1. Ένα ΓΧΑ σύστημα διακριτού χρόνου περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση διαφορών

$$y[n] = x[n] - \frac{1}{2}x[n+1] - \frac{1}{2}x[n-1].$$

(α) Υπολογίστε την απόκριση συχνότητας $H(e^{j\omega})$ του συστήματος.

(β) Σχεδιάστε το μέτρο και τη φάση της απόκρισης συχνότητας (χρησιμοποιήστε τις συναρτήσεις *plot()*, *abs()*, *angle()* και *unwrap()* του *MATLAB*).

(γ) Ποιές συχνότητες του σήματος εισόδου διατηρεί το παραπάνω σύστημα;

(δ) Υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο του συστήματος για την παρακάτω είσοδο

$$x[n] = (cos(\frac{\pi}{4}n) - sin(\frac{\pi}{2}n) + (\frac{-1}{2})^n)u[n].$$

2. Ένα ΓΧΑ σύστημα συνεχούς χρόνου έχει την ακόλουθη κρουστική απόκριση

$$h(t) = \delta(t-3) - e^{-7(t-3)}u(t-3).$$

(α) Υπολογίστε την απόκριση συχνότητας του συστήματος.

(β) Σχεδιάστε το μέτρο και τη φάση της απόκρισης συχνότητας (χρησιμοποιήστε τις συναρτήσεις *plot()*, *abs()*, *angle()* και *unwrap()* του *MATLAB*).

(γ) Υπολογίστε την έξοδο του συστήματος, αν εφαρμόσουμε στην είσοδο το σήμα

$$x(t) = 7 + 7cos(2t + \frac{\pi}{2}),$$

(γ.1) θεωρητικά και

(γ.2) χρησιμοποιώντας την συνάρτηση *int()*[2] του περιβάλλοντος *Symbolic Math*[3] του *MATLAB*[4].

Σχολιάστε τα αποτελέσματά σας.

3. Προσδιορίστε την έξοδο του συστήματος με κρουστική απόκριση:

$$h(t) = e^{-t}(\cos(4t) + 4\sin(4t))u(t)$$

όπου $u(t)$ η βηματική συνάρτηση, όταν στην είσοδό του εφαρμόσουμε αυτή τη συνάρτηση. Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *quad()* του *MATLAB* υπολογίστε, για ένα χρονικό διάστημα της επιλογής σας, την έξοδο του συστήματος. Σχεδιάστε, στην ίδια γραφική παράσταση, το σήμα εισόδου, την κρουστική απόκριση και την έξοδο του συστήματος. Σχολιάστε τα αποτελέσματά σας ως προς την ακρίβεια της αριθμητικής ολοκλήρωσης.

---

[2] Η συνάρτηση υπολογίζει το αόριστο (ορισμένο) ολοκλήρωμα του σήματος $x(t)$ ως προς τη συμβολική μεταβλητή t αν δεν ορίζεται (ορίζεται) το διάστημα ολοκλήρωσής της. Για να δηλώσουμε την μεταβλητή t ως συμβολική αρκεί να γράψουμε *sym('t')* ή *syms t* στη γραμμή εντολών.

[3] Ενδιαφέρουσες (και πολλές φορές πολύ χρήσιμες) είναι και οι συναρτήσεις *pretty()*, *symplify()*, *limit()* και *subs()*. Καταννοήστε την λειτουργία τους.

[4] Γράφοντας στη γραμμή εντολών του *MATLAB* *help* και το όνομα μιας συνάρτησης, εργαλειοθήκης, κλπ., μας επιστρέφει σχετικές πληροφορίες για την αντίστοιχη συνάρτηση, εργαλειοθήκη

4. Θεωρήστε τα ακόλουθα σήματα:

$$
\begin{aligned}
x_1(t) &= 0.015((40-(t+\frac{5}{2})^4)(u(t+\frac{5}{2})-u(t)) \\
&\quad +(40-(t-\frac{5}{2})^4)(u(t)-u(t-\frac{5}{2}))) \\
x_2(t) &= 0.6(r(t+2)-r(t+1))+0.45(r(t+\frac{1}{2})-2r(t) \\
&\quad +r(t-\frac{1}{2}))-0.6(r(t-1)-r(t-3))
\end{aligned}
$$

όπου $r(\alpha t+\beta)=(\alpha t+\beta)u(\alpha t+\beta)$ και $u(t)$ η βηματική συνάρτηση.

(α) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *plot()* του *MATLAB*, σχεδιάστε τα παραπάνω σήματα.

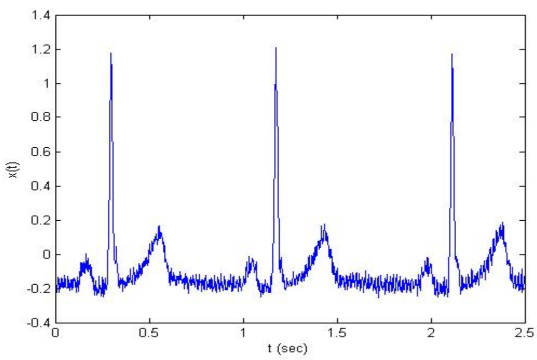
(β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *conv()* του *MATLAB*, υπολογίστε την συνέλιξη των δύο σημάτων, και σχεδιάστε το αποτέλεσμα.

(γ) Δημιουργήστε δύο δικές σας συναρτήσεις (*m-files*) με ονόματα *ctft* και *ictft* που θα υπολογίζουν (αριθμητικά) τον Συνεχούς Χρόνου Ευθύ και Αντίστροφο Μετασχηματισμό *Fourier* αντίστοιχα (μπορείτε να χρησιμοποιήσετε όποια αριθμητική μέθοδο ολοκλήρωσης θέλετε). Τα ορίσματα που θα δέχεται η πρώτη συνάρτηση θα είναι το ¨πυκνά¨ δειγματολειπτημένο σήμα συνεχούς χρόνου $x(t)|_{t=nT}$, την περίοδο δειγματοληψίας (βήμα) T που έχετε χρησιμοποιήσει, την μέγιστη τιμή $\Omega_{\max}$ της συχνότητας για την οποία θέλετε να υπολογιστεί η τιμή του μετασχηματισμού $X(j\Omega)$, και τα ορίσματα που θα επιστρέφει θα είναι οι τιμές του μετασχηματισμού σε ένα ¨πυκνό¨ σύνολο συχνοτήτων και το σύνολο αυτό.

($\gamma.1$) Καθορίστε τα κατάλληλα ορίσματα εισόδου και εξόδου της συνάρτησης *ictft()*. Δικαιολογήστε τις επιλογές σας.

($\gamma.2$) Με τη βοήθεια αυτών των συναρτήσεων επιβεβαιώστε την ιδιότητα της συνέλιξης.

5. Στο αρχείο *human-heart-beat.mat* υπάρχει το ηλεκτροκαρδιογράφημα[5] που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



[5]Το σήμα είναι βέβαια διακριτού χρόνου, αλλα θεωρήστε ότι αποτελεί ¨πυκνή¨ δειγματοληψία του συνεχούς χρόνου σήματος. Για τις ανάγκες της άσκησης θεωρήστε $T=2msec$.

Για την *βελτίωση* του σήματος, χρησιμοποιούμε ένα ΓΧΑ σύστημα με την ακόλουθη κρουστική απόκριση:

$$\begin{aligned} h(t) &= 568e^{-300t} - e^{-243t}(485\cos(176t) - 668\sin(176t)) \\ &\quad -e^{-93t}(83\cos(285t) + 255\sin(285t)). \end{aligned}$$

Διαβάστε τα περιεχόμενα του αρχείου χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *load* του *MATLAB* και σχεδιάστε (βαθμονομόντας σωστά τον άξονα του χρόνου) το σήμα συνεχούς χρόνου.

(α) Σχεδιάστε την κρουστική απόκριση του συστήματος.

(β) Υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο του συστήματος. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας.

(γ) Για το διάστημα συχνοτήτων $|f| \leq 150\ Hz$, υπολογίστε την *απόκριση συχνότητας του συστήματος* (μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την συνάρτηση *freqs()* του *MATLAB*) και σχολιάστε τις παρατηρήσεις που καταγράψατε στο Ερώτημα (β).

(δ) Για το ίδιο διάστημα συχνοτήτων, χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *ctft()* (δες Άσκηση 4) υπολογίστε το Μετασχηματισμό *Fourier* του ηλεκτροκαρδιογραφήματος και σχεδιάστε τη συνάρτηση μέτρου.

(ϵ) Υπολογίστε (και σχεδιάστε) το σήμα ¨θόρυβο¨ και χαρακτηρίστε το από το συχνοτικό περιεχόμενό του.

6. Υποθέστε ότι οι αριθμοί $x_i,\ i = 1, 2$ εκφράζονται σε αριθμητικό σύστημα βάσης B ως ακολούθως

$$x_i = \sum_{n=0}^{N-1} d_i(n) B^n,\ i = 1,\ 2.$$

Εκφράστε τους συντελεστές του γινομένου των δύο αριθμών και προτείνετε τρόπο υπολογισμού τους. Υλοποιήστε τον αλγόριθμό σας στο *MATLAB*.

7. Υποθέστε ότι θέλουμε να υπολογίσουμε το γινόμενο των παρακάτω ρητών συναρτήσεων

$$\begin{aligned} H_1(z) &= \frac{3z^{-2} + 22z^{-1} + 27}{z^{-4} + 5z^{-3} + 13z^{-2} + 19z^{-1} + 10} \\ H_2(z) &= \frac{3z^{-6} + 16z^{-5} + 53z^{-4} + 38z^{-3} - 55z^{-2} - 10z^{-1} + 13}{z^{-5} + 6z^{-4} + 22z^{-3} + 30z^{-2} + 13z^{-1}}. \end{aligned}$$

Πώς μπορούμε να πετύχουμε το σκοπό μας χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *conv()* του *MATLAB*; Με τι ορίσματα θα πρέπει να την καλέσουμε και πόσες φορές;

8. Το σήμα συνεχούς χρόνου

$$s(t) = 2\cos(201\pi t - \frac{1}{2}) + 2\sin(199\pi t - \frac{1}{10})$$

μεταδίδεται μέσα από ένα ενσύρματο κανάλι. Κατά την μετάδοσή του παρεμβάλλεται, αθροιστικά το σήμα

$$i(t) = \sin(80\pi t) - \cos(500\pi t - \frac{6}{5}).$$

Ο δέκτης για την απομάκρυνση του σήματος παρεμβολής, διαθέτει ένα ΓΧΑ σύστημα με την ακόλουθη *απόκριση συχνότητας*:

$$H(jf) = \frac{1500jf}{(505000 - 50.5f^2) + 1500jf}.$$

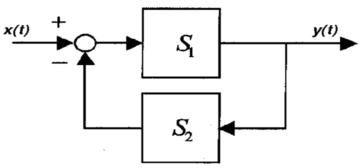
(α) Σχεδιάστε και σχολιάστε την απόκριση συχνότητας (απόκριση μέτρου) του συστήματος για το διάστημα συχνοτήτων $|f| \leq 300\ Hz$.

(β) Σχεδιάστε τα σήματα $s(t)$, $i(t)$, το σήμα που προκύπτει από την υπέρθεση των δύο σημάτων καθώς και το σήμα της εξόδου του συστήματος του δέκτη.

(γ) Σχολιάστε την απόδοση του συστήματος.

9. Έστω δύο ΓΧΑ συστήματα S_1 και S_2, των οποίων η λειτουργία εκφράζεται από τις ακόλουθες Διαφορικές Εξισώσεις:

$$S_1: \quad \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$
$$S_2: \quad \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + x(t).$$



Για το σύστημα του παραπάνω σχήματος:

(α) υπολογίστε την απόκριση συχνότητας του συνολικού συστήματος και σχεδιάστε τη με τη βοήθεια της συνάρτησης *plot()* του *MATLAB*.

(β) Αν στην είσοδο εφαρμόσουμε τη βηματική συνάρτηση $u(t)$ υπολογίστε, με τουλάχιστον δύο τρόπους, την έξοδο του συστήματος (βηματική απόκριση).

(γ) Βρείτε την κρουστική απόκριση του *ισοδύναμου* συνολικού συστήματος.

(δ) Σχεδιάστε στο *Simulink*[6] το σύστημα και επιβεβαιώστε ότι αν αντικαταστήσουμε τα δύο υποσυστήματα με το συνολικό *ισοδύναμο* σύστημα, η έξοδος του συστήματος παραμένει η ίδια.

(ϵ) Χρησιμοποιείστε τη συνάρτηση *dsolve()*[7] του *Symbolic Math* για να λύσετε τις παραπάνω Διαφορικές Εξισώσεις. Να Καταγράψετε όλη την διαδικασία επίλυσής τους.

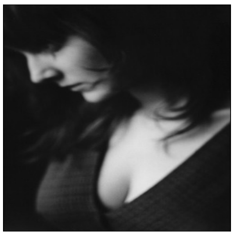
10. Με τη βοήθεια της συνάρτησης *wavrecord()*[8] του *MATLAB*, δημιουργήστε ένα σήμα ομιλίας της αρεσκείας σας.

---

[6] Το *Simulink* μπορείτε να το καλέσετε από το περιβάλλον του *MATLAB* επιλέγοντας το εικονίδιο του από την γραμμή ελέγχου, είτε γράφοντας *simulink* στη γραμμή εντολών.

[7] Για να λύσετε τις ομογενείς ΔΕ που περιγράφουν τα υποσυστήματα S_1 και S_2, αρκεί να εκτελέσετε τα ακόλουθα: $syms\ t\ y$, $y = dsolve('Dy + y = 0')$ και $y = dsolve('Dy + 2 * y = 0')$!!!

[8] Η τιμή του ορίσματος εισόδου N καθορίζει την διάρκεια του σήματος (σε πλήθος δειγμάτων), ενώ η τιμή του ορίσματος εισόδου f_s την επιθυμητή συχνότητα δειγματοληψίας (όσο μεγαλύτερη είναι αυτή η τιμή τόσο πιο μικρή είναι η χρονική απόσταση μεταξύ διαδοχικών δειγμάτων του σήματος). Στο πείραμά σας χρησιμοποιήστε $f_s = 8KHz$.



(α)

(β)

(α) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *wavplay()* του *MATLAB*, μπορείτε να ακούσετε το σήμα σας. Ακούστε το σήμα σας χρησιμοποιώντας μια τιμή της συχνότητας δειγματοληψίας:

(α.1) μεγαλύτερη από αυτήν που χρησιμοποιήσατε κατά την καταγραφή του σήματός σας και

(α.2) μικρότερη από αυτήν που χρησιμοποιήσατε κατά την καταγραφή του σήματός σας.

Δικαιολογήστε τα ακουστικά αποτελέσματα του πειράματός σας.

(β) Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες διαμόρφωσης και συχνοτικής ολίσθησης του Μετασχηματισμού *Fourier*, υλοποιήστε ένα στοιχειώδες σύστημα ¨πομπού-δέκτη¨ στο οποίο θα εκπέμπεται ταυτόχρονα το ίδιο ίδιο σήμα σε ¨δέκτες¨ που συντονίζονται σε διαφορετικές συχνότητες.

11. Θεωρήστε το σύστημα διακριτού χρόνου με την ακόλουθη κρουστική απόκριση:

$$h(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ -1 & n = 1 \\ 0 & \text{αλλού.} \end{cases}$$

(α) Υπολογίστε (θεωρητικά και χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *freqz()*) και σχεδιάστε την απόκριση συχνότητας του συστήματος. Χαρακτηρίστε την λειτουργία του.

(β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *imread()* του *MATLAB* φορτώστε την εικόνα *photo.jpg* (Εικόνα (α) του σχήματος) στην μεταβλητή I και δείτε την χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *imagesc()*.

(γ) Χρησιμοποιώντας κατάλληλα τη συνάρτηση *filter()* δημιουργήστε μια συνάρτηση που θα υπολογίζει (προσεγγιστικά) και θα επιδεικνύει τις ακόλουθες ποσότητες:

$$\frac{\partial I(x,y)}{\partial x}, \quad \frac{\partial I(x,y)}{\partial y}, \quad \frac{\partial^2 I(x,y)}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 I(x,y)}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial^2 I(x,y)}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial^2 I(x,y)}{\partial y \partial x}.$$

Ποιά η φυσική σημασία των παραπάνω ποσοτήτων; Ορίστε νέες ποσότητες, βασιζόμενες σε αυτές, που θα μπορούσαν να χαρακτηρίσουν περιοχές (ή μεμονωμένα σημεία της εικόνας).

(δ) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *filter2()* του *MATLAB* δείτε και χαρακτηρίστε την επίδραση του διδιάστατου ΓΧΑ συστήματος με κρουστική απόκριση

$$h(n_1, n_2) = \begin{cases} (2N+1)^{-2} & 0 \leq n_1 \leq 2N, \ 0 \leq n_2 \leq 2N \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

στην εικόνα. Δοκιμάστε διάφορες τιμές του N. Δικαιολογήστε τα αποτελέσματά σας.

(ϵ) Επαναλάβετε τα του Ερωτήματος (δ) στην εικόνα *photo-deg.jpg* (Εικόνα (β) του σχήματος) η οποία έχει υποβαθμιστεί από κρουστικό θόρυβο (γνωστός ως *salt and peper noise*). Καταγράψτε τα σχόλιά σας.

($\sigma\tau$) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *medfilt2()* του *MATLAB* δείτε και χαρακτηρίστε την επίδραση, στην παραπάνω εικόνα, του ακόλουθου διδιάστατου συστήματος[9]

$$I(n_1, n_2) = median(I(n, m)),\ n_1 - N \le n \le n_1 + N,\ n_2 - N \le m \le n_2 + N.$$

Δοκιμάστε[10] διαφορετικές τιμές του N. Δικαιολογήστε τα αποτελέσματά σας.

12. Ένας τετραγωνικός παλμός διάρκειας 2-*sec* μεταδίδεται μέσω καναλιού με διαλήψεις (*fading channel*). Το σήμα που φθάνει στον δέκτη είναι το ακόλουθο:

$$x(t) = e^{-t(u(t)-u(t-2))}$$

όπου $u(t)$ η βηματική συνάρτηση.

(α) Σχεδιάστε το σήμα $x(t)$ για το χρονικό διάστημα $-1\ sec \le t \le 3\ sec$.

(β) Χρησιμοποιώντας κατάλληλα τις συναρτήσεις *fourier()* και *laplace()* του *Symbolic Math* του *MATLAB* βρείτε τους Μετασχηματισμούς *Fourier* και *Laplace* αντίστοιχα, του σήματος $x(t)$.

(γ) Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες της Γραμμικότητας και της Χρονικής Ολίσθησης των παραπάνω μετασχηματισμών, υπολογίστε τους παραπάνω μετασχηματισμούς και επιβεβαιώστε τα αποτελέσματα του Ερωτήματος (β).

13. Υπολογίστε:

(α) το μετασχηματισμό *Fourier* των παρακάτω σημάτων συνεχούς χρόνου:

$$\begin{aligned} x(t) &= t^n, n = 0,\ 1,\ \cdots \\ x(t) &= t^n u(t), n = 0,\ 1,\ \cdots,\ \text{και} \\ x(t) &= t^n sign(t), n = 0,\ 1,\ \cdots. \end{aligned} \tag{1}$$

(β) Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω αποτελέσματα, υπολογίστε τον μετασχηματισμό *Fourier* των σημάτων

$$x(t) = |t|^n, n = 0,\ 1,\ \cdots.$$

(γ) Υπολογίστε τον μετασχηματισμό *Fourier* των σημάτων

$$x(t) = |t|^{-n}, n = 1,\ \cdots.$$

[9] Το σύστημα αυτό ονομάζεται φίλτρο ενδιάμεσης τιμής (*median filter*) και έχει την δυνατότητα να αποκόπτει τον κρουστικό θόρυβο και να διατηρεί τις απότομες αλλαγές του σήματος. Ανήκει σε μια μεγάλη κατηγορία μη-γραμμικών συστημάτων που είναι γνωστά ως φίλτρα ταξινομημένων δειγμάτων (*order statistics*).

[10] Η ενδιάμεση τιμή (median) ενός καταλόγου M αριθμών υπολογίζεται ως εξής. Πρώτα ταξινομούμε τον κατάλογο και στη συνέχεια επιλέγουμε τον μεσαίο (αν το M είναι περιττός) ή την αριθμητική μέση τιμή των δύο μεσαίων αριθμών (αν το M είναι άρτιος) του ταξινομημένου καταλόγου.

14. Υπολογίστε τη σειρά *Fourier* του περιοδικού σήματος συνεχούς χρόνου

$$x(t) = |A_0 \sin(\Omega_0 t)|,$$

και σχεδιάστε στο *MATLAB* προσεγγίσεις του σήματος που προκύπτουν αν διατηρήσουμε $25,\ 50$ και 100 φασματικές γραμμές.

15. Λύστε την ακόλουθη ΔΕ δεύτερης τάξης

$$x^{(2)}(t) + \Omega_0^2 x(t) = 2\Omega_0 A_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT/2),$$

με $T = 2\pi/\Omega_0$ και συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας με αυτά της προηγούμενης άσκησης.

16. Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *ztrans()* του *Symbolic Math* του *MATLAB* βρείτε τους Μετασχηματισμούς *Z* των ακόλουθων σημάτων διακριτού χρόνου:

$$\begin{aligned}
x_1(n) &= n^2 u(n) \\
x_2(n) &= nu(n) + (6 - 2n)u(n - 6) + (n - 6)u(n - 6) \\
x_3(n) &= (0.8)^n u(n) \\
x_4(n) &= (0.8)^{n-2} u(n - 2) \\
x_5(n) &= (0.8)^{n+2} u(n + 2) \\
x_6(n) &= (0.8)^{n+2} u(n)
\end{aligned}$$

όπου $u(n)$ η βηματική ακολουθία.

(α) Σχεδιάστε τα σήματα $x_i(n),\ i = 1,\ 2, \cdots,\ 6$ για τιμές του δείκτη n στο διάστημα $-10 \leq n \leq 10$.

(β) Για κάθε ένα από τα παραπάνω σήματα, υπολογίστε τον μετασχηματισμό Z (και επιβεβαιώστε τα αποτελέσματα του Ερωτήματος (α)) χρησιμοποιώντας κάθε φορά τις κατάλληλες ιδιότητες του μετασχηματισμού Z.

17. Δίνονται οι συναρτήσεις μεταφοράς:

$$\begin{aligned}
H_1(s) &= \frac{3s^2 + 22s + 27}{s^4 + 5s^3 + 13s^2 + 19s + 10} \\
H_2(s) &= \frac{3s^6 + 16s^5 + 53s^4 + 38s^3 - 55s^2 - 10s + 13}{s^5 + 6s^4 + 22s^3 + 30s^2 + 13s}.
\end{aligned}$$

(α) Με τη βοήθεια της συνάρτησης *residue()* του *MATLAB*, αναλύστε σε απλά κλάσματα τις παραπάνω συναρτήσεις μεταφοράς.

(β) Επιχειρηματολογήστε για την ευστάθεια (ΦΕΦΕ) των παραπάνω συστημάτων.

(γ) Υπολογίστε τους Αντίστροφους Μετασχηματισμούς *Laplace*.

(δ) Με τη βοήθεια της συνάρτησης *limit()* του *Symbolic Math*, υπολογίστε τις αρχικές και τελικές τιμές των κρουστικών αποκρίσεων $h_i(t),\ i = 1,\ 2$ των συστημάτων.

18. Με τη βοήθεια της συνάρτησης *residue()* του *MATLAB*, υπολογίστε τον Αντίστροφο Μετασχηματισμό *Z* της ακόλουθης συνάρτησης μεταφοράς:

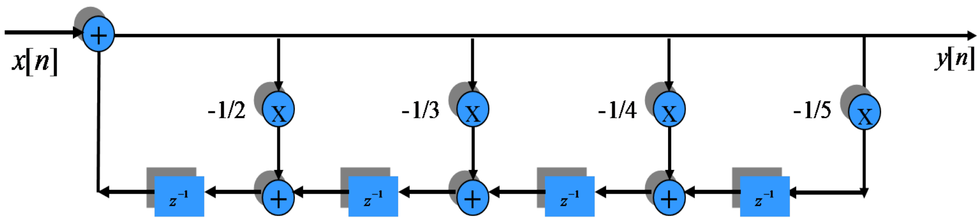
$$H(z) \quad = \quad \frac{2 - 3.8z^{-1} - 0.34z^{-2} - 0.09z^{-3} + 0.078z^{-4}}{1 - 0.5z^{-1} - 0.13z^{-2} + 0.107z^{-3} - 0.039z^{-4}}$$

   (α) Επιβεβαιώστε τα αποτελέσματά σας, χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *iztrans()* του *Symbolic Math* του *MATLAB*.

   (β) Εξοικειωθείτε με το *fvtool-(filter visualization tool)* του *MATLAB* και χρησιμοποιήστε το για να σχεδιάσετε το διάγραμμα μηδενικών και πόλων, την απόκριση μέτρου, την απόκριση φάσης, την κρουστική και τη βηματική απόκριση του συστήματος.

19. Σε ένα πυρηνικό αντιδραστήρα υπάρχουν δύο διαφορετικά είδη σωματιδίων. Κάθε δευτερόλεπτο, κάθε σωματίδιο α χωρίζεται σε οκτώ σωματίδια β και κάθε ένα από τα σωματίδια β, χωρίζεται με τη σειρά του σε ένα σωματίδιο α και δύο σωματίδια β. Αν βρίσκεται ένα μόνο σωματίδιο α στον αντιδραστήρα τη χρονική στιγμή $t = 0$, πόσα σωματίδια θα βρίσκονται μέσα στον αντιδραστήρα τη χρονική στιγμή $t = 100$;

20. Να περιγραφεί στο χώρο κατάστασης το σύστημα του σχήματος.



   (α) Εξετάστε αν το σύστημα είναι ασυμπτωτικά ευσταθές.

   (ϑ) Υλοποιείστε το σύστημα και καταγράψτε τα συμπεράσματά σας.

21. Δίνεται η ακόλουθη ομογενής καταστατική εξίσωση:

$$s^{(1)}(t) = As(t), \quad x(0) = x_0,$$

   όπου ο καταστατικός πίνακας A είναι διαστάσεων 2×2.

   (α) Εξετάστε τα διαφορετικά είδη ισορροπίας του συστήματος που προκύπτουν από τις διαφορετικές μορφές του καταστατικού πίνακα.

   (β) Σχεδιάστε τις τροχιές των στοιχείων του διανύσματος κατάστασης σε κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις. Καταγράψτε τα συμπεράσματά σας.

   (γ) Υλοποιήστε στο περιβάλλον του *MATLAB* μία συνάρτηση η οποία θα δέχεται ως ορίσματα εισόδου τις τιμές των στοιχείων του καταστατικού πίνακα και τήν αρχική τιμή του καταστατικού διανύσματος και θα σχεδιάζει τις τροχιές.