



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Κινητά Δίκτυα Υπολογιστών

Ενότητα 7: Προσαρμοστική Ισοστάθμιση Καναλιού

Καθ. Κώστας Μπερμπερίδης

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

Σκοποί ενότητας

- Εξοικείωση του φοιτητή με την έννοια της προσαρμοστικής ισοστάθμισης καναλιού



Περιεχόμενα ενότητας

Μέθοδος πιο Απότομης Καθόδου

Αλγόριθμος LMS

Ισοσταθμιστής DFE



Προσαρμοστική Ισοστάθμιση Καναλιού

Μέθοδος πιο Απότομης Καθόδου

Προσαρμοστικοί Ισοσταθμιστές

- Για να υπολογίσουμε τους συντελεστές του ισοσταθμιστή MMSE, απαιτείται να λύσουμε ένα **γραμμικό σύστημα** $(2N+1) \times (2N+1)$

$$\mathbf{R}_y \mathbf{c} = \mathbf{r}_{ay}$$

- Η λύση του συστήματος είναι:

$$\mathbf{c}_{\text{opt}} = \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{r}_{ay}$$

- Συχνά σε πρακτικές εφαρμογές ισοσταθμιστών:
 - προσπαθούμε να αποφύγουμε την άμεση αντιστροφή του \mathbf{R}
 - και για να βρούμε τον ισοσταθμιστή συνήθως εφαρμόζουμε μια **επαναληπτική διαδικασία**
- Η ιδέα της επαναληπτικής διαδικασίας θα οδηγήσει στους **προσαρμοστικούς ισοσταθμιστές**
- Με παρόμοιο τρόπο μπορούν να σχεδιαστούν προσαρμοστικοί ισοσταθμιστές βασισμένοι στο κριτήριο ZF

Μέθοδος της πιο Απότομης Καθόδου (Steepest Descent)

- Ξεκινάμε από ένα **αυθαίρετο σημείο** \mathbf{c}_0 του διανύσματος συντελεστών πάνω στην επιφάνεια της συνάρτησης κόστους
 - MMSE: έχουμε επιφάνεια 2^{ου} βαθμού στο $(2N+1)$ -διάστατο χώρο
- Σε κάθε επανάληψη k , υπολογίζουμε την παράγωγο της συνάρτησης κόστους ως προς τους συντελεστές
 - MMSE: η παράγωγος του MMSE

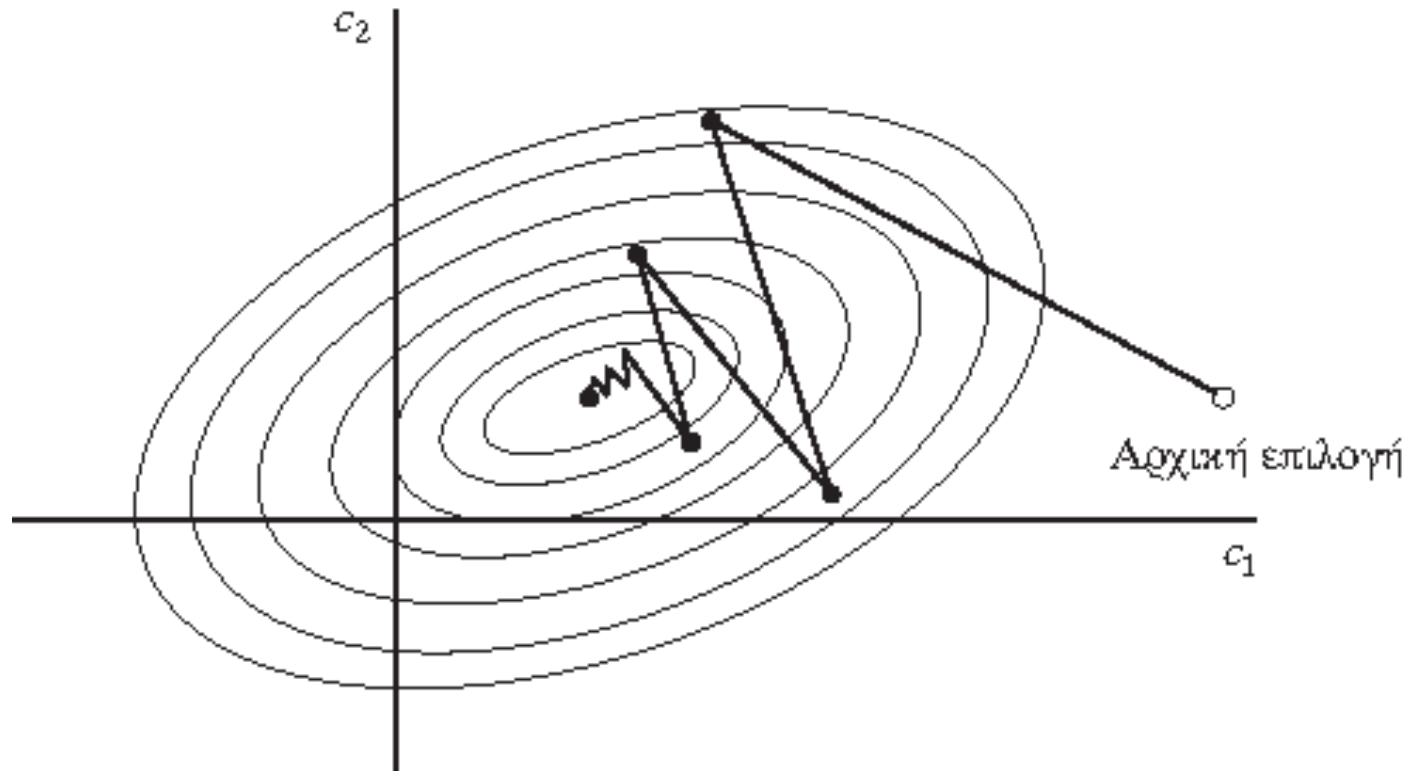
$$\mathbf{g}_k = \mathbf{R}_y \mathbf{c}_k - \mathbf{r}_{ay}$$

- και κάθε συντελεστής αλλάζει σε κατεύθυνση αντίθετη από την αντίστοιχη συνιστώσα του διανύσματος κλίσης

$$\mathbf{c}_{k+1} = \mathbf{c}_k - \Delta \mathbf{g}_k$$

όπου Δ , η παράμετρος «μέγεθος βήματος» (step-size)

Σύγκλιση Απότομης Καθόδου



Σύγκλιση Αλγορίθμου Απότομης Καθόδου
στην επιφάνεια της συνάρτησης κόστους
(δισδιάστατος χώρος)

Μέθοδος πιο Απότομης Καθόδου

- Για να έχουμε σύγκλιση, ως Δ επιλέγεται **μικρός θετικός αριθμός (μέσα στην περιοχή σύγκλισης)**
- Αν $k \rightarrow \infty$, τότε
 - $\mathbf{g}_k \rightarrow \mathbf{0}$ (το διάνυσμα κλίσης μηδενίζεται)
 - $\mathbf{c}_k \rightarrow \mathbf{0}$ (οι συντελεστές τείνουν στους βέλτιστους)
- Η σύγκλιση στη βέλτιστη τιμή \mathbf{c}_0 απαιτεί άπειρο αριθμό επαναλήψεων
- Οι ποσότητες \mathbf{R}_y και \mathbf{r}_{ay} υπολογίζονται μια φορά στην αρχή λαμβάνοντας υπόψη όλα τα δεδομένα και στη συνέχεια αρχίζουν οι επαναλήψεις
- Ωστόσο, η **βέλτιστη λύση προσεγγίζεται ικανοποιητικά** σε μερικές εκατοντάδες επαναλήψεων
- Η πολυπλοκότητα είναι $O(N^2)$ /επανάληψη

Προσαρμοστική Ισοστάθμιση

- Η προσαρμοστική ισοστάθμιση καναλιού απαιτείται όταν τα χαρακτηριστικά του καναλιού είναι χρονικά μεταβαλλόμενα
- Τότε,
 - το ISI αλλάζει χρονικά
 - η βέλτιστη λύση \mathbf{c}_0 αλλάζει χρονικά
 - χρησιμοποιείται εκτίμηση του διανύσματος κλίσης

$$\hat{\mathbf{c}}_{k+1} = \hat{\mathbf{c}}_k - \Delta \hat{\mathbf{g}}_k$$

- Για το κριτήριο MMSE, ισχύει:

$$\mathbf{g}_k = -E[e_k \mathbf{y}_k]$$

- Μια απλή εκτίμηση του \mathbf{g}_k είναι η στιγμιαία τιμή του

$$\hat{\mathbf{g}}_k = -e_k \mathbf{y}_k$$

Αλγόριθμος LMS

Ισοσταθμιστής LMS

- Με τη στιγμιαία εκτίμηση του \mathbf{g}_k προκύπτει ο προσαρμοστικός αλγόριθμος των **Ελαχίστων Μέσων Τετραγώνων (Least Mean Squares - LMS)**
- Ο LMS βασίζεται στο **κριτήριο ελαχιστοποίησης του MSE**
- Επειδή χρησιμοποιούμε μια εκτίμηση του διανύσματος κλίσης, ονομάζεται και **αλγόριθμος στοχαστικής κλίσης (stochastic gradient)**
- Κάθε φορά που λαμβάνεται ένα νέο δείγμα έχουμε και ένα βήμα επανάληψης
- Κατά την **επανάληψη k**, συγκεντρώνω τις $2N + 1$ τιμές λαμβανόμενου σήματος που βρίσκονται μέσα στον ισοσταθμιστή

$$\mathbf{y}_k = [\mathbf{y}_{kT+N\tau} \cdots \mathbf{y}_{kT} \cdots \mathbf{y}_{kT-N\tau}]^T$$

Αλγόριθμος LMS

$$\mathbf{c}_0 = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^T$$

for $k = 0, 1, \dots$

$$z_k = \mathbf{c}_k^H \mathbf{y}_k$$

$$e_k = a_k - z_k$$

$$\mathbf{c}_{k+1} = \mathbf{c}_k + \Delta \mathbf{y}_k e_k^*$$

- **Τρόπος Εκπαίδευσης (Training Mode)**

- αρχικά στέλνουμε μια ακολουθία εκμάθησης, δηλαδή μια ακολουθία γνωστών συμβόλων

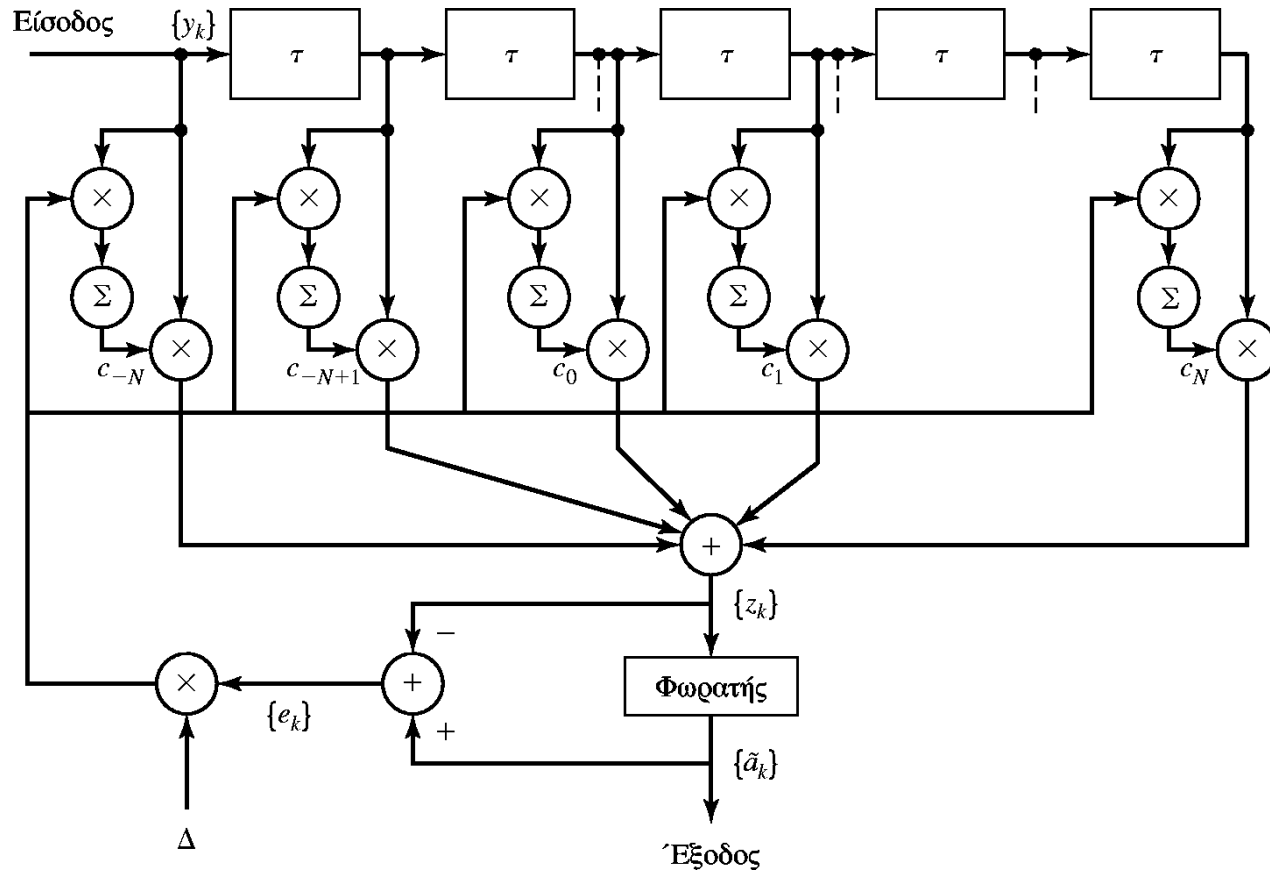
- **Τρόπος οδηγούμενος από αποφάσεις (Decision-directed mode)**

- μετά στέλνουμε τα κανονικά προς μετάδοση δεδομένα
- εμπιστευόμαστε τον ισοσταθμιστή και θεωρούμε ως επιθυμητά σύμβολα τις αποφάσεις του φωρατή

$$\tilde{a}_k = Q(z_k)$$

$$e_k = \tilde{a}_k - z_k$$

LMS Equalizer



Γραμμικός προσαρμοστικός ισοσταθμιστής
βασιζόμενος στο κριτήριο MMSE

Επιλογή του Step Size Δ (1/2)

- Το μέγεθος βήματος έχει πολύ σημαντικό ρόλο στην επίδραση του αλγορίθμου
- Αν το Δ είναι μικρό, τότε ο αλγόριθμος:
 - συγκλίνει με αργό τρόπο
 - αλλά συγκλίνει πιο κοντά στη βέλτιστη τιμή
- Αν το Δ είναι μεγάλο, τότε ο αλγόριθμος:
 - συγκλίνει πιο γρήγορα
 - αλλά πιο μακριά από τη βέλτιστη τιμή
- Αν το Δ είναι πολύ μεγάλο, τότε ο αλγόριθμος **αποκλίνει**

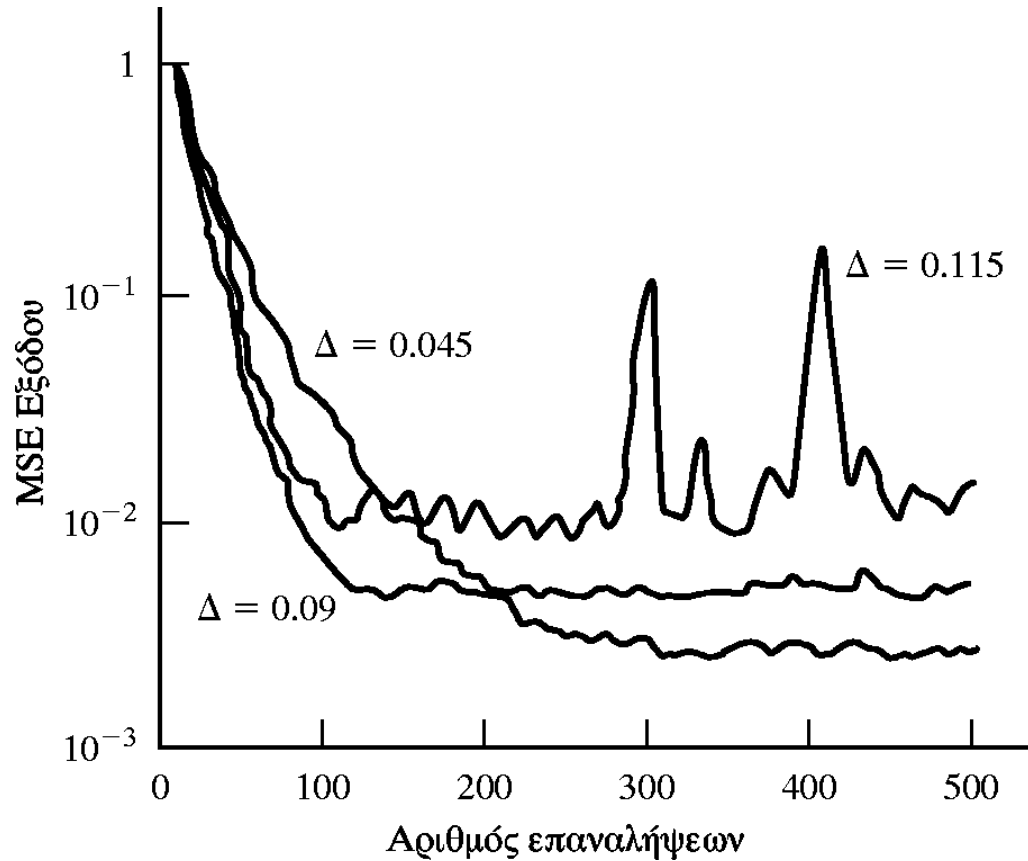
Επιλογή του Step Size Δ (2/2)

- Ένας εμπειρικός κανόνας για καλή σύγκλιση και καλή ιχνηλάτηση σε αργά μεταβαλλόμενα κανάλια είναι

$$0 < \Delta < \frac{2}{\sum_{k=1}^{2N+1} \lambda_k(\mathbf{R})} \quad \Delta = \frac{1}{5(2N+1)P_R}$$

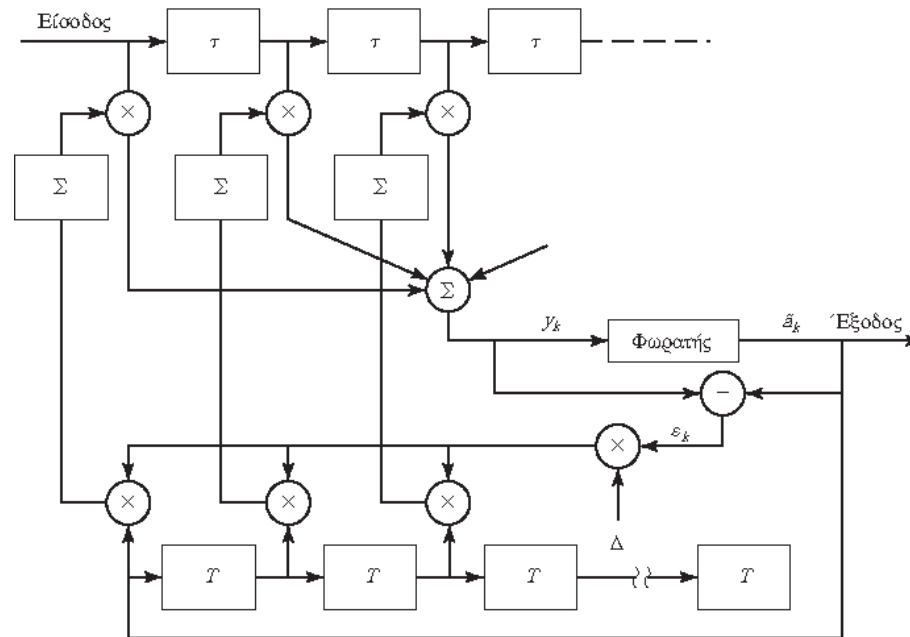
όπου P_R είναι η ισχύς του σήματος εισόδου

Σύγκλιση του LMS



Σύγκλιση του αλγορίθμου LMS για διαφορετικά μεγέθη βήματος

Adaptive ZF Equalizer



Προσαρμοστικός ισοσταθμιστής επιβολής μηδενισμών

- όπως ο ισοσταθμιστής MMSE μπορεί να υλοποιηθεί προσαρμοστικά,
- κατά αντίστοιχο τρόπο υλοποιείται και ένας ZF ισοσταθμιστής

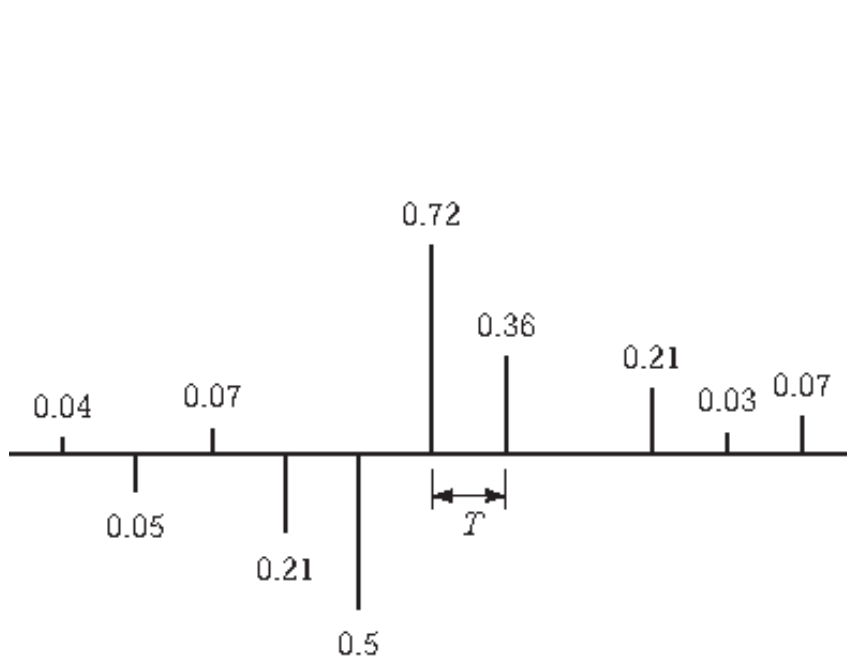
Κριτήρια αξιολόγησης προσαρμοστικών αλγορίθμων

- Σφάλμα μόνιμης κατάστασης (steady-state error)
- Ταχύτητα σύγκλισης (convergence)
- Δυνατότητα παρακολούθησης αλλαγών (tracking)
- Υπολογιστική πολυπλοκότητα (complexity)
- Χρονική καθυστέρηση (processing delay)
- Ευρωστία (robustness) (σχετίζεται με την ευστάθεια)
- Άλλες αριθμητικές ιδιότητες (όπως η ακρίβεια λύσης)
- Δυνατότητα αποδοτικών υλοποιήσεων (DSP, parallel, pipeline)

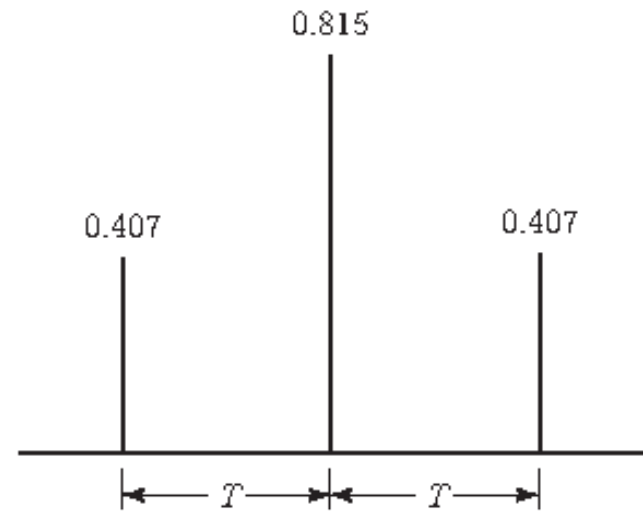
Ένταση της ISI

- Η ένταση της ISI σχετίζεται
 - κυρίως με τα **φασματικά χαρακτηριστικά του καναλιού**
 - και **δευτερευόντως με την έκταση της ISI** (το μήκος του καναλιού)
- Όταν η απόκριση συχνότητας του καναλιού έχει φασματικά βυθίσματα, τότε δημιουργείται έντονη ISI
- Σε αυτές τις περιπτώσεις, οι γραμμικοί ισοσταθμιστές προσπαθούν να εφαρμόσουν το αντίστροφο φίλτρο, οπότε **ενισχύεται σημαντικά ο θόρυβος** σε αυτήν την περιοχή (ακόμη και όταν έχουμε κριτήριο MMSE)
- **Συμπέρασμα:** οι γραμμικοί ισοσταθμιστές είναι κατάλληλοι για κανάλια χωρίς έντονα συχνοτικά βυθίσματα
- Ακολουθούν χαρακτηριστικά παραδείγματα

Παραδείγματα Καναλιών: Κρουστική Απόκριση

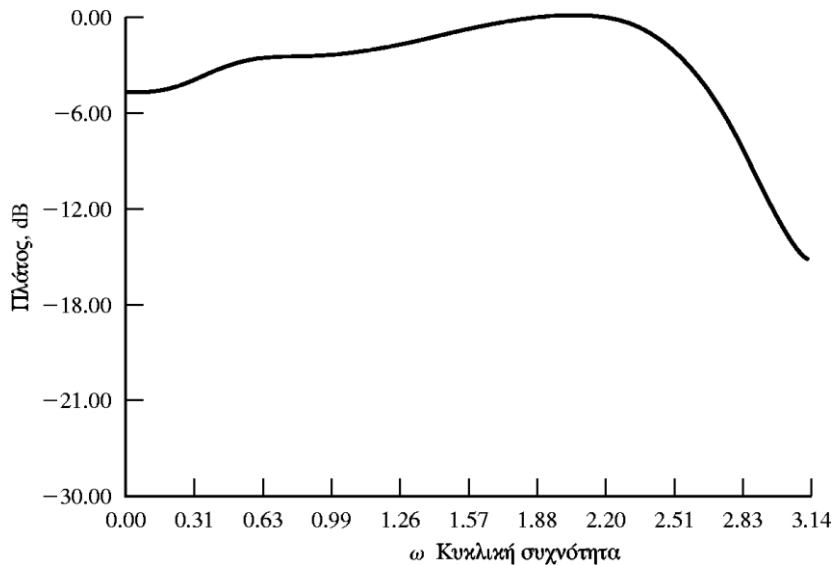


Κανάλι Α

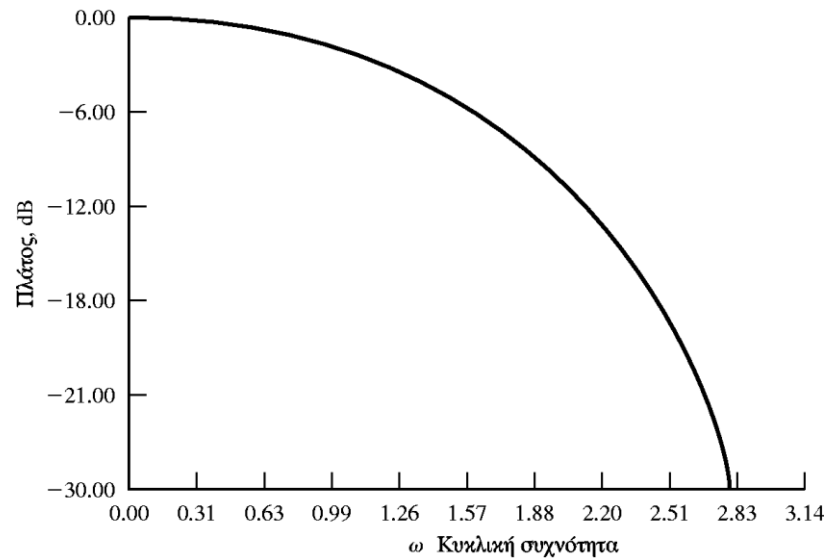


Κανάλι Β

Παραδείγματα Καναλιών: Απόκριση Συχνότητας

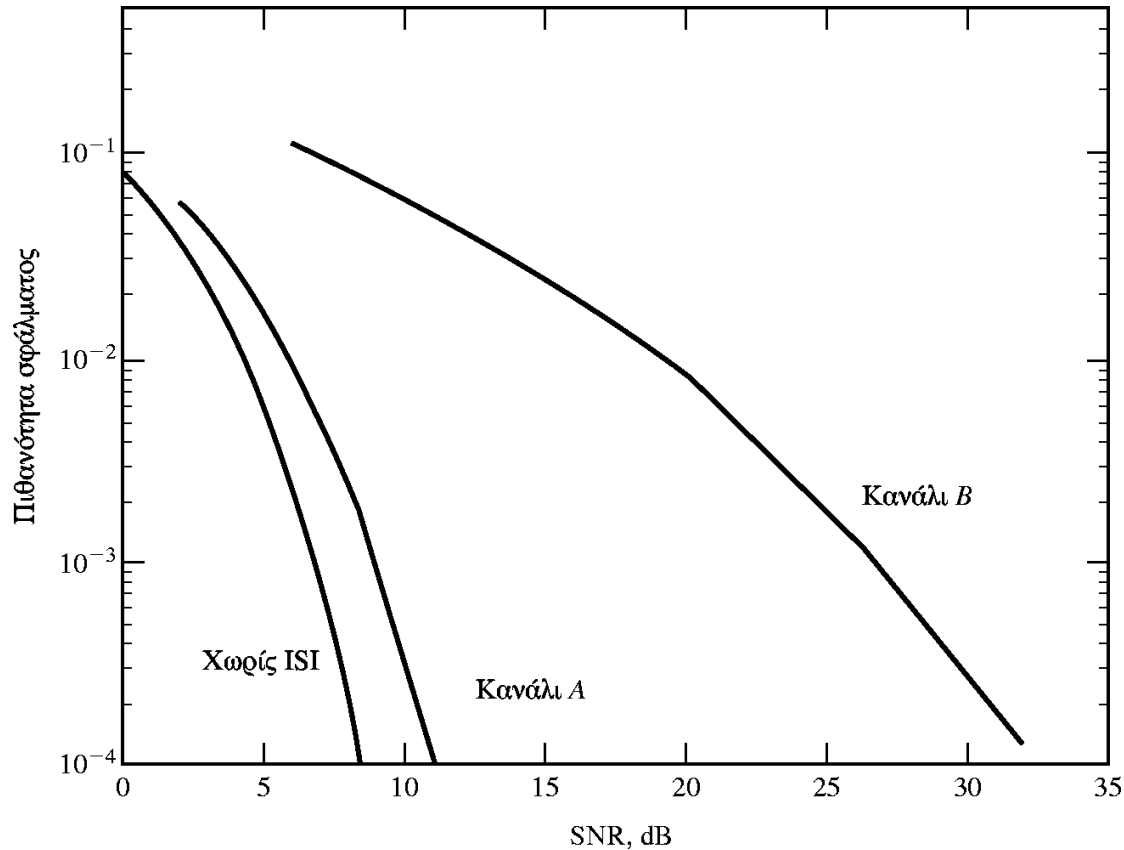


Κανάλι A



Κανάλι B

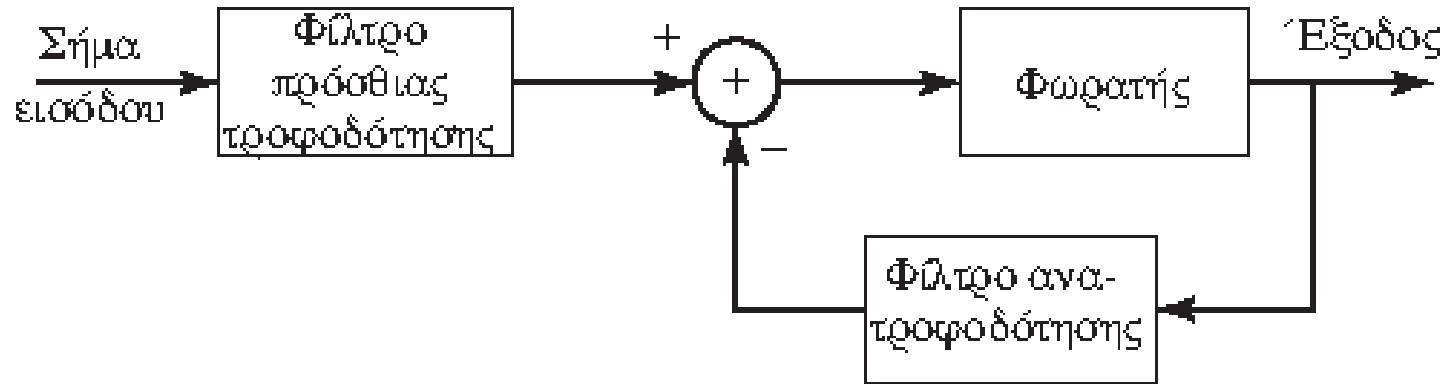
Επίδοση



Επίδοση ρυθμού σφαλμάτων (BER) γραμμικού MMSE ισοσταθμιστή

Ισοσταθμιστής DFE

Ισοσταθμιστής DFE (1/3)



- **DFE: Ισοσταθμιστής Ανατροφοδότησης Αποφάσεων (Decision Feedback Equalizer)**
 - μη γραμμικός ισοσταθμιστής
 - Το **feed-forward filter** σε σειρά με το υπερσύστημα $x(t)$ δίνει ένα αιτιατό σύστημα (ISI μόνο από προηγούμενα σύμβολα)
 - Το **feedback filter** χρησιμοποιεί τις αποφάσεις του φωρατή για προηγούμενα σύμβολα προκειμένου να εξαλείψει την (αιτιατή) ISI που αυτά εισάγουν στο τρέχον σύμβολο

Ισοσταθμιστής DFE (2/3)

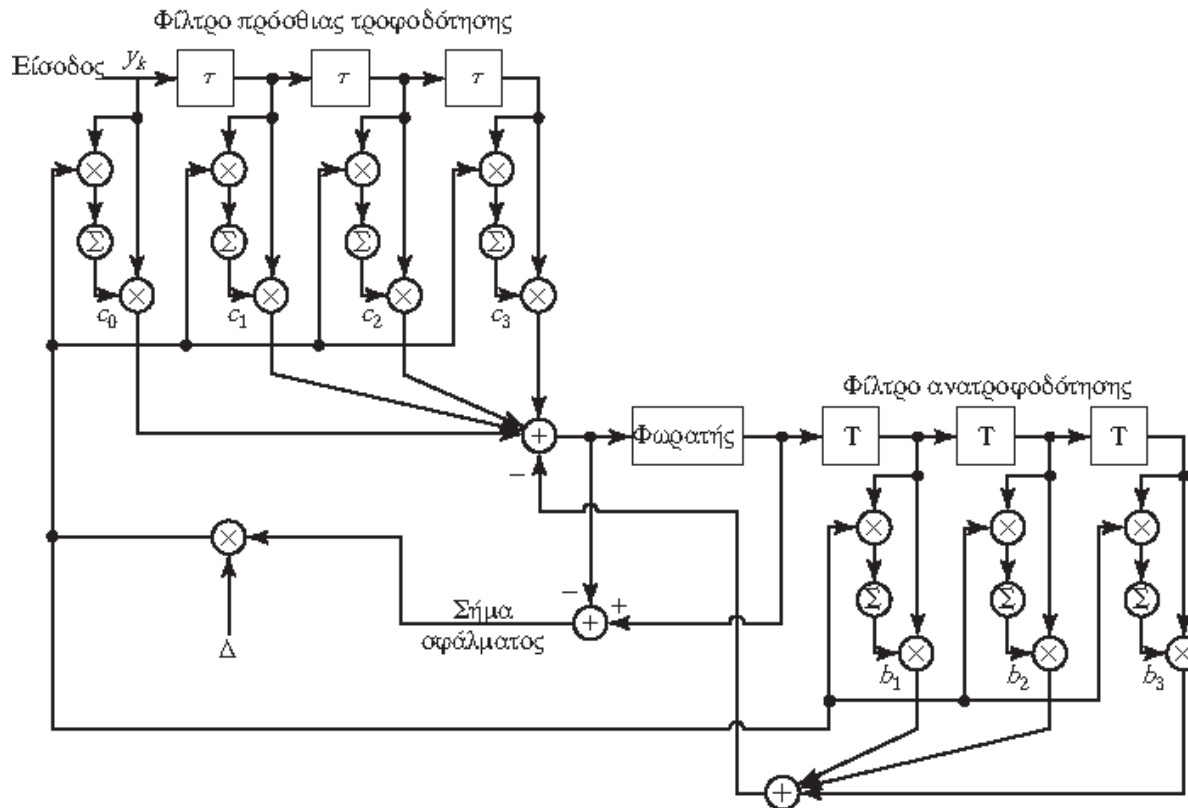
- φίλτρο πρόσθιας τροφοδότησης (**feedforward filter, FF**)
 - συνήθως είναι fractionally-spaced
 - είναι προσαρμοστικό ή σταθερό
 - είναι αντίστοιχο των γραμμικών ισοσταθμιστών
 - N_1 συντελεστές, $\{c_n\}$
- φίλτρο ανατροφοδότησης (**feedback filter, FB**)
 - symbol-spaced
 - είναι προσαρμοστικό ή σταθερό
 - ως είσοδο δέχεται τις αποφάσεις του φωρατή
 - N_2 συντελεστές, $\{b_n\}$

Ισοσταθμιστής DFE (3/3)

- Έξοδος DFE

$$\begin{aligned} Z_m &= \sum_{n=1}^{N_1} c_n \mathcal{Y}_{(m+N_1)T-nT} + \sum_{n=1}^{N_2} b_n \tilde{a}_{m-n} \\ &= \mathbf{c}^H \mathbf{y}_m + \mathbf{b}^H \tilde{\mathbf{a}}_m \end{aligned}$$

Adaptive DFE



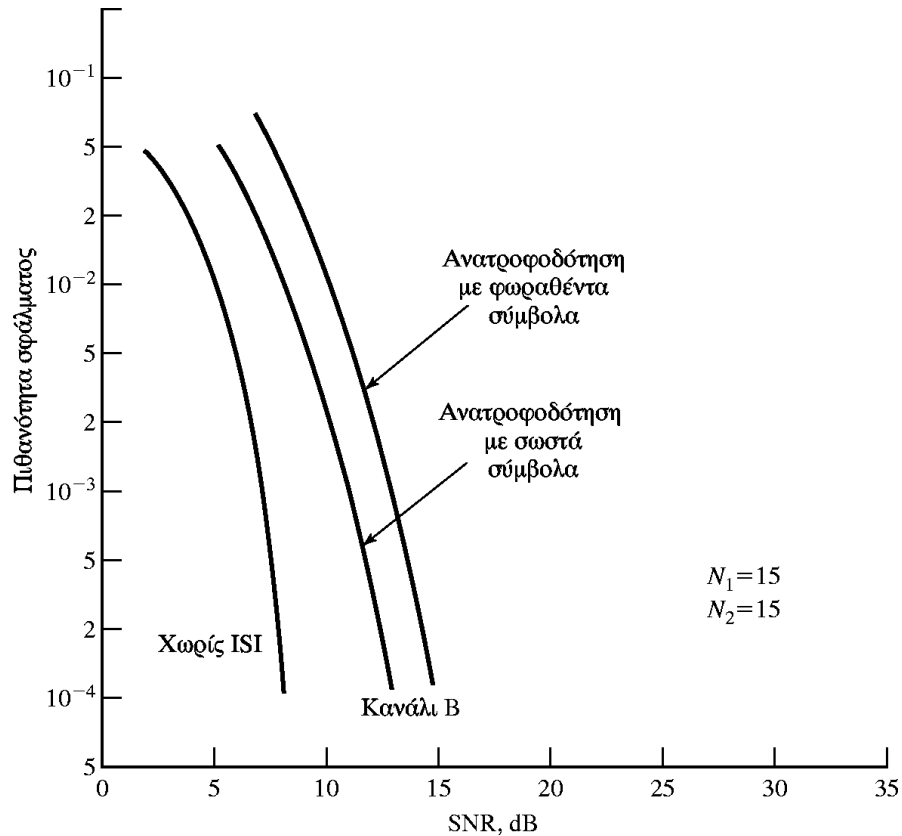
- Συνήθως χρησιμοποιείται το **κριτήριο MMSE**
- και κάποιος αλγόριθμος στοχαστικής κλίσης (π.χ. **LMS**)

Adaptive DFE Algorithm

Αλγόριθμος Στοχαστικής Κλίσης LMS

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_0 &= [0 \dots 0 1]^T \\ \text{for } m &= 0, \dots \\ z_m &= \mathbf{c}^H \mathbf{y}_m + \mathbf{b}^H \tilde{\mathbf{a}}_m \\ e_m &= Q[z_m] - z_m \\ \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{m+1} \\ \mathbf{b}_{m+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{c}_m \\ \mathbf{b}_m \end{bmatrix} + \Delta e_m^* \begin{bmatrix} \mathbf{y}_m \\ \tilde{\mathbf{a}}_m \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Επίδοση DFE



Επίδοση DFE με και χωρίς διάδοση σφαλμάτων για το κανάλι Β και $N_1 = N_2 = 15$

Διάδοση Σφαλμάτων

- **Διάδοση Σφάλματος (Error Propagation):**
 - αν ο φωρατής αποφασίσει λανθασμένα για κάποιο σύμβολο, τότε αυτό τροφοδοτείται μέσω του FB και επηρεάζει τη φώραση και των επόμενων συμβόλων
 - η επίδραση του σφάλματος δεν είναι καταστροφική (με την έννοια του μέσου όρου)
 - συνεπάγεται απώλεια επίδοσης κατά 1-2dB για $BER < 10^{-2}$

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Καθ. Κώστας Μπερμπερίδης 2014.

Κώστας Μπερμπερίδης. «Κινητά Δίκτυα Επικοινωνιών. Προσαρμοστική Ισοστάθμιση Καναλιού».

Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1109/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Οι εικόνες στις σελίδες: 7, 13, 16, 17, 20, 21, 22, 27 και 29 έχουν δημιουργηθεί με βάση αντίστοιχες εικόνες του βιβλίου: «Συστήματα Επικοινωνιών» των J. G. Proakis και M. Salehi, μετάφραση στα ελληνικά από τους Κ. Καρούμπαλο, Ε. Ζέρβα, Σ. Καραμπογιά και Ε. Σαγκριώτη, εκδόσεις Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών.