ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά μαθήματα ΠΠ

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

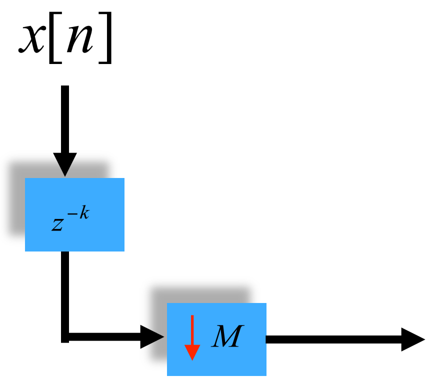
Πολυρυθμική Επεξεργασία

Εμμανουήλ Ζ. Ψαράκης
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση

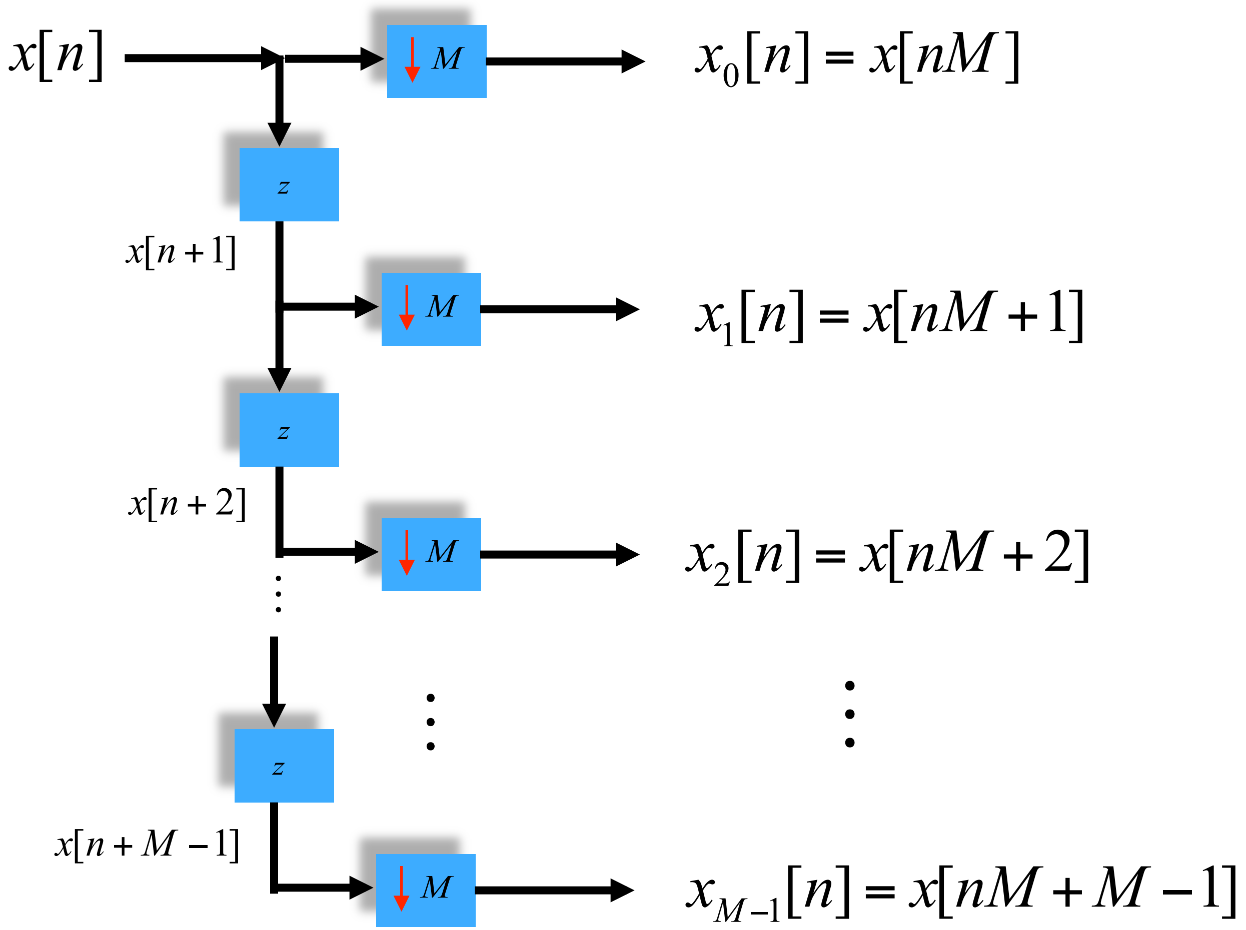
$$y[n] = x[n-k]$$



$$\breve{y}_M[n] = y[nM] = x[nM-k]$$

Πολυρυθμική Επεξεργασία

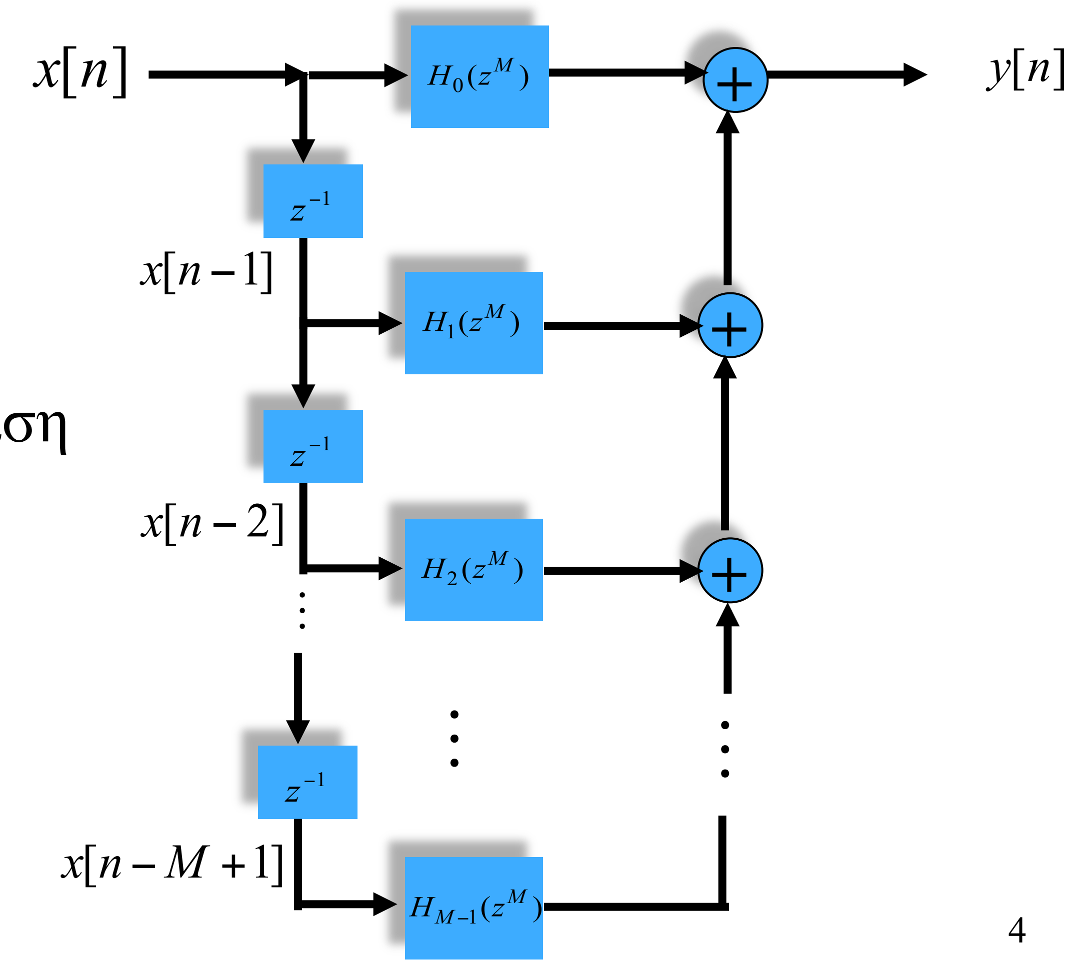
Πολυφασική Αναπαράσταση



Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση Συστημάτων: $H(z)=\sum_{k=0}^{M-1} z^{-k} H_k(z^M)$

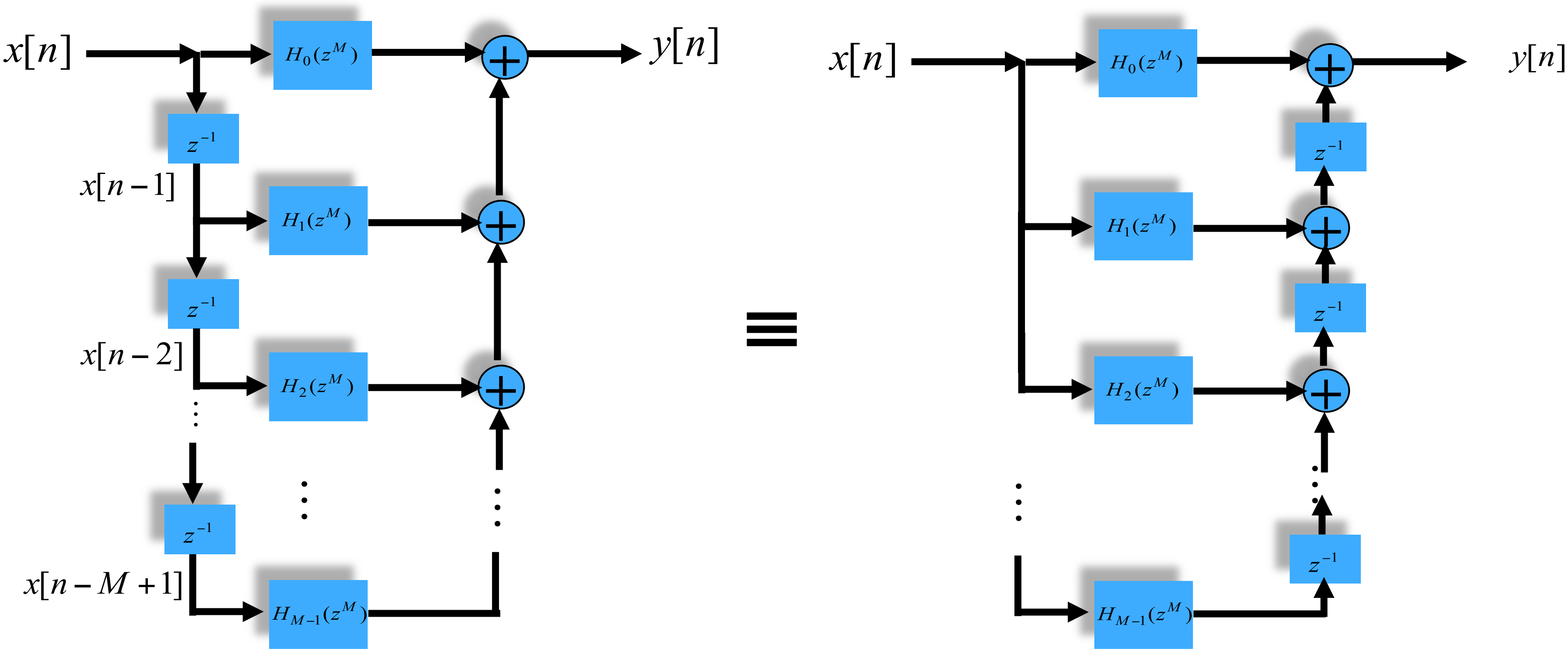
Πολυφασική Αναπαράσταση
Τύπου I



Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση Συστημάτων: $H(z)=\sum_{k=0}^{M-1} z^{-k} H_k(z^M)$

Πολυφασική Αναπαράσταση Τύπου I

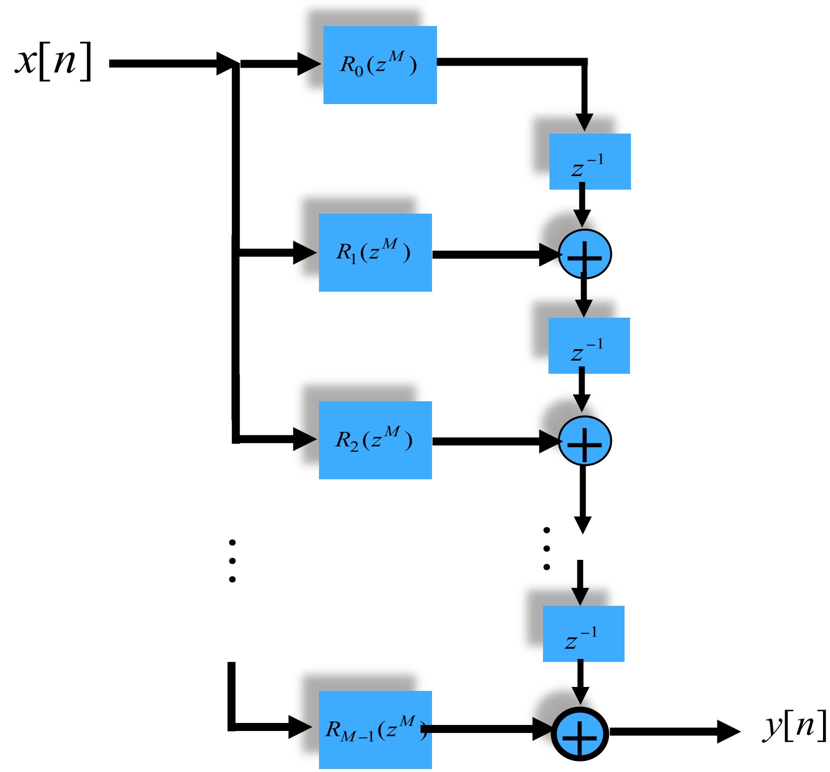


Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση Συστημάτων: $H(z)=\sum_{k=0}^{M-1} z^{-k} H_k(z^M)$

$$k-(M-1)=-l, H_{M-1-l}(z^M)=R_l(z^M) \Leftrightarrow H(z)=\sum_{l=0}^{M-1} z^{-(M-1-l)} R_l(z^M)$$

Πολυφασική Αναπαράσταση
Τύπου ΙΙ



Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση FIR Συστημάτων: $H(z) = \sum_{n=0}^{8} h_n z^{-n}$

$$H(z) = (h[0] + h[2]z^{-2} + h[4]z^{-4} + h[6]z^{-6} + h[8]z^{-8}) + z^{-1}(h[1] + h[3]z^{-2} + h[5]z^{-4} + h[7]z^{-6})$$

Αν ορίζουμε ως:

$$H_0(z) = h[0] + h[2]z^{-1} + h[4]z^{-2} + h[6]z^{-3} + h[8]z^{-4}$$

$$H_1(z) = h[1] + h[3]z^{-1} + h[5]z^{-2} + h[7]z^{-3}$$

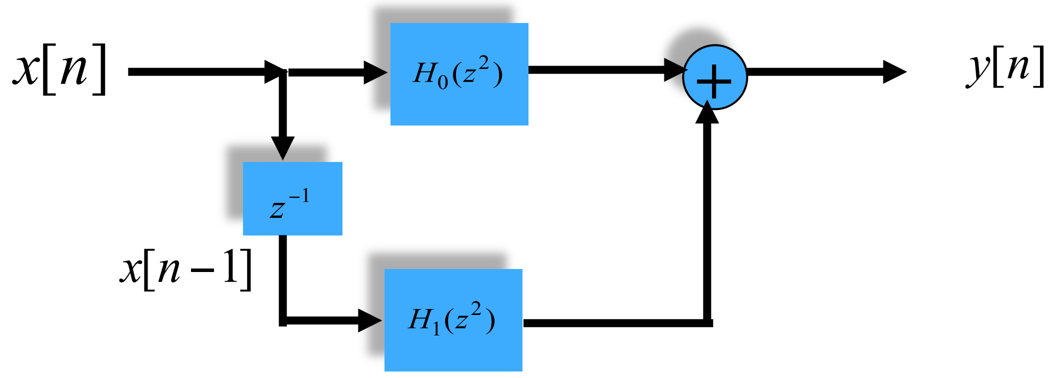
Τότε: $H(z) = H_0(z^2) + z^{-1}H_1(z^2)$

Άρα ……

Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση FIR Συστημάτων: $H(z) = \sum_{n=0}^{8} h_n z^{-n}$

Πολυφασική Αναπαράσταση Τύπου I (M=2) $H(z) = H_0(z^2) + z^{-1} H_1(z^2)$



Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση FIR Συστημάτων: $H(z) = \sum_{n=0}^{8} h_n z^{-n}$

$$
\begin{aligned}
H(z) = \quad & (h[0] + h[3]z^{-3} + h[6]z^{-6}) + \\
& z^{-1}(h[1] + h[4]z^{-3} + h[7]z^{-6}) + \\
& z^{-2}(h[2] + h[5]z^{-3} + h[8]z^{-6})
\end{aligned}
$$

Αν ορίσουμε ως:

$$H_0(z) = h[0] + h[3]z^{-1} + h[6]z^{-2}$$

$$H_1(z) = h[1] + h[4]z^{-1} + h[7]z^{-2}$$

$$H_2(z) = h[2] + h[5]z^{-1} + h[8]z^{-2}$$

Τότε: $H(z) = H_0(z^3) + z^{-1}H_1(z^3) + z^{-2}H_2(z^3)$

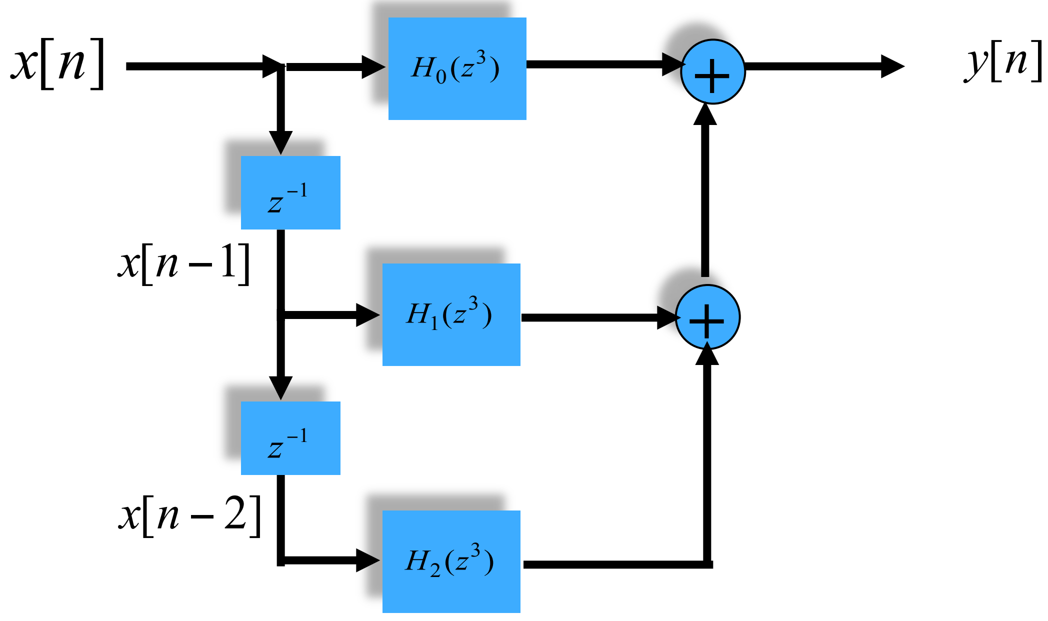
Άρα ……

Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση FIR Συστημάτων: $H(z) = \sum_{n=0}^{8} h_n z^{-n}$

Πολυφασική Αναπαράσταση Τύπου Ι (M=3)

$$H(z) = H_0(z^3) + z^{-1}H_1(z^3) + z^{-2}H_2(z^3)$$



Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση FIR Συστημάτων: $H(z)=\sum_{n=0}^{8} h_n z^{-n}$

$$
\begin{aligned}
H(z) = \; & (h[0] + h[4]z^{-4} + h[8]z^{-8}) + \\
& z^{-1}(h[1] + h[5]z^{-4}) + \\
& z^{-2}(h[2] + h[6]z^{-4}) + \\
& z^{-3}h[3]
\end{aligned}
$$

Αν ορίσουμε ως:

$$
\begin{aligned}
H_0(z) &= h[0] + h[4]z^{-1} + h[8]z^{-2} \\
H_1(z) &= h[1] + h[5]z^{-1} \\
H_2(z) &= h[2] + h[6]z^{-1} \\
H_3(z) &= h[3]
\end{aligned}
$$

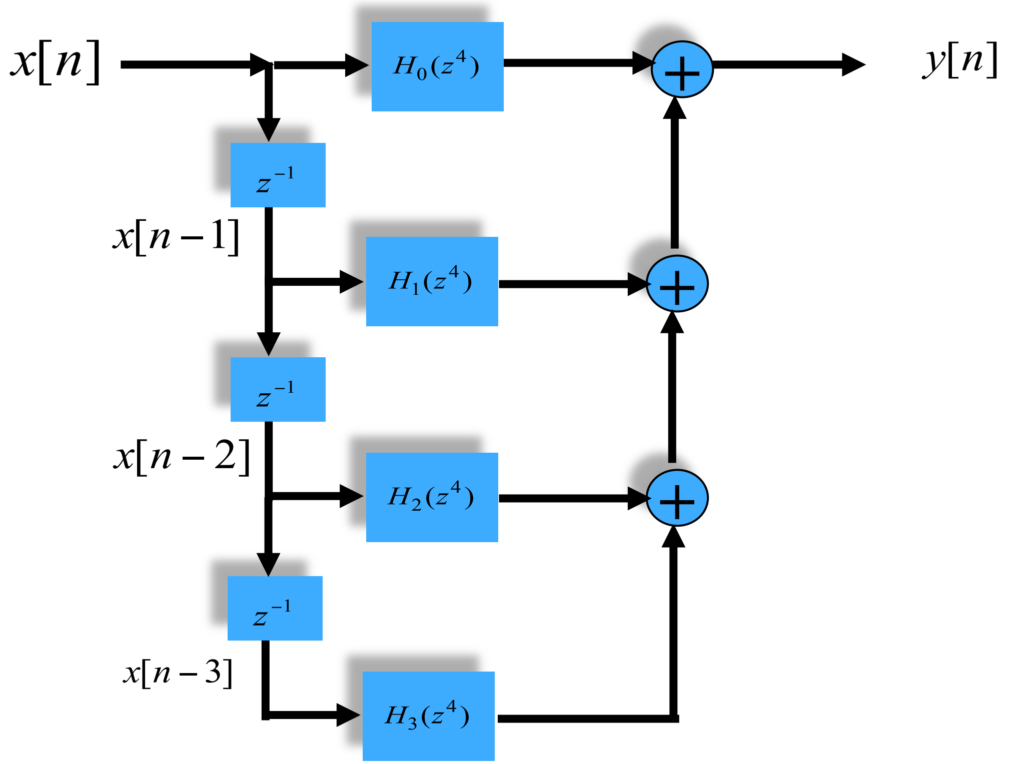
Τότε: $H(z) = H_0(z^4) + z^{-1}H_1(z^4) + z^{-2}H_2(z^4) + z^{-3}H_3(z^4)$ Άρα ……

Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση FIR Συστημάτων: $H(z)=\sum_{n=0}^{8} h_n z^{-n}$

Πολυφασική Αναπαράσταση Τύπου I (M=4)

$$H(z)=H_0(z^4)+z^{-1}H_1(z^4)+z^{-2}H_2(z^4)+z^{-3}H_3(z^4)$$



Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση IIR Συστημάτων: $H(z) = \dfrac{B(z)}{A(z)}$

$$H(z) = \frac{1-2z^{-1}}{1+3z^{-1}}$$

$$H(z) = \frac{(1-2z^{-1})(1-3z^{-1})}{(1+3z^{-1})(1-3z^{-1})} = \frac{1+6z^{-2}}{1-9z^{-2}} + z^{-1}\frac{-5}{1-9z^{-2}}$$

Αν ορίσουμε ως:

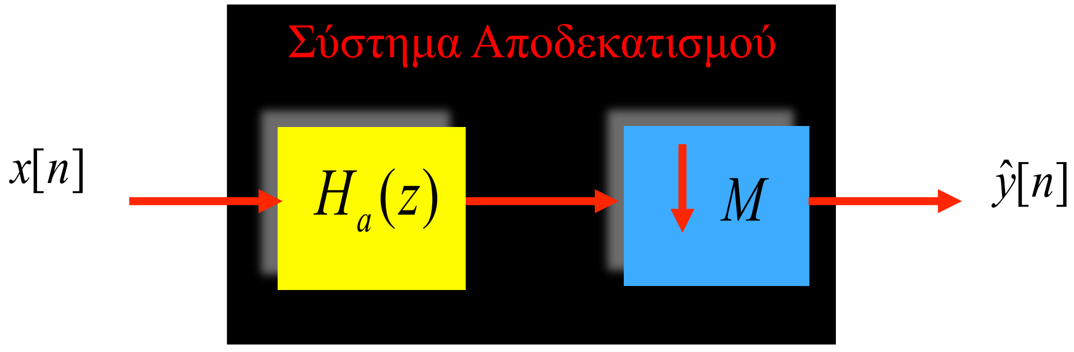
$$H_0(z) = \frac{1+6z^{-1}}{1-9z^{-1}}$$

$$H_1(z) = \frac{-5}{1-9z^{-1}}$$

Τότε: $H(z) = H_0(z^2) + z^{-1}H_1(z^2)$

Πολυρυθμική Επεξεργασία

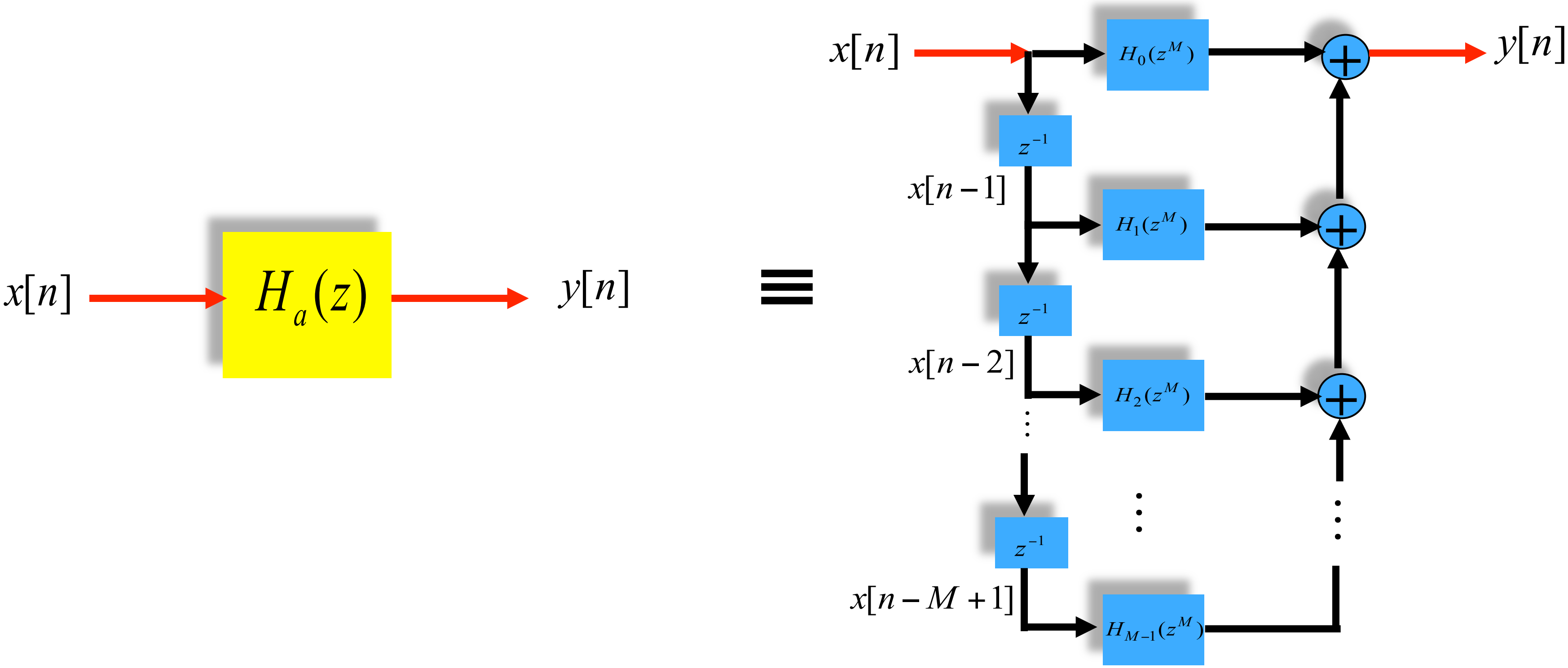
Πολυφασική Αναπαράσταση Συστήματος Αποδεκατισμού



$$H_a(e^{j\omega}) = \begin{cases} M, \ |\omega| \leq \dfrac{\pi}{M} \\ 0, \pi \geq |\omega| > \dfrac{\pi}{M} \end{cases}$$

Πολυρυθμική Επεξεργασία

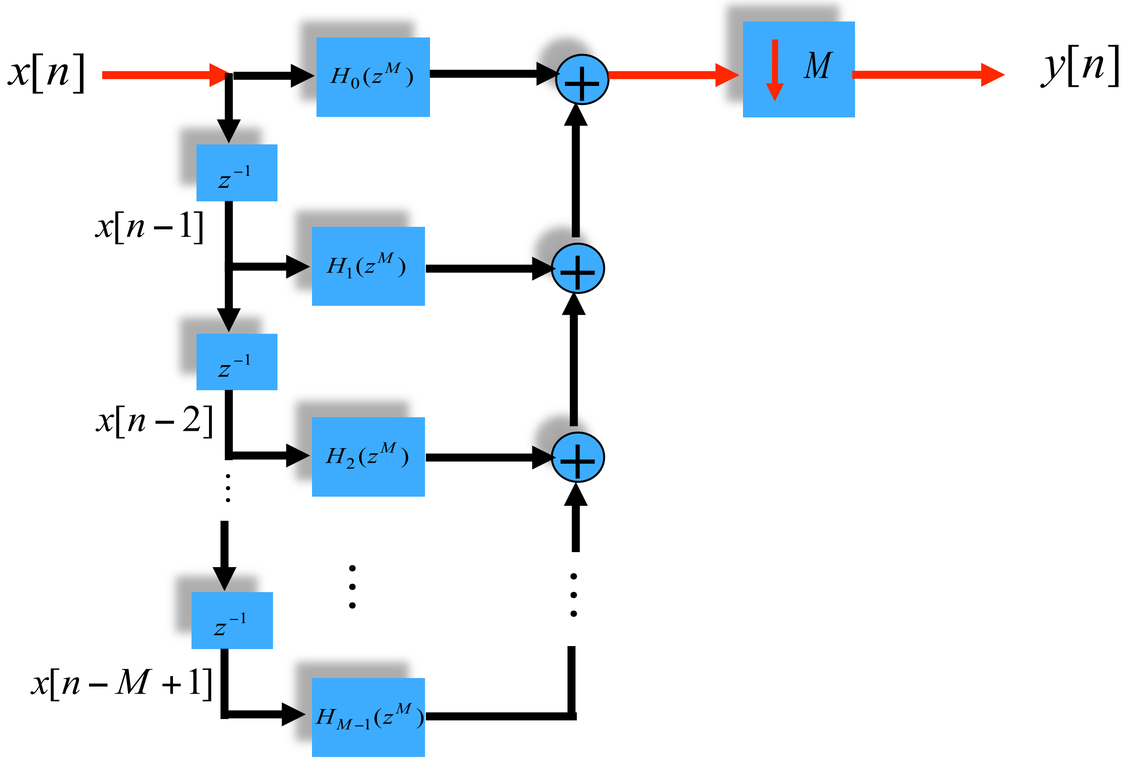
Πολυφασική Αναπαράσταση Φίλτρου Αποδεκατισμού



Άρα ……

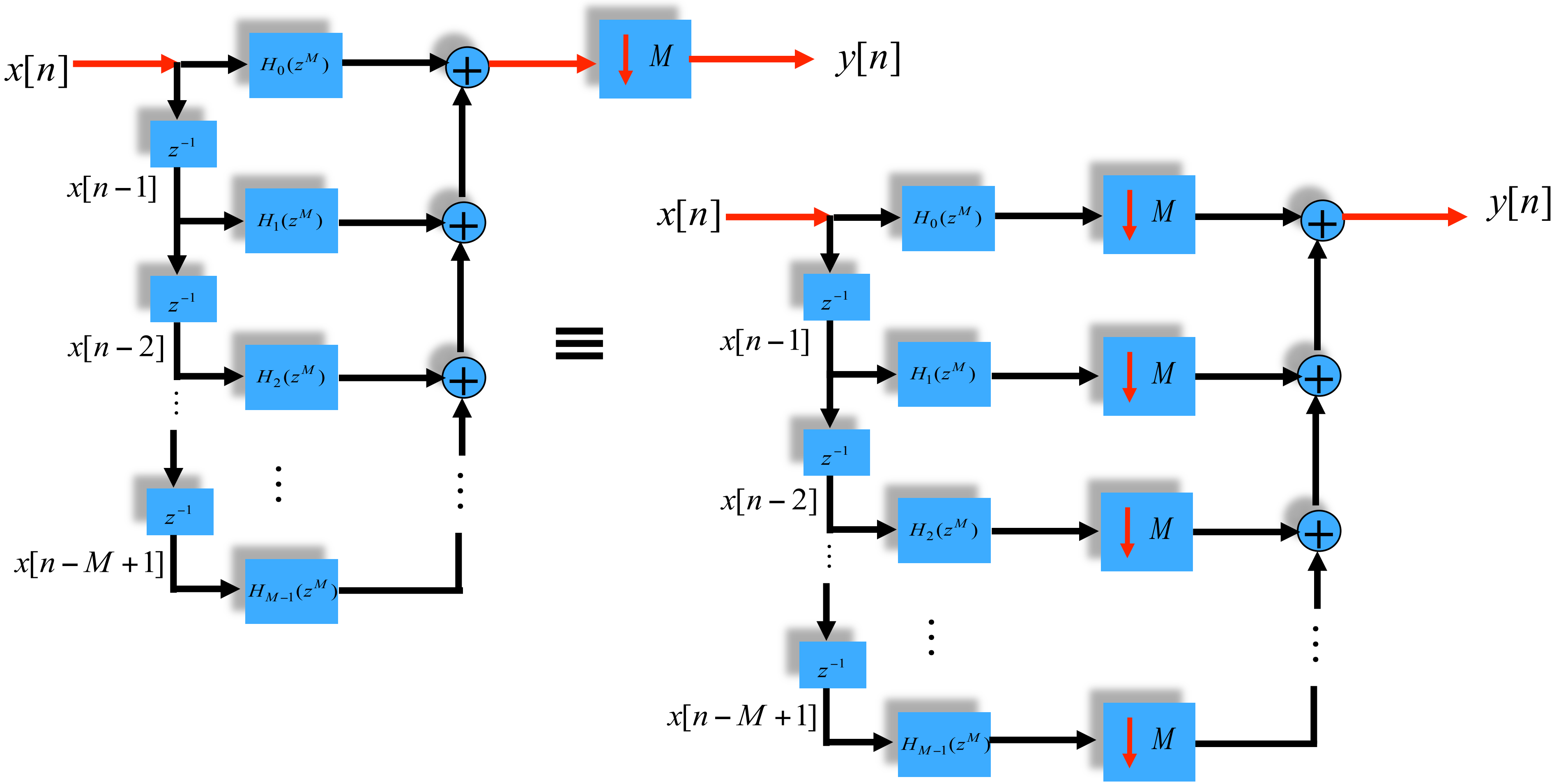
Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση Συστήματος Αποδεκατισμού



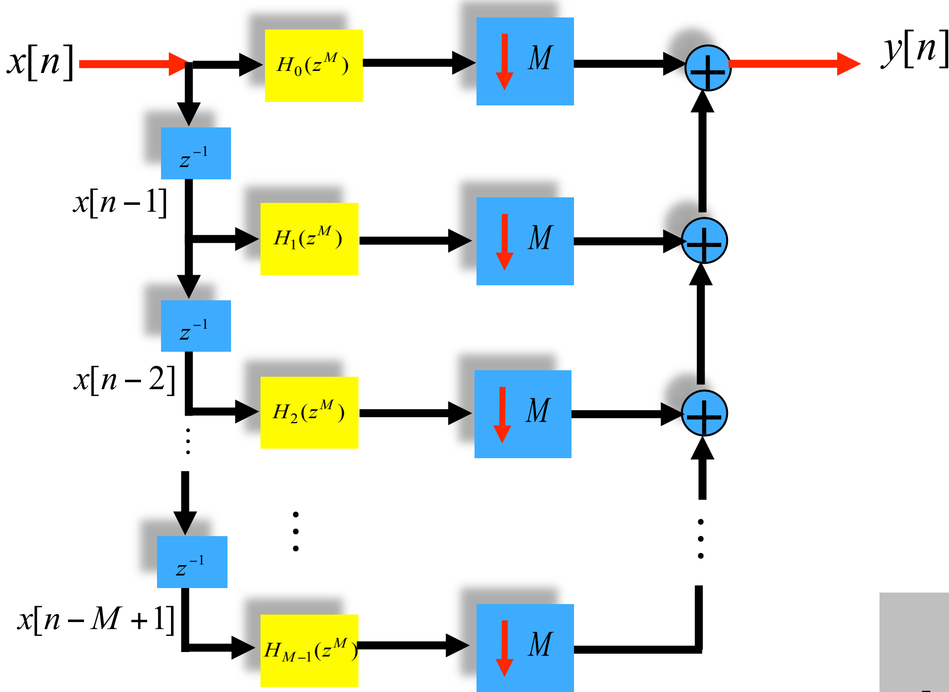
Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση Συστήματος Αποδεκατισμού

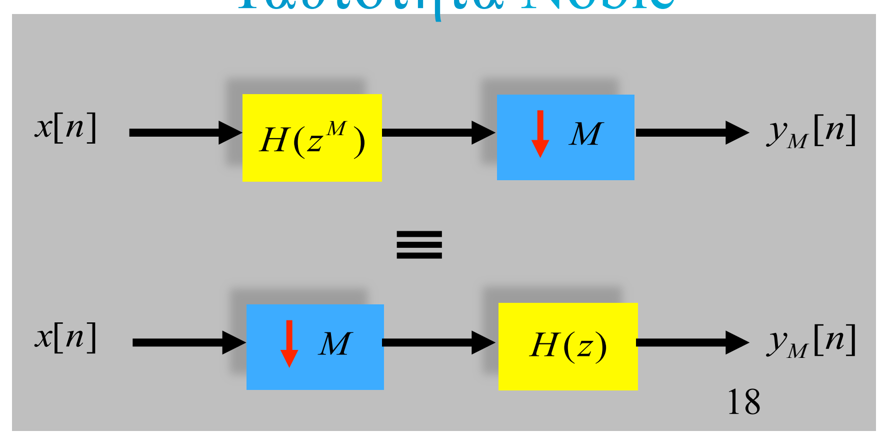


Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση Συστήματος Αποδεκατισμού

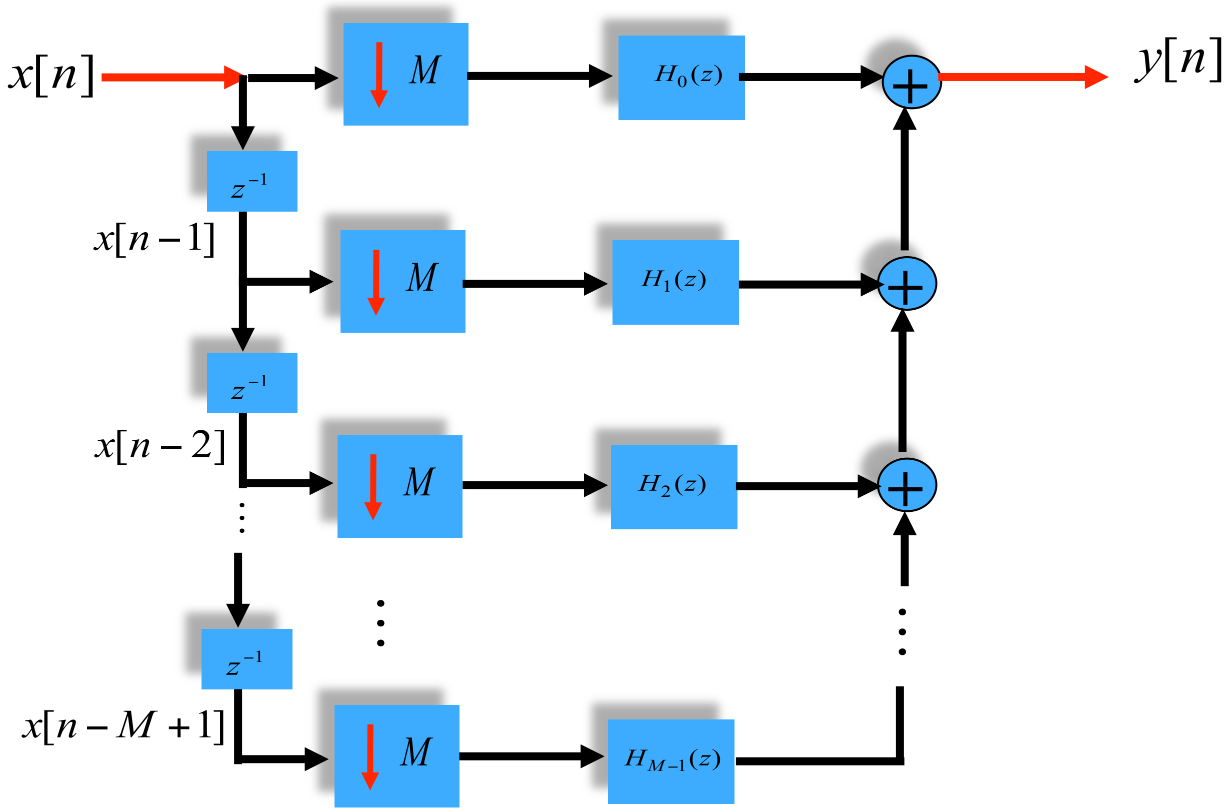


Ταυτότητα Noble



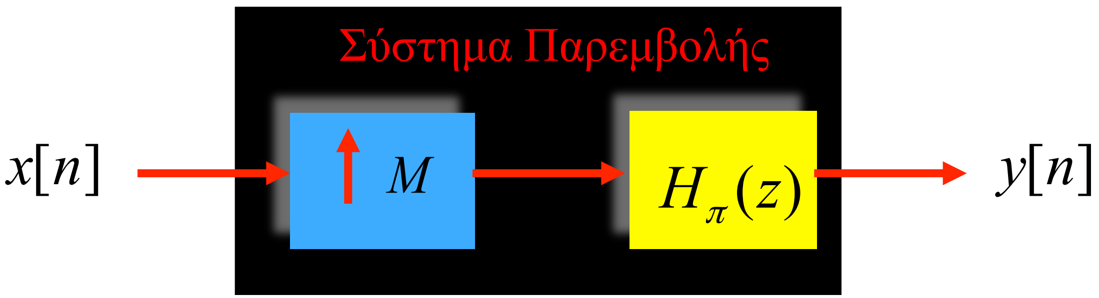
Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση Συστήματος Αποδεκατισμού



Πολυρυθμική Επεξεργασία

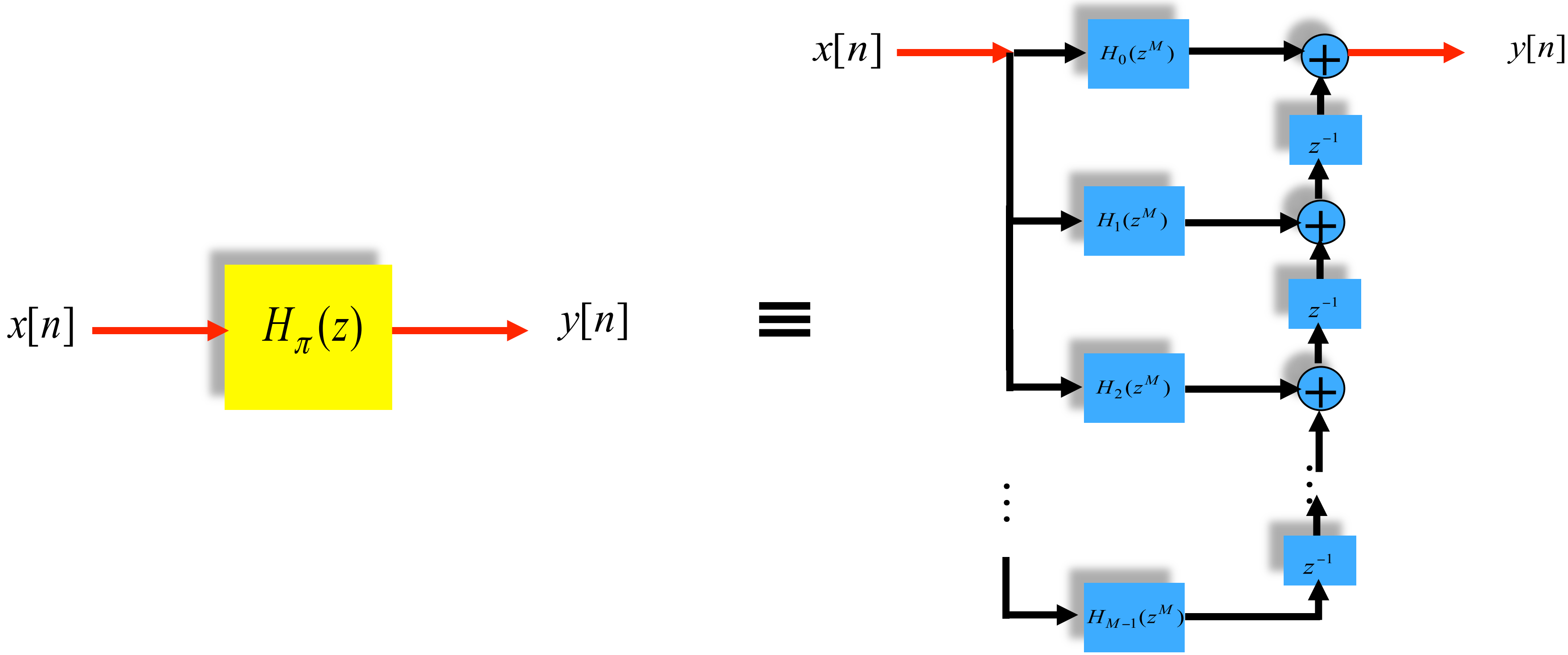
Πολυφασική Αναπαράσταση Συστήματος Παρεμβολής



$$H_\pi(e^{j\omega}) = \begin{cases} M, \ |\omega| \leq \dfrac{\pi}{M} \\ 0, \pi \geq |\omega| > \dfrac{\pi}{M} \end{cases}$$

Πολυρυθμική Επεξεργασία

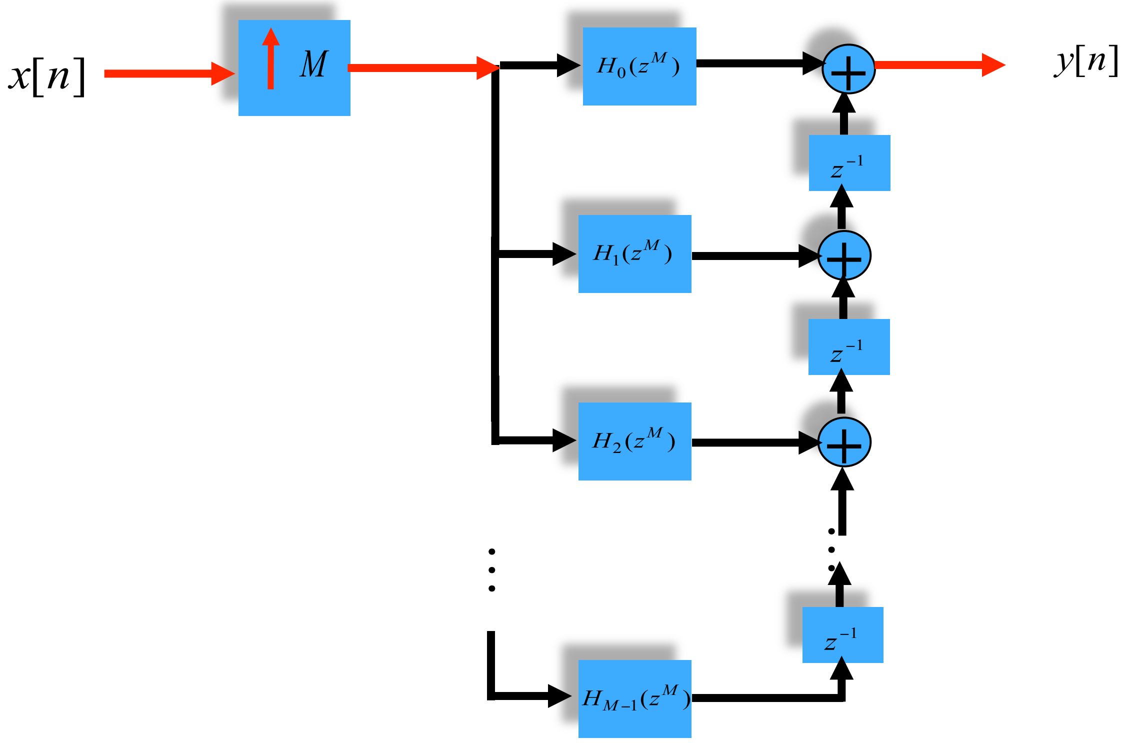
Πολυφασική Αναπαράσταση Φίλτρου Παρεμβολής



Άρα ……

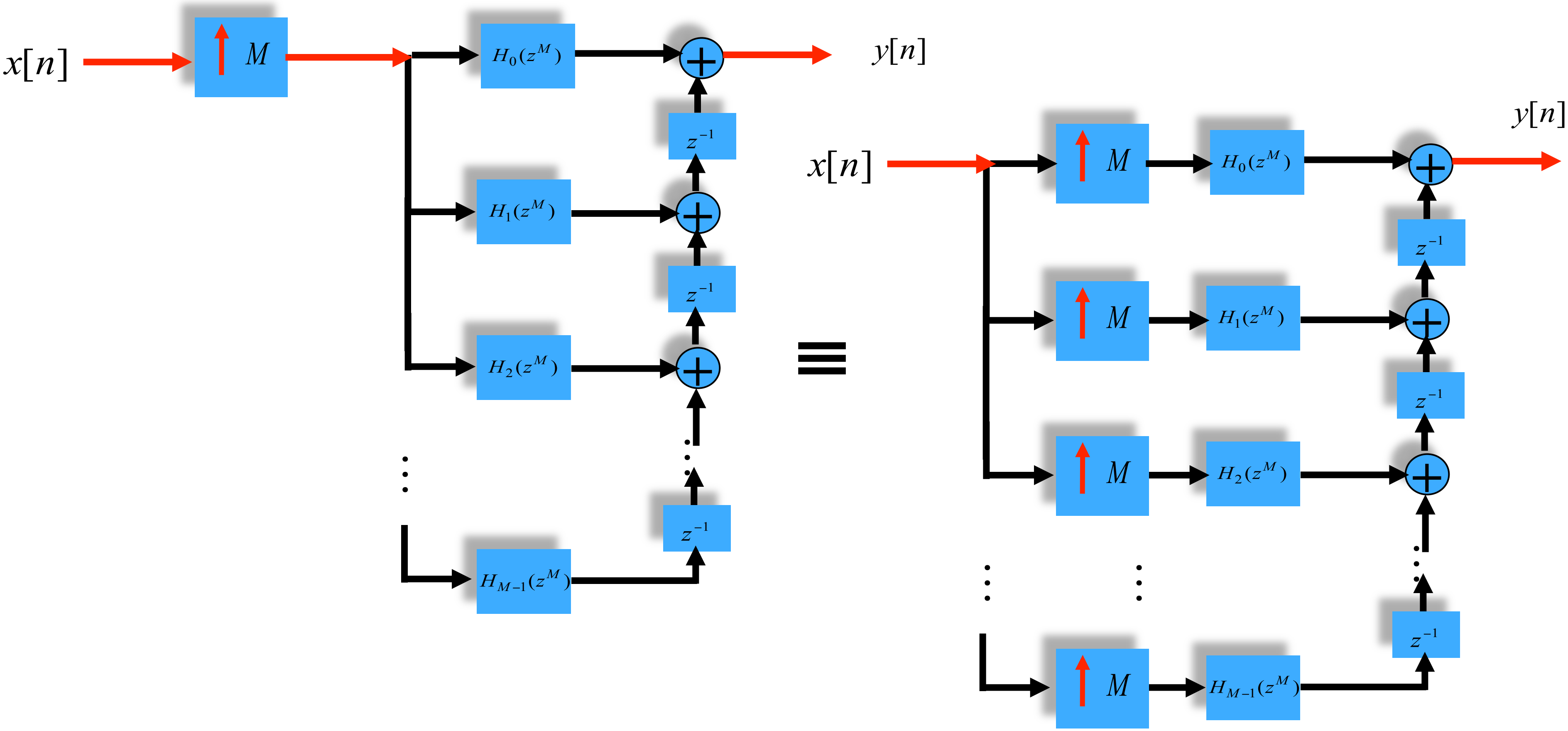
Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση Συστήματος Παρεμβολής



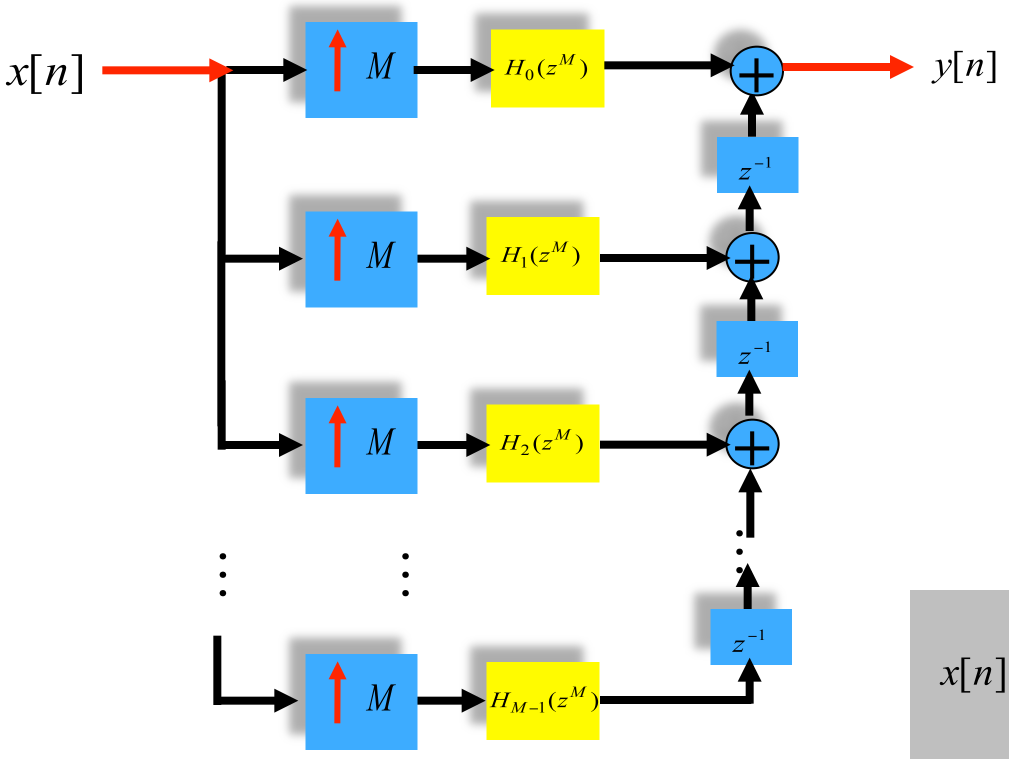
Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση Συστήματος Παρεμβολής

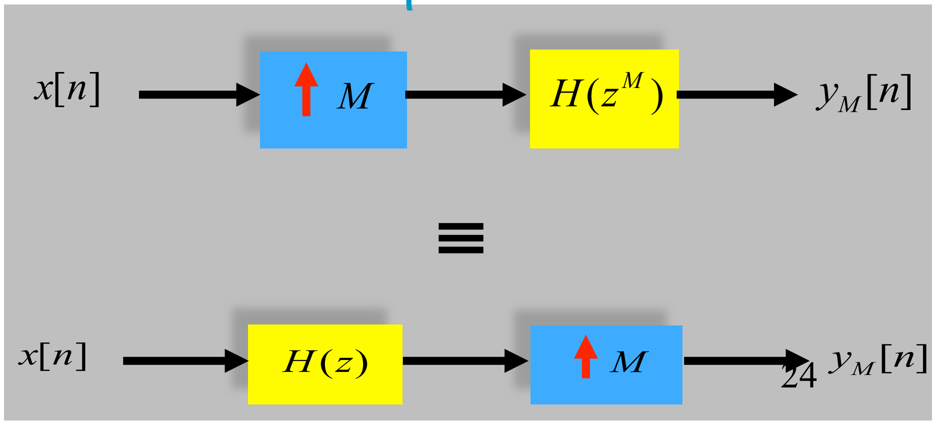


Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση Συστήματος Παρεμβολής

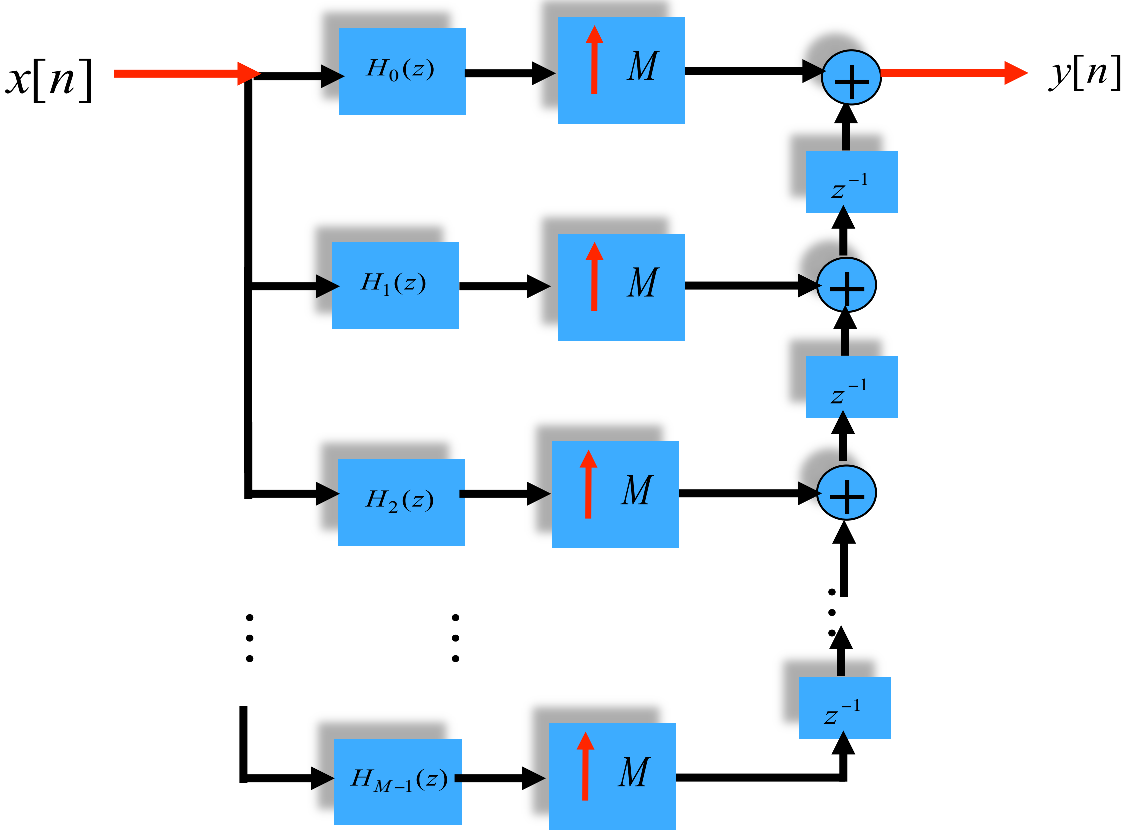


Ταυτότητα Noble



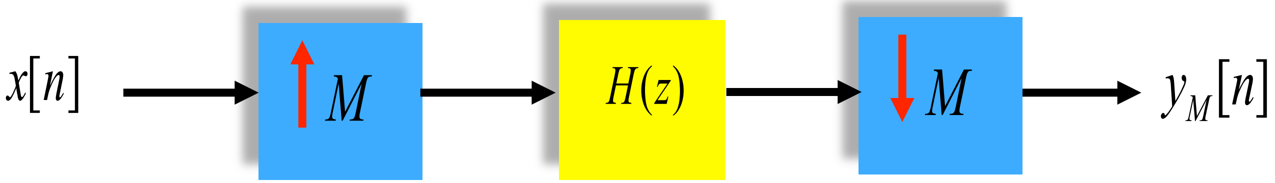
Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση Συστήματος Παρεμβολής



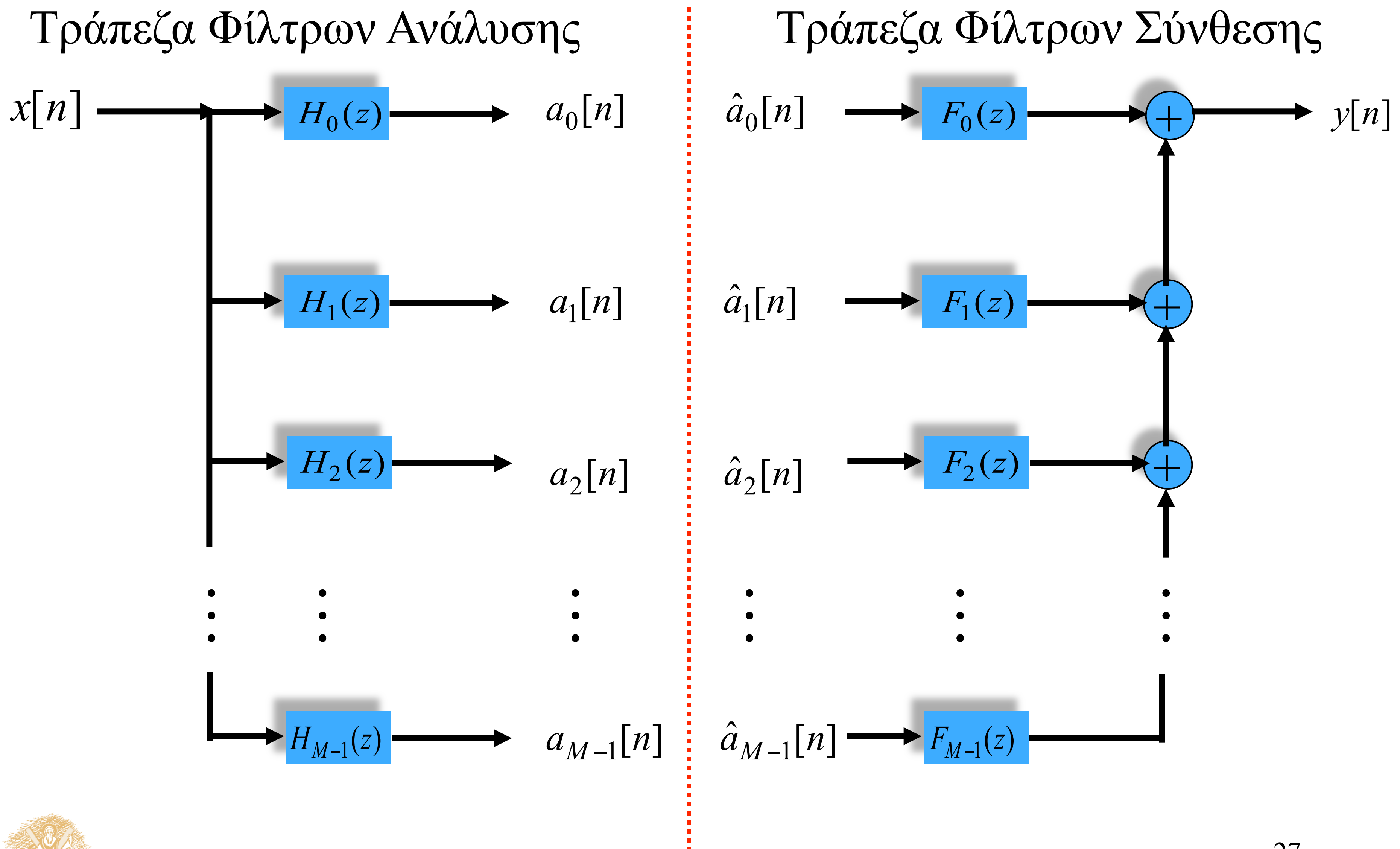
Πολυρυθμική Επεξεργασία

Πολυφασική Αναπαράσταση Συστήματος



Πολυρυθμική Επεξεργασία

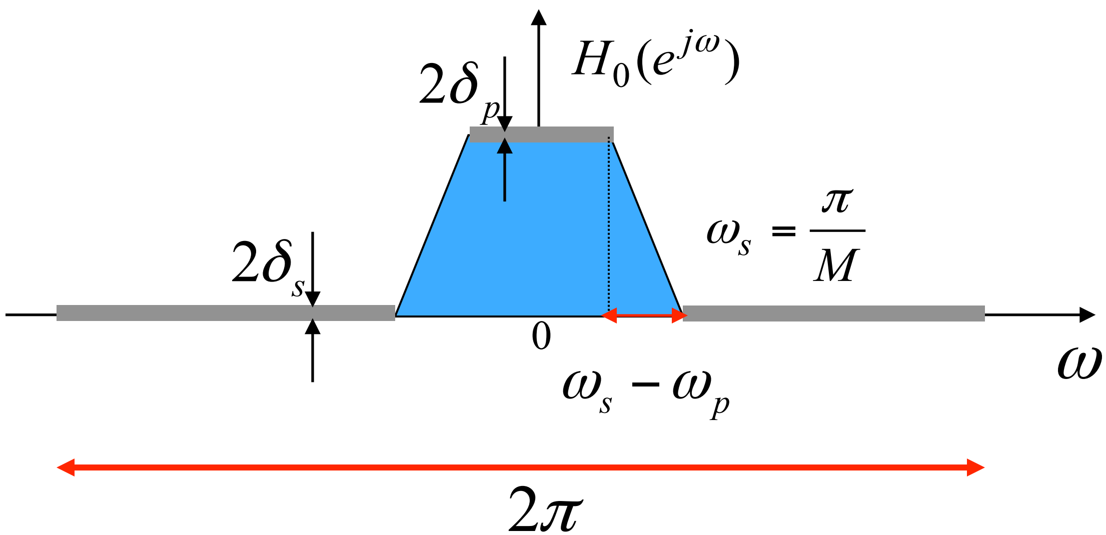
Τράπεζες Φίλτρων



Πολυρυθμική Επεξεργασία

Ομοιόμορφες Τράπεζες Φίλτρων βασισμένες στον ΔΜF

•Προδιαγραφές Πρότυπου IIR Φίλτρου $H_0(e^{j\omega})$



Πολυρυθμική Επεξεργασία

Ομοιόμορφες Τράπεζες Φίλτρων βασισμένες στον ΔMF

•Ορίζουμε τα ακόλουθα φίλτρα:

$$h_k[n] = h_0[n] e^{\frac{j2\pi nk}{M}}, \;\; k = 1, 2, \cdots, M-1$$

Άρα

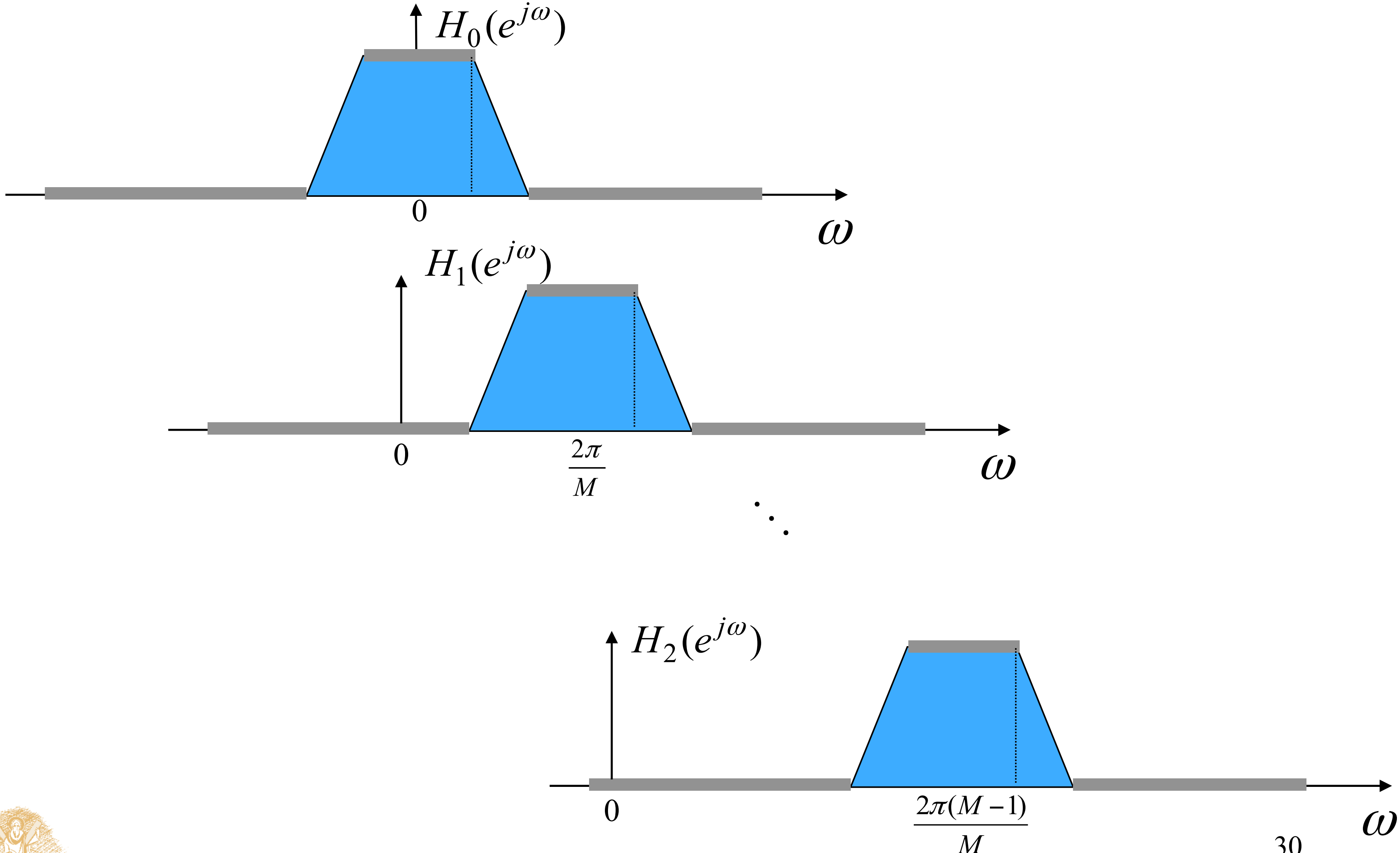
$$H_k(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h_k[n] z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} h_0[n] (z e^{-\frac{j2\pi k}{M}})^{-n}$$

και επομένως

$$H_k(e^{j\omega}) = H_0(e^{j(\omega - \frac{2\pi k}{M})}), k = 1, 2, \cdots, M-1$$

Πολυρυθμική Επεξεργασία

Ομοιόμορφες Τράπεζες Φίλτρων βασισμένες στον ΔΜF



Πολυρυθμική Επεξεργασία

Ομοιόμορφες Τράπεζες Φίλτρων βασισμένες στον ΔΜF

$$H_0(z) = \sum_{k=0}^{M-1} z^{-k} E_k(z^M)$$

Όμως

$$H_k(z) = H_0(ze^{-j\frac{2\pi k}{M}}), k = 1, 2, \cdots, M-1$$

άρα $$H_k(z) = \sum_{l=0}^{M-1} z^{-l} e^{j\frac{2\pi lk}{M}} E_l(z^M)$$

Πολυρυθμική Επεξεργασία

Ομοιόμορφες Τράπεζες Φίλτρων βασισμένες στον ΔMF

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ \vdots \\ H_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & e^{j\frac{2\pi}{M}} & \cdots & e^{j\frac{2\pi(M-1)}{M}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & e^{j\frac{2\pi(M-1)}{M}} & \cdots & e^{j\frac{2\pi(M-1)^2}{M}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_0(z) \\ z^{-1}E_1(z) \\ \vdots \\ z^{-(M-1)}E_{M-1}(z) \end{bmatrix}$$

Πολυρυθμική Επεξεργασία

Ομοιόμορφες Τράπεζες Φίλτρων βασισμένες στον ΔΜF