



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Στοχαστικά Σήματα και Τηλεπικοινωνίες

Ενότητα 9:

Συγχρονισμός Συμβόλων

Καθηγητής Κώστας Μπερμπερίδης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής

# Σκοποί ενότητας

- Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται το πρόβλημα του συγχρονισμού συμβόλων που εμφανίζεται στα τηλεπικοινωνιακά συστήματα.



# Περιεχόμενα ενότητας

- Εισαγωγικές έννοιες
  - Τι είναι;
- Τρόποι/προσεγγίσεις συγχρονισμού
  - Master clock
  - Ταυτόχρονη μετάδοση ρολογιού
  - Αυτοσυγχρονισμός
- Αναλυτική περιγραφή τεχνικών αυτοσυγχρονισμού
  - Μέθοδος ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος
  - Συγχρονιστής πύλης προπορείας-καθυστέρησης
  - Μέθοδος φασματικών γραμμών



# Εισαγωγικές έννοιες

# Εισαγωγή

- Σε ένα ψηφιακό τηλεπικοινωνιακό σύστημα, η έξοδος του φίλτρου λήψης είναι μια **κυματομορφή συνεχούς χρόνου**  $y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(t - nT - \tau_0) + n(t)$ :
  - $x(t)$  είναι ο παλμός (θεωρούμε ότι είμαστε στη βασική ζώνη).
  - $T$  είναι η **περίοδος σηματοδοσίας** (περίοδος συμβόλου).
  - $T_0$  είναι η χρονική καθυστέρηση που αντιστοιχεί στην **καθυστέρηση διάδοσης** του σήματος μέσω του καναλιού.
- Αυτή θα πρέπει να δειγματοληπτηθεί σε χρονικές στιγμές  $t_m = mT + \tau_0$  και αν είναι σωστή τότε για  $n = m$  έχουμε  $y(t_m) = x_0 a_m + n(t_m)$ .
- Για να γίνει η δειγματοληψία, θα πρέπει να παραχθεί στο δέκτη ένα **σήμα χρονισμού**.
- Η διαδικασία παραγωγής του σήματος χρονισμού ονομάζεται **συγχρονισμός συμβόλων ή ανάκτηση χρονισμού**.



# Ανάκτηση Χρονισμού

- Η διαδικασία ανάκτησης χρονισμού είναι πολύ σημαντική:
  - το ρολόι του δέκτη θα πρέπει να συγχρονίζεται συνεχώς με το ρολόι του πομπού ώστε να αντισταθμίζονται οι ολισθήσεις συχνότητας των δύο ταλαντωτών
- Η ανάκτηση χρονισμού περιλαμβάνει:
  - Την εκτίμηση της **συχνότητας δειγματοληψίας  $1/T$** .
  - Επίσης, την **φάση  $\tau_0$** , δηλαδή την ακριβή χρονική στιγμή μέσα στην περίοδο συμβόλου που πρέπει να δειγματοληπτήσουμε. Το δεύτερο αυτό πρόβλημα είναι και το πλέον σημαντικό (ουσιαστικά, υπό κάποιες συνθήκες, το πρώτο μπορεί να ενσωματωθεί στο δεύτερο).
- **Φάση Χρονισμού:** η εκτίμηση του  $\tau_0$ .
- **Βέλτιστη Φάση Χρονισμού:** η χρονική στιγμή στην περίοδο συμβόλου που η έξοδος του φίλτρου λήψης είναι μέγιστη (μέγιστο SNR).



Τρόποι συγχρονισμού

# Τρόποι Συγχρονισμού Συμβόλων

- Ο Συγχρονισμός Συμβόλων μπορεί να πραγματοποιηθεί με διάφορους τρόπους:
  - Κύριο Ρολόι (Master Clock).
  - Ταυτόχρονη Μετάδοση Ρολογιού.
  - Αυτοσυγχρονισμός.
- Ο συγχρονισμός επηρεάζεται επίσης από:
  - Τις στατιστικές ιδιότητες της ακολουθίας συμβόλων.
  - Το είδος του κώδικα γραμμής.
  - Τη μορφή του βασικού παλμού.
- Στη συνέχεια, θα εξετάσουμε καθέναν από τους παραπάνω τρόπους.





# Master Clock

- Τα ρολόγια του πομπού και του δέκτη είναι συγχρονισμένα σε ένα **κύριο ρολόι** που παρέχει ένα πολύ ακριβές σήμα χρονισμού.
- Το σήμα ρολογιού εκπέμπεται από έναν κύριο σταθμό προς όλους τους άλλους.
- **Μειονεκτήματα:**
  - Εξάρτηση από το Master Clock και τις συνθήκες λήψης του.
  - Ο δέκτης θα πρέπει να εκτιμά τη χρονική καθυστέρηση μεταξύ των μεταδιδόμενων και λαμβανόμενων σημάτων.
- **Παράδειγμα:**
  - Ασύρματα ραδιοηλεκτρονικά συστήματα που λειτουργούν στη ζώνη VLF (συχνότητες  $< 30$  KHz).
  - Master Clock διαθέσιμο από GPS για διάφορες εφαρμογές πλοήγησης κ.λπ.



# Ταυτόχρονη Μετάδοση Ρολογιού

- Το σήμα ρολογιού μεταδίδεται μαζί με το σήμα πληροφορίας, ως μια συχνότητα  $1/T$ .
- Ο δέκτης χρησιμοποιεί φίλτρο στενής ζώνης συντονισμένο στο  $1/T$  για να εξάγει το σήμα χρονισμού.
- **Πλεονέκτημα:** Εύκολη υλοποίηση.
- **Μειονεκτήματα:**
  - Ο πομπός διαθέτει μέρος της ισχύος του για το σήμα ρολογιού.
  - Μικρό ποσοστό του εύρους ζώνης του καναλιού διατίθεται στο ρολόι.
- **Παράδειγμα:**
  - Σε ενσύρματα (και όχι μόνο) συστήματα τα οποία χρησιμοποιούν ευρείες ζώνες συχνοτήτων για τη μετάδοση πολλών χρηστών (π.χ. TDM) μεταδίδεται μόνο ένα ρολόι για πολλούς χρήστες.
  - Η κοινή χρήση σε πολλούς χρήστες περιορίζει τη σπατάλη ισχύος και εύρους ζώνης.



# Αυτοσυγχρονισμός

- Το σήμα χρονισμού εξάγεται μέσα από το ίδιο το σήμα πληροφορίας.
- **Πλεονεκτήματα:**
  - Δεν καταναλώνεται ισχύς ή εύρος ζώνης.
- **Μειονεκτήματα:**
  - Δυσκολότερη υλοποίηση του δέκτη.
- **Κάποιες Βασικές Μέθοδοι:**
  - Μέθοδος Ελάχιστου Μέσου Τετραγ. Σφάλματος – MMSE ( $\tau_0$ )
  - Συγχρονιστές Πύλης Προπορείας – Καθυστέρησης ( $\tau_0$ )
  - Μέθοδοι Φασματικών Γραμμών ( $T$  και  $\tau_0$ )



Αναλυτική περιγραφή τεχνικών  
αυτοσυγχρονισμού

# Μέθοδος Ελάχιστου Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (1/3)

- **Στόχος:** να ελαχιστοποιήσει το μέσο τετραγωνικό σφάλμα μεταξύ των δειγμάτων στην έξοδο του φίλτρου λήψης και των επιθυμητών συμβόλων  $\{a_n\}$ .
- Λαμβανόμενο σήμα:

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(t - nT - \tau_0) + v(t),$$

$$x(t) = g_T(t) * g_R(t)$$

- Στην πράξη είναι  $x(t) = g_T(t) * c(t) * g_R(t)$  αλλά θεωρούμε πως το κανάλι έχει ισοσταθμιστεί.
- Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα είναι:

$$MSE = E \left[ |y_m(\tau_0) - a_m|^2 \right],$$

$$y_m(\tau_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(mT - nT - \tau_0) + v(mT)$$

$$y_m(\tau_0) = y(mT + \tau_0)$$



# Μέθοδος Ελάχιστου Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (2/3)

- Επειδή το επιθυμητό σύμβολο δεν είναι γνωστό εκ των προτέρων, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την απόφαση του φωρατή (**decision-directed**) ή/και σύμβολα εκμάθησης:  $MSE = E[|y_m(\tau_0) -$



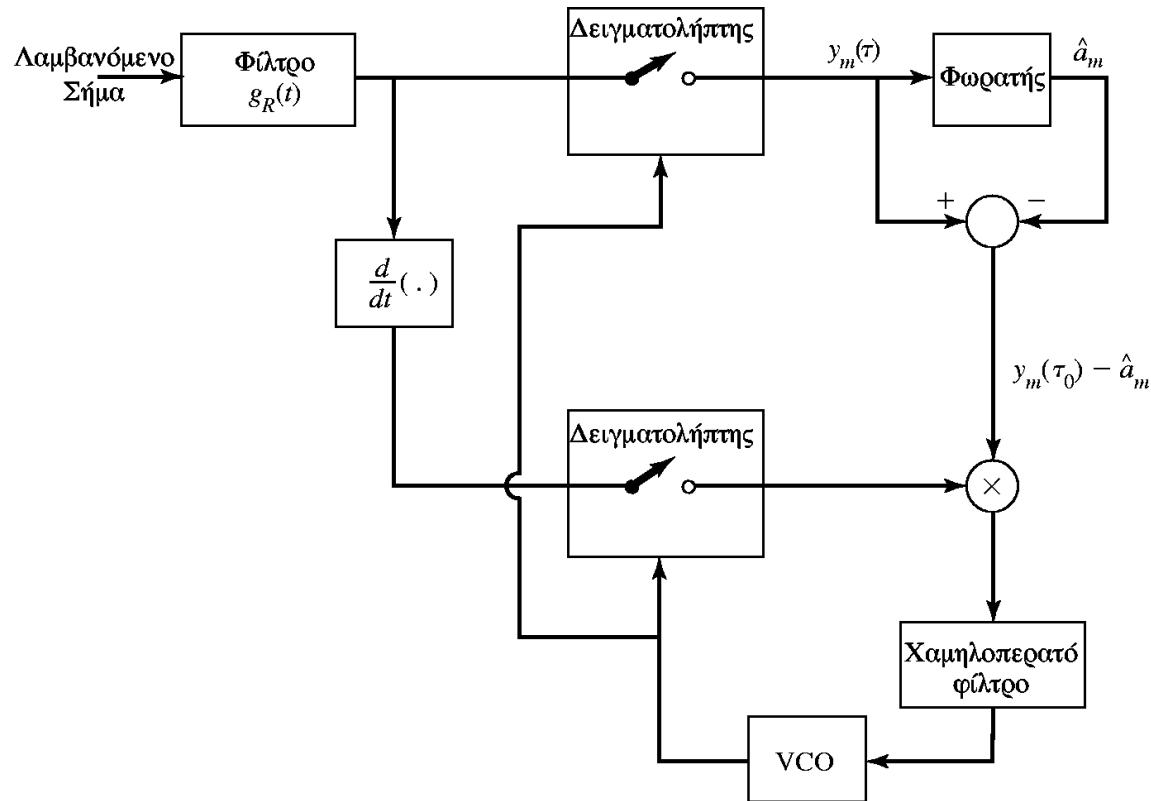
# Μέθοδος Ελάχιστου Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (3/3)

- Όπως θα φανεί και στο επόμενο σχήμα η λειτουργία της άθροισης υλοποιείται ως χαμηλοπερατό φίλτρο (μέσος όρος ενός αριθμού συμβόλων).
- Το χρονικό παράθυρο μέσου όρου είναι αντιστρόφως ανάλογο του εύρους ζώνης του φίλτρου LPF.
- **Εναλλακτικά** η διαδικασία μέσου όρου μπορεί να υλοποιηθεί με χρήση αναδρομικών αλγορίθμων, π.χ. τύπου Stochastic Gradient (όπως ο LMS, Least Mean Squares) όπου υπεισέρχεται η στιγμιαία τιμή της κλίσης της συνάρτησης κόστους. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα για αρκετά μεγάλο  $k$  το  $\tau_k \rightarrow \tau_0$ .

$$\tau_{k+1} = \tau_k - \mu(y_m(\tau_k) - \hat{\alpha}_m) \frac{dy(\tau_k)}{d\tau_k}$$



# Μέθοδος Ελάχιστου Μέσου Τετραγωνικού Σφάλματος (MMSE) - Οδηγούμενη από Απόφαση

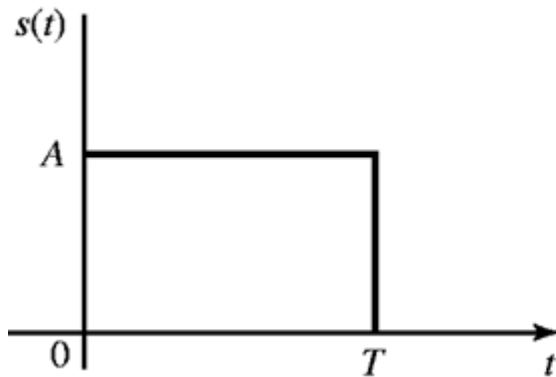


- Υπάρχει και ψηφιακή υλοποίηση

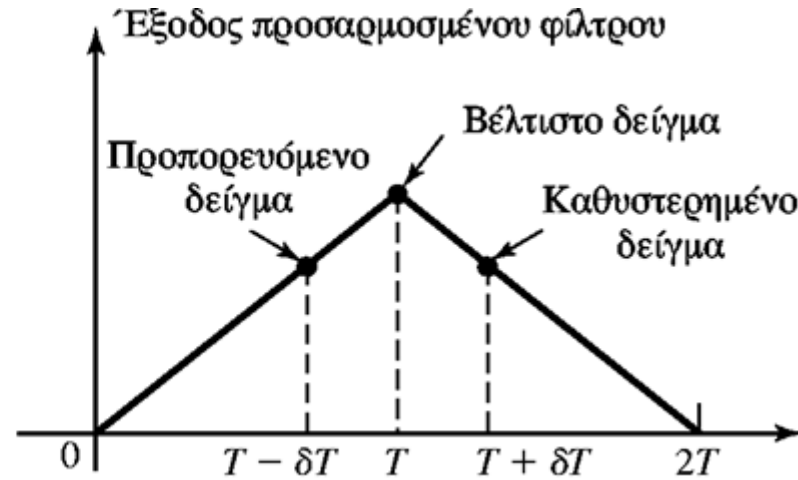




# Συγχρονιστής Πύλης Προπορείας – Καθυστέρησης (1/6)



Ορθογώνιος παλμός



Έξοδος προσαρμοσμένου φίλτρου

- Αξιοποιεί τις **ιδιότητες συμμετρίας** του σήματος στην έξοδο του προσαρμοσμένου φίλτρου ή συσχετιστή.
- Η έξοδος του προσαρμοσμένου φίλτρου είναι η **συνάρτηση αυτοσυσχέτισης** του παλμού ( $s(t) * s(T - t)$ ).
- Ισχύει για οποιοδήποτε παλμό.
- Η δειγματοληψία της εξόδου του Π.Φ. στο  $t = T$  εξασφαλίζει μέγιστο SNR.



# Συγχρονιστής Πύλης Προπορείας – Καθυστέρησης (2/6)

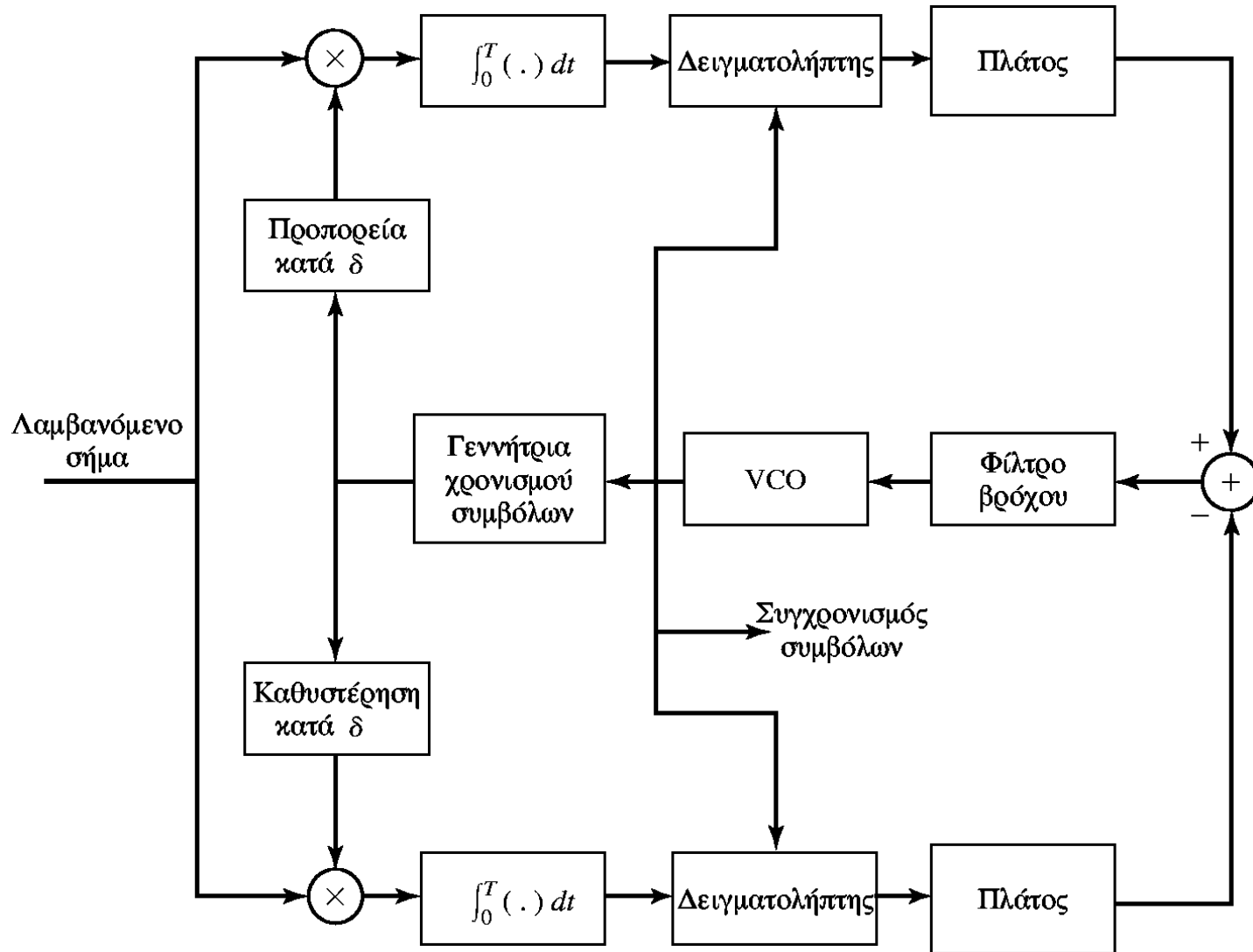
- **Βασική Λειτουργία:** Θέλουμε να βρούμε τη χρονική στιγμή που το σήμα έχει μέγιστη τιμή ( $t = T$ ).
- Έστω ότι δειγματοληπτούμε τις χρονικές στιγμές:
  - $t_1 = T - \delta T$
  - $t_2 = T + \delta T$
- Οι απόλυτες τιμές των δύο δειγμάτων θα είναι μικρότερες (κατά μέσο όρο βέβαια, λόγω θορύβου) από τη μέγιστη τιμή:

$$|y(m(T \pm \delta T))| < |y(m(T))|$$

- Επειδή η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης είναι άρτια ως προς το  $t = T$ , οι δύο τιμές πρέπει να είναι ίσες  $y(t_1) = y(t_2)$ .
- Στην πράξη οι στιγμές δειγματοληψίας  $t_1$  και  $t_2$  (που μεταξύ τους έχουν σταθερή απόσταση  $2\delta$ ) μετακινούνται μπροστά ή πίσω ανάλογα με το πρόσημο της διαφοράς  $y(t_1) - y(t_2)$ .
- Η στιγμή δειγματοληψίας είναι το μέσο των δύο χρονικών στιγμών



# Συγχρονιστής Πύλης Προπορείας – Καθυστέρησης (3/6)



# Συγχρονιστής Πύλης Προπορείας – Καθυστέρησης (4/6)

- Το σήμα σφάλματος των συσχετιστών περνά από ένα **χαμηλοπερατό φίλτρο (το φίλτρο βρόχου)**, ώστε να περιοριστεί η επίδραση του θορύβου. Μέσω αυτού του φίλτρου ουσιαστικά συνυπολογίζονται πολλές διαφορές τιμών προπορείας-καθυστέρησης (διαδοχικών περιόδων) ώστε να έχουμε μεγαλύτερη αντοχή στο θόρυβο.
- Το σήμα σφάλματος οδηγεί ένα VCO του οποίου η έξοδος δίνει τον χρονισμό με τον οποίο θα γίνει η επιθυμητή δειγματοληψία.
- Είναι ουσιαστικά ένα σύστημα ελέγχου κλειστού βρόχου με εύρος ζώνης σχετικά στενό συγκριτικά με το  $1/T$ .
- **Εύρος Ζώνης του βρόχου:** είναι αντιστρόφως ανάλογο του χρονικού μέσου όρου και καθορίζει την ποιότητα της εκτίμησης χρονισμού (μικρό παράθυρο μέσου όρου αντιστοιχεί σε LPF με μεγάλο εύρος ζώνης).



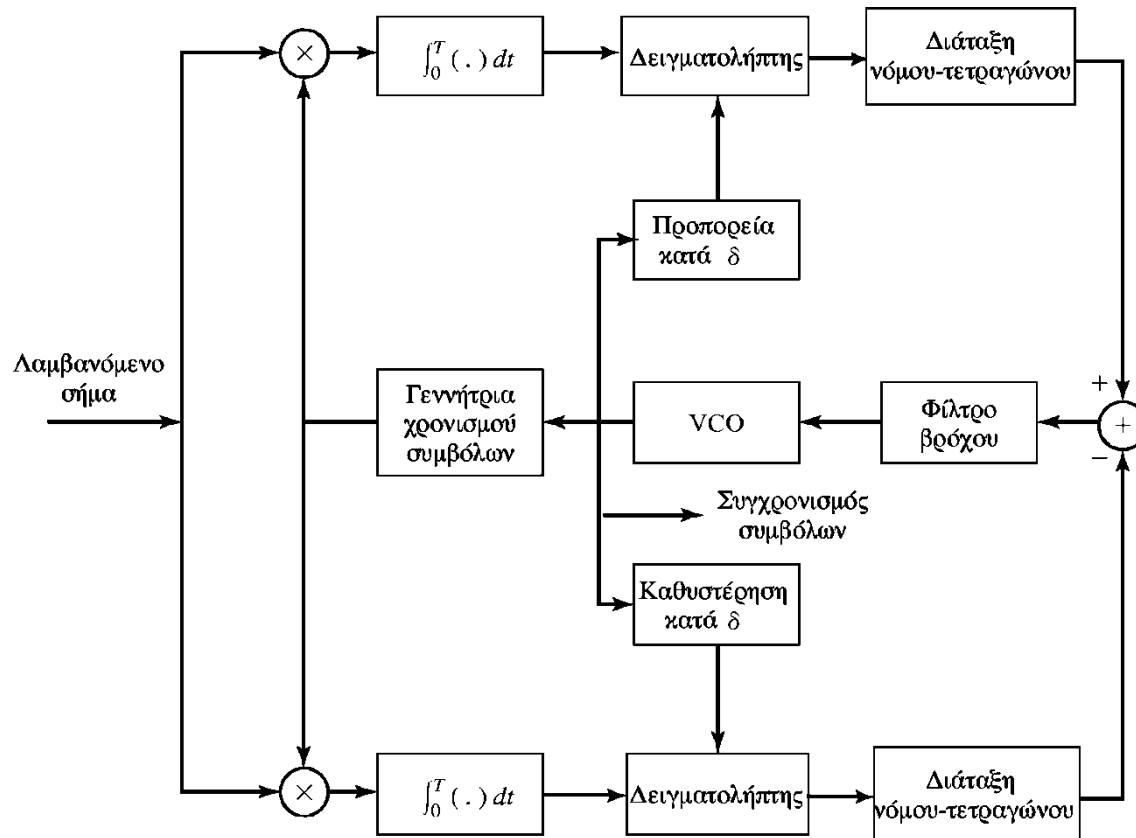
# Συγχρονιστής Πύλης Προπορείας – Καθυστέρησης (5/6)

- Αν έχει **μικρό εύρος ζώνης**:
  - Σημαίνει ότι αντιμετωπίζει καλύτερα το θόρυβο.
  - Αλλά χρειάζεται περισσότερα δείγματα, άρα δε μπορεί να παρακολουθήσει ταχείες αλλαγές του χρονισμού.
- Αν έχει μεγάλο **εύρος ζώνης**:
  - αυξάνεται η επίδραση του θορύβου
  - μπορεί να παρακολουθήσει τις χρονικές μεταβολές του καναλιού ή την ολίσθηση του ρολογιού του πομπού



# Συγχρονιστής Πύλης Προπορείας – Καθυστερήσης (6/6)

- Εναλλακτική υλοποίηση.
  - Ο ρυθμός ρολογιού από το VCO (το οποίο χρησιμοποιείται ως Clock Generator) προηγείται και καθυστερεί κατά  $\delta T$  και οδηγεί τη δειγματοληψία στους δύο κλάδους.



# Μέθοδος Φασματικών Γραμμών (1/6)

- Σήμα στην έξοδο του φίλτρου λήψης:

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n x(t - nT - \tau_0) + n(t) \equiv v(t) + n(t)$$

- Η  $v(t)$  είναι **κυκλοστάσιμη στοχαστική διαδικασία** μηδενικής μέσης τιμής και περιόδου των στατιστικών ποσοτήτων ίση με  $T$ .
- Θα μπορούσαμε να ανακτήσουμε το σήμα χρονισμού αν απομονώναμε τη συχνότητα  $f = 1/T$  στη μέση τιμή της  $v(t)$ .
- Επειδή όμως η ακολουθία συμβόλων έχει **μηδενική μέση τιμή**, δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί άμεσα για εξαγωγή της  $f = 1/T$ .



## Μέθοδος Φασματικών Γραμμών (2/6)

- Για να ξεπεράσουμε το προηγούμενο πρόβλημα θα μετασχηματίσουμε **με μη-γραμμικό τρόπο** το  $y(t)$  με σκοπό την παρουσία ισχύος στη συχνότητα  $f = 1/T$  και τις αρμονικές της.
- **Διαδικασία:**
  - Τετραγωνίζουμε το σήμα  $y(t)$ .
  - Υπολογίζουμε τη μέση τιμή του  $y(t)$ .
  - Το σήμα αυτό εμφανίζει ισχύ στις συχνότητες  $0, \pm 1/T$ .
  - Φιλτράρουμε με ένα φίλτρο στενής ζώνης  $B(f)$  συντονισμένο στο ρυθμό συμβόλων  $1/T$ .

$$E[y^2(t)] = \sigma_a^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2(t - nT - \tau_0) + \text{noise} = \frac{\sigma_a^2}{T} \sum_m c_m e^{j2\pi m(t-\tau_0)/T} + \text{noise}$$

$$c_m = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) X\left(\frac{m}{T} - f\right) df$$

↑  
Χρήση της Poisson Sum Formula  
για να εκφραστεί με Σειρά Fourier





# Μέθοδος Φασματικών Γραμμών (3/6)

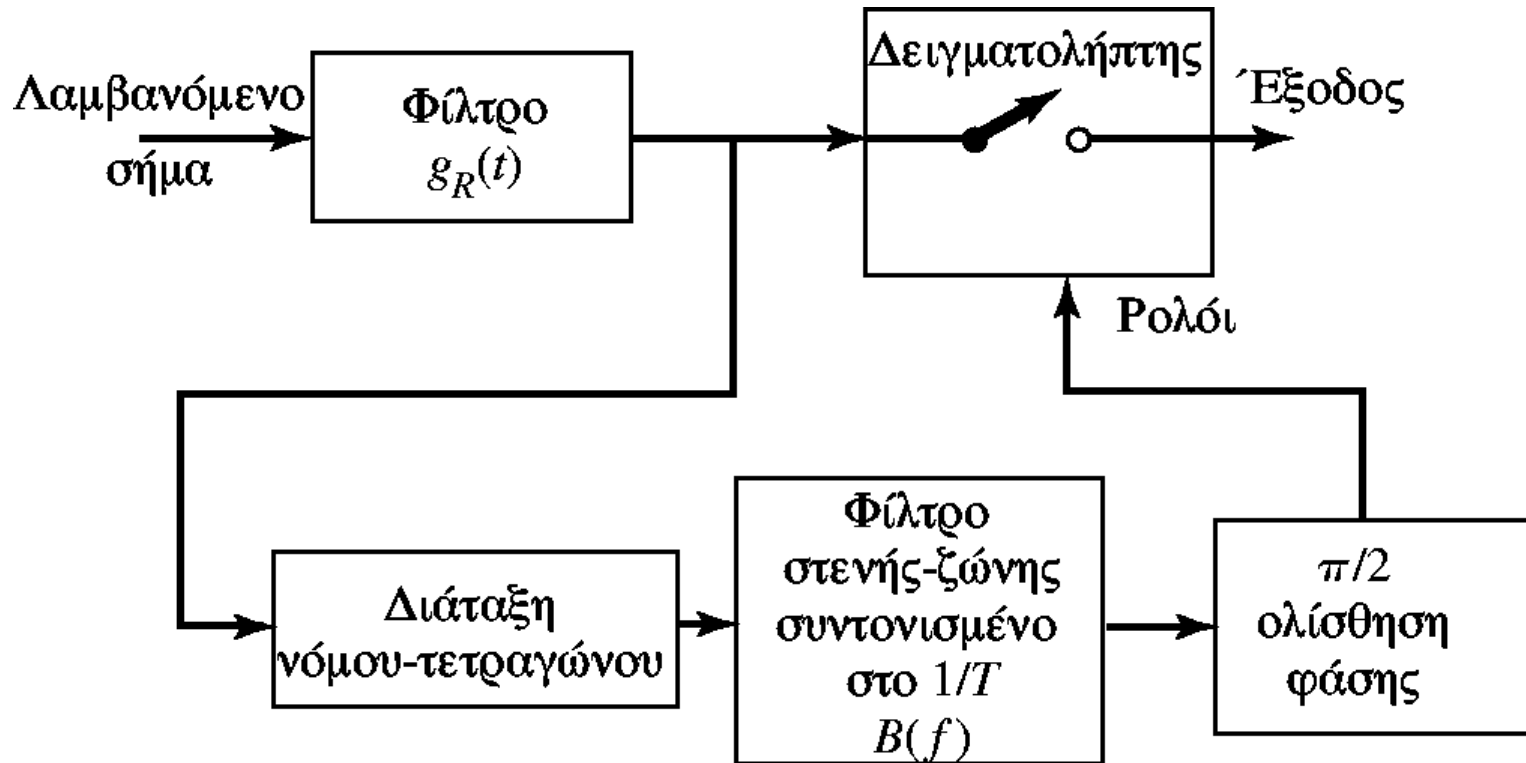
- Αν το φίλτρο έχει απόκριση  $B(1/T) = 1$ , τότε είναι:

$$E[y^2(t)] \rightarrow BPF \rightarrow \frac{\sigma_a^2}{T} c_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T}(t - \tau_0)\right) + noise$$

- Το σήμα χρονισμού είναι ημιτονοειδές με συχνότητα  $(1/T)$  και φάση  $-2\pi\tau_0/T$ .
- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις διελεύσεις από το μηδέν ως ένδειξη των στιγμών δειγματοληψίας.
- Οι διελεύσεις από το μηδέν (μια παρά μια) γίνονται κάθε:  $t = kT + \tau_0 + \frac{T}{4}$ .
  - Δηλαδή με καθυστέρηση  $T/4$ . Για αυτό το λόγο κάνουμε μια ολίσθηση φάσης του σήματος χρονισμού κατά  $\pi/2$ .



# Μέθοδος Φασματικών Γραμμών (4/6)



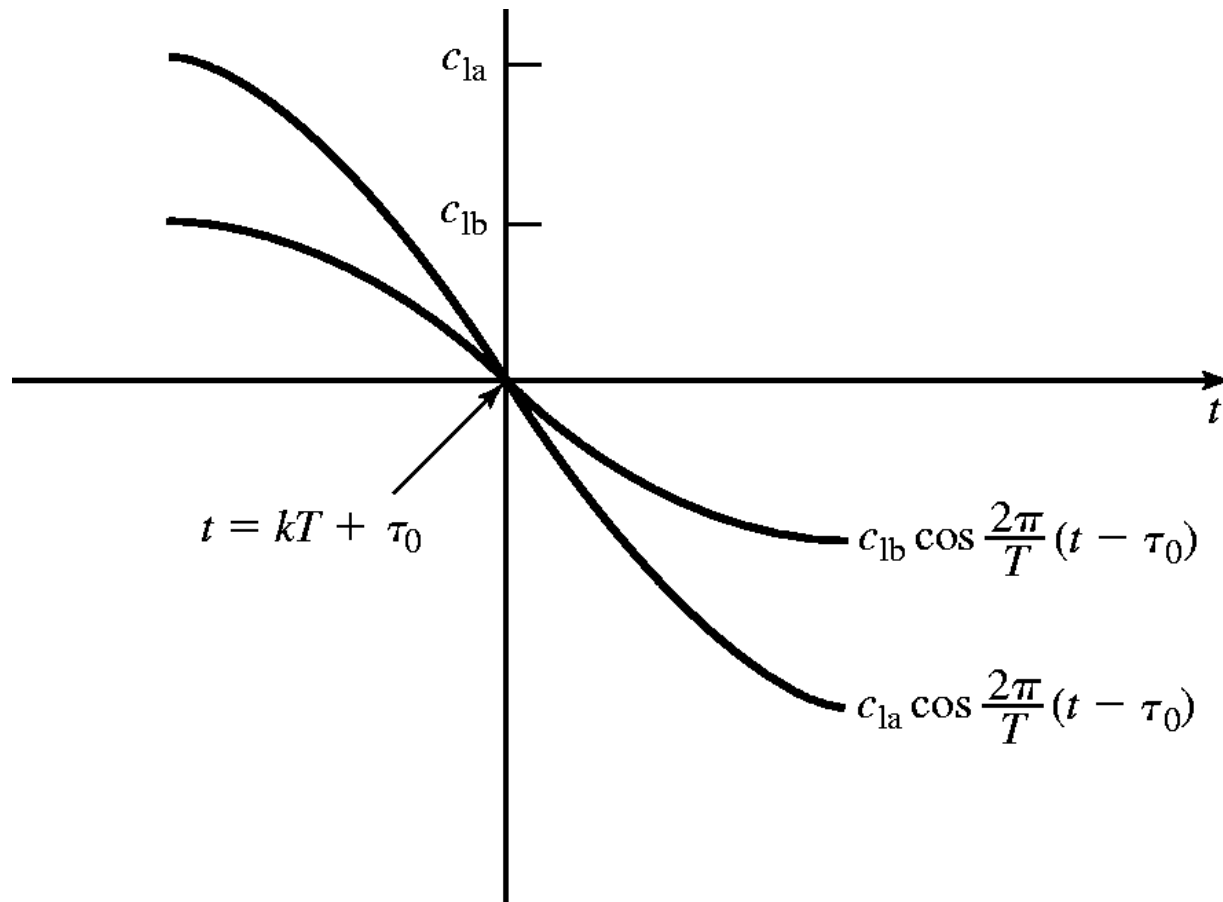
# Μέθοδος Φασματικών Γραμμών (5/6)

- Επίδραση του Θορύβου και του Εύρους Ζώνης Παλμού.
- Ο προσθετικός θόρυβος επηρεάζει τις διελεύσεις του σήματος ρολογιού από το μηδέν:  $\frac{\sigma_a^2}{T} c_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T}(t - \tau_0)\right)$ .
- Η επίδραση εξαρτάται από το πλάτος  $c_1$ :
  - Ανάλογο της κλίσης του ρολογιού (δηλαδή του συνημιτονοειδούς σήματος) κοντά στο 0.
  - Μεγάλο  $c_1 \rightarrow$  μεγάλη κλίση του ρολογιού  $\rightarrow$  μικρότερη η επίδραση του θορύβου.
- Το  $c_1$  εξαρτάται από το πρόσθετο εύρος ζώνης (εύρος ζώνης πέραν του Nyquist  $1/(2T)$ ):  $c_1 = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)X\left(\frac{1}{T} - f\right) df$ .
- Πρέπει να υπάρχει πρόσθετο εύρος ζώνης!



# Μέθοδος Φασματικών Γραμμών (6/6)

- Σχέση κλίσης ρολογιού κατά τις διελεύσεις από το 0 με το πλάτος του σήματος ρολογιού  $c_1$ .



Τέλος Ενότητας 9

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.





# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Κώστας Μπερμπερίδης. «Στοχαστικά Σήματα και Τηλεπικοινωνίες». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1111/>



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

- Οι εικόνες στις διαφάνειες 16, 17, 19, 22, 26, 28 έχουν δημιουργηθεί με βάση αντίστοιχες εικόνες από το βιβλίο «Συστήματα Τηλεπικοινωνιών», J. G. Proakis, M. Salehi, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών (Μετάφραση-Επιμέλεια: Καρούμπαλος Κ. και Ζέρβας Ε., Καραμπογιάς Σ., Σαγκριώτης Ε.)

