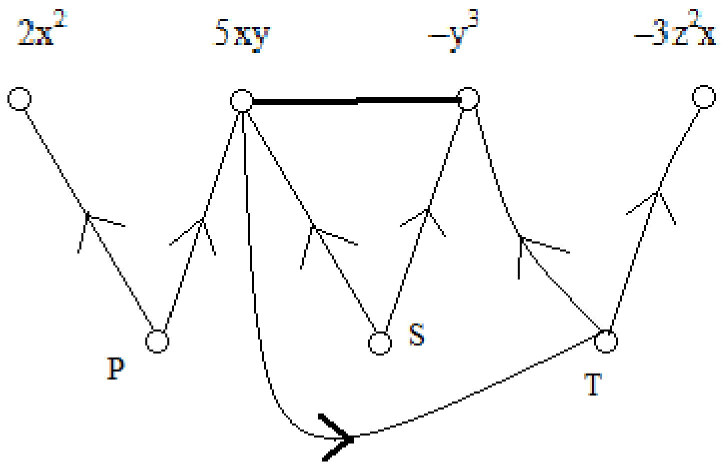
Διμερής σχέση θ : μπουλιανή συνάρτηση δύο μεταβλητών

ΓΡΑΦΗΜΑ **Γ** = (V , E) *συμβολίζει* μία (διμερή) σχέση $\boldsymbol{\theta}_{\Gamma}$

Πεδίο ορισμού της $\boldsymbol{\theta}_{\Gamma}$ είναι το V

$\boldsymbol{\theta}_{\Gamma}$ (x ,y) = true : Μόνο άν υπάρχει *κατευθυνόμενη* ακμή (x , y) ,
είτε υπάρχει *μη-κατευθυνόμενη* ακμή {x , y}

Γ



ΔΙΑΔΡΟΜΗ ΤΟΥ **Γ**

(T , (T, $-y^3$) , $-y^3$, **{ 5xy, $-y^3$ }** , 5xy, **{ 5xy, $-y^3$ }**, $-y^3$)

ΓΡΑΦΗΜΑ **Γ** = (V, E) *συμβολίζει* μία σχέση προσβασιμότητας $\mathbf{R}_\delta$

Πεδίο ορισμού της $\mathbf{R}_\delta$ είναι το V

$\mathbf{R}_\delta$ (x, y) = true :

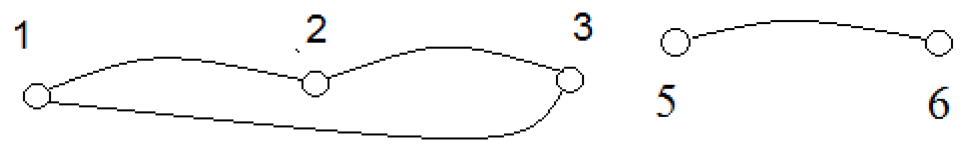
στο G υπάρχει (μία τουλάχιστον) *διαδρομή*
με αρχή την x και τέλος την y .

Συμβολισμός: a $\mathbf{R}_\delta$ b σημαίνει $\mathbf{R}_\delta$(a, b) = true

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

Βρείτε ζεύγη κορυφών όπου αληθεύει / δεν αληθεύει η προσβασιμότητα.

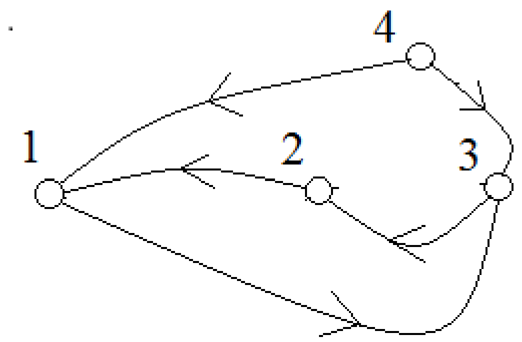
Γ1



$R_\delta(5, 3) = R_\delta(5, 2) = R_\delta(5, 1) =$ false :

σε οποιαδήποτε διαδρομή με αρχή την 5, μπορούν να εμφανιστούν *μόνο* οι κορυφές 6, 5.

Γ2



για οποιαδήποτε κορυφή u , $R_\delta(u, 4) =$ false :

δεν υπάρχει ακμή που να καταλήγει στην κορυφή 4.

1 *Για κάθε* μη-κατευθυνόμενο *γράφημα* G *, η προσβασιμότητα για το* G *είναι συμμετρική.*

Να δείξω ότι <u>ισχύει</u> στο V: $u \; R_\delta \; v$ *implies* $v \; R_\delta \; u$

I) *Υποθέτω ότι αληθεύει* $\alpha \; R_\delta \; \beta$

II) *Θέλω να αληθεύει* $\beta \; R_\delta \; \alpha$

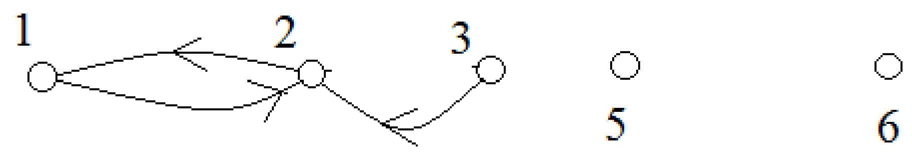
I Έστω ότι <u>δίνεται</u> διαδρομή $\delta = (\alpha, e, ..., \{x, \beta\}, \beta)$

II *Αντιστρέφω* την δ : <u>προκύπτει</u> μία διαδρομή

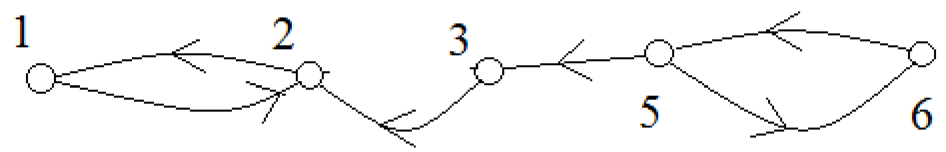
$\delta = (\beta, \{x, \beta\}, x, ..., e, \alpha)$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2 Βρείτε κατευθυνόμενα γραφήματα όπου η προσβασιμότητα <u>δεν είναι συμμετρική</u>.

Δ1



Δ2

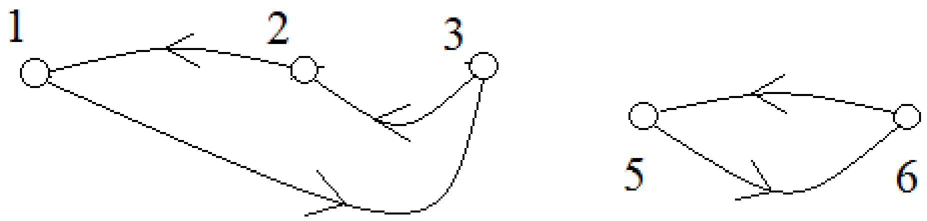


$R_\delta(3, \; 5)$ = false :

σε μία οποιαδήποτε διαδρομή με αρχή την 3, μπορούν να εμφανιστούν *μόνο* οι κορυφές 3, 2, 1.

ΕΡΩΤΗΜΑ 3 Βρείτε κατευθυνόμενα γραφήματα όπου η προσβασιμότητα <u>είναι συμμετρική</u>.

Ε1

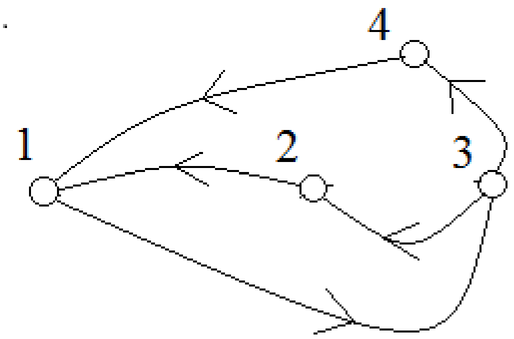


Άν $u \in \{1, 2, 3\}$, $v \in \{5, 6\}$: $R_\delta(u, v) = R_\delta(v, u) = \text{false}$

Άν $u \in \{1, 2, 3\}$, $v \in \{1, 2, 3\}$: $R_\delta(u, v) = R_\delta(v, u) = \text{true}$

Άν $u \in \{5, 6\}$, $v \in \{5, 6\}$: $R_\delta(u, v) = R_\delta(v, u) = \text{true}$

Ε2

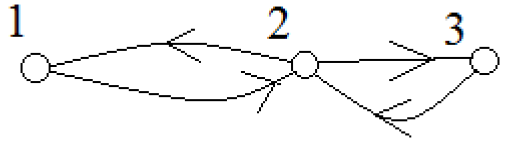


ΚΛΕΙΣΤΗ ΔΙΑΔΡΟΜΗ ΤΟΥ **Ε2** που περιέχει *όλες* τις κορυφές

(**4**, (4, 1), **1**, (1, 3), **3**, (3, 2), **2**, (2, 1), **1**, (1, 3), **3**, (3, 4), **4**)

$R_\delta(u, v) = R_\delta(v, u) = \text{true}$ για οποιεσδήποτε u, v

Ε3



Υπάρχει κλειστή διαδρομή του **Ε3** που περιέχει *όλες* τις κορυφές