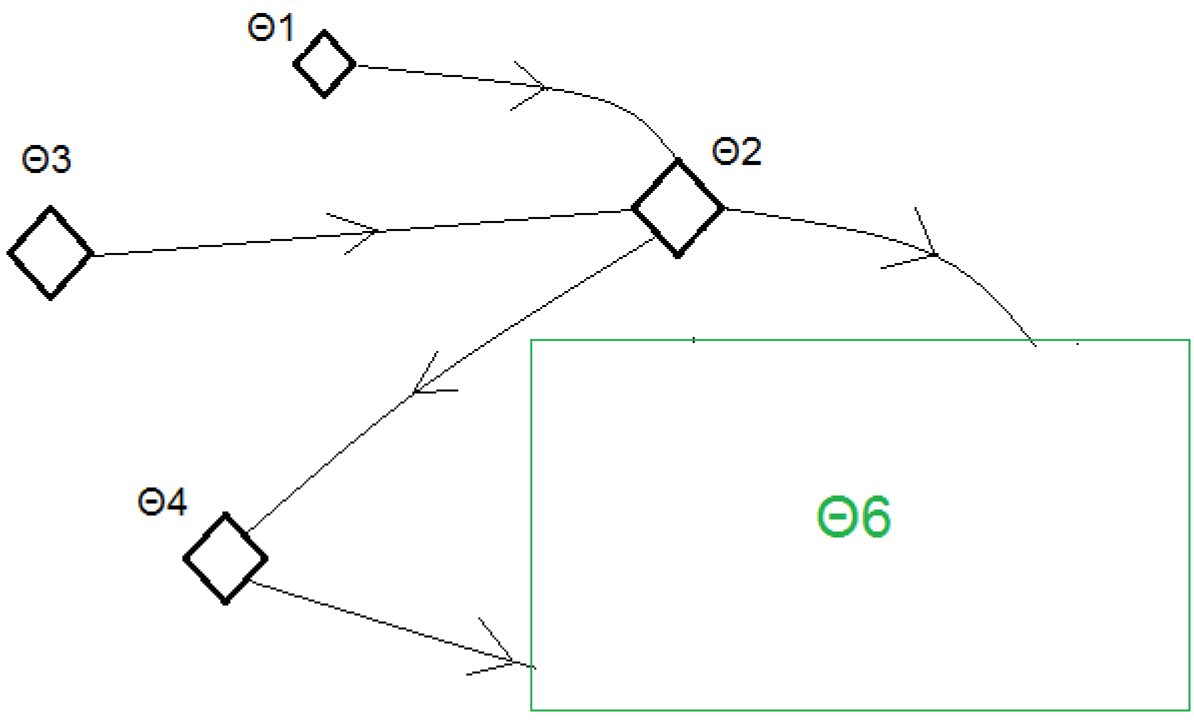
Επόμενη κλειστή διαδρομή και συγχώνευση



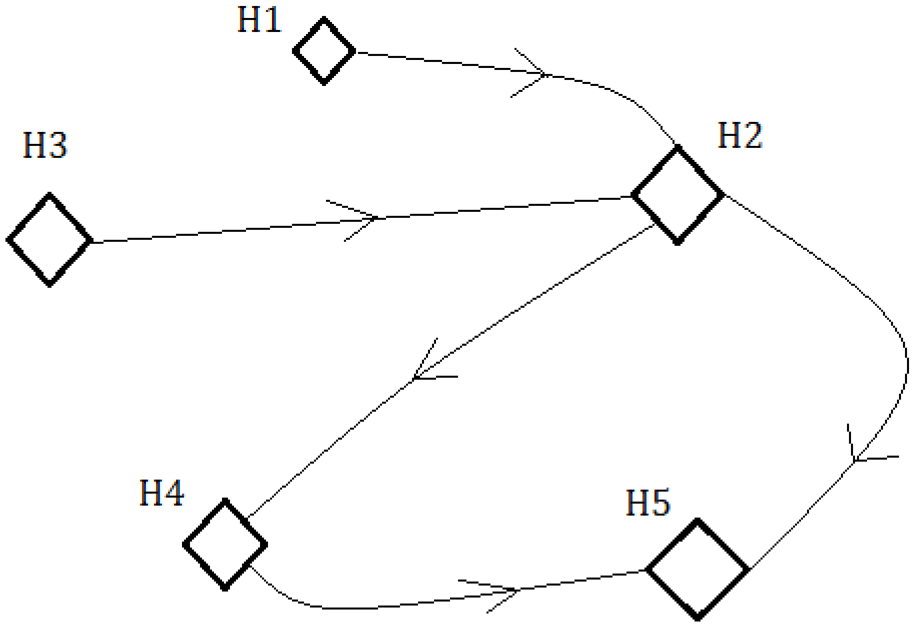


Επόμενη κλειστή διαδρομή και συγχώνευση





Το γράφημα των ισχυρά συνεκτικών συνιστωσών



***Loop Invariant για τον βρόχο* L**

Πριν και μετά από κάθε μία εκτέλεση του βρόχου **L** *θα αληθεύει ότι*:

Τα υπο-γραφήματα της λίστας *SComponents*

1) είναι *ισχυρά συνεκτικά*, και
2) διαμερίζουν τις κλειστές διαδρομές που περιέχουν ακμές του E – Rest .

Από την *Loop Invariant για τον βρόχο* **L** :

Όταν *Rest* = ∅ , η λίστα *SComponents* αποτελείται από
τις ισχυρά συνεκτικές συνιστώσες του G = (V, E) .

ΕΡΩΤΗΜΑ 3 Χρησιμοποιώντας την *Loop Invariant για τον* L ,
επιβεβαιώστε ότι μετά την τελευταία εκτέλεση του L :

α Άν Cj , Ck είναι δύο διαφορετικά *Components* :
Οι ακμές που συνδέουν τα Cj , Ck , θα έχουν όλες την ίδια κατεύθυνση.

β Το γράφημα των ισχυρά συνεκτικών συνιστωσών
δεν θα έχει κλειστή διαδρομή.

ΕΡΩΤΗΜΑ 4 Επιβεβαιώστε ότι:

Σε κάθε γράφημα με μία τουλάχιστον ακμή, θα υπάρχει (τουλάχιστον) μία
ισχυρά συνεκτική συνιστώσα όπου δεν θα καταλήγει ακμή από άλλη
ισχυρά συνεκτική συνιστώσα.