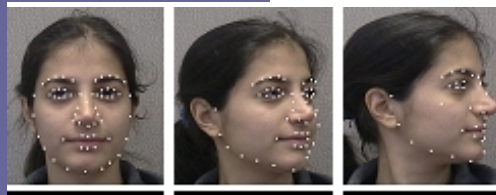


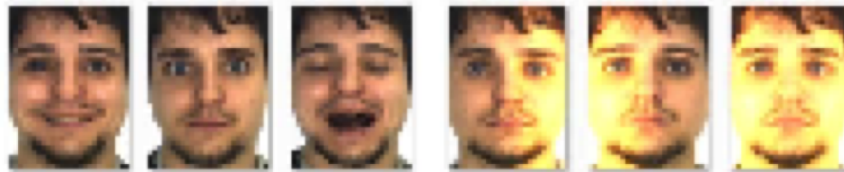
Στοίχιση & Αναγνώριση Προσώπων



ΤΜΗΥΠ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΣΗΜΑΤΩΝ & ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ



Αναγνώριση Προσώπου





Εξαγωγή Χαρακτηριστικών Εικόνας

Αν

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_k, k = 1, 2, \dots, d$$

όπου τα \mathbf{y}_k είναι οι κύριες συνιστώσες (διανύσματα) της εικόνας \mathbf{A} . Δημιουργούμε το μητρώο:

$$\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{N \times d}, \mathbf{B} = [\mathbf{y}_1 \mathbf{y}_2 \dots \mathbf{y}_d]$$

Το οποίο είναι γνωστό ως:

- μητρώο χαρακτηριστικών (feature matrix) ή
- εικόνα χαρακτηριστικών (feature image)

της εικόνας \mathbf{A} .



Το Πρόβλημα της Κατηγοριοποίησης

Για την επίλυση του προβλήματος, πρέπει να ορισθεί μία συνάρτηση μέτρου που θα ποσοτικοποιεί την απόσταση μεταξύ δύο μητρώων χαρακτηριστικών B_i, B_j .

Η ακόλουθη συνάρτηση είναι μία τέτοια πολύ γνωστή μετρική:

$$d(B_i, B_j) = \|B_i - B_j\|_F^2 = \sum_{k=1}^d \|y_k^{(i)} - y_k^{(j)}\|_2^2$$



Το Πρόβλημα της Κατηγοριοποίησης

Έχοντας ορίσει την απόσταση μεταξύ δύο μητρώων χαρακτηριστικών, είναι πολύ εύκολο να λύσουμε το πρόβλημα της κατηγοριοποίησης.

Εστω B_1, B_2, \dots, B_K τα μητρώα χαρακτηριστικών του συνόλου εκπαίδευσης και $C_l, l=1,2,\dots,L$ οι κατηγορίες ανάθεσης. Για να προσδιορίσουμε σε ποιά κατηγορία ανήκει ένα δείγμα B , υπολογίζουμε:

$$d(B, B_{k^*}) = \min_{k=\{1,2,\dots,K\}} d(B, B_k)$$

και αν $B_{k^*} \in C_l$ τότε η τελική απόφαση είναι ότι το $B \in C_{k^*}$



Το Πρόβλημα της Ανακατασκευής

Αν $B = [y_1 y_2 \dots y_d]$ και $U = [x_1 x_2 \dots x_d]$ τότε, $B = AU$ και ας ορίσουμε το ακόλουθο μητρώο:

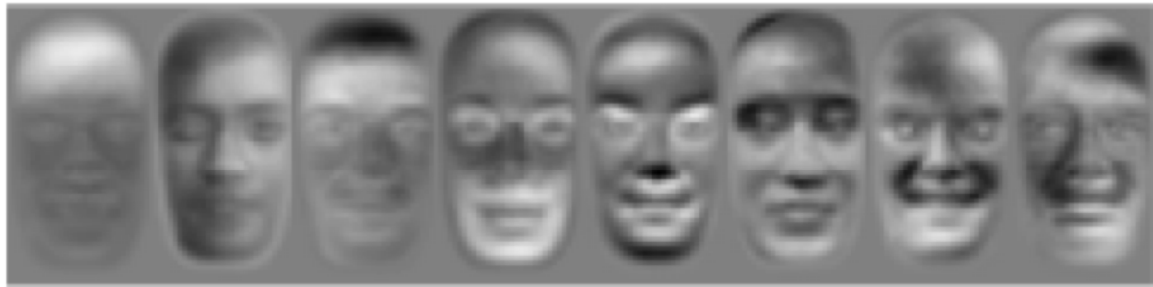
$$\hat{A} = BU^h = \sum_{k=1}^d y_k x_k^h = \sum_{k=1}^d A_k$$

Το παραπάνω μητρώο θα είναι η d τάξης ανακατασκευή της εικόνας A .



Ιδιοπρόσωπα (Eigenfaces)

Αρχική εικόνα



Τα 8 πρώτα ιδιοπρόσωπα

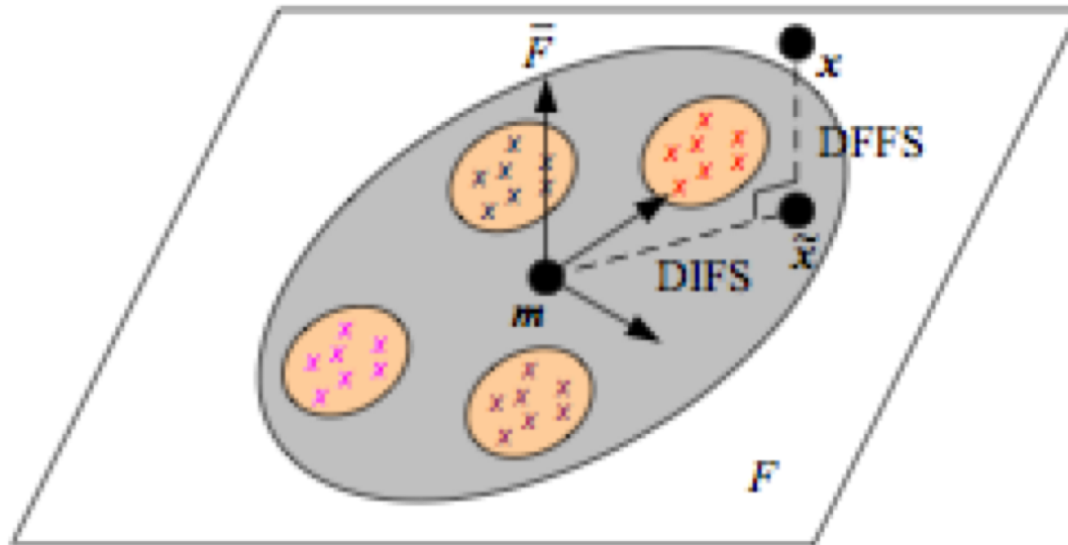
Ανακατασκευασμένη εικόνα



Ανακατασκευασμένη εικόνα
και συμπιεσμένη με JPEG



Ιδιοπρόσωπα (Eigenfaces)





Ιδιοπρόσωπα (Eigenfaces)





Ιδιοπρόσωπα (Eigenfaces)

Μία εικόνα μπορεί να εκφραστεί από την υπέρθεση μίας μέσης εικόνας m_c και ενός αριθμού d -εικόνων \mathbf{q}_i $i=1,2,\dots,d$ οι οποίες ονομάζονται ιδιοπρόσωπα, δηλαδή:

$$\hat{c} = m_c + \sum_{i=1}^d w_i \mathbf{q}_i$$



Ιδιοπρόσωπα (Eigenfaces)

Διαδικασία

1. Έστω I_1, I_2, \dots, I_K οι εικόνες που θα χρησιμοποιήσουμε στη φάση της εκπαίδευσης. Οι εικόνες αυτές θα πρέπει να έχουν κοινό κέντρο και το ίδιο μέγεθος.
2. Εκφράζουμε κάθε εικόνα σε διανυσματική μορφή \mathbf{c}_i , $i = 1, 2, \dots, K$
3. Υπολογίζουμε τη μέση εικόνα χρησιμοποιώντας την ακόλουθη σχέση :

$$m_c = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{c}_i$$



Ιδιοπρόσωπα (Eigenfaces)

4. Αφαιρούμε από κάθε διάνυσμα τη μέση εικόνα:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{c}_i - \mathbf{m}_c, \quad i = 1, 2, \dots, K.$$

5. Υπολογίζουμε το ακόλουθο δειγματικό μητρώο συνδιασπορών:

$$C = VV^T$$

όπου

$$V = [\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 \dots \mathbf{v}_K],$$

ένα $NM \times K$ μητρώο.



Ιδιοπρόσωπα (Eigenfaces)

6. Σκοπός μας είναι να υπολογίσουμε τα ιδιοδιανύσματα:

$$\mathbf{q}_i, \quad i = 1, 2, \dots, NM \text{ του } C.$$

Επειδή $K \ll NM$ το μητρώο C έχει πολύ μεγάλες διαστάσεις και ο απευθείας υπολογισμός των ιδιοδιανυσμάτων του έχει πολύ μεγάλη πολυπλοκότητα.

Για την επίλυση αυτού του προβλήματος, θεωρούμε τον πίνακα $\underline{C} = V^H V$ και υπολογίζουμε τα ιδιοδιανύσματά του $\mathbf{p}_i, i = 1, 2, \dots, K$.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονίσουμε ότι οι διαστάσεις του νέου μητρώου είναι πολύ μικρότερες από αυτές του C , ο υπολογισμός των ιδιοδιανυσμάτων του μητρώου \underline{C} είναι πολύ πιο οικονομικός.



Ιδιοπρόσωπα (Eigenfaces)

α. Είναι πολύ εύκολο να επιβεβαιώσουμε ότι κάθε ζεύγος ιδιοδιανυσμάτων ($i = 1, 2, \dots, K$) των δύο μητρώων, συνδέεται με την ακόλουθη σχέση :

$$q_i = Vp_i, i=1, 2, \dots, K.$$

β. Επίσης είναι πολύ εύκολο να αποδείξουμε ότι οι ιδιοτιμές των μητρώων C και \underline{C} ταυτίζονται.

7. Στο τελευταίο βήμα, κρατάμε τα d **ιδιοδιανύσματα** που αντιστοιχούν στις d μεγαλύτερες ιδιάζουσες τιμές, τα οποία ονομάζονται **ιδιοπρόσωπα** (eigenfaces).



Ιδιοπρόσωπα (Παράδειγμα)

Μικρό Δείγμα εικόνων που χρησιμοποιήσαμε στη φάση της εκπαίδευσης.





Ιδιοπρόσωπα (Παράδειγμα)

Η Μέση εικόνα:





Ιδιοπρόσωπα (Παράδειγμα)

Εικόνες μετά την αφαίρεση της Μέσης εικόνας:





Ιδιοπρόσωπα (Eigenfaces)

Το Πρόβλημα της Αναγνώρισης Εικόνας με χρήση των Ιδιοπροσώπων

Έχοντας στη διάθεσή μας τα d ιδιοδιανύσματα από το τελευταίο βήμα της προηγούμενης διαφάνειας, κάθε εικόνα του συνόλου εκπαίδευσης μπορεί να εκφραστεί ως ακολούθως:

$$\mathbf{w}_i = [w_{i1} \ w_{i2} \ \cdots \ w_{id}]^T, \ i=1, 2, \cdots, K$$

όπου $w_{ij} = \mathbf{q}_j^h \mathbf{v}_i$.



Ιδιοπρόσωπα (Eigenfaces)

Ας ορίσουμε τέλος το $W = [\mathbf{w}_1 \ \mathbf{w}_2 \ \cdots \ \mathbf{w}_K]^T$.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι μας δίδεται η διανυσματική αναπαράσταση \mathbf{c} μιας εικόνας, που έχει κοινό κέντρο με τις εικόνες του συνόλου εκπαίδευσης.

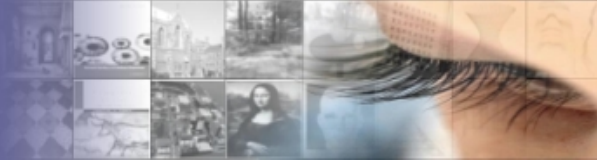
Τότε, η διαδικασία που θα ακολουθήσουμε για την αναγνώρισή της είναι η ακόλουθη:

1. Υπολογίζουμε το διάνυσμα

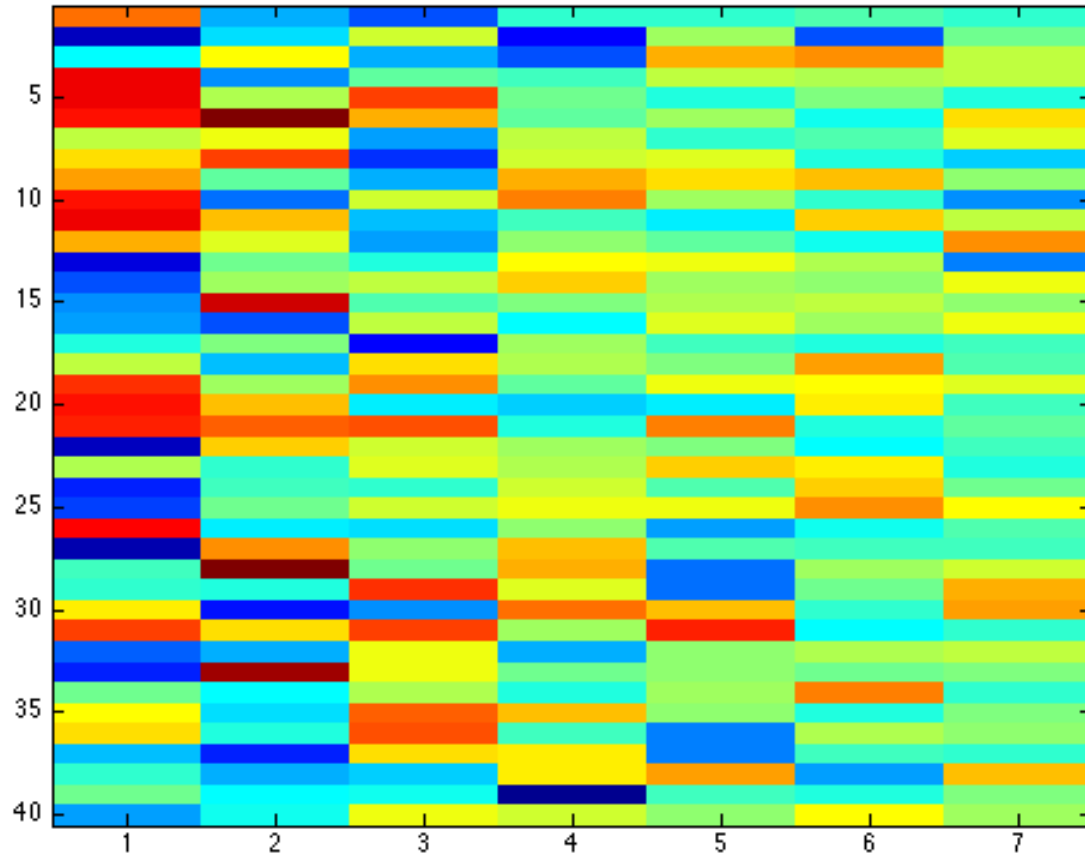
$$\mathbf{v} = \mathbf{c} - \mathbf{m}_c$$

2. Το παραπάνω διάνυσμα το προβάλλουμε στο χώρο των ιδιοδιανυσμάτων:

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{q}_i^h \mathbf{v}, \ i=1, 2, \cdots, d$$



Ιδιοπρόσωπα (Παράδειγμα)





Ιδιοπρόσωπα (Eigenfaces)

3. Δημιουργούμε το διάνυσμα:

$$\mathbf{w}_v = [w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_d]^t$$

και υπολογίζουμε το ελάχιστο στοιχείο του ακόλουθου διανύσματος :

$$e_i^\star = \min \|\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_v\|^2, \ i \in \{1, 2, \dots, K\}$$

όπου \mathbf{w}_i είναι η i -στη στήλη του μητρώου W^T .



Ιδιοπρόσωπα (Eigenfaces)

4. Τέλος, η εικόνα c ταξινομείται ως η εικόνα c_i^* από το σύνολο εκπαίδευσης.

Επιχειρηματολογήστε αν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε για το σκοπό μας, το μέγιστο στοιχείο του ακόλουθου διανύσματος:

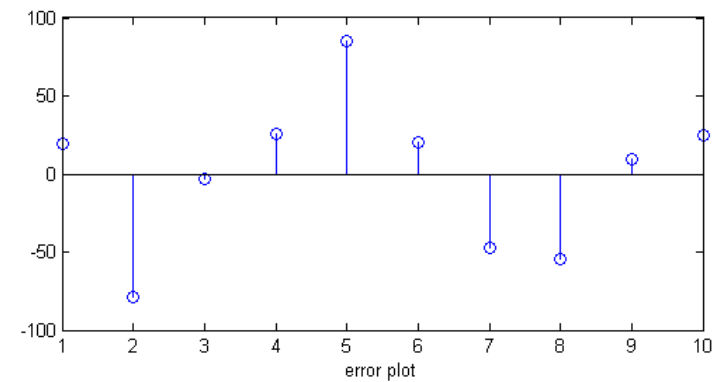
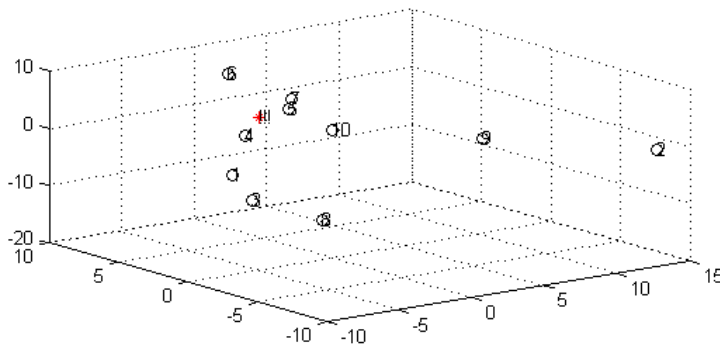
$$e_i^* = \max W w_v, i \in \{1, 2, \dots, K\}$$

όπου, όπως εύκολα μπορούμε να δούμε, σε κάθε στοιχείο του διανύσματος εκφράζεται η συσχέτιση του διανύσματος w_v με τις χαμηλών τάξεων αναπαραστάσεις των εικόνων του συνόλου εκπαίδευσης.



Ιδιοπρόσωπα (Παράδειγμα)

Αποτέλεσμα αναγνώρισης



Query Image



Recognized Image