



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

© Σύστημα Σηματοδότησης
Dual Tone Multiple Frequency

Εμμανουήλ Ζ. Ψαράκης
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Όταν πατάμε το πλήκτρο μιας τηλεφωνικής συσκευής δημιουργείται, όπως φαίνεται στο πίνακα, ένα Dual Tone Multiple Frequency σήμα

DTMF Κωδικοποίηση			
Συχνότητα	1209 Hz	1336 Hz	1477 Hz
697 Hz	1	2	3
770 Hz	4	5	6
852 Hz	7	8	9
941 Hz	*	0	#

$$x(n) = \cos(2\pi 697n/fs) + \cos(2\pi 1336n/fs), \quad n=0,1,2,\dots,N-1$$

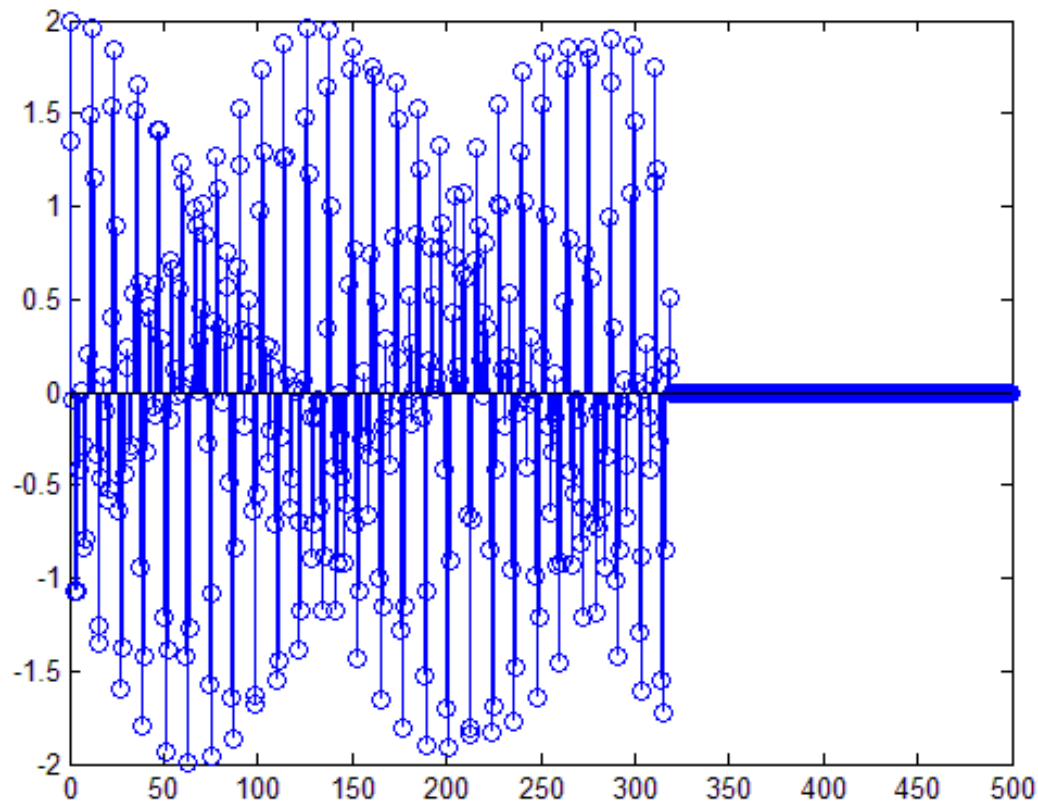
f_s : η *συχνότητα δειγματοληψίας*

N : η *χρονική διάρκεια* (σε πλήθος δειγμάτων) του DTMF σήματος.



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

$$x(n) = \cos(2\pi 697n/fs) + \cos(2\pi 1336n/fs), \quad n=0,1,2,\dots,319.$$



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

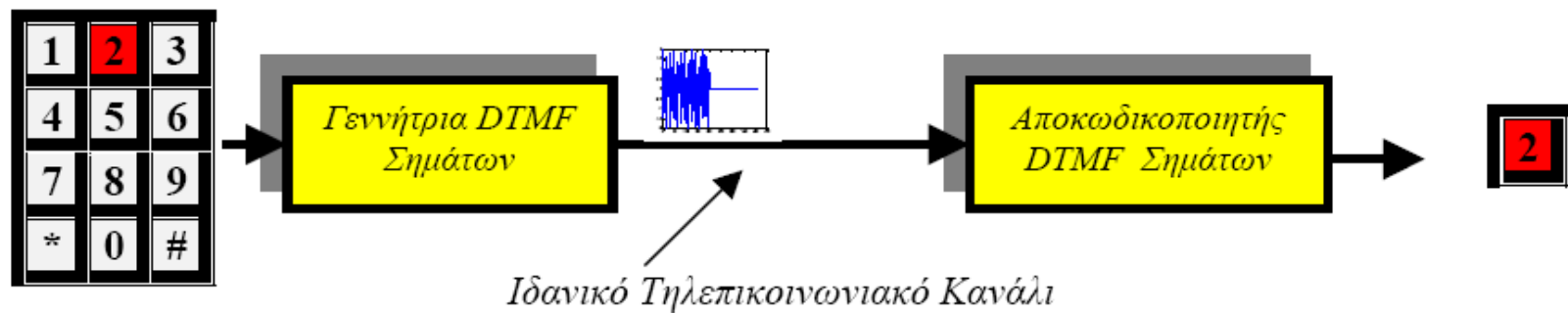
Οι συχνότητες που περιέχονται στον **πίνακα** είναι επιλεγμένες έτσι ώστε:

- καμιά από αυτές να μην είναι πολλαπλάσιο κάποιας άλλης
- το άθροισμα και η διαφορά οποιωνδήποτε από τις παραπάνω συχνότητες να μην παράγει κάποια από τις άλλες συχνότητες που εμφανίζονται στον πίνακα.



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Σχηματικό Διάγραμμα του *συνολικού συστήματος* που θα πρέπει να υλοποιηθεί στα πλαίσια της άσκησης



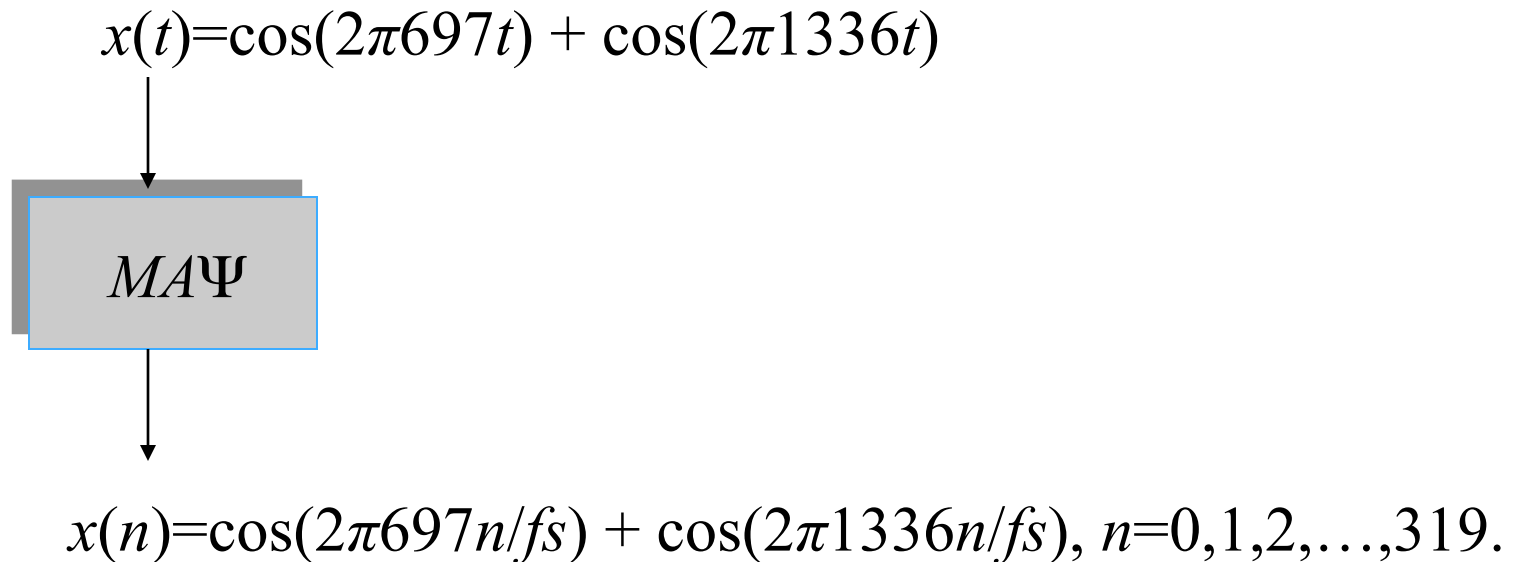
Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

- Η ελάχιστη διάρκεια ενός DTMF σήματος είναι 40ms.
- Επομένως υποθέτοντας ότι η συχνότητα δειγματοληψίας είναι 8 KHz, έχουμε στην διάθεσή μας το πολύ 320 δείγματα για την αποκωδικοποίηση του ψηφίου.



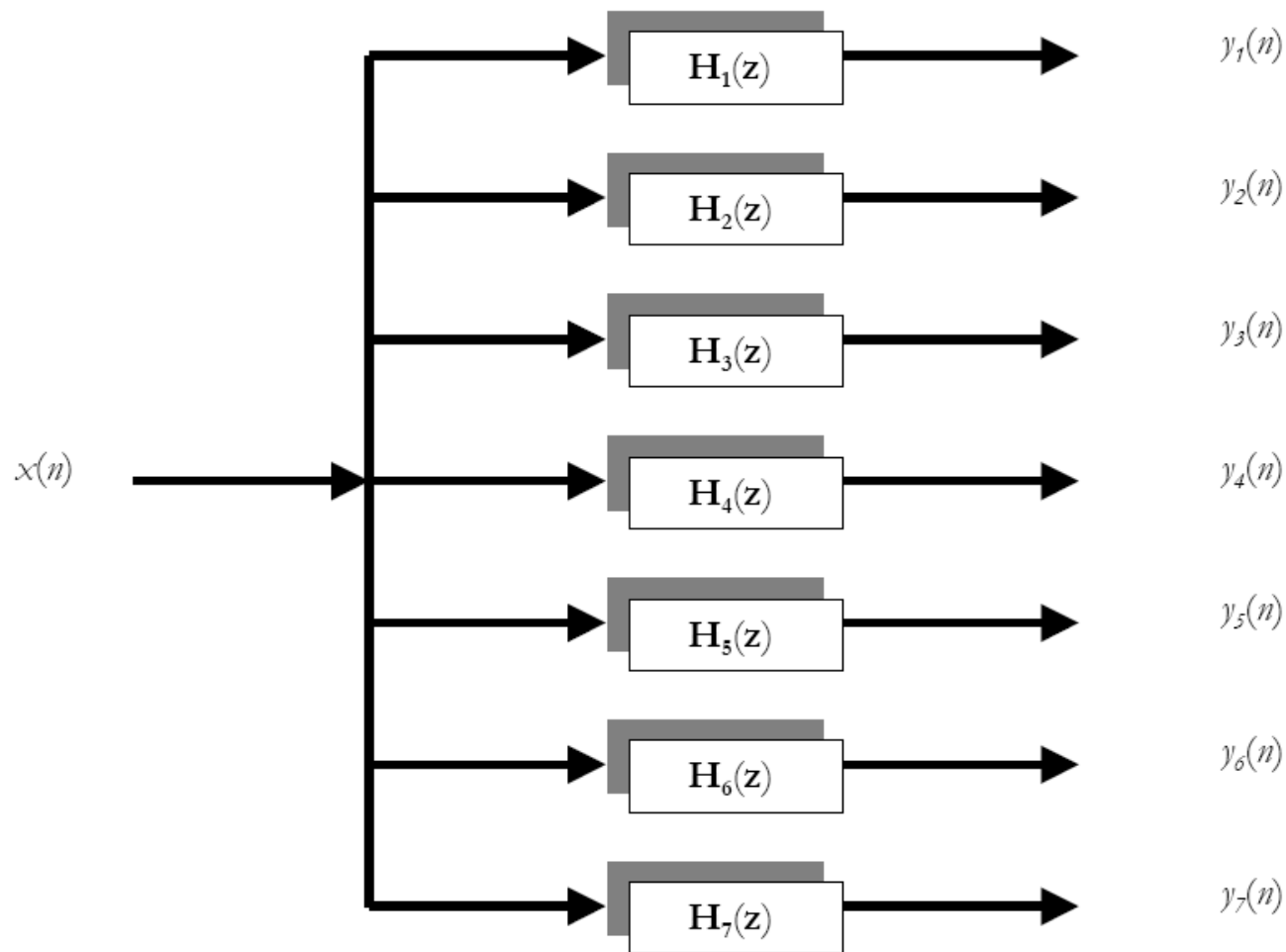
Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Σχηματικό Διάγραμμα *συστήματος Κωδικοποίησης*



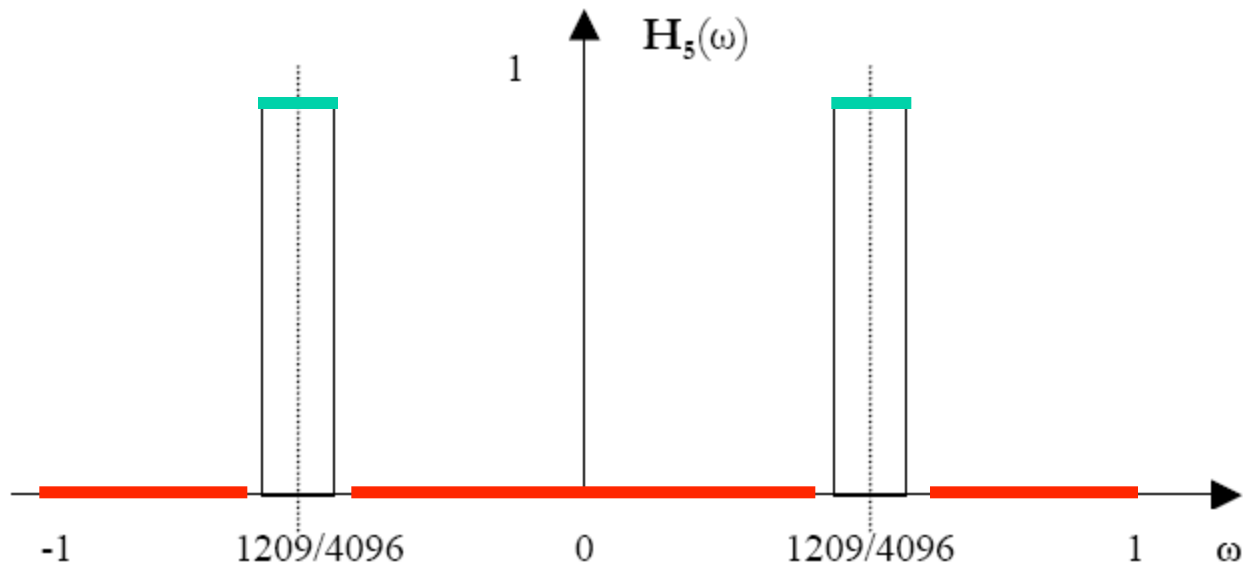
Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Σύστημα Αποκωδικοποίησης με χρήση *Συστοιχίας Φίλτρων (Filter Bank)*.

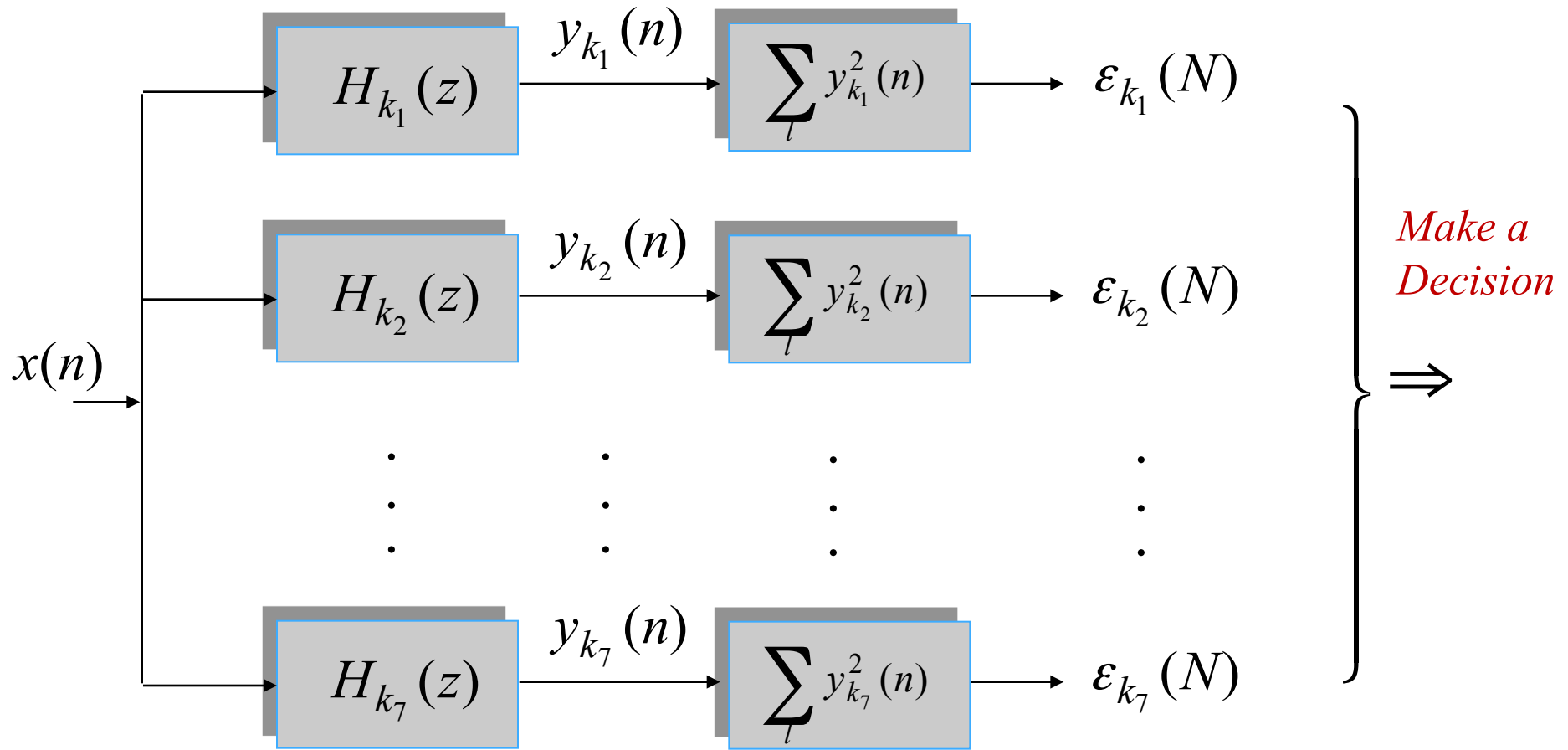


Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

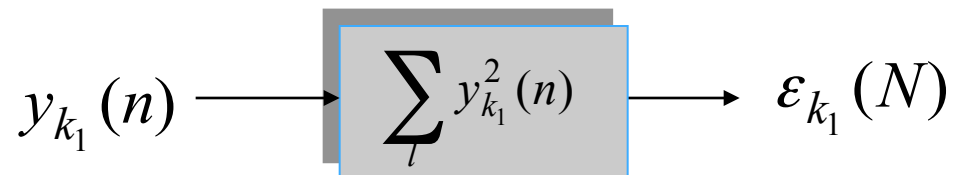
Η *Ιδανική απόκριση συχνότητας* $H_5(\omega)$ του πέμπτου φίλτρου της συστοιχίας θα έχει την ακόλουθη μορφή:



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF



Βασική ιδέα:
$$\epsilon_{k_1}[N] \approx \frac{1}{2\pi} \int_{\omega \in P_{k_1}} |X(e^{j\omega})|^2 d\omega$$



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Για την προσέγγιση των ιδανικών προδιαγραφών μπορείτε να χρησιμοποιήσετε είτε:

- Ζωνοδιαβατά (Bandpass) FIR φίλτρα (**MATLAB**), είτε
- IIR φίλτρα Εγκοπής (συμπληρωματικό) (**MATLAB**).



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Σύστημα Αποκωδικοποίησης με χρήση *Διακριτού Μετασχηματισμού Fourier (DFT)*.

Υλοποίηση του αποκωδικοποιητή χρησιμοποιώντας:

- FFT και
- τον αλγόριθμο του Goertzel

Εκτίμηση της υπολογιστικής πολυπλοκότητας κάθε μίας από τις παραπάνω μεθόδους.



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Σύστημα Αποκωδικοποίησης με χρήση *Διακριτού Μετασχηματισμού Fourier (DFT)*.

$$X[k] = \sum_{l=0}^{N-1} x[l] e^{-\frac{2j\pi kl}{N}}, k = k_1, k_2, \dots, k_{M-1}$$

Πρόβλημα: Το φαινόμενο της διαρροής (Leakage effect)

Αντιμετώπιση με zero padding.

Αντιμετώπιση με την ιδέα του Goertzel.



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Σύστημα Αποκωδικοποίησης με χρήση *Διακριτού Μετασχηματισμού Fourier (DFT)*.

Αλγόριθμος του Goertzel:

Θέλουμε να υπολογίσουμε τα: $X[k] = \sum_{l=0}^{N-1} x[l]e^{-\frac{2j\pi kl}{N}}$, $k = k_1, k_2, \dots, k_{M-1}$

Παρατηρούμε ότι: $e^{\frac{2j\pi kN}{N}} = 1$

$$\text{Άρα: } X[k] = \sum_{l=0}^{N-1} x[l]e^{-\frac{2j\pi kl}{N}} = \sum_{l=0}^{N-1} x[l]e^{\frac{k2j\pi(N-l)}{N}}$$



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

$$y_k[n] = \sum_{l=0}^n x_1[l] e^{\frac{k2j\pi(n-l)}{N}}$$

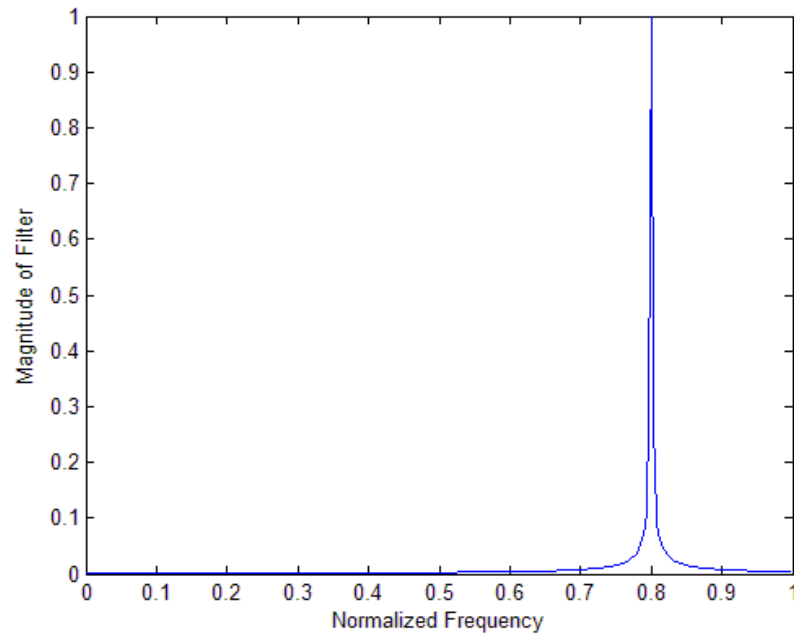
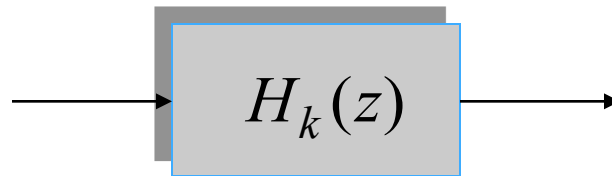
$$x_1[n] = \begin{cases} x[n], & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & 0 > n, n > N-1 \end{cases}$$

$$h_k[n] = \begin{cases} e^{-2j\pi kn/N}, & n \geq 0 \\ 0, & 0 > n \end{cases}$$

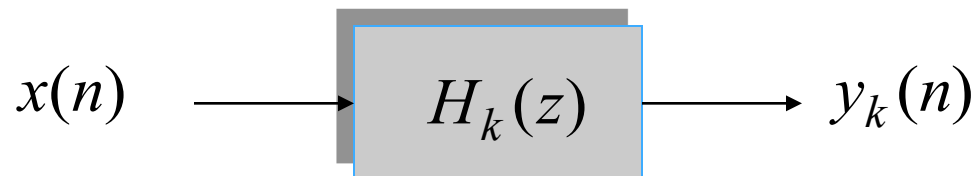
$$H_k(z) = \frac{1}{1 - e^{-2j\pi k/N} z^{-1}}$$



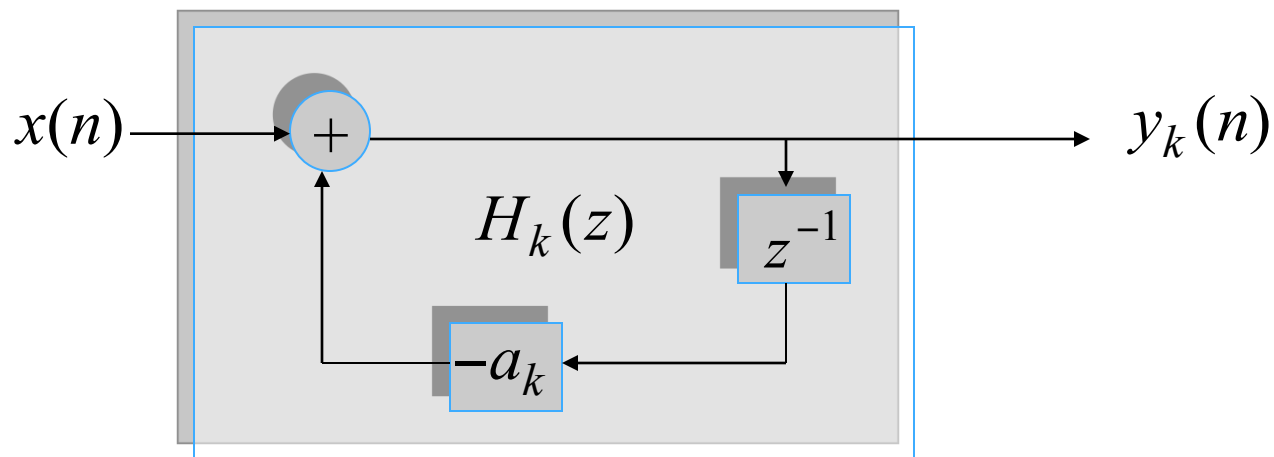
Σύστημα Σηματοδότησης DTMF



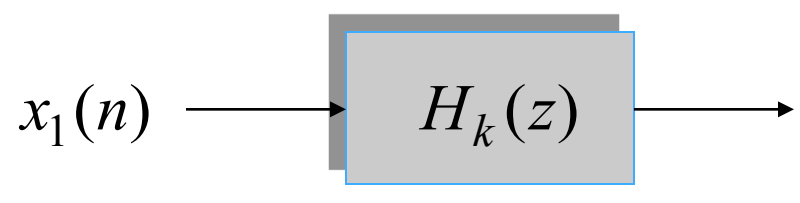
Σύστημα Σηματοδότησης DTMF



$$H_k(z) = \frac{1}{1 - e^{2j\pi k/N} z^{-1}} = \frac{1}{1 - a_k z^{-1}}$$

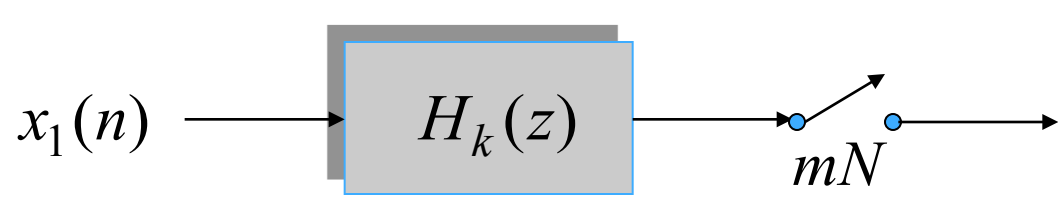


Σύστημα Σηματοδότησης DTMF


$$x_1(n) \longrightarrow H_k(z) \longrightarrow y_k[n] = \sum_{l=0}^n x_1[l] e^{\frac{k2j\pi(n-l)}{N}}$$

Παρατηρούμε ότι: $X[k] = y_k[n] |_{n=mN}$

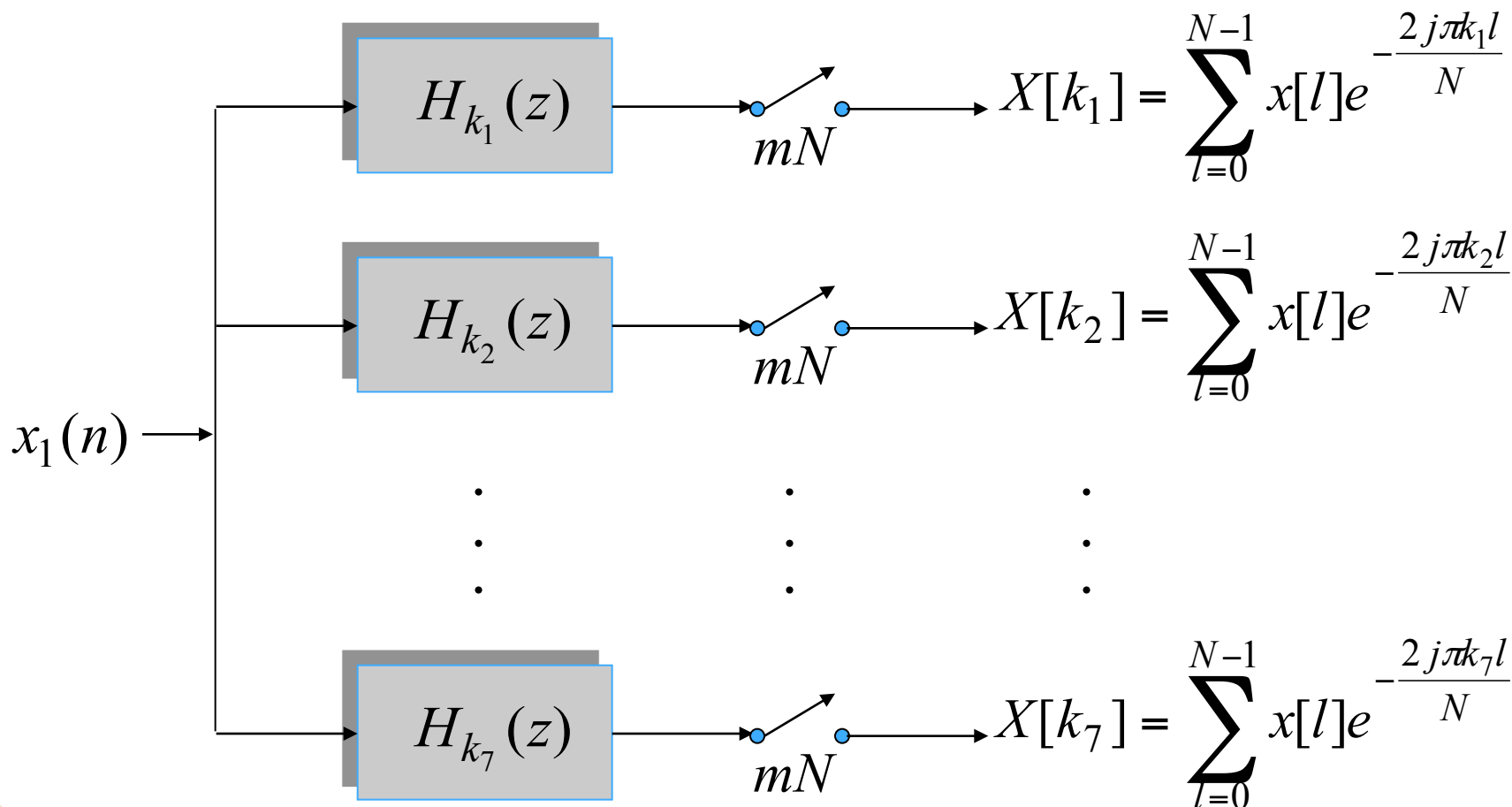
Άρα:


$$x_1(n) \longrightarrow H_k(z) \xrightarrow{mN} X[k] = \sum_{l=0}^{N-1} x[l] e^{-\frac{2j\pi kl}{N}}$$



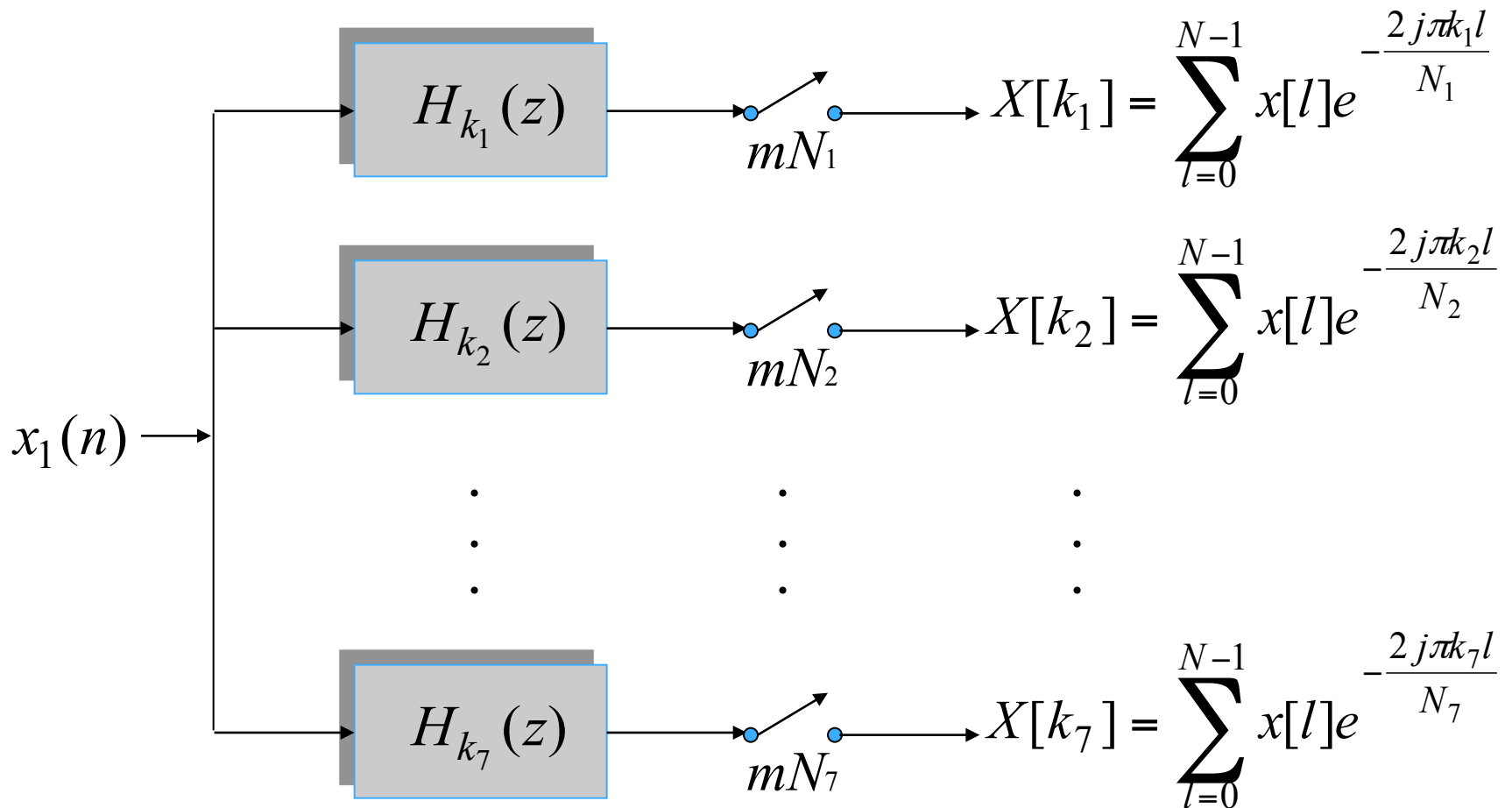
Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Ομοιόμορφη Δειγματοληψία



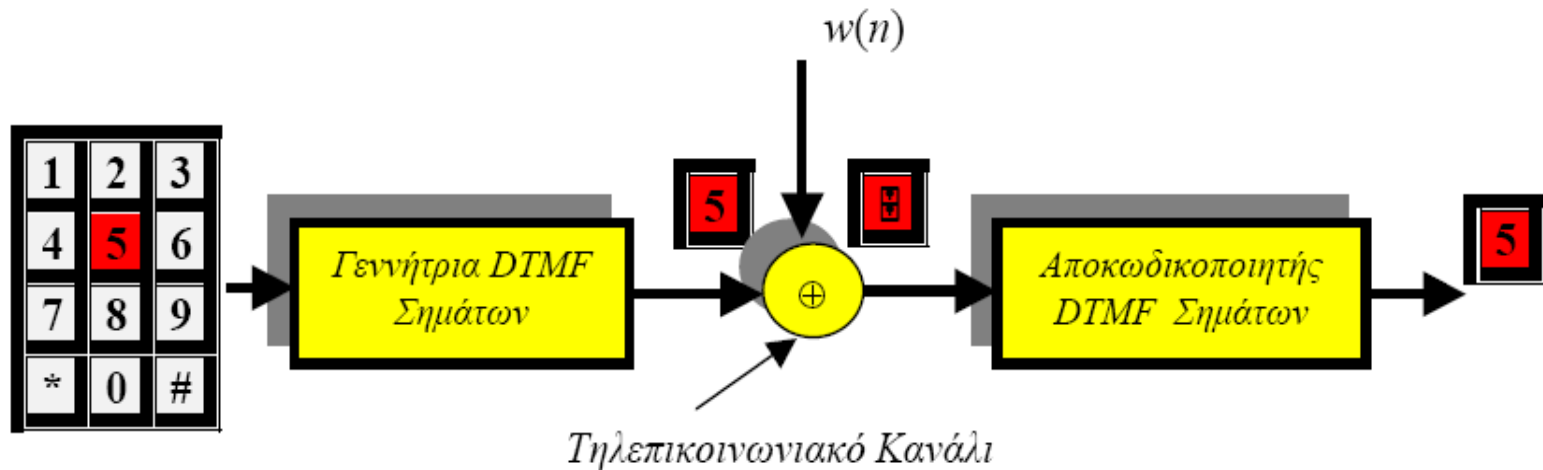
Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Μη-ομοιόμορφη Δειγματοληψία



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Σχηματικό Διάγραμμα του *συνολικού συστήματος* για την περίπτωση AGWN τηλεπικοινωνιακού καναλιού



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Το προσθετικό μοντέλο: $\psi(n) = s(n) + \zeta(n)$

Ας υποθέσουμε επίσης ότι $\zeta(n)$ στατιστικά ανεξάρτητο από το $s(n)$.

Ο λόγος Σήματος προς Θόρυβο:

$$SNR = \gamma = 10 \log_{10} \frac{\sum_{n=0}^{N-1} s^2[n]}{\sum_{n=0}^{N-1} w^2[n]} \text{ dB}$$



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Πρόβλημα

Έστω η χρονοσειρά: $\psi(n) = ae^{j(\omega_0 n + \phi(n))} + w(n), n = 0, 1, \dots, M - 1$
με $\phi(n) \sim U[-\pi, \pi), w(n) \sim N(0, 1/2)$.

Πώς μπορούμε να εκτιμήσουμε το a και το ω_0 ;

Τι γίνεται όταν έχουμε $k > 1$ άγνωστες συχνότητες και πλάτη;



Σύστημα Σηματοδότησης DTMF

Βιβλιογραφία

- Γ. Β. Μουστακίδης, "Βασικές Τεχνικές Ψηφιακής Επεξεργασίας Σημάτων, Εκδόσεις Τζιόλα, 2004.
- Sanjit K. Mitra, "Digital Signal Processing, A Computer-Based Approach," McGraw-Hill, 2004.
- Vinay K. Ingle and John G. Proakis, "Digital Signal Processing Using MATLAB," PWS Publishing Company, 1997.
- Matlab's Tutorial , Mathworks Inc.

