ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

- Διαφορική Παλμοκωδική Διαμόρφωση (DPCM)

Εμμανουήλ Ζ. Ψαράκης
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

Προεπισκόπηση

Διαφορική Παλμοκωδική Διαμόρφωση (DPCM)

- Η DPCM ως γενίκευση της Διαμόρφωσης Δέλτα
- Φίλτρα Πρόβλεψης (FP) και Διαφορική Παλμοκωδική Διαμόρφωση (DPCM)
- Φίλτρα Πρόβλεψης προς τα εμπρός (FPF)
- Φίλτρα Πρόβλεψης προς τα πίσω (BPF)
- Αυτοπαλινδομούμενες Διαδικασίες (AR)
- Αλγόριθμος Durbin-Levinson

Διαμόρφωση Δέλτα

Βασική Ιδέα:

Γειτονικά δείγματα που προκύπτουν από την δειγματοληψία των σημάτων ομιλίας, εικόνας ή video εμφανίζουν υψηλή συσχέτιση. Δηλαδή, κατά μέσο όρο, οι τιμές του σήματος δεν μεταβάλλονται απότομα από δείγμα σε δείγμα, με αποτέλεσμα η διαφορά των τιμών γειτονικών δειγμάτων να έχει διασπορά πολύ μικρότερη από την διασπορά των τιμών του σήματος.

Διαμόρφωση Δέλτα

Υποθέστε ότι έχουμε στην διάθεση μας ένα στάσιμο σήμα $m(n)$ μηδενικής μέσης τιμής με ακολουθία αυτοσυσχέτισης $r_m(k)$.

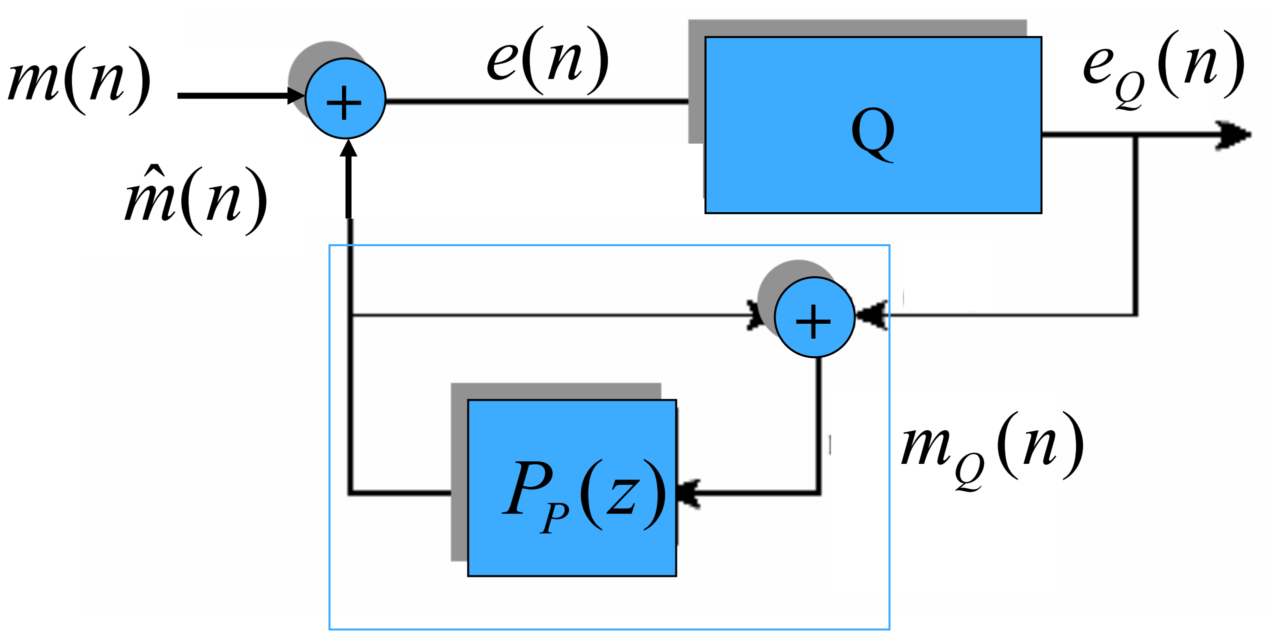
Θεωρείστε ότι επιθυμούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα σύστημα πρόβλεψης τιμών του σήματος, πρώτης τάξης.

Υπολογίστε τη διασπορά του σφάλματος πρόβλεψης. Κάτω από ποιες προϋποθέσεις η διασπορά του σφάλματος είναι μικρότερη από τη διασπορά του σήματος;

Ελαχιστοποιείστε την διασπορά του σφάλματος πρόβλεψης, ως προς τις παραμέτρους του συστήματος, και βρείτε την ελάχιστη τιμή της.

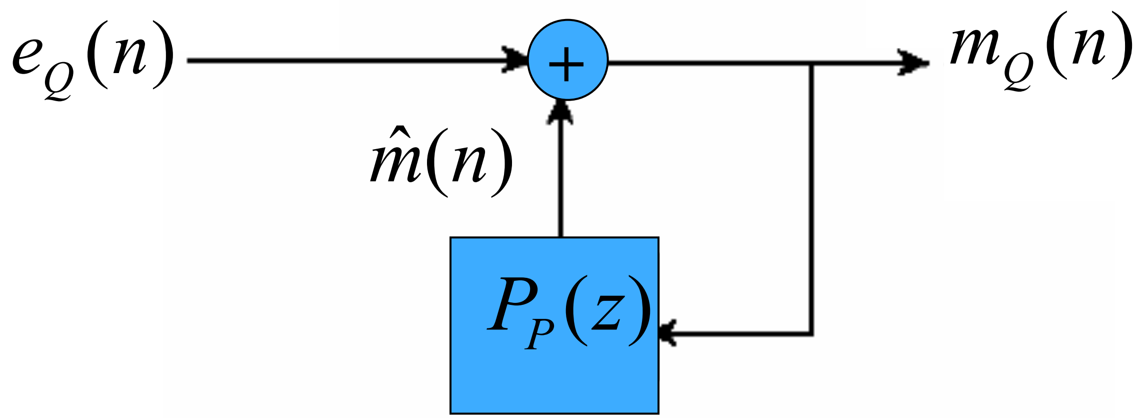
Γενίκευση της Διαμόρφωσης Δέλτα:DPCM

Διαμορφωτής:



Γενίκευση της Διαμόρφωσης Δέλτα:DPCM

Αποδιαμορφωτής:



Φίλτρα Πρόβλεψης

Πρόβλεψη προς τα Πίσω (BPF)

$\hat{u}(n \mid U_n)$

Δεδομένα: $$\underbrace{u(n-P)\ \overbrace{u(n-P+1)\ \cdots\ u(n-1)}}_{U_{n-1}}\!\!\overbrace{\ u(n)}^{U_n}$$

$\hat{u}(n \mid U_{n-1})$

Πρόβλεψη προς τα Εμπρός (FPF)

Φίλτρα Πρόβλεψης

Φίλτρα Πρόβλεψης προς τα Πίσω (BPF)

Πρόβλεψη: $\hat{u}(n-P\,|\,U_n) = f^B(U_n, n)$

Σφάλμα Πρόβλεψης: $e_B^P(n) = u(n-P) - \hat{u}(n-P\,|\,U_n)$

Γραμμικά Φίλτρα Πρόβλεψης προς τα Πίσω (BPF)

$$\hat{u}(n-P\,|\,U_n) = \sum_{k=1}^{P} b_n(k)\,u(n-P+k)$$

$$\hat{u}(n-P\,|\,U_n) = \sum_{k=1}^{P} b(k)\,u(n-P+k)$$

Φίλτρα Πρόβλεψης

Φίλτρα Πρόβλεψης προς τα Εμπρός (FPF)

Πρόβλεψη: $\hat{u}(n \mid U_{n-1}) = f^{F}(U_{n-1}, n)$

Σφάλμα Πρόβλεψης: $e_F^P(n) = u(n) - \hat{u}(n \mid U_{n-1})$

Γραμμικά Φίλτρα Πρόβλεψης προς τα Εμπρός (FLP)

$$\hat{u}(n \mid U_{n-1}) = \sum_{k=1}^{P} f_n(k) u(n-k)$$

$$\hat{u}(n \mid U_{n-1}) = \sum_{k=1}^{P} f(k) u(n-k)$$

Γραμμικά Φίλτρα Πρόβλεψης

Γραμμικά Φίλτρα Πρόβλεψης προς τα Εμπρός (FLP)

$$\hat{u}(n \mid U_{n-1}) = U_{n-1}^{t}\mathbf{f}_{P}$$

$$e_{F}^{P}(n) = u(n) - \hat{u}(n \mid U_{n-1}) = u(n) - U_{n-1}^{t}\mathbf{f}_{P}$$

Ελαχιστοποίηση της Διασποράς του Σφαλματος Πρόβλεψης:

$$\min_{\mathbf{f}_P} \mathsf{E}\{(e_{F}^{P}(n))^{2}\}$$

Γραμμικά Φίλτρα Πρόβλεψης

ή Ισοδύναμα:

$$\min_{\mathbf{f}_P} E\{(u(n)-\hat{u}(n\,|\,U_{n-1}))^2\} \equiv \min_{\mathbf{f}_P} E\{(u(n)-U_{n-1}^t\mathbf{f}_P)^2\}$$

$$E\{U_{n-1}U_{n-1}^t\}\mathbf{f}_P = E\{u(n)U_{n-1}\}$$

Υπόθεση Στασιμότητας (ευρεία έννοια)

Εξισώσεις Wiener-Hopf

Γραμμικά Φίλτρα Πρόβλεψης

Σχέση FLP και BLP

•Αυτοπαλινδομούμενες Διαδικασίες (AR)

$$u(n) + a_1 u(n-1) + \cdots + a_P u(n-P) = w(n)$$

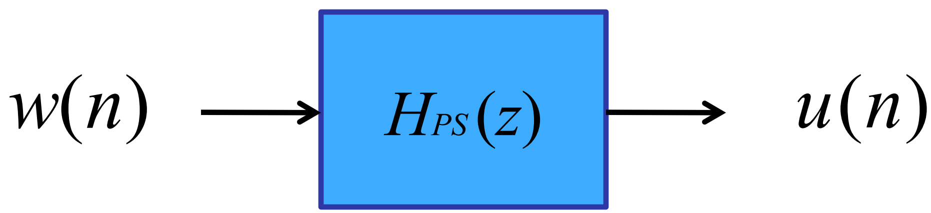
$w(n)$: Λευκός θόρυβος

•Αλγόριθμος Durbin-Levinson

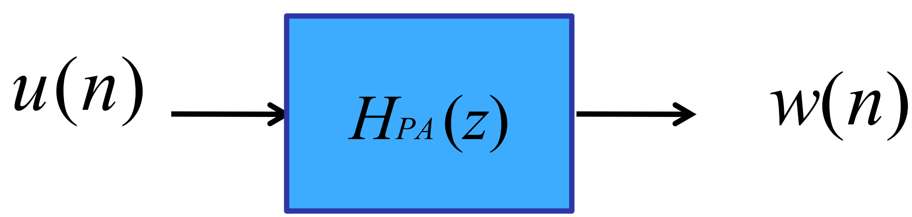
Γραμμικά Φίλτρα Πρόβλεψης

Αυτοπαλινδρομούμενες Διαδικασίες

- Σύστημα Σύνθεσης Διαδικασίας (*Process Synthesizer*)



- Σύστημα Ανάλυσης Διαδικασίας (*Process Analyzer*)



Γραμμικά Φίλτρα Πρόβλεψης

Αυτοπαλινδρομούμενες Διαδικασίες-Yule Walker Equations

Υπολογισμός Ακολουθίας Συσχέτισης:

$$u(n-m)[\{u(n)+a_1u(n-1)+\cdots+a_Pu(n-P)]=u(n-m)w(n)$$

$$E\{u(n-m)[\{u(n)+a_1u(n-1)+\cdots+a_Pu(n-P)]\}=E\{u(n-m)w(n)\}$$

Υπόθεση Στασιμότητας (ευρεία έννοια) ...

Γραμμική Εκτίμηση Τυχαίων Σημάτων

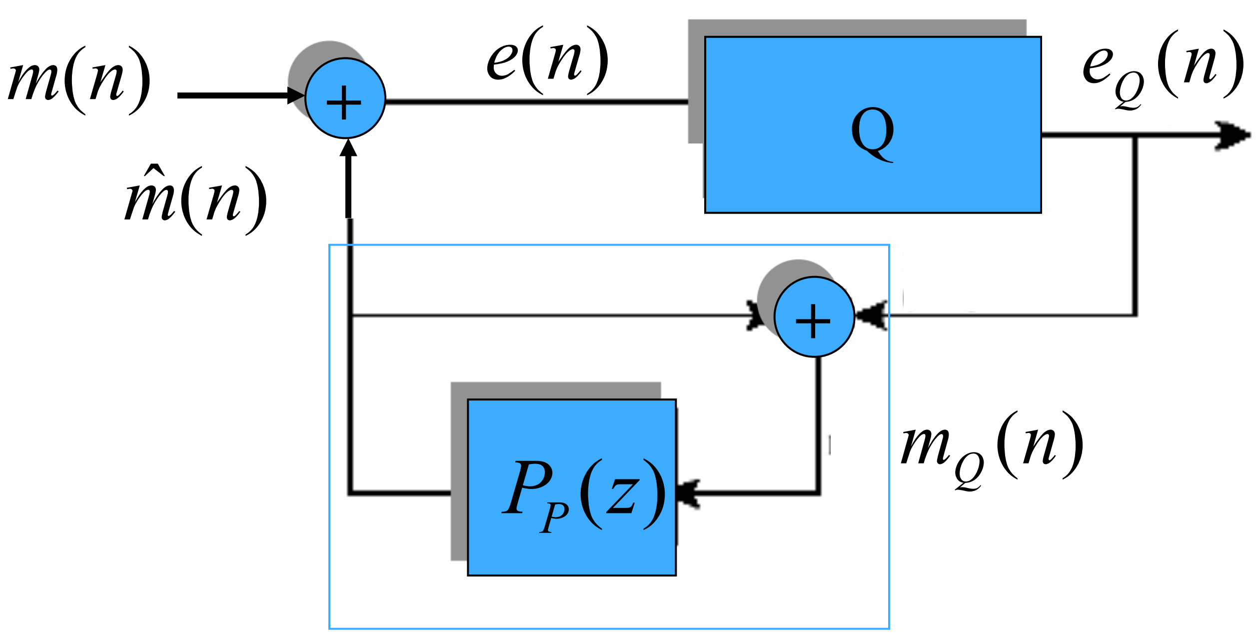
Ο Αλγόριθμος του Levinson

$$\hat{u}(n\,|\,\mathrm{U}_{n-1}) = \sum_{k=1}^{P} f(k)u(n-k)$$

$$\mathbf{R}_P = \begin{bmatrix} r_{uu}(0) & r_{uu}(1) & \cdots & r_{uu}(P) \\ r_{uu}(1) & r_{uu}(0) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & r_{uu}(1) \\ r_{uu}(P) & \cdots & r_{uu}(1) & r_{uu}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ f(1) \\ \vdots \\ f(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_f^P \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Εξισώσεις Wiener-Hopf: $\mathbf{R}_P f_P = \varepsilon_p u_1$

Γενίκευση της Διαμόρφωσης Δέλτα:DPCM



Βρείτε τις κανονικές εξισώσεις που προκύπτουν από την ελαχι-στοποίηση της διασποράς του σφάλματος πρόβλεψης.

Γενίκευση της Διαμόρφωσης Δέλτα:DPCM

Υποθέσεις:

• Η ακολουθία εισόδου $\{m[n]\}$ είναι στάσιμη (με την ευρεία έννοια).

•Οι ακολουθίες εισόδου $\{m[n]\}$ και σφαλμάτων κβάντισης $\{q_e[n]\}$ είναι ασυσχέτιστες.

•Η ακολουθία σφαλμάτων $\{q_e[n]\}$ είναι μία διαδικασία λευκού θορύβου.

Γενίκευση της Διαμόρφωσης Δέλτα:DPCM

Παίρνοντας υπόψη σας τις Υποθέσεις,

απλοποιείστε τις κανονικές εξισώσεις.

Τι παρατηρείτε;

Τι θα άλλαζε στην ανάλυσή σας αν η δεύτερη υπόθεση αντικατα-σταθεί από την ακόλουθη;

Εναλλακτική Υπόθεση:

- Οι ακολουθίες εισόδου $\{m[n]\}$ και σφαλμάτων κβάντισης $\{q_e[n]\}$ είναι ορθογώνιες;

Η παραπάνω υπόθεση περιορίζει ή όχι την κλάση των ακολουθιών εισόδου;

Κάτω από ποιές προϋποθέσεις οι δύο υποθέσεις είναι ισοδύναμες;

Γενίκευση της Διαμόρφωσης Δέλτα:DPCM

Παίρνοντας υπόψη σας τις Υποθέσεις,

•Υπολογίστε την αναμενόμενη τιμή της προς τα εμπρός πρόβλεψης.

Δοθείσης της πρώτης Υπόθεσης:

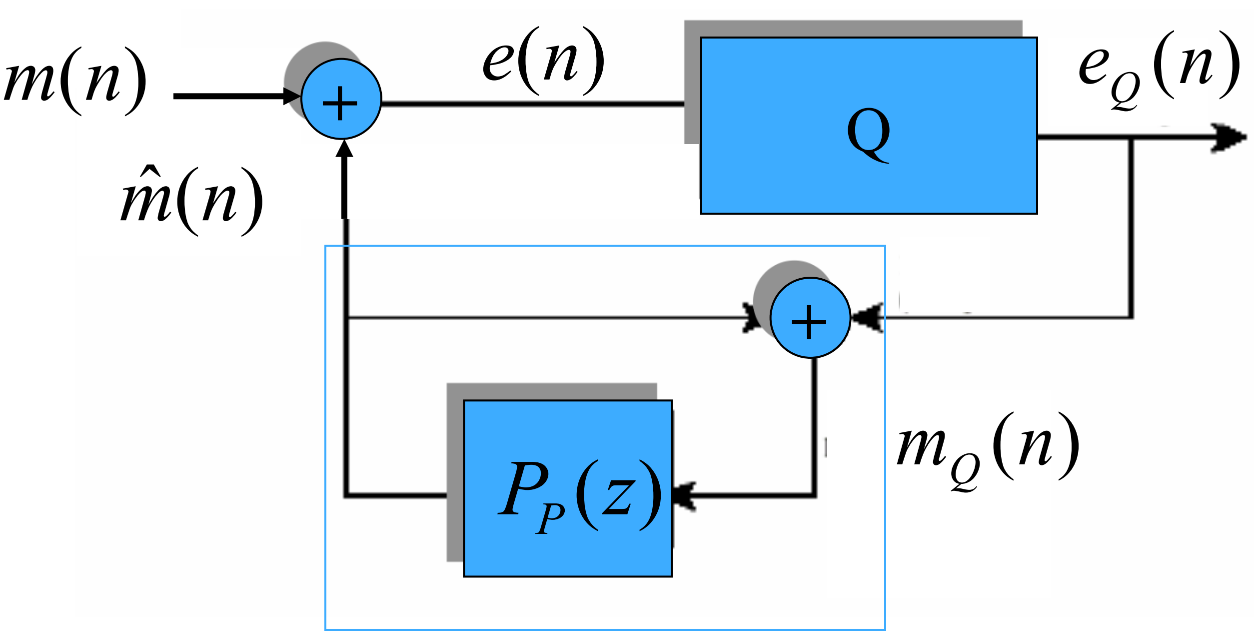
•Είναι η ακολουθία πρόβλεψης στάσιμη (με την ευρεία έννοια);

Υπολογίστε τις πρώτης και δεύτερης τάξης στατιστικές της ακολουθίας σφάλματος πρόβλεψης $e(n)$.

•Κάτω από ποιές προϋποθέσεις η προς τα εμπρός πρόβλεψη είναι ένας αμερόληπτος εκτιμητής της αναμενόμενης τιμής του σήματος εισόδου;

Γενίκευση της Διαμόρφωσης Δέλτα:DPCM

Λόγος Σήματος προς Θόρυβο Κβαντισμού στην Έξοδο του Κωδικοποιητή



Γενίκευση της Διαμόρφωσης Δέλτα:DPCM

Λόγος Σήματος προς Θόρυβο Κβαντισμού στην Έξοδο

$$SNR_O = \frac{\sigma_m^2}{\sigma_{e_q}^2}$$

Όμως:

$$SNR_O = \frac{\sigma_m^2}{\sigma_{e_q}^2} = \left(\frac{\sigma_m^2}{\sigma_e^2}\right)\left(\frac{\sigma_e^2}{\sigma_{e_q}^2}\right) = G_{DPCM} SNR_Q$$

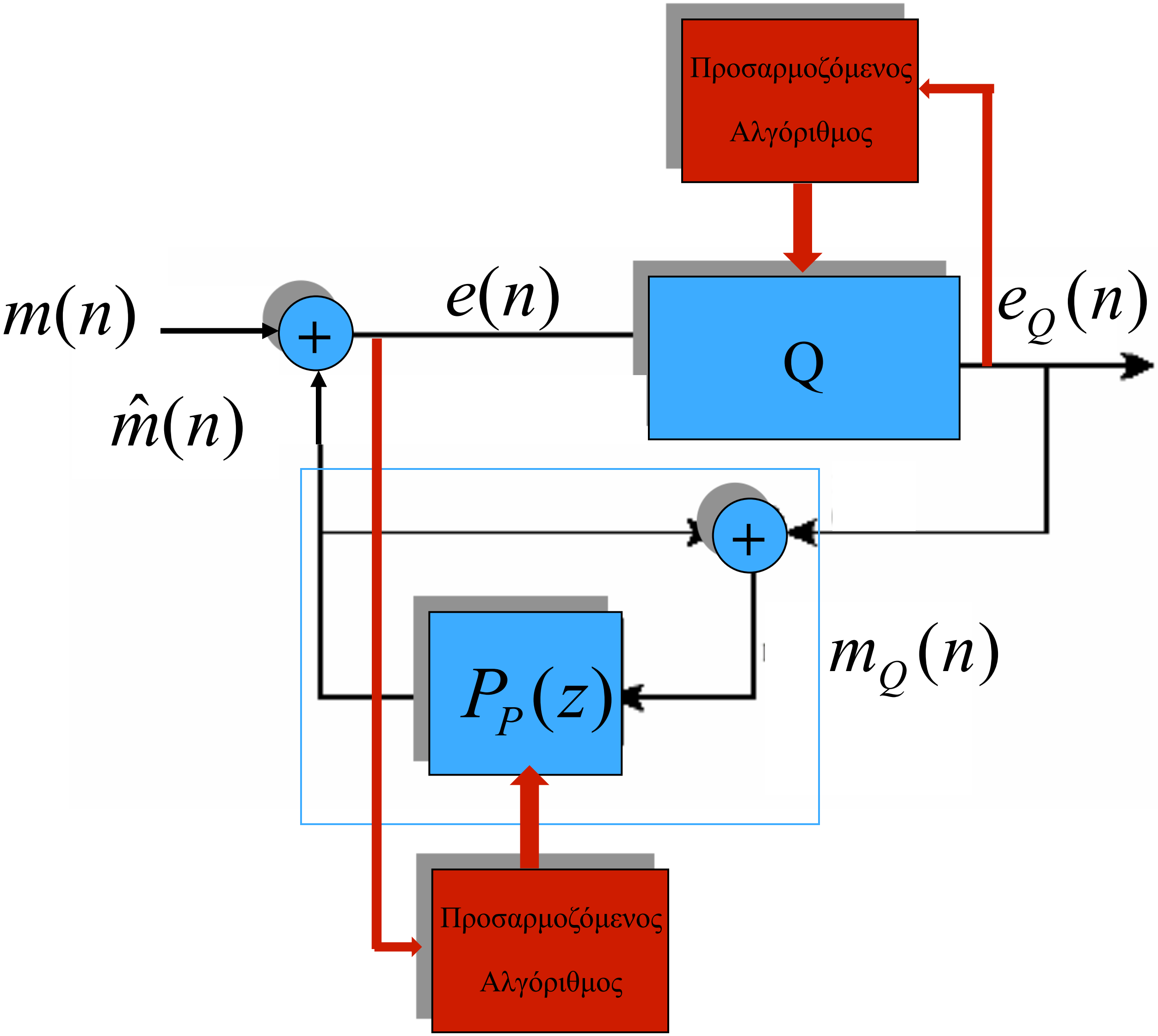
Συμπεράσματα ...

ADPCM

Προσαρμοζόμενη Διαφορική Παλμοκωδική Διαμόρφωση (DPCM)

- Η Προσαρμοζόμενη DPCM
- Προσαρμοζόμενα Συστήματα
- Γραμμική Εκτίμηση Τυχαίων Σημάτων
- Ο Αλγόριθμος Απότομης Κατάβασης
- Αναδρομικοί Αλγόριθμοι
- Προσαρμοζόμενοι Αλγόριθμοι

ADPCM



Προσαρμοζόμενος
Αλγόριθμος
$m(n)$
$e(n)$
Q
$e_Q(n)$
$\hat{m}(n)$
$P_P(z)$
$m_Q(n)$
Προσαρμοζόμενος
Αλγόριθμος