

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ**

**ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΝΩΣΗΣ  
&  
ΑΥΤΟΜΑΤΟΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ**

**Ιωάννης Χατζηλυγερούδης**

**Πάτρα 2004**

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΝΩΣΗΣ	
1.1 Βασικές Έννοιες	4
1.2 Δηλωτική και Διαδικαστική Άποψη	7
1.3 Τύποι Γνώσης	10
1.4 Γλώσσα Αναπαράστασης Γνώσης	12
1.4.1 Βασικά Στοιχεία	12
1.4.2 Κριτήρια Αξιολόγησης Επάρκειας	14
2. ΛΟΓΙΚΗ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΕΩΣ ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΟΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ	
2.1 Συνεπαγωγή και Είδη Συμπερασματικής	17
2.2 Συστατικά Στοιχεία Λογικής Γλώσσας	19
2.3 Βασικές Έννοιες Θεωρίας Μοντέλου	20
2.4 Βασικές Έννοιες Αποδεικτικής Θεωρίας	22
2.5 Κατηγορηματικός Λογισμός Πρώτης Τάξεως (ΚΛΠΤ)	25
2.6 Προτασιακή Μορφή ΚΛΠΤ	30
2.7 Κανόνες Εξαγωγής Συμπεράσματος	33
2.8 Αντικατάσταση και Ενοποίηση	35
2.9 Αρχή της Επίλυσης	37
2.10 Αντίφαση της Επίλυσης-Απόδειξη Θεωρήματος	39
2.11 Πλεονεκτήματα Λογικών Γλωσσών	40
2.12 Μεινεκτήματα ΚΛΠΤ	42
3. ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΕΠΙΛΥΣΗΣ	
3.1 Στρατηγικές Επιλογής Γονέων	46
3.1.1 Επίλυση Μοναδιαίας Πρότασης	46
3.1.2 Επίλυση Πρότασης Εισόδου	47
3.1.3 P1 και N1 Επίλυση	49
3.1.4 Υπερεπίλυση	50
3.1.5 Γραμμική Επίλυση	52
3.1.6 Παραλλαγές Γραμμικής Επίλυσης	53
3.1.7 Επίλυση Συνόλου Υποστήριξης	56

3.2 Στρατηγικές Απαλοιφής προτάσεων	58
3.2.1 Απαλοιφή Ταυτολογιών	58
3.2.2 Απαλοιφή Καθαρών Στοιχείων	59
3.2.3 Απαλοιφή Συνόψεων	61
4. ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΚΑΝΟΝΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ	
4.1 Εισαγωγή	63
4.2 Δομή Συστήματος Βασισμένου σε Κανόνες	65
4.3 Κανόνες Παραγωγής	67
4.4 Διαδικασία Εξαγωγής Συμπερασμάτων	69
4.5 Μέθοδοι εξαγωγής Συμπερασμάτων	71
4.6 Στρατηγικές Επίλυσης Σύγκρουσης	73
4.7 Τα Πλεονεκτήματα των ΚΠ	75
4.8 Τα Προβλήματα των ΚΠ	77
5. ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ	
5.1 Ορισμός	79
5.2 Αβέβαιη Παρατήρηση	80
5.3 Κανόνες με Πολλαπλά Στοιχεία	82
5.4 Εξαγωγή Συμπερασμάτων	83
5.5 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα	85
6. ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΜΕ ΠΛΑΙΣΙΑ	
6.1 Γενικά	86
6.2 Βασική Δομή Πλαισίου	87
6.3 Ιεραρχική Δόμηση	89
6.4 Κληρονομικότητα	91
6.5 Πλεονεκτήματα των Πλαισίων	92
6.6 Προβλήματα με τα Πλαίσια	95
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	97

# 1

## ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΓΝΩΣΗΣ

### 1.1 Βασικές Έννοιες

Η γνώση και η αναπαράσταση της γνώσης (knowledge representation: KR) παίζουν κεντρικό ρόλο στην ΤΝ. Η ΑΓ (αναπαράσταση της γνώσης) είναι μια περιοχή της ΤΝ που ασχολείται με το πώς μπορεί καλύτερα και αποδοτικότερα να παρασταθεί γνώση γύρω από ένα πεδίο μέσα σ' ένα Η/Υ για τη λύση προβλημάτων (problem solving).

Η αναγκαιότητα εισαγωγής της γνώσης σε συστήματα ΤΝ διαπιστώθηκε, όταν προσπάθειες για την κατασκευή ευφυών συστημάτων που θα μπορούσαν να είναι γενικοί λύτες προβλημάτων απέτυχαν. Ένα τέτοιο παράδειγμα ήταν η προσπάθεια των Ernst and Newell το 1969, που κατέληξε στο σύστημα GPS (General Problem Solver). Τα συμπεράσματα από αυτή την προσπάθεια ήταν: α) γενικές, έστω και ισχυρές, μέθοδοι δεν είναι αρκετές για την εμφάνιση ευφυούς συμπεριφοράς, και β) είναι απαραίτητη η ύπαρξη ικανής ποσότητας εξειδικευμένης γνώσης ακόμη και για την εκδήλωση απλής ευφυούς συμπεριφοράς. Έτσι, κρίθηκε απαραίτητη η ενσωμάτωση εξειδικευμένης γνώσης σε συστήματα ΤΝ, που σαν επακόλουθο είχε και το πρόβλημα της αναπαράστασής της.

Μια προφανής λύση γι'αυτή την ενσωμάτωση (σύμφωνη με την κλασσική αλγοριθμική προσέγγιση), θα συνιστούσε προγραμματισμό αυτής της γνώσης μέσα στο όλο σύστημα (αλγόριθμο). Αυτή η προσέγγιση όμως θα είχε τις εξής αδυναμίες:

- σύνδεση του συστήματος με συγκεκριμένο(α) πρόβλημα(τα)
- αδυναμία προσδιορισμού της γενικότητας μιας λύσης
- αδυναμία παροχής εξήγησης της λύσης

Η προσέγγιση που κατά κανόνα χρησιμοποιεί σήμερα η ΤΝ εκφράζεται από την "Υπόθεση Αναπαράστασης της Γνώσης" (Knowledge Representation Hypothesis) που διατυπώθηκε από τον Brian Smith το 1982 :

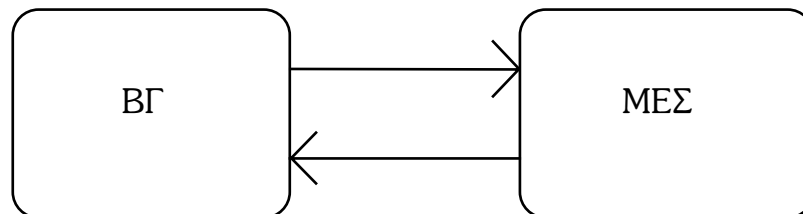
"Οποιαδήποτε μηχανικά ενσωματωμένη ευφυής διαδικασία περιλαμβάνει δομικά συστατικά τα οποία α) εξωτερικοί παρατηρητές φυσικά εκλαμβάνουν ότι παριστάνουν μια προτασιακή έκθεση της γνώσης που η διαδικασία φανερώνει, και β) ανεξάρτητα από το τι εξωτερικοί παρατηρητές σημασιολογικά εκλαμβάνουν ότι είναι, παίζουν ένα βασικό και αιτιακό ρόλο στη γένεση της συμπεριφοράς που εκδηλώνει τη γνώση".

Η υπόθεση αυτή τονίζει δύο κρίσιμα σημεία σχετικά με την εκδήλωση ευφυούς συμπεριφοράς:

- για να αναπαριστάνουν γνώση οι συμβολικές δομές ενός συστήματος, πρέπει να είναι δυνατόν να τις ερμηνεύουμε προτασιακά, δηλ. σαν εκφράσεις στις οποίες μπορούν να αποδοθούν έννοιες αλήθειας, μπορούν δηλ. να θεωρηθούν είτε σαν αληθείς είτε σαν ψευδείς.

- η παρουσία των δομών αυτών είναι που πρέπει να προκαλεί την εκδηλούμενη από το σύστημα συμπεριφορά, η οποία πρέπει να είναι συμβιβαστή με την φυσικά αντιλαμβανόμενη έννοια των προτασιακών εκφράσεων. Έτσι π.χ. η ύπαρξη σχολίων σ'ένα πρόγραμμα δεν συνιστά ευφυή συμπεριφορά.

Συνοψίζοντας, αυτό που τελικά ισχυρίζεται η υπόθεση αναπαράστασης της γνώσης είναι ότι η γνώση πρέπει να αναπαριστάνεται προτασιακά, και ότι ευφυής συμπεριφορά μπορεί να προκύψει από τον υπολογιστικό χειρισμό των αντίστοιχων (προτασιακών) συμβολικών δομών. Αυτό βρίσκεται σε συμφωνία και επεξηγεί την πρώτη αρχή της υπόθεσης συστήματος φυσικών συμβόλων, αποτελεί δε την λεγόμενη *λογική θεώρηση* (*logical view*) της ΑΓ και γενικότερα της ΤΝ και η οποία είναι προς το παρόν και η μόνη πρακτικά λειτουργούσα.



Σχήμα 1.1 Βασική Δομή Ευφυούς Συστήματος

Έτσι, οποιοδήποτε σύστημα που εκδηλώνει ευφυή συμπεριφορά περιλαμβάνει δύο βασικά δομικά στοιχεία. Το πρώτο είναι μια *βάση γνώσης* (knowledge base). Το δεύτερο είναι μια *μηχανή/μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων* (inference engine/mechanism). Η γνώση δεν προγραμματίζεται στο σύστημα, αλλά περιγράφεται ρητά στη ΒΓ με τη βοήθεια κάποιας τυπικής (αυστηρής) γλώσσας, που ονομάζεται *γλώσσα*

*αναπαράστασης της γνώσης* (knowledge representation language). Δηλαδή η ΒΓ (βάση γνώσης) αποτελείται από ένα σύνολο εκφράσεων (προτάσεων) μιας ΓΑΓ (γλώσσα αναπαράστασης της γνώσης) που περιγράφουν την ενσωματωμένη στο σύστημα γνώση. Τη ΒΓ χειρίζεται η ΜΕΣ (μηχανή εξαγωγής συμπερασμάτων). Η ΜΕΣ επεξεργάζεται τις εκφράσεις στη ΒΓ για να παράγει ευφυή συμπεριφορά (βλ. σχήμα 3.1).

Πάνω σ'αυτή την προσέγγιση στηρίζεται η σχεδίαση συστημάτων ΤΝ. Τα λεγόμενα *συστήματα βασισμένα στη γνώση* (knowledge based systems) είναι ακριβώς αυτά τα συστήματα που έχουν σχεδιασθεί με βάση την παραπάνω προσέγγιση. Τα *έμπειρα συστήματα* (expert systems) αποτελούν το βασικό όγκο των ΣΒΓ (:συστήματα βασισμένα στη γνώση), ώστε οι δύο όροι να χρησιμοποιούνται σαν συνώνυμοι, αν και ο όρος ΣΒΓ είναι πιο γενικός. Το βασικότερο γνώρισμα των ΕΣ (έμπειρων συστημάτων), όπως αναφέρθηκε και στο κεφάλαιο 8, είναι ο διαχωρισμός γνώσης και χρήσης της γνώσης.

## 1.2 Δηλωτική και Διαδικαστική Άποψη

Υπάρχουν δύο βασικές απόψεις όσον αφορά στη φύση της γνώσης, η διαδικαστική και η δηλωτική (ή περιγραφική). Σύμφωνα με τη *διαδικαστική άποψη* (*procedural view*), η ανθρώπινη γνώση είναι πρωταρχικά γνώση του *πως* και συνίσταται από ένα σύνολο διαδικασιών. Π.χ. η γνώση για το παίξιμο σκακιού ταυτίζεται με ένα σύνολο διαδικασιών για το *πως* παίζεται το σκάκι τις οποίες κατέχει κάθε παίκτης. Συνέπεια τής διαδικαστικής άποψης της γνώσης είναι η προτίμηση στη *διαδικαστική αναπαράσταση* (procedural representation) της γνώσης, δηλαδή την αναπαράστασή της σαν ένα σύνολο διαδικασιών που η κάθε μια αναπαριστάνει ένα κομμάτι

γνώσης. Η γνώση είναι ενσωματωμένη στις διαδικασίες. Δεν υπάρχει διαχωρισμός μεταξύ αναπαριστώμενης πληροφορίας και διαδικασίας χειρισμού της.

Σύμφωνα με τη *δηλωτική άποψη (declarative view)*, η γνώση είναι βασικά γνώση του *τι*. Οι άνθρωποι γνωρίζουν γεγονότα και όχι διαδικασίες για τον κόσμο. Συνεπώς η γνώση πρέπει να αναπαριστάνεται ξεχωριστά, ρητά, δηλαδή με μια δηλωτική (περιγραφική) μορφή και όχι ενσωματωμένη σε διαδικασίες, γνωστή ως *δηλωτική αναπαράσταση (declarative representation)*. Βέβαια, χρειάζονται και διαδικασίες για τον χειρισμό της γνώσης, αλλά αυτές είναι γενικές και ανεξάρτητες από τη συγκεκριμένη γνώση που χειρίζονται, ενώ αντίθετα στη διαδικαστική γνώση οι διαδικασίες είναι ειδικού σκοπού και συνδέονται άμεσα με τη γνώση που χειρίζονται. Επομένως, η δηλωτική αναπαράσταση ουσιαστικά οδηγεί σε διαχωρισμό αναπαριστώμενης γνώσης και διαδικασιών χειρισμού αυτής της γνώσης.

Για να γίνει κατανοητή η διαφορά μεταξύ διαδικαστικής και δηλωτικής άποψης παραθέτουμε το παρακάτω παράδειγμα. Η γνώση "όλοι οι μηχανικοί Η/Υ από την Πάτρα είναι έξυπνοι" μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατά διάφορους τρόπους για την εξαγωγή διαφόρων συμπερασμάτων. Π.χ. αν ξέρουμε ότι ο Πέτρος είναι μηχανικός Η/Υ από την Πάτρα, τότε μπορούμε να συμπεράνουμε ότι είναι έξυπνος. Επίσης, αν ξέρουμε ότι ο Νίκος είναι ένας κουτός μηχανικός Η/Υ, τότε μπορούμε να συμπεράνουμε ότι δεν είναι από τη Πάτρα. Ακόμη, αν ξέρουμε ότι ο Γιάννης είναι από την Πάτρα και δεν είναι έξυπνος, τότε συμπεραίνουμε ότι δεν είναι μηχανικός Η/Υ. Στη διαδικαστική αναπαράσταση και οι τρεις παραπάνω τρόποι χειρισμού της εν λόγω γνώσης για την εξαγωγή των αντίστοιχων συμπερασμάτων πρέπει να αναπαρασταθούν σαν διαδικασίες ξεχωριστά η



κάθε μια. Στο δηλωτικό τρόπο αναπαράστασης έχουμε κάποια ή κάποιες γενικές διαδικασίες για το χειρισμό της παραπάνω γνώσης κατά όλους τους δυνατούς τρόπους. Επίσης, οι ίδιες αυτές διαδικασίες μπορούν να χειριστούν και άλλη γνώση χωρίς περαιτέρω προσθήκες, ενώ ο χειρισμός άλλης γνώσης στη διαδικαστική προσέγγιση θα απαιτούσε τσες επί μέρους διαδικασίες όσοι και οι δυνατοί τρόποι χρήσης της νέας αυτής γνώσης.

Τα υπέρ της διαδικαστικής αναπαράστασης της γνώσης μπορούν να συνογιστούν στα παρακάτω:

- πολλά από τα πράγματα που ξέρουμε μπορούν να ειδωθούν πίο φυσικά σαν διαδικασίες, όπως π.χ. οι πράξεις με αριθμούς.
- γνώση 2ης τάξης (μετα-γνώση), δηλαδή γνώση ενός συστήματος για το τι ξέρει ή για το πως χρησιμοποιεί τη γνώση του, αναπαριστάνεται πίο εύκολα διαδικαστικά.
- είναι πίο αποδοτική λόγω του εξειδικευμένου των διαδικασιών.

Τα κατά της διαδικαστικής αναπαράστασης είναι:

- πρέπει για κάθε κομμάτι γνώσης να περιγράψουμε και τους τρόπους χρήσης του για την εξαγωγή συμπερασμάτων.
- τροποποίηση σε κάποιο κομμάτι διαδικαστικής γνώσης μπορεί να σημαίνει πολλές άλλες αλλαγές στο πρόγραμμα συνολικά.

Τα υπέρ της δηλωτικής αναπαράστασης είναι τα ακόλουθα:

- επειδή οι διαδικασίες εξαγωγής συμπερασμάτων είναι γενικές μπορούν οι ίδιες να χρησιμοποιηθούν για περισσότερα από ένα κομμάτια γνώσης.
- το ίδιο κομμάτι γνώσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατά διάφορους τρόπους για εξαγωγή διαφόρων συμπερασμάτων.

- είναι ευκολώτερη η πρόσδεση γνώσης σε μια βάση χωρίς καμιά άλλη αλλαγή.
- επιτυγχάνεται οικονομικότερη αποθήκευση της γνώσης, αφού ένα κομμάτι γνώσης αποθηκεύεται μια φορά ανεξάρτητα των τρόπων χρήσης του.

Τα κατά της δηλωτικής αναπαράστασης βασικά συνοψίζονται στο παρακάτω:

- έχει πρόβλημα αποδοτικότητας.

Είναι φανερό από τα παραπάνω ότι η δηλωτική αναπαράσταση συμφωνεί με την υπόθεση αναπαράστασης της γνώσης. Επίσης είναι γεγονός ότι η κοινότητα της ΤΝ δείχνει προτίμηση σ' αυτό τον τρόπο αναπαράστασης, του οποίου οι πιο γνήσιοι αντιπρόσωποι είναι οι βασισμένες στη λογική γλώσσες.

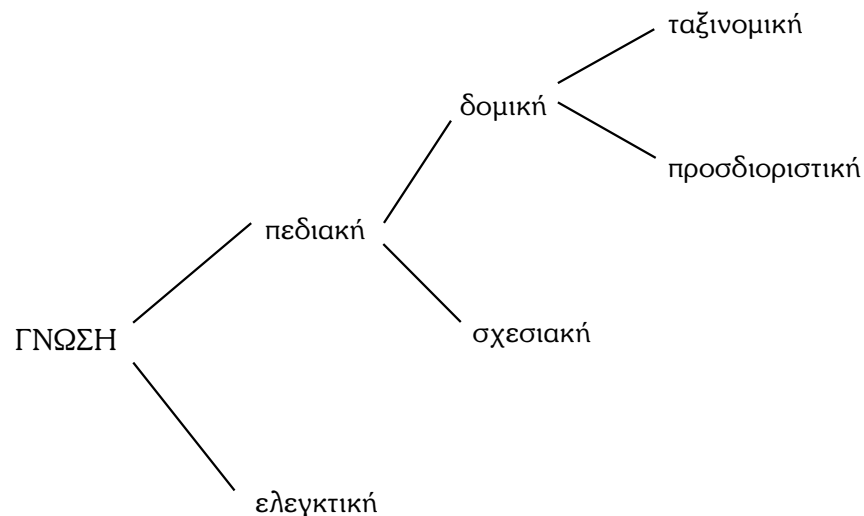
### 1.3 Τύποι Γνώσης

Τη γνώση εν γένει μπορούμε να τη διακρίνουμε σε διάφορους τύπους. Διαφορετικοί τύποι γνώσης αναπαριστώνται ευκολώτερα από διαφορετικές ΓΑΓ. Στη συνέχεια, υποθέτουμε ότι αναφερόμαστε σε κάποιο γνωστικό πεδίο το οποίο αποτελείται από ένα σύνολο οντοτήτων που σχετίζονται μεταξύ τους με κάποιο τρόπο. Ο όρος 'οντότητα' είναι γενικός και περιλαμβάνει συγκεκριμένα αντικείμενα, αφηρημένες έννοιες, γεγονότα κλπ.

Ένας πρώτος τύπος γνώσης είναι η *ταξινομική γνώση (taxonomic knowledge)*. Αυτό το είδος γνώσης αναφέρεται στις ταξινομικές σχέσεις μεταξύ των οντοτήτων. Π.χ. η έκφραση "ο σκύλος είναι ένα είδος κατοικίδιου ζώου" δηλώνει μια τέτοια γνώση. Ένας δεύτερος τύπος γνώσης

θα μπορούσε να ονομαστεί *προσδιοριστική γνώση (attributive knowledge)*. Αυτή αναφέρεται στις ιδιότητες ή στα χαρακτηριστικά μιας οντότητας, δηλ. τα στοιχεία που τη χαρακτηρίζουν και τη διακρίνουν από τις άλλες οντότητες. Π.χ. οι εκφράσεις "τα πουλιά πετούν", "τα ζώα έχουν πόδια" δηλώνουν προσδιοριστική γνώση. Καλούμε τους δύο παραπάνω τύπους γνώσης *δομική γνώση (structural knowledge)*, επειδή αναφέρονται είτε στην ιεραρχική (εξωτερική) δόμηση των οντοτήτων στο πεδίο είτε στην εσωτερική τους δομή.

Ένας άλλος τύπος γνώσης ονομάζεται *σχεσιακή γνώση (relational knowledge)* και αναφέρεται στις σχέσεις μεταξύ των οντοτήτων του πεδίου. Π.χ. η έκφραση "το κάπνισμα προκαλεί καρκίνο" δηλώνει μια σχεσιακή γνώση.



Σχήμα 3.2 Ταξινόμηση της Γνώσης

Όλοι οι παραπάνω τύποι γνώσης εντάσσονται σε μια κατηγορία γνώσης που ονομάζεται *πεδιακή γνώση (domain knowledge)*. Υπάρχει όμως και μια άλλη κατηγορία γνώσης που καλείται *ελεγκτική γνώση (control knowledge)*

και αναφέρεται στο πως χρησιμοποιείται η πεδιακή γνώση. Γι'αυτό συνήθως ονομάζεται και *μετα-γνώση (meta-knowledge)*, αν και ο όρος αυτός είναι γενικώτερος. Η ελεγκτική γνώση δεν αναφέρεται στις οντότητες του πεδίου, στη δόμησή τους ή στις σχέσεις τους, όπως η πεδιακή γνώση, αλλά στις διαδικασίες και στις στρατηγικές ελέγχου για τη χρήση της πεδιακής γνώσης, δηλ. την εξαγωγή συμπερασμάτων. Στο σχήμα 3.2 απεικονίζεται η παραπάνω ταξινόμηση.

Η παραπάνω διάκριση της γνώσης έγινε με βάση το περιεχόμενο των εκφράσεων. Από μια άλλη σκοπιά, με βάση τη μορφή (τύπο) των εκφράσεων, διακρίνουμε δύο τύπους γνώσης, *γεγονότα (facts)* και *κανόνες (rules)*. Τα γεγονότα είναι απλές εκφράσεις που δηλώνουν τι είναι αληθές, τι ισχύει στο πεδίο. Π.χ. η έκφραση "ο Γιάννης είναι αδελφός του Παύλου" είναι ένα γεγονός. Οι κανόνες είναι συνθετώτερες εκφράσεις που δηλώνουν τι θα είναι αληθές κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις ή συνθήκες. Π.χ. η έκφραση "εάν η μπαταρία είναι ξεφορτισμένη το αυτοκίνητο δεν ξεκινά" είναι ένας κανόνας.

## 1.4 Γλώσσα Αναπαράστασης Γνώσης

### 1.4.1 Βασικά Στοιχεία

Μια ΓΑΓ (γλώσσα αναπαράστασης της γνώσης) μπορεί να οριστεί σαν ένα σύνολο συντακτικών και σημασιολογικών συμβάσεων που καθιστά δυνατή την περιγραφή κάποιας γνώσης, και το οποίο συνοδεύεται από ένα άλλο σύνολο κανόνων που επιτρέπει τον αποδοτικό χειρισμό αυτής της γνώσης.

Δηλαδή μια ΓΑΓ έχει καθ'εαυτή δύο βασικά στοιχεία. Η *σύνταξη* ή *σημειογραφία* (*syntax* or *notation*), είναι το στοιχείο που προσδιορίζει πως πρέπει να σχηματίζονται οι σωστές εκφράσεις της γλώσσας. Η σύνταξη μιας γλώσσας περιλαμβάνει α) ένα σύνολο πρωτογενών συμβόλων (λεξιλόγιο) και β) ένα σύνολο γραμματικών κανόνων (συντακτικοί κανόνες) για τον σχηματισμό εκφράσεων της γλώσσας. Εκφράσεις μιας ΓΑΓ με σωστή σύνταξη λέγονται *καλά σχηματισμένες εκφράσεις* (*well formed expressions*) ή *καλά σχηματισμένοι τύποι* (*well formed formulas: wffs*).

Η *σημασιολογία* ή *σημαντική* (*semantics*) μιας ΓΑΓ είναι το στοιχείο που προσδιορίζει την έννοια των ΚΣΕ (καλά σχηματισμένων εκφράσεων) της γλώσσας, δηλ. το αν μια έκφραση είναι αληθής ή ψευδής. Βασικά αποτελείται από ένα σύνολο κανόνων (σημασιολογικοί κανόνες) που καθορίζουν την έννοια μιας σύνθετης ΚΣΕ από τις έννοιες των επί μέρους στοιχειωδών εκφράσεων που τη συνιστούν.

Τέλος, ο *μηχανισμός συλλογισμού* (*reasoning mechanism*) ή *μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων* (*inference mechanism*) είναι αυτός που χειρίζεται τις ΚΣΕ της γλώσσας για τη παραγωγή νέας γνώσης, με την έννοια ότι γνώση μή ρητά περιγραφόμενη, αλλά ενυπάρχουσα στη ΒΓ, γίνεται φανερή. Π.χ. από τις προτάσεις "κάθε άνθρωπος είναι θνητός", "ο Σωκράτης είναι άνθρωπος" μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα "ο Σωκράτης είναι θνητός". Αυτό όμως δεν αποτελεί εντελώς νέα γνώση, αλλά φανέρωση ήδη ενυπάρχουσας, υπονοούμενης (*implicit*) γνώσης στις δύο παραπάνω προτάσεις. Αυτός ο χειρισμός (επεξεργασία) της γνώσης γίνεται με τη χρήση ορισμένων αφηρημένων κανόνων, που ονομάζονται *κανόνες εξαγωγής συμπερασμάτων* ή *συμπερασματικοί κανόνες* (*inference rules*). Οι κανόνες αυτοί δεν εξαρτώνται από τη συγκεκριμένη γνώση που βρίσκεται στη ΒΓ, αλλά είναι γενικοί. Ο ΜΕΣ δεν αποτελεί στοιχείο της ΓΑΓ

καθ'εαυτής, αλλά συνδέεται αναπόσπαστα με αυτήν και τη συνοδεύει, έτσι ώστε δεν νοείται ΓΑΓ χωρίς καθορισμένο ΜΕΣ. Μια ΓΑΓ μαζί με τον αντίστοιχο ΜΕΣ αποτελούν ένα *σύστημα αναπαράστασης της γνώσης* (ΣΑΓ).

#### 1.4.2 Κριτήρια Αξιολόγησης Επάρκειας

Για να είναι χρήσιμη μια ΓΑΓ πρέπει να είναι επαρκής (*adequate*), δηλαδή να μπορεί να ανταποκριθεί στις ανάγκες αναπαράστασης της γνώσης των εφαρμογών που χρησιμοποιείται. Υπάρχουν διάφορα κριτήρια αξιολόγησης της επάρκειας μιας ΓΑΓ, τα οποία συνοψίζονται σε τρία θεμελιώδη, την εκφραστικότητα, την αποδοτικότητα και την φυσικότητα μιας γλώσσας.

##### α. Εκφραστικότητα (*expressiveness*)

Το πρώτο κριτήριο αναφέρεται στην εκφραστική δύναμη της γλώσσας, δηλ. στο *τι* και *πόσο καλά* μπορεί να εκφράσει η γλώσσα. Μια επαρκής ως προς την εκφραστικότητα γλώσσα πρέπει να μπορεί να εκφράσει όλες τις πτυχές της γνώσης που θέλουμε να περιγράψουμε. Στη βιβλιογραφία συναντάται με διάφορες ορολογίες, όπως *επιστημολογική επάρκεια* (*epistemological adequacy*) (McCarthy and Hayes 1969) και *εκφραστική επάρκεια* (*expressive adequacy*) (Woods 1983). Η εκφραστικότητα μιας γλώσσας σχετίζεται και με τη σύνταξη και με τη σημασιολογία της, μπορεί δε να αναλυθεί στα ακόλουθα:

α1. σαφήνεια (*clarity*): αναφέρεται στη σαφήνεια με την οποία μπορεί να προσδιοριστούν οι έννοιες των ΚΣΕ της γλώσσας. Κάθε ΚΣΕ πρέπει να επιδέχεται μια και μοναδική ερμηνεία. Π.χ. η έκφραση της ελληνικής γλώσσας "όλοι οι μαθητές χρησιμοποιούν

ένα Η/Υ" επιδέχεται περισσότερες από μια ερμηνείες : "ο κάθε μαθητής έχει ένα δικό του Η/Υ που χρησιμοποιεί", "όλοι οι μαθητές χρησιμοποιούν ένα συγκεκριμένο Η/Υ". Αυτός είναι και ένας από τους λόγους για τους οποίους η (οποιαδήποτε) φυσική μας γλώσσα είναι ακατάλληλη σαν ΓΑΓ.

α2.διακριτικότητα (distinctionability): αναφέρεται στο πόσο λεπτές διακρίσεις μπορεί να κάνει η γλώσσα. Π.χ. αν μια γλώσσα χρησιμοποιεί μόνο το πρωτογενές σύμβολο 'κινείται' για να εκφράσει όλα τα είδη κίνησης (περπάτημα, τρέξιμο, πέταγμα κλπ), τότε δεν έχει καλή διακριτικότητα, εάν φυσικά χρειαζόμαστε μια τέτοια διακριτικότητα.

#### β.Αποδοτικότητα (Efficiency)

Η αποδοτικότητα μιας ΓΑΓ αναφέρεται στο πόσο υπολογιστικά αποδοτική είναι μια ΓΑΓ. Σχετίζεται με τον ΜΕΣ της γλώσσας. Για να είναι πρακτικά χρήσιμη μια γλώσσα πρέπει ο χειρισμός των ΚΣΕ της για εξαγωγή συμπερασμάτων από το ΜΕΣ να μπορεί να γίνει αποδοτικά μέσω ενός Η/Υ. Στη βιβλιογραφία αναφέρεται και σαν *ευρετική επάρκεια (heuristic adequacy)* (McCarthy and Hayes 1969) ή και σαν *υπολογιστική αποδοτικότητα (computational efficiency)* (Woods 1983).

Η αποδοτικότητα έχει δύο διαστάσεις, την *αποδοτικότητα χώρου (space efficiency)*, που αναφέρεται στην απαιτούμενη ποσότητα μνήμης, και την *αποδοτικότητα χρόνου (time efficiency)*, που αναφέρεται στην ταχύτητα εξαγωγής των συμπερασμάτων.

Η εκφραστικότητα και η αποδοτικότητα μιας γλώσσας είναι αλληλοσυγκρουόμενα μεγέθη. Όπως ισχυρίζονται οι Levesque και Brachman (1985) υπάρχει μια δεμελιώδης συναλλαγή (trade-off) μεταξύ εκφραστικότητας και αποδοτικότητας κάθε γλώσσας. Όσο πιο εκφραστική

είναι μια ΓΑΓ τόσο λιγότερο αποδοτική γίνεται. Όσο πιο πλούσια σύνταξη έχει μια γλώσσα, δηλαδή όσο πιο εκφραστική είναι, τόσο πιο πολλοί κανόνες εξαγωγής συμπερασμάτων απαιτούνται και επομένως τόσο πιο πολύπλοκος είναι ο ΜΕΣ, που σημαίνει ότι τόσο λιγότερο αποδοτικός γίνεται.

#### γ. Φυσικότητα (Naturalness)

Τέλος το τρίτο κριτήριο αναφέρεται στη φυσικότητα της αναπαράστασης που προσφέρουν οι συμβολικές δομές της γλώσσας. Κατά πόσο δηλαδή υπάρχει μια εμφανής αντιστοιχία μεταξύ εκφράσεων της γλώσσας και αναπαριστώμενης γνώσης, έτσι ώστε να γίνονται εύκολα κατανοητές και από ένα μη ειδήμονα της γλώσσας. Σχετίζεται με τη σύνταξη της γλώσσας.

Τα παραπάνω κριτήρια θα γίνουν πιο κατανοητά λίγο αργότερα, όταν θα περιγράψουμε τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των διαφόρων ΓΑΓ σε σχέση με αυτά.



## 2

# ΛΟΓΙΚΗ ΠΡΩΤΗΣ ΤΑΞΕΩΣ & ΑΥΤΟΜΑΤΟΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ

### 2.1 Συνεπαγωγή και Είδη Συμπερασματικής

Η λογική ορίζεται σαν η μελέτη της σωστής εξαγωγής συμπερασμάτων. Άν και υπάρχει σχετική σύγχυση ως προς το τι είναι σωστή εξαγωγή συμπερασμάτων, μια κατ'ελάχιστον απαίτηση είναι η *διατήρηση της αλήθειας*, δηλ. η απαίτηση ότι από αληθείς υποθέσεις (προτάσεις) εξάγονται αληθή συμπεράσματα (προτάσεις). Γι'αυτό και η λογική κατ'ελάχιστον ορίζεται σαν η μελέτη της διατήρησης της αλήθειας στην εξαγωγή συμπερασμάτων (συμπερασματική).

Για να κατανοήσουμε τι σημαίνει αυτό, ας δούμε τα παρακάτω δύο παραδείγματα συμπερασματικής:

αν κάνει κρύο τότε το αυτοκίνητό μου δεν ξεκινά

κάνει κρύο

-----

άρα το αυτοκίνητό μου δεν ξεκινά

αν κάνει κρύο τότε το αυτοκίνητό μου δεν ξεκινά

το αυτοκίνητό μου δεν ξεκινά

-----

άρα κάνει κρύο

Στο πρώτο παράδειγμα έχουμε διατήρηση της αλήθειας, ενώ στο δεύτερο όχι, διότι μπορεί να υπάρχουν και άλλες αιτίες που το αυτοκίνητο δεν ξεκινά. Το είδος της συμπερασματικής που εξασφαλίζει τη διατήρηση της αλήθειας ονομάζεται *συνεπαγωγή (deduction)*. Μια γενική μορφή συνεπαγωγής εξασφαλίζεται από την παρακάτω δομή

αν a τότε b

a

-----

άρα b

Το είδος συμπερασματικής του δεύτερου παραδείγματος ονομάζεται *απαγωγή (abduction)*. Παρ' όλο που μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένα συμπεράσματα, πολλές φορές είναι χρήσιμη. Χρησιμοποιείται κυρίως για την παραγωγή πιθανών εξηγήσεων μιας κατάστασης, π.χ. των συμπτωμάτων ενός ασθενούς στην ιατρική διαγνωστική. Συνήθως έχει την παρακάτω γενική μορφή

αν a τότε b

b

-----

άρα a

Ένα τελευταίο είδος εξαγωγής συμπερασμάτων είναι η *επαγωγή* (*induction*). Μια τέτοια περίπτωση είναι εκείνη κατά την οποία από τα μερικά συμπεράσματα συνάγουμε ένα καθολικό συμπέρασμα. Π.χ. στο παρακάτω παράδειγμα έχουμε επαγωγικό συμπέρασμα:

το φύλλο του δένδρου 1 είναι πράσινο

το φύλλο του δένδρου 2 είναι πράσινο

...

το φύλλο του δένδρου  $n$  είναι πράσινο

-----

άρα τα φύλλα όλων των δένδρων είναι πράσινα

Και δώ οπωσδήποτε δεν εξασφαλίζουμε διατήρηση της αλήθειας, αλλά όμως δεν παύει να είναι ένας χρήσιμος τρόπος εξαγωγής συμπερασμάτων. Η επαγωγή χρησιμοποιείται σαν μέθοδος (αυτόματης) "μάθησης".

## 2.2 Συστατικά Στοιχεία Λογικής Γλώσσας

Για να ορίσουμε μια λογική γλώσσα πρέπει να ορίσουμε τρία βασικά στοιχεία της. Πρώτον, τη *σύνταξη* (*syntax*), δηλ. το λεξιλόγιο και τους συντακτικούς κανόνες της γλώσσας. Εκφράσεις μιας λογικής γλώσσας που είναι σύμφωνες με την ορισθείσα σύνταξη καλούνται *καλά σχηματισμένοι εκφράσεις* (ΚΣΕ) ή *λογικές προτάσεις*.

Δεύτερον, η *σημαντική* (*semantics*) ή *θεωρία μοντέλων* (*model theory*) της γλώσσας πρέπει να οριστεί. Αυτό συνίσταται, όπως προαναφέραμε, στον ορισμό ενός συνόλου σημασιολογικών κανόνων. Για κάθε συντακτικό

κανόνα (πρέπει να) υπάρχει αντίστοιχα και ένας σημασιολογικός κανόνας. Ενώ οι συντακτικοί κανόνες αναφέρονται στο πώς συνδιάζονται οι απλές προτάσεις για τον σχηματισμό σύνθετων προτάσεων, οι σημασιολογικοί κανόνες αναφέρονται στο πώς συνδιάζονται οι έννοιες των απλών προτάσεων για το καθορισμό της έννοιας των συνθέτων προτάσεων.

Το τρίτο στοιχείο που πρέπει να καθορίσουμε σε μια λογική γλώσσα είναι μια *αποδεικτική θεωρία* (proof theory). Η αποδεικτική θεωρία συνίσταται βασικά από ένα σύνολο (γενικών) κανόνων, που ονομάζονται *κανόνες εξαγωγής συμπερασμάτων* ή *συμπερασματικοί κανόνες* (inference rules). Οι συμπερασματικοί κανόνες είναι κανόνες που σαν είσοδο παίρνουν μια ή περισσότερες προτάσεις και σαν έξοδο δίνουν μια νέα πρόταση.

## 2.3 Βασικές Έννοιες Θεωρίας Μοντέλου

Η έννοια μιας λογικής πρότασης καθορίζεται με βάση κάποια *ερμηνεία* (interpretation). Μια ερμηνεία  $I$  καθορίζεται ως

$$I = \langle D, f_I \rangle$$

όπου  $D$  παριστάνει το υπό συζήτηση πεδίο, σαν ένα σύνολο πρωτογενών οντοτήτων που συνιστούν το πεδίο και για τις οποίες εκφράζουμε πληροφορίες μέσω της λογικής γλώσσας. Το  $f_I$  ονομάζεται *ερμηνευτική συνάρτηση* και είναι αυτή που συσχετίζει κάθε πρωτογενές σύμβολο (λέξη) της γλώσσας με μια πραγματική οντότητα/έννοια. Η πραγματική έννοια που αντιστοιχίζεται σε ένα σύμβολο είναι είτε μια οντότητα του πεδίου (δηλ. ένα στοιχείο του  $D$ ) είτε μια οντότητα που μπορεί να παραχθεί από

οντότητες του πεδίου μέσω καθαρά συνολοθεωρητικών θεωρήσεων. Π.χ. αν  $D = \{\gammaιάννης, γιώργος, μαρία\}$  τότε το  $\{\langle \gammaιάννης, μαρία \rangle, \langle μαρία, γιάννης \rangle\}$  είναι μια παραγόμενη οντότητα, που αποτελεί μια σχέση (2ου βαθμού) μεταξύ οντοτήτων του πεδίου και που θα μπορούσε να αντιστοιχεί στη σχέση "έχει-συζευχθεί". Επομένως, ποιοτικά η ερμηνεία αποτελεί μια αντιστοιχία των συμβόλων της πρότασης στις αντίστοιχες φυσικές οντότητες/έννοιες. Είναι προφανές από τον προηγούμενο ορισμό ότι για μια πρόταση μπορούν να υπάρχουν άπειρες ερμηνείες. Η επιλογή της κατάλληλης ερμηνείας εξαρτάται από τη σημασιολογία που θέλουμε να προσδώσουμε στα σύμβολα της έκφρασης. Επομένως μια πρόταση μπορεί να είναι ή να μην είναι αληθής κάτω από διαφορετικές ερμηνείες.

Το γεγονός ότι μια πρόταση  $\varphi$  είναι αληθής κάτω από μια ερμηνεία  $I$  συμβολίζεται

$$I \models \varphi$$

Τότε λέμε ότι η  $I$  ικανοποιεί την  $\varphi$ . Η ερμηνεία  $I$  λέγεται τότε και *μοντέλο* (model) της  $\varphi$ . Έτσι, μια έκφραση ονομάζεται *ικανοποιήσιμη* (satisfiable) αν και μόνο αν υπάρχει μια τουλάχιστον ερμηνεία  $I$  που να την ικανοποιεί ή με άλλα λόγια να έχει τουλάχιστον ένα μοντέλο. Αντίθετα, μια έκφραση ονομάζεται *μη ικανοποιήσιμη* (unsatisfiable) αν και μόνο αν δεν έχει κανένα μοντέλο. Οι έννοιες αυτές μπορούν να επεκταθούν και σε σύνολα εκφράσεων. Έτσι, λέμε ότι ένα σύνολο εκφράσεων είναι ικανοποιήσιμο αν και μόνο αν υπάρχει ερμηνεία που να ικανοποιεί όλες τις εκφράσεις του, διαφορετικά το σύνολο είναι μη ικανοποιήσιμο ή *ασυνεπές* (inconsistent).

Με βάση τον παραπάνω ορισμό της σημαντικής ή θεωρίας μοντέλου ορίζονται οι παρακάτω έννοιες. Μια πρόταση  $\varphi_2$  είναι *λογική συνεπαγωγή* (logical implication) ή, με άλλες λέξεις, *έγκυρο επακόλουθο* (*συνέπεια*) (valid

consequence) μιας πρότασης  $\varphi_1$  (συμβολικά  $\varphi_1 \models \varphi_2$ ) ανν (: αν και μόνο αν) κάθε μοντέλο της  $\varphi_1$  είναι επίσης μοντέλο της  $\varphi_2$ . Αυτό επεκτείνεται και στη λογική συνεπαγωγή από ένα σύνολο προτάσεων: μια πρόταση  $\varphi$  είναι λογική συνεπαγωγή ή έγκυρο επακόλουθο ενός συνόλου προτάσεων  $S$  (συμβολικά  $S \models \varphi$ ) ανν για όλες τις ερμηνείες για τις οποίες οι προτάσεις στο  $S$  είναι αληθείς είναι και η  $\varphi$  αληθής επίσης. Συμβολικά αυτό παριστάνεται

$$(\forall \varphi_i \in S, \forall I : I \models \varphi_i \Rightarrow I \models \varphi) \Leftrightarrow S \models \varphi.$$

Ο παραπάνω ορισμός αποτελεί και τον σημασιολογικό ορισμό της σωστής εξαγωγής συμπερασμάτων.

## 2.4 Βασικές Έννοιες Αποδεικτικής Θεωρίας

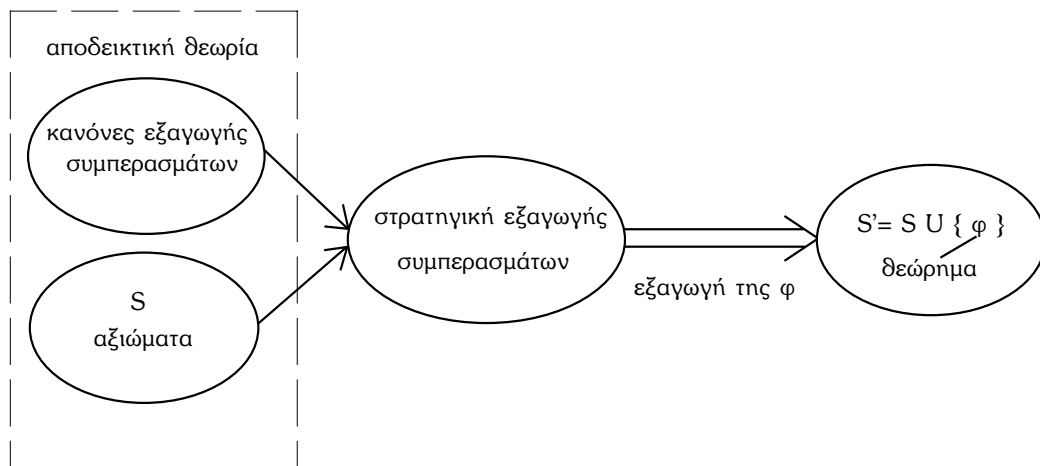
Ενώ η θεωρία μοντέλου αναφέρεται στον προσδιορισμό της έννοιας των προτάσεων, η αποδεικτική θεωρία αναφέρεται στη γένεση προτάσεων από άλλες προτάσεις.

Μια βασική έννοια της αποδεικτικής θεωρίας των λογικών γλωσσών είναι η έννοια της *εξαγωγιμότητας* (derivability) σε σχέση με ένα σύνολο κανόνων εξαγωγής συμπερασμάτων. Μια πρόταση  $\varphi$  λέμε ότι είναι *εξαγώγιμη* (derivable) από ένα σύνολο υποθέσεων  $S$  (συμβολισμός :  $S \vdash \varphi$ ) ανν το  $\varphi$  ανήκει στο  $S$  ή είναι αποτέλεσμα της εφαρμογής κάποιου κανόνα εξαγωγής συμπεράσματος σε εκφράσεις εξαγώγιμες από το  $S$ . Οι προτάσεις στο  $S$  ονομάζονται *υποθέσεις* (premises) και η πρόταση  $\varphi$  *συμπέρασμα* (conclusion) ή, κατ' άλλη ορολογία, *αξιώματα* (axioms) και *θεώρημα* (theorem) αντίστοιχα.

Σαν *απόδειξη* (proof) μιας πρότασης  $\varphi$  από ένα σύνολο προτάσεων  $S$  ορίζεται μια ακολουθία προτάσεων, τέτοια ώστε η  $\varphi$  είναι η τελευταία

πρόταση στην ακολουθία και κάθε πρόταση στη ακολουθία είναι είτε ένα αξίωμα, είτε μια πρόταση από το  $S$ , είτε μια πρόταση που παρήχθη από προηγούμενη(ες) πρόταση(εις) με την εφαρμογή κάποιου συμπερασματικού κανόνα. Λέμε ότι μια πρόταση  $\varphi$  μπορεί να αποδειχθεί από ένα σύνολο προτάσεων  $S$  (συμβολικά  $S \vdash \varphi$ ), αν υπάρχει μια απόδειξη της  $\varphi$  από το  $S$ . Ο ορισμός της απόδειξης αποτελεί και τον τυπικό ορισμό της σωστής εξαγωγής συμπερασμάτων. Αυτός ο ορισμός δεν εξαρτάται από τις έννοιες των προτάσεων, αλλά μόνο από τη μορφή τους. Η απόδειξη μιας πρότασης  $\varphi$  αναφέρεται επίσης και σαν *συνεπαγωγή* (deduction) ή *εξαγωγή* (derivation).

σύστημα εξαγωγής συμπερασμάτων



**Σχήμα 2.1.** Διαδικασία Απόδειξης μιας Πρότασης

Τα αξιώματα (υποθέσεις) και οι κανόνες εξαγωγής συμπερασμάτων αποτελούν ένα *σύστημα εξαγωγής συμπερασμάτων* (inference system) ή *σύστημα συλλογισμού* (reasoning system). Όμως, ένα σύστημα συλλογισμού από μόνο του δεν αρκεί για την υλοποίηση της αποδεικτικής θεωρίας και

την εξαγωγή συμπερασμάτων. Χρειάζεται παράλληλα και ένας αλγόριθμος, μια στρατηγική που θα ορίζει με ποιό τρόπο πρέπει να εφαρμόζονται οι κανόνες στις υποθέσεις για την εξαγωγή συμπερασμάτων. Ο συνδιασμός μιας στρατηγικής και ενός συστήματος συλλογισμού συνιστούν μια *διαδικασία απόδειξης* (proof procedure). Στο σχήμα 4.1 απεικονίζεται η διαδικασία απόδειξης μιας πρότασης  $\varphi$ .

Η εγκυρότης των συμπερασμάτων μιας διαδικασίας απόδειξης εξασφαλίζεται από την απαίτηση για λογική συνεπαγωγή των συμπερασμάτων από τις υποθέσεις. Η λογική συνεπαγωγή όμως εξαρτάται εξ ολοκλήρου από τους κανόνες εξαγωγής συμπερασμάτων που χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή συμπερασμάτων. Κανόνες που εξασφαλίζουν αυτό ονομάζονται *ορθοί* (sound) και η αντίστοιχη διαδικασία ορθή. Μια διαδικασία εξαγωγής συμπεράσματος λέγεται *ορθή* (sound) αν και μόνο αν κάθε έκφραση που μπορεί να εξαχθεί από ένα σύνολο προτάσεων  $S$  με βάση αυτή τη διαδικασία συνεπάγεται λογικά από το  $S$ . Τυπικά αυτό εκφράζεται σαν

$$\forall S, \forall \varphi, S \models \varphi \text{ αν } S \vdash \varphi .$$

Η ορθότητα είναι ένα χαρακτηριστικό που καθιστά μια διαδικασία εξαγωγής συμπεράσματος χρήσιμη, αφού αποτρέπει την εξαγωγή λανθασμένων συμπερασμάτων από λογικά ευσταθείς υποθέσεις.

Επίσης, μια άλλη απαίτηση είναι να μπορούμε να εξαγάγουμε όλα τα εξαγωγήματα συμπεράσματα από ένα σύνολο υποθέσεων. Κανόνες εξαγωγής συμπερασμάτων που εξασφαλίζουν αυτό, καθώς και οι αντίστοιχες διαδικασίες ονομάζονται *πλήρεις*. Μια διαδικασία εξαγωγής συμπεράσματος λέγεται *πλήρης* (complete), αν και μόνο αν κάθε έκφραση που συνεπάγεται



λογικά από το σύνολο  $S$  είναι εξαγωγίμη από το  $S$  με βάση αυτή τη διαδικασία. Αυτό τυπικά εκφράζεται σαν

$$\forall S, \forall \varphi, S \vdash \varphi \text{ αν } S \models \varphi .$$

Η πληρότητα εξασφαλίζει ότι η συγκεκριμένη διαδικασία εξαγωγής συμπεράσματος θα έχει σαν αποτέλεσμα την εξαγωγή όλων των εκφράσεων που μπορούν να προκύψουν από τις αρχικές υποθέσεις, μηδενίζοντας την πιθανότητα παράλειψης κάποιου χρήσιμου συμπεράσματος.

## 2.5 Κατηγορηματικός Λογισμός Πρώτης Τάξεως (ΚΛΠΤ)

Υπάρχουν δύο βασικά είδη τυπικής λογικής, ο προτασιακός λογισμός (propositional calculus) και ο κατηγορηματικός λογισμός (predicate calculus). Η προτασιακή λογική χρησιμοποιεί ολόκληρες προτάσεις σαν δομικές μονάδες, ενώ η κατηγορηματική λογική αναλύει μια πρόταση σε περισσότερες δομικές μονάδες. Πιο προχωρημένο και πιο χρήσιμο είδος λογικής, ιδιαίτερα για εφαρμογές ΤΝ, είναι η κατηγορηματική λογική, και πιο συγκεκριμένα ο *κατηγορηματικός λογισμός πρώτης τάξεως* (first-order predicate calculus), συντομογραφικά *ΚΛΠΤ* (FOPC).

Για τον καθορισμό των διαφόρων στοιχείων του ΚΛΠΤ χρειάζεται να διευκρινιστεί η παρακάτω έννοια:

- *Πεδίο ορισμού*  $D$  ονομάζεται το σύνολο όλων των αντικειμένων που σχετίζονται με τη γνώση που θέλουμε να αναπαραστήσουμε.

Ο ΚΛΠΤ περιλαμβάνει τα εξής:

- Ένα σύνολο από *σταθερές* (constants). Μια σταθερά αντιπροσωπεύει ένα συγκεκριμένο αντικείμενο στο  $D$ .

- Τις λογικές σταθερές true (T) και false (F).
- Ένα σύνολο από *μεταβλητές* (variables). Μια μεταβλητή αντιπροσωπεύει κάποιο αντικείμενο από το  $D$  χωρίς να ονομάζει ποιό.
- Ένα σύνολο από *συναρτήσεις* (functions). Μια συνάρτηση  $n$  μεταβλητών είναι μια αμφιμονοσήμαντη απεικόνιση από το  $D^n$  στο  $D$ , όπου  $D$  είναι το πεδίο ορισμού.
- Ένα σύνολο από *κατηγορήματα* (predicates). Ένα κατηγορημα  $n$  ορισμάτων ή θέσεων είναι μια αντιστοίχιση μιας ακολουθίας  $n$  αντικειμένων του πεδίου ορισμού  $D$  στο  $\{T, F\}$ , και εκφράζει ένα συσχετισμό μεταξύ των αντικειμένων. Αν τα  $n$  αντικείμενα συσχετίζονται μεταξύ τους με τον τρόπο που δηλώνει το κατηγορημα, τότε αυτό παίρνει την τιμή T, διαφορετικά παίρνει την τιμή F.
- Τα *λογικά διασυνδεδετικά όχι* (not) ( $\neg$ ), *ή* (or) ( $\vee$ ), *και* (and) ( $\wedge$ ), *συνεπάγεται* (implies) ( $\Rightarrow$ ), και *ισοδυναμεί* (equivalent) ( $\Leftrightarrow$ ).
- Δύο *ποσοδείκτες*, ο *καθολικός* (universal) που συμβολίζεται με το  $\forall$  και ο *υπαρξιακός* (existential) που συμβολίζεται με το  $\exists$ .

Η στοιχειώδης δομική μονάδα μιας λογικής έκφρασης στον ΚΛΠΤ είναι η *ατομική έκφραση ή άτομο*, έχει δε τη μορφή

$$P(t_1, \dots, t_n)$$

όπου  $P$  ένα κατηγορημα  $n$  ορισμάτων και  $t_1, \dots, t_n$  είναι όροι.

Ένας *όρος* (term) αναδρομικά ορίζεται ως εξής :

- Μια σταθερά είναι όρος.
- Μια μεταβλητή είναι όρος.
- Αν  $f$  είναι μια συνάρτηση  $n$  μεταβλητών και  $t_1, \dots, t_n$  είναι όροι, τότε η  $f(t_1, \dots, t_n)$  είναι όρος.

- iv. Όλοι οι όροι παράγονται με εφαρμογή των παραπάνω κανόνων (i), (ii), (iii).

Για παράδειγμα, αν το GREATER είναι ένα κατηγορημα που εκφράζει τη σχέση "μεγαλύτερο", τότε το GREATER(3,2) είναι ένα άτομο που είναι αληθές (T), ενώ το GREATER(1,3) είναι ψευδές (F).

Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε να ορίσουμε αυστηρά τώρα μια ΚΣΕ ή πιο απλά μια έκφραση στον κατηγορηματικό λογισμό πρώτης τάξης :

- i. Ένα άτομο είναι μια ΚΣΕ.
- ii. Αν  $F$  και  $G$  είναι ΚΣΕς, τότε  $\neg F$ ,  $(F \vee G)$ ,  $(F \wedge G)$ ,  $(F \Rightarrow G)$  και  $(F \Leftrightarrow G)$  είναι ΚΣΕς.
- iii. Αν  $F$  είναι μια ΚΣΕ και  $x$  μια ελεύθερη μεταβλητή στην  $F$ , τότε οι  $(\forall x)F$  και  $(\exists x)F$  είναι ΚΣΕς.
- iv. Οι ΚΣΕς δημιουργούνται μόνο από πεπερασμένο αριθμό εφαρμογών των (i), (ii) και (iii).

Για παράδειγμα, αν  $x, y$  είναι μεταβλητές και GREATER ένα κατηγορημα δύο ορισμάτων, όπως ορίστηκε προηγουμένως, τότε η έκφραση  $(\forall x)(\exists y) \text{GREATER}(x, y)$  είναι μια ΚΣΕ και σημαίνει "για κάθε  $x$  υπάρχει ένα  $y$  τέτοιο ώστε το GREATER( $x, y$ ) είναι αληθές, δηλαδή το  $x$  είναι μεγαλύτερο του  $y$ ".

Άλλα παραδείγματα ΚΣΕ εκφράσεων:

$$(\forall x) ((Q(x) \wedge P(y)) \Rightarrow R(x))$$

$$(\forall x) (P(x) \Rightarrow (\exists y) Q(x, y))$$

$$(\forall x) (\neg(\exists y) \text{on}(x, y) \Rightarrow \text{clear}(x))$$

Κάθε ποσοδείκτης έχει μια *εμβέλεια* (scope), η οποία είναι η έκφραση στην οποία εφαρμόζεται ο ποσοδείκτης, π.χ. στην προηγούμενη έκφραση η εμβέλεια του  $x$  (και του  $y$ ) είναι η έκφραση  $\text{GREATER}(x,y)$ .

Μια μεταβλητή λέγεται *δεσμευμένη* (bound) σε μια έκφραση, αν και μόνο αν μια εμφάνισή της σε αυτή την έκφραση βρίσκεται μέσα στην εμβέλεια ενός ποσοδείκτη που την προσδιορίζει. Μια μεταβλητή που δεν είναι δεσμευμένη λέγεται *ελεύθερη* (free). Για παράδειγμα, στην έκφραση  $(\forall x)P(x,y)$  η μεταβλητή  $x$  είναι δεσμευμένη, ενώ η  $y$  είναι ελεύθερη.

Οι παραπάνω κανόνες είναι οι συντακτικοί κανόνες του ΚΛΠΤ. Αντίστοιχοι σημασιολογικοί κανόνες είναι οι εξής:

- i. Αν  $\phi$  είναι άτομο της μορφής  $P(t_1 \dots t_n)$ , τότε  $I \models \phi$  αν και μόνο αν  $\langle t_1 \dots t_n \rangle \in f(P)$ ,  
όπου  $f$  η ερμηνευτική συνάρτηση
- ii. Αν  $\phi$  είναι της μορφής  $\neg F$ , τότε  $I \models \phi$  αν και μόνο αν  $I \not\models F$
- iii. Αν  $\phi$  είναι της μορφής  $(F \vee G)$ , τότε  $I \models \phi$  αν και μόνο αν  $I \models F$  ή  $I \models G$
- iv. Αν  $\phi$  είναι της μορφής  $(F \wedge G)$ , τότε  $I \models \phi$  αν και μόνο αν  $I \models F$  και  $I \models G$
- v. Αν  $\phi$  είναι της μορφής  $(F \Rightarrow G)$ , τότε  $I \models \phi$  αν και μόνο αν  $I \not\models F$  ή  $I \models G$

Στη συνέχεια παραθέτουμε ένα παράδειγμα για την κατανόηση του ρόλου της ερμηνείας στη σημασιολογία των προτάσεων. Έστω ότι έχουμε μια πολύ απλή λογική γλώσσα ΚΛΠΤ, που διαδέτει

- τρεις σταθερές  $a, b, c$
- δυο κατηγορήματα 1ου βαθμού (ή μιας δέσης)  $P, Q$
- ένα κατηγορήμα 2ου βαθμού (ή δύο δέσεων)  $R$ .

Έστω δε ότι έχουμε τις παρακάτω λογικές προτάσεις της γλώσσας

1.  $P(a)$
2.  $R(a, b)$
3.  $P(c) \Rightarrow R(b, c)$
4.  $(\exists x) (P(x))$
5.  $(\forall x, y) (P(x) \wedge Q(y)) \Rightarrow R(y, x)$

Ο καθορισμός της λογικής έννοιας (αλήθειας ή ψεύδους) των προτάσεων αυτών εξαρτάται από την ερμηνευτική κάτω από την οποία γίνεται. Έστω δε η ακόλουθη ερμηνευτική  $I = \langle D, f \rangle$ :

$$D = \{\text{μαρία, γιάννης, γιώργος}\}$$

$$f: f(a) = \text{μαρία}$$

$$f(b) = \text{γιάννης}$$

$$f(c) = \text{γιώργος}$$

$$f(P) = \{\text{μαρία}\}$$

$$f(Q) = \{\text{γιάννης, γιώργος}\}$$

$$f(R) = \{\langle \text{μαρία, γιάννης} \rangle, \langle \text{γιάννης, μαρία} \rangle\}$$

Κάτω απ'αυτή την ερμηνευτική, όπου μπορούμε να θεωρήσουμε ότι υπονοούνται οι αντιστοιχίες π.χ.  $P$ :θηλυκό,  $Q$ :αρσενικό και  $R$ :έχει-συζευχθεί, οι παραπάνω προτάσεις είναι αληθείς πλήν της 5. Κάτω από μια άλλη ερμηνευτική  $I'$ , η οποία προσδιορίζει διαφορετικά τις σταθερές της γλώσσας, π.χ.  $f(b) = \text{γιώργος}$  και  $f(c) = \text{γιάννης}$ , ενώ οι προτάσεις 1, 3 και 4 παραμένουν αληθείς, η 2 γίνεται ψευδής, όπως ψευδής παραμένει και η 5. Επομένως εν γένει η αλήθεια ή μη μιας λογικής πρότασης εξαρτάται από την συγκεκριμένη ερμηνευτική κάτω από την οποία ερμηνεύεται.

Μια ΚΣΕ λέμε ότι βρίσκεται σε συζευκτική κανονική μορφή (Conjunctive Normal Form, CNF) όταν είναι γραμμένη σαν σύζευξη διαζεύξεων, π.χ.  $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \Gamma)$ . Αντίθετα, λέμε ότι βρίσκεται σε διαζευκτική κανονική μορφή (Disjunctive Normal Form, DNF) αν είναι γραμμένη σαν διάζευξη συζεύξεων, π.χ.  $(A \wedge B) \vee (A \wedge \Gamma)$ .

Μια έκφραση βρίσκεται σε *κανονική μορφή prenex* (prenex normal form) αν και μόνο αν έχει τη μορφή :

$$(Q_1 x_1) \dots (Q_n x_n)(M)$$

όπου κάθε  $(Q_i x_i), i=1, \dots, n$  είναι είτε το  $(\forall x_i)$  ή το  $(\exists x_i)$ , και η  $M$  είναι μια έκφραση που δεν περιέχει ποσοδείκτες. Αποδεικνύεται ότι για κάθε έκφραση του κατηγορηματικού λογισμού πρώτης τάξης υπάρχει μια ισοδύναμη έκφραση σε κανονική μορφή prenex, όπου με τον όρο "ισοδύναμη" εννοούμε ότι οι δύο εκφράσεις παίρνουν τις ίδιες λογικές τιμές (T ή F) κάτω από οποιαδήποτε ερμηνεία. Για την ακρίβεια, υπάρχει μια σταθερή μέθοδος μετατροπής μιας έκφρασης σε κανονική prenex μορφή.

## 2.6 Προτασιακή Μορφή ΚΛΠΤ

Η *Προτασιακή Μορφή* (clausal form) είναι μια απλοποιημένη εκδοχή του κατηγορηματικού λογισμού πρώτης τάξης, η οποία αποτελείται από στοιχεία και προτάσεις:

- Ένα *στοιχείο* (literal) είναι είτε μια ατομική έκφραση ή η άρνηση μιας ατομικής έκφρασης. Στην πρώτη περίπτωση το στοιχείο λέγεται θετικό, ενώ στη δεύτερη αρνητικό.
- Μια *πρόταση* (clause) είναι ένα σύνολο από στοιχεία, το οποίο αναπαριστά τη διάζευξή τους.

Μια πρόταση που δεν περιέχει κανένα στοιχείο, δηλαδή είναι το κενό σύνολο, ονομάζεται *κενή πρόταση* (empty clause). Μια *μοναδιαία πρόταση* (unit clause) είναι μια πρόταση με ακριβώς ένα στοιχείο. Πιο γενικά, μια πρόταση με  $n$  στοιχεία ονομάζεται *n-πρόταση*. Επίσης, μια πρόταση με περισσότερα από ένα στοιχεία λέγεται *μη-μοναδιαία* πρόταση.

*Θετική* ονομάζεται μια πρόταση που αποτελείται εξ ολοκλήρου από θετικά στοιχεία. Όταν όλα τα στοιχεία είναι αρνητικά, η πρόταση λέγεται *αρνητική*, ενώ μια πρόταση που δεν είναι ούτε αρνητική ούτε θετική ονομάζεται *μεικτή*. Η κενή πρόταση μπορεί να θεωρηθεί ταυτόχρονα και αρνητική και θετική, αφού δεν περιέχει κανένα στοιχείο. Μια πρόταση ονομάζεται *τύπου Horn* όταν έχει το πολύ ένα θετικό στοιχείο.

Ένα ζευγάρι από στοιχεία λέγεται *συμπληρωματικό* αν το ένα στοιχείο είναι θετικό και το άλλο αρνητικό και οι ατομικές τους εκφράσεις είναι ίδιες.

Μια έκφραση βρίσκεται σε προτασιακή μορφή αν μπορεί να γραφεί σαν σύζευξη από προτάσεις. Επειδή η σύζευξη και η διάζευξη είναι πράξεις προσεταιριστικές, αντιμεταθετικές και ανακλαστικές, μια έκφραση θεωρείται συχνά σαν ένα σύνολο από προτάσεις.

Με μια πρώτη ματιά η προτασιακή μορφή μπορεί να φαίνεται πολύ περιοριστική, αλλά αυτό δεν συμβαίνει αφού για κάθε έκφραση του Κατηγορηματικού Λογισμού υπάρχει ένα σύνολο από προτάσεις που είναι ισοδύναμο, με την έννοια ότι η έκφραση είναι ικανοποιήσιμη αν και μόνο αν το αντίστοιχο σύνολο προτάσεων είναι ικανοποιήσιμο. Η διαδικασία για τη μετατροπή μιας λογικής έκφρασης  $G$  σε προτασιακή μορφή είναι η εξής:

1. Απαλοιφή των συνεπαγωγών από την  $G$  :

- $n$   $(f1 \Rightarrow f2)$  γράφεται σαν  $(\neg f1 \vee f2)$

2. Περιορισμός της εμβέλειας των αρνήσεων ( $\neg$ ), διανέμοντάς τες στα υπόλοιπα διασυνδετικά :
- $\neg \neg(\neg f)$  γράφεται σαν  $f$
  - $\neg(\forall x)f$  γράφεται σαν  $(\exists x)(\neg f)$
  - $\neg(\exists x)f$  γράφεται σαν  $(\forall x)(\neg f)$
  - $\neg(f_1 \wedge f_2 \wedge \dots \wedge f_n)$  γράφεται σαν  $(\neg f_1 \vee \neg f_2 \vee \dots \vee \neg f_n)$
  - $\neg(f_1 \vee f_2 \vee \dots \vee f_n)$  γράφεται σαν  $(\neg f_1 \wedge \neg f_2 \wedge \dots \wedge \neg f_n)$
3. Μετονομασία μεταβλητών που δεσμεύονται από διαφορετικούς ποσοδείκτες, έτσι ώστε κάθε μεταβλητή να δεσμεύεται από έναν μόνο ποσοδείκτη.
4. Μετατροπή της έκφρασης σε κανονική μορφή prenex. Πιο συγκεκριμένα, μια έκφραση βρίσκεται σε κανονική μορφή prenex όταν είναι της μορφής :  $((q_1 x_1)((q_2 x_2)\dots((q_n x_n)F)\dots))$ , όπου το  $q_i$ ,  $i=1,\dots,n$  είναι είτε ο ποσοδείκτης " $\forall$ " είτε ο " $\exists$ ", και το  $F$  είναι μια έκφραση που δεν περιέχει ποσοδείκτες. Δηλαδή γίνεται μεταφορά των ποσοδεικτών στα αριστερά της έκφρασης, με τη σειρά όμως που βρίσκονται σ' αυτή.
5. Απαλοιφή των υπαρξιακών ποσοδεικτών χρησιμοποιώντας συναρτήσεις και σταθερές Skolem (Skolemization). Πιο συγκεκριμένα, έστω μια έκφραση που βρίσκεται σε κανονική μορφή prenex :  $((q_1 x_1)((q_2 x_2)\dots((q_n x_n)F)\dots))$ . Αν  $q_r$ ,  $1 \leq r \leq n$ , είναι ένας υπαρξιακός ποσοδείκτης και πριν από αυτόν δεν εμφανίζεται κανένας καθολικός ποσοδείκτης, τότε εισάγουμε μια νέα σταθερά  $sk-c_r$  (σταθερά Skolem) διαφορετική από τις σταθερές που εμφανίζονται στην έκφραση  $m$ , αντικαθιστούμε κάθε εμφάνιση της μεταβλητής  $x_r$  με τη σταθερά  $sk-c_r$ , και διαγράφουμε το  $(q_r x_r)$ . Αν πριν από τον υπαρξιακό ποσοδείκτη εμφανίζονται οι



καθολικοί ποσοδείκτες  $q_{s_1}, \dots, q_{s_m}$ ,  $1 \leq s_1 < s_2 \dots < s_m < r$ , εισάγουμε μια νέα συνάρτηση  $sk-f_r$  (συνάρτηση Skolem) διαφορετική από τις συναρτήσεις που εμφανίζονται στην έκφραση  $m$ , αντικαθιστούμε κάθε εμφάνιση της μεταβλητής  $x_r$  από την  $sk-f_r(x_{s_1} x_{s_2} \dots x_{s_m})$ , και διαγράφουμε το  $(q_r x_r)$ . Αφού εφαρμόσουμε αυτήν τη διαδικασία σε όλους τους υπαρξιακούς ποσοδείκτες, προκύπτει μια έκφραση που δεν περιέχει υπαρξιακούς ποσοδείκτες και λέμε ότι βρίσκεται σε *κανονική μορφή Skolem*.

6. Διαγραφή των καθολικών ποσοδεικτών.
7. Μετατροπή της έκφρασης σε συζευκτική κανονική μορφή (CNF):
  - $n(f \vee (f_1 \wedge f_2 \wedge \dots \wedge f_n))$  γράφεται σαν  $((f \vee f_1) \wedge (f \vee f_2) \wedge \dots \wedge (f \vee f_n))$
8. Απαλοιφή των διασυνδετικών και γραφή του συνόλου των προτάσεων που προέκυαν.
9. Μετονομασία των μεταβλητών, έτσι ώστε μια μεταβλητή να μην εμφανίζεται σε περισσότερες από μία προτάσεις.

## 2.7 Κανόνες Εξαγωγής Συμπερασμάτων

*Εξαγωγή συμπεράσματος* (inference) ονομάζεται η διαδικασία κατά την οποία από ένα σύνολο υποθέσεων (premises) προκύπτει ένα σύνολο συμπερασμάτων, χρησιμοποιώντας έναν ή περισσότερους κανόνες εξαγωγής συμπερασμάτων (inference rules).

Ένας *κανόνας εξαγωγής συμπεράσματος* αποτελείται από ένα σύνολο εκφράσεων που ονομάζονται υποθέσεις, και από ένα σύνολο εκφράσεων που λέγονται συμπεράσματα. Μερικοί τέτοιοι κανόνες είναι οι

- *Modus Ponens (MP)* : αν ισχύουν οι υποθέσεις της μορφής  $(f_1 \Rightarrow f_2)$  και  $f_1$  τότε προκύπτει το συμπέρασμα  $f_2$ .

- *Modus Tolens (MT)* : πρόκειται για τον αντίστροφο κανόνα του Modus Ponens. Αν ισχύουν οι υποθέσεις  $(f1 \Rightarrow f2)$  και  $\neg f2$  τότε μπορούμε να συμπεράνουμε το  $\neg f1$ .
- *And Elimination (AE)* : αν ισχύει μια σύζευξη εκφράσεων, τότε ισχύει και κάθε έκφραση που συμμετέχει στη σύζευξη, δηλαδή από την υπόθεση  $(f1 \wedge f2)$  μπορούμε να συμπεράνουμε τις  $f1$  και  $f2$ .
- *And Introduction (AI)* : σύμφωνα με αυτόν τον κανόνα, αν ισχύουν ορισμένες υποθέσεις τότε ισχύει και οι σύζευξή τους, δηλαδή από τις  $f1$  και  $f2$  προκύπτει η  $(f1 \wedge f2)$ .
- *Universal Instantiation (UI)* : ο κανόνας αυτός μας επιτρέπει να σκεφτόμαστε από το γενικότερο στο ειδικότερο. Αν ισχύει μια έκφραση που προσδιορίζεται από έναν καθολικό ποσοδείκτη, τότε μπορούμε να συμπεράνουμε ένα στιγμιότυπο αυτής της έκφρασης στο οποίο η μεταβλητή που προσδιορίζει ο καθολικός ποσοδείκτης έχει αντικατασταθεί από έναν κατάλληλο όρο. Για παράδειγμα, από την έκφραση  $(\forall x) \text{ hates}(jane, x)$  προκύπτει ότι  $\text{hates}(jane, jill)$  ή ακόμα και  $\text{hates}(jane, jane)$ .
- *Existential Instantiation (EI)* : αν ισχύει μια έκφραση που προσδιορίζεται από έναν υπαρξιακό ποσοδείκτη, μπορούμε να συμπεράνουμε ένα στιγμιότυπο αυτής της έκφρασης στο οποίο η μεταβλητή που προσδιορίζει ο υπαρξιακός ποσοδείκτης έχει αντικατασταθεί από έναν κατάλληλο όρο. Ο όρος αυτός πρέπει να

είναι συνάρτηση των ελεύθερων μεταβλητών της έκφρασης (αν δεν υπάρχουν ελεύθερες μεταβλητές τότε ο όρος είναι μια σταθερά). Για παράδειγμα, από την υπόθεση  $(\exists z) \text{ hates}(y, z)$  μπορούμε να συμπεράνουμε την  $\text{hates}(y, f(y))$ , όπου  $f$  μια νέα συνάρτηση του  $y$ .

Ένας πολύ σημαντικός κανόνας εξαγωγής συμπεράσματος είναι και η αρχή της επίλυσης (resolution principle). Η αρχή της επίλυσης είναι ένας κανόνας που συνομίζει σχεδόν όλους τους παραπάνω κανόνες, διατηρώντας ταυτόχρονα μια ξεχωριστή απλότητα. Αυτές οι ιδιότητες κατέστησαν την αρχή της επίλυσης τον ευρύτερα χρησιμοποιούμενο κανόνα εξαγωγής συμπεράσματος σήμερα. Η αρχή της επίλυσης παρουσιάζεται σε επόμενη ενότητα.

Αν κατά την εξαγωγή της  $\varphi$  από ένα σύνολο υποθέσεων χρησιμοποιούμε μόνο την αρχή της επίλυσης, τότε λέμε ότι έχουμε μια *εξαγωγή επίλυσης* (resolution deduction) της έκφρασης  $\varphi$ .

## 2.8 Αντικατάσταση και Ενοποίηση

Με τον όρο *αντικατάσταση* εννοούμε ένα πεπερασμένο σύνολο της μορφής  $\{t_1/v_1, \dots, t_n/v_n\}$ , όπου  $v_1, \dots, v_n$  είναι μεταβλητές διάφορες μεταξύ τους και  $t_1, \dots, t_n$  είναι όροι, τέτοιοι ώστε  $v_i \neq t_i$  (ήπιος ορισμός) και καμιά μεταβλητή  $v_i$  να μην εμφανίζεται σε κάποιον από τους  $t_1, \dots, t_n$  (αυστηρός ορισμός). Οι μεταβλητές  $v_1, \dots, v_n$  λέγονται *δεσμευμένες* (bound), και οι όροι  $t_1, \dots, t_n$  λέγονται *προσδέσεις* (bindings) των αντίστοιχων μεταβλητών. Για παράδειγμα, το σύνολο  $\{c/x, f(b)/y, z/w\}$  είναι μια αντικατάσταση στην οποία η μεταβλητή  $x$  συνδέεται με τη σταθερά  $c$ , η  $y$  με τον όρο  $f(b)$ , και η  $z$  με τη μεταβλητή  $w$ . Αντίθετα, το σύνολο  $\{g(y)/x, f(x)/y\}$ , ενώ είναι

αντικατάσταση με τον ήπιο ορισμό, δεν είναι αντικατάσταση με τον αυστηρό ορισμό, αφού η  $x$  εμφανίζεται στον όρο  $f(x)$  και η  $y$  στον όρο  $g(y)$ . Συνήθως χρησιμοποιείται ο ήπιος ορισμός.

Μια αντικατάσταση  $\theta$  μπορεί να εφαρμοστεί σε μια έκφραση του κατηγορηματικού λογισμού  $E$  για να προκύψει μια νέα έκφραση  $E\theta$  (που ονομάζεται στιγμιότυπο αντικατάστασης), αντικαθιστώντας κάθε δεσμευμένη μεταβλητή με την πρόσδεσή της στο σύνολο αντικατάστασης. Για παράδειγμα, αν  $\theta = \{a/x, f(b)/y, c/z\}$  και  $E = p(x, y, z)$  τότε  $E\theta = p(a, f(b), c)$ .

Έστω  $\theta = \{t_1/x_1, \dots, t_n/x_n\}$  και  $\lambda = \{u_1/y_1, \dots, u_m/y_m\}$  δύο αντικαταστάσεις. Τότε η σύνδεση των  $\theta$  και  $\lambda$  είναι η αντικατάσταση  $\theta \circ \lambda$ , η οποία προκύπτει από το σύνολο

$$\{t_1\lambda/x_1, \dots, t_n\lambda/x_n, u_1/y_1, \dots, u_m/y_m\}$$

με διαγραφή κάθε στοιχείου  $t_n\lambda/x_n$  για το οποίο  $t_n\lambda = x_n$ , και κάθε στοιχείου  $u_i/y_i$  τέτοιου ώστε το  $y_i \in \{x_1, \dots, x_n\}$ . Για παράδειγμα, αν  $\theta = \{f(y)/x, y/z\}$  και  $\lambda = \{a/x, b/y, c/z\}$ , τότε προκύπτει σαν ενδιάμεσο βήμα το σύνολο  $\{f(b)/x, b/z, a/x, b/y, c/z\}$ . Τα στοιχεία  $a/x$  και  $c/z$  διαγράφονται, οπότε

$$\theta \circ \lambda = \{f(b)/x, b/y, b/z\}$$

Ένα σύνολο εκφράσεων  $\{E_1, \dots, E_n\}$  λέγεται *ενοποιήσιμο* (unifiable), αν και μόνο αν υπάρχει μια αντικατάσταση  $\theta$ , τέτοια ώστε να κάνει όλες τις εκφράσεις ίδιες, δηλαδή  $E_1\theta = E_2\theta = \dots = E_n\theta$ . Η  $\theta$  λέγεται *ενοποιήτρια* {unifier} του συνόλου, και η διαδικασία εύρεσης και εφαρμογής της στο σύνολο των εκφράσεων ονομάζεται *ενοποίηση* (unification).

Για παράδειγμα, η αντικατάσταση  $\{a/x, b/y, c/z\}$  ενοποιεί τις εκφράσεις  $p(a, y, z)$  και  $p(x, b, z)$ , παράγοντας την  $p(a, b, c)$ . Παρατηρούμε, όμως, ότι αυτή η αντικατάσταση δεν είναι η μόνη ενοποιήτρια των δύο εκφράσεων, αφού π.χ. δεν χρειάζεται να αντικαταστήσουμε το  $z$  με το  $c$ , οπότε και το

$\{a/x, b/y\}$  είναι μια ενοποιήτρια. Επομένως, είναι χρήσιμο να ορίσουμε την έννοια της γενικότερης ενοποιήτριας (most general unifier} ενός συνόλου ως εξής :

Μια ενοποιήτρια  $\sigma$  ενός συνόλου  $\{E_1, \dots, E_n\}$  ονομάζεται *γενικότερη ενοποιήτρια* αν και μόνο αν για κάθε ενοποιήτρια  $\theta$  του συνόλου υπάρχει μια αντικατάσταση  $\lambda$ , τέτοια ώστε  $\theta = \sigma \circ \lambda$ .

## 2.9 Αρχή της Επίλυσης

Η αρχή της επίλυσης είναι ο πιο ισχυρός κανόνας εξαγωγής συμπερασμάτων. Εφαρμόζεται όμως όχι στην κανονική μορφή, αλλά στην προτασιακή μορφή του ΚΛΠΤ. Επειδή όμως η αρχή της επίλυσης από μόνη της δεν είναι πλήρης, συνήθως συνδυάζεται με ένα άλλο απλό κανόνα (ή διαδικασία), την *παραγοντοποίηση* (factoring). Στη συνέχεια παραθέτουμε τους ορισμούς που συνδέουν τον συνδυασμό των δύο κανόνων.

Ορισμός (παραγοντοποίηση) Αν δύο ή περισσότερα στοιχεία μιας πρότασης  $C$  με την ίδια πολικότητα, δηλ. είτε και τα δύο αρνητικά ή και τα δύο θετικά, έχουν μια γενικότερη ενοποιήτρια  $\gamma$ , τότε το  $C\gamma$  καλείται *παράγοντας* (factor) της  $C$ . Αν το  $C\gamma$  είναι μια μοναδιαία πρόταση, τότε καλείται *μοναδιαίος παράγοντας* (unit factor) της  $C$ .

Ορισμός (αρχή της επίλυσης) Έστω δύο προτάσεις  $C_1$  και  $C_2$ , που ονομάζονται *γονείς* (parents), με μη κοινές μεταβλητές. Έστω  $L_1$  και  $L_2$  δύο στοιχεία των  $C_1$  και  $C_2$  αντίστοιχα. Αν τα  $L_1$  και  $\neg L_2$  έχουν μια γενικότερη ενοποιήτρια  $\sigma$ , τότε η πρόταση  $(C_1\sigma - L_1\sigma) \cup (C_2\sigma - L_2\sigma)$  ονομάζεται *δυναδική επιλύουσα* (binary resolvent) των  $C_1$  και  $C_2$ .

Για παράδειγμα, έστω ότι έχουμε τις προτάσεις  $(p(x), q(x))$  και  $(\neg p(a), r(y))$ . Επιλέγοντας για  $L_1$  και  $L_2$  τα στοιχεία  $p(x)$  και  $\neg(p(a))$ , τότε η γενικότερη ενοποιήτρια είναι  $\sigma=\{a/x\}$ . Έτσι η δυαδική επιλύουσα των δύο προτάσεων είναι η πρόταση  $(q(a), r(y))$ .

Ορισμός (συνδιασμένος κανόνας) Επιλύουσα (resolvent) των δύο προτάσεων  $C_1$  και  $C_2$  είναι ένα από τα παρακάτω :

1. η δυαδική επιλύουσα των  $C_1$  και  $C_2$ .
2. η δυαδική επιλύουσα της  $C_1$  και ενός παράγοντα της  $C_2$ .
3. η δυαδική επιλύουσα ενός παράγοντα της  $C_1$  και της  $C_2$ .
4. η δυαδική επιλύουσα ενός παράγοντα της  $C_1$  και ενός παράγοντα της  $C_2$ .

Για παράδειγμα, έστω

$C_1=(p(x), p(f(y)), r(g(y)))$  και

$C_2=(\neg p(f(g(a))), q(b))$

Ένας παράγοντας της  $C_1$  είναι η  $C'_1=(p(f(y)), r(g(y)))$ . Μια δυαδική επιλύουσα των  $C'_1$  και  $C_2$  είναι η  $C_3=(r(g(g(a))), q(b))$ . Άρα, η  $C_3$  είναι μια επιλύουσα των  $C_1$  και  $C_2$ . Οι προτάσεις  $C_1$  και  $C_2$  λέγονται γονείς της  $C_3$ . Πιο συγκεκριμένα, η  $C_1$  είναι ο *αριστερός γονέας* και η  $C_2$  ο *δεξιός γονέας* της  $C_3$ .

Για να γίνει φανερό ότι η αρχή της επίλυσης δεν θα ήταν πλήρης αν δε χρησιμοποιούσε την έννοια του παράγοντα, παραθέτουμε το παρακάτω παράδειγμα. Πράγματι, χρησιμοποιώντας μόνο την έννοια της δυαδικής επιλύουσας είναι αδύνατο να εξάγουμε την κενή πρόταση από το σύνολο των προτάσεων  $(p(u), p(v))$  και  $(\neg p(x), \neg p(y))$ . Με τη χρήση του παράγοντα και τον ορισμό της επιλύουσας επιτυγχάνουμε την απλοποίηση παρόμοιων προτάσεων και εξασφαλίζουμε την πληρότητα της αρχής της επίλυσης.

## 2.10 Αντίφαση της Επίλυσης - Απόδειξη θεωρήματος

Σύμφωνα με τον ορισμό της λογικής συνεπαγωγής (ενότητα 4.3), για να βεβαιωθούμε αν μια έκφραση  $\varphi$  συνεπάγεται λογικά από ένα σύνολο εκφράσεων  $S$  θα πρέπει να εξετάσουμε αν όλες οι ερμηνείες που ικανοποιούν τις εκφράσεις του  $S$  ικανοποιούν και την  $\varphi$ . Αλλά αυτό απαιτεί άπειρο χρόνο, αφού υπάρχουν άπειρες ερμηνείες για ένα σύνολο εκφράσεων.

Ευτυχώς υπάρχει ένα θεώρημα, σύμφωνα με το οποίο αν το σύνολο των εκφράσεων  $S \cup \{\varphi\}$  είναι ασυνεπές, τότε  $S \models \neg\varphi$ . Έτσι, αν θέλουμε να δούμε αν μια έκφραση  $\varphi$  συνεπάγεται λογικά από ένα σύνολο υποθέσεων  $S$  αρκεί να δείξουμε ότι το  $S \cup \{\neg\varphi\}$  είναι μη ικανοποιήσιμο.

Αυτό μπορεί να γίνει με τη χρήση της αρχής της επίλυσης. Πραγματικά, αν ένα σύνολο προτάσεων  $S'$  είναι μη ικανοποιήσιμο, τότε μπορούμε πάντα με τη χρήση της αρχής της επίλυσης να εξάγουμε την κενή πρόταση, η οποία δηλώνει την ύπαρξη αντίφασης στο  $S'$ . Έτσι, για να αποδείξουμε ότι μια πρόταση  $\varphi$  συνεπάγεται λογικά από ένα σύνολο προτάσεων  $S$ , δηλαδή  $S \models \varphi$ , εφαρμόζουμε διαρκώς την αρχή της επίλυσης στο σύνολο  $S' = S \cup \{\neg\varphi\}$  μέχρι να εξάγουμε την κενή πρόταση, οπότε το σύνολο  $S'$  είναι ασυνεπές και άρα  $S \models \varphi$ . Η διαδικασία αυτή ονομάζεται *αντίφαση της επίλυσης* (resolution refutation).

Η αρχή της επίλυσης είναι ορθή (sound) και πλήρης ως προς την αντίφαση (refutation complete). Ισχύουν δηλαδή τα παρακάτω θεωρήματα:

Ορθότητα (Soundness) Αν υπάρχει μια εξαγωγή επίλυσης μιας πρότασης  $\varphi$  από ένα σύνολο προτάσεων  $S$ , τότε η  $\varphi$  συνεπάγεται λογικά από το  $S$ .

Πληρότητα (Completeness) Αν ένα σύνολο από προτάσεις  $S$  είναι μη ικανοποιήσιμο, τότε υπάρχει μια εξαγωγή επίλυσης της κενής πρότασης από το  $S$ .

## 2.11 Πλεονεκτήματα Λογικών Γλωσσών

Τα βασικότερα πλεονεκτήματα του ΚΛΠΤ και των λογικών γλωσσών εν γένει είναι:

### α. Έχουν ξεκάθαρη σημαντική

Αυτό σημαίνει ότι οι έννοιες των λογικών προτάσεων μπορούν να καθοριστούν επακριβώς, πράγμα το οποίο δίνει τη δυνατότητα ελέγχου της ορθής αναπαράστασης της γνώσης. Π.χ. για τη λογική πρόταση

$$(\forall x) (\text{άνθρωπος}(x) \Rightarrow \text{θνητός}(x))$$

ξέρουμε τι ακριβώς σημαίνει και πως ακριβώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί για εξαγωγή συμπερασμάτων. Αυτό π.χ. δεν συμβαίνει με τις γλώσσες που βασίζονται στα πλαίσια (βλ. κεφ. 7).

### β. Έχουν μεγάλη εκφραστικότητα

Η λογική είναι η μόνη γλώσσα που μπορεί να εκφράσει ελλιπή (ή μερική) γνώση (incomplete knowledge). Υπάρχουν διάφορα είδη ελλειπούς γνώσης που μπορούμε να εκφράσουμε με τη λογική. Πρώτον, υπαρξιακή γνώση (existential knowledge), όπως π.χ.  $(\exists x) \text{άνθρωπος}(x)$ . Δεύτερον, διαζευκτική γνώση (disjunctive knowledge), π.χ. (αγαπά(γιάννης, μαρία)  $\vee$  υφιστάμενος(γιάννης, γιώργος)). Έτσι, περιγράφοντας μια γνώση δεν είναι απαραίτητο να εκφράσουμε λεπτομέρειες που δεν είναι γνωστές. Τέλος,



μπορούμε να διακρίνουμε μεταξύ της απουσίας ενός γεγονότος (γεγονός φ δεν υπάρχει στη ΒΓ) και της μη αλήθειας ενός γεγονότος (γεγονός  $\neg\phi$  υπάρχει στη ΒΓ).

#### γ. Προσφέρουν δηλωτική αναπαράσταση

Η λογική προσφέρει καθαρά δηλωτική (περιγραφική) αναπαράσταση της γνώσης, δηλ. με τη λογική χρειάζεται να εκφράσουμε μόνο τί είναι γνωστό γύρω από ένα πεδίο, και όχι το πώς θα χρησιμοποιηθεί η γνώση για τη λύση προβλημάτων. Αυτό σημαίνει ότι ο ΜΕΣ είναι ανεξάρτητος της αναπαριστώμενης γνώσης, πράγμα που δημιουργεί ορισμένα πλεονεκτήματα. Πρώτον, ο ίδιος ΜΕΣ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για διάφορα προβλήματα και διάφορες ΒΓ. Επίσης, είναι εύκολη η αυξητική ανάπτυξη μιας ΒΓ με την πρόσδεση νέων προτάσεων χωρίς καμμία μεταβολή. Π.χ. στην απλή ΒΓ

$(\forall x) (\text{άνθρωπος}(x) \Rightarrow \text{θνητός}(x))$

άνθρωπο(σωκράτης)

μπορούμε να προσθέσουμε την παρακάτω νέα γνώση χωρίς κανένα πρόβλημα και χωρίς καμμία αλλαγή

$(\forall x) (\text{άνθρωπος}(x) \Rightarrow \text{δηλαστικό}(x))$

άνθρωπος(αριστοτέλης)

## 2.12 Μειονεκτήματα ΚΛΠΤ

### α. Αναποτελεσματικότητα (Inefficiency)

Όταν το 1965 ο Robinson βρήκε την αρχή της επίλυσης, τότε πολλοί πίστευαν ότι έφτασε η ώρα για κατασκευή συστημάτων που θα ήταν γενικοί λύτες προβλημάτων. Όμως οι προσπάθειες απέτυχαν, διότι η λογική απεδείχθη μή αποδοτική, χρονοβόρα τόσο που πρακτικά ήταν μη παραδεκτό. Αργότερα, υποστηρίχθηκε ότι η αναποτελεσματικότητα εκείνη της λογικής ωφείλετο στην έλλειψη αποτελεσματικών στρατηγικών ελέγχου (control strategies). Οι προσπάθειες προς ανεύρεση κατάλληλων στρατηγικών απέδωσαν, με αποτέλεσμα την βελτίωση της αποδοτικότητάς της. Ένα τέτοιο παράδειγμα λογικής γλώσσας αρκετά αποδοτικής είναι η γλώσσα Prolog.

#### β. Αναποφασιστικότητα (Undecidability)

Πολλές λογικές δεν είναι αποφασιστικές. Πιο συγκεκριμένα, ο ΚΛΠΤ είναι ημιαποφασιστικός (semidecidable), δηλ. ενώ υπάρχει μια αποδοτική διαδικασία που απαντά θετικά, όταν μια πρόταση  $\varphi$  είναι μια έγκυρη ακολουθία από το  $S$ , δεν υπάρχει τέτοια που να απαντά αρνητικά, όταν η  $\varphi$  δεν είναι έγκυρη ακολουθία από το  $S$ . Έτσι, ενώ μπορείς να ξέρεις αν μια πρόταση συνεπάγεται από μια λογική ΒΓ, δεν μπορείς να ξέρεις αν δεν συνεπάγεται. Αυτό είναι το τίμημα της μεγάλης εκφραστικότητας της λογικής. Γι'αυτό και μια λύση στο πρόβλημα είναι μείωση της εκφραστικότητας. Π.χ. ΚΛΠΤ που χρησιμοποιεί κατηγορήματα μόνο 1ου βαθμού (μιας θέσης) είναι αποφασιστικός. Μια άλλη λύση είναι η χρήση ευρετικών μεθόδων (heuristics).

#### γ. Αδυναμία αναπαράστασης διαδικαστικής γνώσης

Η λογική αδυνατεί πρακτικά να αναπαραστήσει καθαρά διαδικαστική γνώση, όπως π.χ. οι αριθμητικές πράξεις. Για τη λύση αυτής της αδυναμίας

π.χ. η Prolog κάνει χρήση των λεγομένων εκτιμήσιμων κατηγορημάτων (evaluable predicates), όσον αφορά στα αριθμητικά κατηγορήματα. Όταν η Prolog συναντά ένα αριθμητικό κατηγορήμα (π.χ. αυτό της πρόσδεσης) δεν προσπαθεί να χρησιμοποιήσει τον δικό της ΜΕΣ, αλλά ανατρέχει στο αντίστοιχο κομμάτι κώδικα της γλώσσας στην οποία ο διερμνέας της έχει υλοποιηθεί. Για παράδειγμα, όταν συναντά την έκφραση "Z is X+Y", αντί να προσπαθήσει να αποδείξει τη έκφραση, καλεί τον αντίστοιχο κώδικα, προσθέτει τις τιμές των X, Y και αποδίδει το αποτέλεσμα στο Z. Αυτό ονομάζεται *διαδικαστική προσάρτηση* (procedural attachment). Αν και προσφέρει κάποια λύση στο πρόβλημα, η διαδικαστική προσάρτηση καταστρατηγεί την λογική καθαρότητα της Prolog.

#### δ. Μονοτονικότητα (Monotonicity)

Η λογική αδυνατεί να ενσωματώσει άλλους τύπους συλλογισμού πλην της συνεπαγωγής (deduction). Ένα τέτοιο είδος συλλογισμού είναι και ο *εξ'ορισμού συλλογισμός* (default reasoning). Ο τρόπος αυτός συλλογισμού είναι ένα είδος *μη μονότονης* (nonmonotonic) εξαγωγής συμπερασμάτων.

Στη λογική, η εξαγωγή συμπερασμάτων είναι *μονότονη* (monotonic):

$$S \models \varphi \Rightarrow (S \cup y) \models \varphi.$$

Δηλαδή, δεν μπορούμε να προσθέσουμε νέα γνώση (πρόταση y) σ'ένα σύνολο προτάσεων (S) και λόγω αυτής της νέας γνώσης να κάνουμε μη έγκυρα προηγούμενα συμπεράσματα. Ό,τι μπορούσε να αποδειχθεί πριν την εισαγωγή της νέας γνώσης, μπορεί να αποδειχθεί και μετά.

Αυτό είναι το ακριβώς αντίθετο απ'ότι απαιτεί η μη μονότονη εξαγωγή συμπερασμάτων: προσθέτοντας νέα γνώση μπορούμε να κάνουμε

προηγούμενα συμπεράσματα άκυρα, μη ισχύοντα πλέον. Π.χ. ας υποθέσουμε την παρακάτω ΒΓ

$$(\forall x) (\text{πουλί}(x) \Rightarrow \text{πετά}(x))$$

πουλ(τουίτι)

απόπου συμπεραίνουμε ότι πετά(τουίτι). Αργότερα όμως πληροφορούμεθα ότι πιγκουίνος(τουίτι) και ότι αν πιγκουίνος(x) ΤΟΤΕ  $\neg$ πετά(x) παρ' ότι πουλί(x). Τότε εισαγωγή της νέας αυτής γνώσης στη ΒΓ δεν μπορεί να οδηγήσει σε αναίρεση του προηγούμενου συμπεράσματος, το οποίο θα εξακολουθεί (λανθασμένα) να συμπεραίνεται. Δηλ. η λογική δεν διαθέτει από τη φύση της μηχανισμό για την αντιμετώπιση αυτής της περίπτωσης.

Εξ'αιτίας αυτού του μειονεκτήματος της κλασσικής λογικής, έχουν αναπτυχθεί ένας αριθμός λογικών που καλούνται *μη μονότονες λογικές* (non-monotonic logics). Όμως, καμμία απ'αυτές δεν φαίνεται να αντιμετωπίζει το θέμα απόλυτα ικανοποιητικά.

### 3

## ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

Η μη ελεγχόμενη χρήση της αρχής της επίλυσης σε ένα σύνολο υποθέσεων έχει το μειονέκτημα ότι οδηγεί στην εξαγωγή πολλών άχρηστων συμπερασμάτων, δημιουργώντας έναν εκθετικά αυξανόμενο χώρο αναζήτησης. Μερικά συμπεράσματα είναι πλεονάζοντα, ενώ άλλα είναι άσχετα αφού δεν οδηγούν στο επιθυμητό αποτέλεσμα, δηλαδή στην εξαγωγή της κενής πρότασης. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε ορισμένες στρατηγικές ελέγχου της αναζήτησης στο χώρο των πιθανών αποδείξεων, που έχουν σαν στόχο την ελαχιστοποίηση των άχρηστων συμπερασμάτων και συνεπώς του υπολογιστικού χρόνου.

Οι στρατηγικές αυτές σχετίζονται με τη δημιουργία του χώρου αναζήτησης και χρησιμοποιούνται για να αυξήσουν την απόδοση περιορίζοντας το μέγεθος του χώρου αναζήτησης, είτε διαγράφοντας συγκεκριμένες προτάσεις, είτε καθορίζοντας αυστηρά τα είδη των προτάσεων που επιτρέπεται να επιλυθούν μεταξύ τους. Γι' αυτό και ονομάζονται στρατηγικές περιορισμού της επίλυσης. Διακρίνονται δε σε δύο κατηγορίες, *στρατηγικές επιλογής γονέων* και *στρατηγικές απαλοιφής προτάσεων*.

### 3.1 Στρατηγικές Επιλογής Γονέων.

#### 3.1.1 Επίλυση Μοναδιαίας Πρότασης

Στην επίλυση μοναδιαίας πρότασης ή μοναδιαία επίλυση (Unit Resolution) τουλάχιστον ένας από τους γονείς είναι μοναδιαία πρόταση, με αποτέλεσμα η επιλύουσα να έχει λιγότερα στοιχεία από τη μεγαλύτερη πρόταση-γονέα. Έτσι, η αναζήτηση προσανατολίζεται στην εξαγωγή της κενής πρότασης και επιτυγχάνεται μεγαλύτερη αποτελεσματικότητα στην απόδοση.

Πιο φορμαλιστικά, ορίζουμε τις εξής έννοιες : *μοναδιαία επιλύουσα* (unit resolvent) είναι μια επιλύουσα της οποίας τουλάχιστον ένας γονέας είναι μια μοναδιαία πρόταση. *Μοναδιαία εξαγωγή* (unit deduction) είναι μια εξαγωγή στην οποία τόσο το τελικό, όσο και τα ενδιάμεσα συμπεράσματα είναι μοναδιαίες επιλύουσες. *Μοναδιαία αντίφαση* (unit refutation) είναι μια μοναδιαία εξαγωγή της κενής πρότασης. Σαν παράδειγμα της μοναδιαίας αντίφασης παρουσιάζουμε την παρακάτω απόδειξη:

1. (P, Q)
  2. ( $\neg$ P, R)
  3. ( $\neg$ Q, R)
  4. ( $\neg$ R)
- 
5. ( $\neg$ P) (2, 4)
  6. ( $\neg$ Q) (3, 4)
- 
7. (Q) (1, 5)
  8. (P) (1, 6)
- 
9. (R) (3, 7)

10. () (6, 7)

Οι προτάσεις 1, 2, και 3 είναι οι υποθέσεις και η πρόταση 4 η άρνηση του θεωρήματος που θέλουμε να αποδείξουμε. Για την εξαγωγή των δύο πρώτων συμπερασμάτων (προτάσεις 5 και 6) εφαρμόστηκε η αρχή της επίλυσης μεταξύ της μοναδιαίας πρότασης 4 και των 2, 3 αντίστοιχα. Τα συμπεράσματα αυτά συνδιάζονται στη συνέχεια με την πρόταση 1, δίνοντας τις μοναδιαίες προτάσεις 7 και 8. Τέλος, οι προτάσεις 6 και 7 δίνουν την κενή πρόταση.

Αξίζει να τονιστεί ότι η μοναδιαία επίλυση δεν είναι πλήρης (refutation complete). Για παράδειγμα, το σύνολο των προτάσεων

$$(P, Q), (\neg P, Q), (P, \neg Q) \text{ και } (\neg P, \neg Q)$$

είναι μη ικανοποιήσιμο, αλλά η μοναδιαία επίλυση δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εξαγωγή της κενής πρότασης από αυτό, αφού καμία από τις προτάσεις δεν είναι μοναδιαία πρόταση.

Αν όμως το σύνολο των προτάσεων στις οποίες πρόκειται να εφαρμοστεί η μοναδιαία επίλυση αποτελείται μόνο από προτάσεις τύπου Horn, τότε μπορεί να αποδειχθεί ότι η μοναδιαία επίλυση είναι πλήρης.

### 3.1.2 Επίλυση Πρότασης Εισόδου

Στην *επίλυση πρότασης εισόδου* ή *επίλυση εισόδου* (input resolution) τουλάχιστον ένας από τους γονείς ανήκει στο σύνολο των αρχικών προτάσεων (input clauses), δηλαδή στην ένωση των αξιωμάτων και των προτάσεων που προκύπτουν από το θεώρημα. Η επιλύουσα ονομάζεται *επιλύουσα εισόδου* (input resolvent). *Εξαγωγή εισόδου* (Input deduction) είναι η εξαγωγή στην οποία τόσο το τελικό, όσο και τα ενδιάμεσα

συμπεράσματα είναι επιλύουσες εισόδου. *Αντίφαση εισόδου* (Input refutation) ονομάζεται μια εξαγωγή εισόδου της κενής πρότασης.

Σαν παράδειγμα παρουσιάζουμε την παρακάτω διαδικασία αντίφασης εισόδου:

1.	(P, Q)		
2.	( $\neg$ P, R)		
3.	( $\neg$ Q, R)		
4.	( $\neg$ R)		
5.	(Q, R)	(1, 2)	
6.	(P, R)	(1, 3)	
7.	( $\neg$ P)	(2, 4)	
8.	( $\neg$ Q)	(3, 4)	
9.	(Q)	(1, 7)	
10.	(P)	(1, 8)	
11.	(R)	(2, 6)	
12.	(R)	(3, 5)	
13.	(Q)	(4, 5)	
14.	(P)	(4, 6)	
15.	(R)	(2, 10)	
16.	(R)	(2, 14)	
17.	(R)	(3, 9)	
18.	(R)	(3, 13)	
19.	()	(4, 11)	



Αποδεικνύεται ότι η επίλυση εισόδου και η μοναδιαία επίλυση είναι ισοδύναμες, με την έννοια ότι υπάρχει μια αντίφαση εισόδου ενός συνόλου προτάσεων αν και μόνο αν υπάρχει μια μοναδιαία αντίφαση για το συγκεκριμένο σύνολο. Συνέπεια αυτής της ισοδυναμίας είναι το γεγονός ότι η επίλυση εισόδου είναι πλήρης για προτάσεις τύπου Horn, αλλά όχι πλήρης γενικά. Αυτό φαίνεται αν χρησιμοποιήσουμε σαν παράδειγμα το ασυνεπές σύνολο των προτάσεων  $(P, Q)$ ,  $(\neg P, Q)$ ,  $(P, \neg Q)$  και  $(\neg P, \neg Q)$ , όπου η επίλυση εισόδου αποτυγχάνει να εξάγει την κενή πρόταση. Κάθε επιλύουσα πρέπει να έχει ένα τουλάχιστον γονέα που να ανήκει στο αρχικό σύνολο των υποθέσεων. Όμως για να εξάγουμε την κενή πρόταση πρέπει να εφαρμόσουμε την αρχή της επίλυσης σε δύο μοναδιαίες προτάσεις. Αλλά όλες οι προτάσεις-υποθέσεις αποτελούνται από δύο στοιχεία, με αποτέλεσμα να μην υπάρχει αντίφαση εισόδου για αυτό το σύνολο.

### 3.1.3 P1 και N1 Επίλυση

Στην *P1 Επίλυση* τουλάχιστον ένας από τους γονείς είναι μια θετική πρόταση, και η επιλύουσα ονομάζεται *P1 επιλύουσα*. *P1 εξαγωγή* είναι μια εξαγωγή στην οποία τόσο το τελικό, όσο και τα ενδιάμεσα συμπεράσματα είναι *P1 επιλύουσες*. *P1 αντίφαση* είναι μια *P1 εξαγωγή* της κενής πρότασης.

Χρησιμοποιώντας ξανά τις προτάσεις του παραδείγματος της μοναδιαίας επίλυσης, έχουμε την παρακάτω διαδικασία *P1* αντίφασης:

1.  $(P, Q)$
2.  $(\neg P, R)$

3.	$(\neg Q, R)$	
4.	$(\neg R)$	
_____		
5.	$(Q, R)$	(1, 2)
6.	$(P, R)$	(1, 3)
_____		
7.	$(R)$	(2, 6)
8.	$(P)$	(4, 6)
9.	$()$	(4, 7)

Η δετική πρόταση 1 συνδιάζεται με τις 2 και 3 δίνοντας τις δετικές προτάσεις 5 και 6. Οι 2 και 6 παράγουν την 7, η οποία με την 4 δίνει την κενή πρόταση.

Η P1 επίλυση είναι πλήρης, δηλαδή εγγυάται την εξαγωγή της κενής πρότασης από κάθε μη ικανοποιήσιμο σύνολο προτάσεων.

Η *NI επίλυση* είναι η συμπληρωματική της P1 επίλυσης, αφού θέτει τον περιορισμό τουλάχιστον ένας από τους γονείς να είναι αρνητική πρόταση, και συνεπώς έχει παρόμοιες ιδιότητες.

### 3.1.4 Υπερεπίλυση

Η *υπερεπίλυση* (hyperresolution) είναι μια πιο αποδοτική εκδοχή της P1 επίλυσης. Δεν αφορά μόνο δύο προτάσεις, αλλά περισσότερες από δύο ταυτόχρονα, αποτελεί δηλαδή μια περίπτωση επίλυσης πολλαπλών προτάσεων (multi-clause resolution). Από αυτές μία ονομάζεται *πυρήνας* (nucleus) και οι υπόλοιπες *ηλεκτρόνια* (electrons). Ο πυρήνας πρέπει να είναι μια μεικτή πρόταση, και τα ηλεκτρόνια δετικές προτάσεις ίσες στο πλήθος με τα αρνητικά στοιχεία του πυρήνα. Κάθε δετική πρόταση-

ηλεκτρόνιο επιλύεται με ένα από τα αρνητικά στοιχεία του πυρήνα, οπότε το τελικό αποτέλεσμα, που ονομάζεται *υπερεπιλύουσα* (hyperresolvent), αποτελείται από όλα τα θετικά στοιχεία του πυρήνα μαζί με τα μη επιλυόμενα (θετικά) στοιχεία των ηλεκτρονίων. Για παράδειγμα έστω η πρόταση-πυρήνας  $C = (p(x), q(a), \neg r(a), \neg q(b))$  και τα ηλεκτρόνια  $P_1 = (r(y), p(y))$  και  $P_2 = (r(a), q(b))$ . Τότε, σύμφωνα με την υπερεπίλυση, από τις προτάσεις  $C$  και  $P_1$  προκύπτει η ενδιάμεση επιλύουσα  $R_1 = (p(x), q(a), \neg q(b), p(a))$ . Ένας παράγοντας της  $R_1$  είναι η  $R'_1 = (p(a), q(a), \neg q(b))$ , η οποία με την  $P_2$  δίνει την  $R_0 = (p(a), q(a), r(a))$ , η οποία είναι και η τελική υπερεπιλύουσα.

Μια *υπερ-εξαγωγή* (hyper-deduction) είναι μια εξαγωγή στην οποία τόσο το τελικό, όσο και τα ενδιάμεσα συμπεράσματα είναι υπερεπιλύουσες. Μια *υπερ-αντίφαση* (hyper-refutation) είναι μια υπερ-εξαγωγή της κενής πρότασης. Παρακάτω δίνεται ένα παράδειγμα μιας διαδικασίας υπερ-αντίφασης:

1. (P, Q)
  2. ( $\neg P$ , R)
  3. ( $\neg Q$ , R)
  4. ( $\neg R$ )
- 
5. (Q, R) (1, 2)
  6. (P, R) (1, 3)
- 
7. (Q) (4, 5)
  8. (P) (4, 6)
- 
9. (R) (2, 6)

10. (R) (3, 5)

---

11. () (4, 9)

Παρατηρούμε ότι όλες οι εξαγόμενες προτάσεις είναι θετικές.

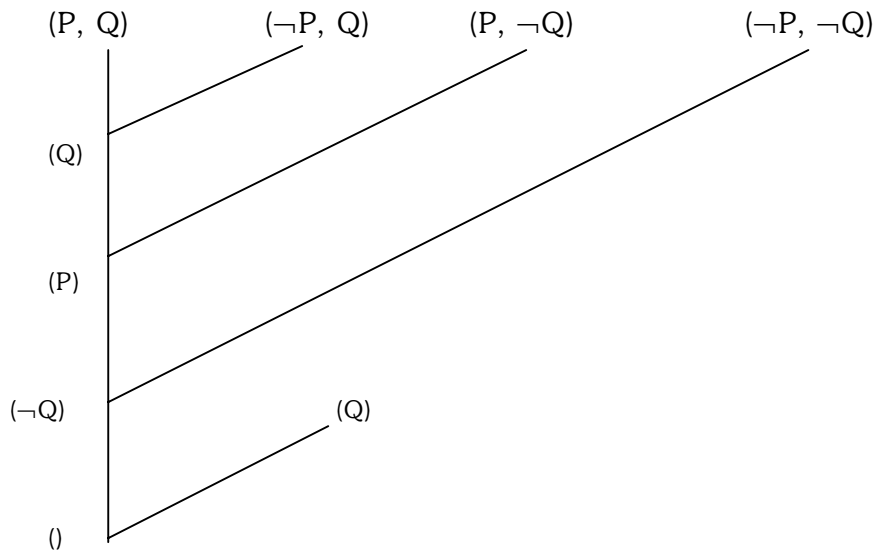
Αξίζει να σημειωθεί ότι αντί για θετικές προτάσεις, τα ηλεκτρόνια θα μπορούσαν να είναι αρνητικές προτάσεις ίσες στο πλήθος με τα θετικά στοιχεία του πυρήνα, συντελώντας έτσι στην παραγωγή αρνητικών προτάσεων. Έτσι, συνηθίζεται να διακρίνουμε την υπερεπίλυση σε θετική και αρνητική (positive hyperresolution, negative hyperresolution), ανάλογα με το είδος των ηλεκτρονίων που επιλέγονται. Πάντως, ανεξάρτητα από αυτή την επιλογή η υπερεπιλύουσα είναι πλήρης (refutation complete).

### 3.1.5 Γραμμική Επίλυση

Η *γραμμική επίλυση* (linear resolution) είναι μια γενίκευση της επίλυσης εισόδου. *Γραμμική επιλύουσα* (linear resolvent) είναι μια επιλύουσα της οποίας ένας τουλάχιστον γονέας είτε ανήκει στις αρχικές υποθέσεις ή είναι πρόγονος του άλλου γονέα. Μια γραμμική *εξαγωγή* (linear deduction) είναι μια εξαγωγή στην οποία τόσο το τελικό, όσο και τα ενδιάμεσα συμπεράσματα είναι γραμμικές επιλύουσες. *Γραμμική αντίφαση* (linear refutation) καλείται μια γραμμική εξαγωγή της κενής πρότασης.

Η γραμμική επίλυση παίρνει το όνομά της από το γραμμικό χώρο των αποδείξεων που παράγει. Μια γραμμική εξαγωγή ξεκινά με μια πρόταση που ανήκει στο σύνολο των αρχικών προτάσεων (η οποία καλείται κορυφαία πρόταση) και παράγει μια γραμμική αλυσίδα από εφαρμογές της επίλυσης, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.1.

Μια ενδιαφέρουσα περίπτωση γραμμικής επίλυσης είναι αυτή όπου κάθε επιλύουσα μετά την πρώτη παράγεται από την προηγούμενη επιλύουσα (η οποία καλείται κοντινός γονέας) και κάποια άλλη πρόταση (που ονομάζεται μακρυνός γονέας).



Σχήμα 5.1 Αλυσίδα των επιλύσεων σε μια γραμμική εξαγωγή

Η γραμμική επίλυση είναι πλήρης. Επίσης, δε χρειάζεται να δοκιμάζουμε κάθε αρχική υπόθεση σαν κορυφαία πρόταση. Μπορεί να αποδειχθεί ότι αν ένα σύνολο από προτάσεις  $S$  είναι ικανοποιήσιμο και το  $S \cup \{\varphi\}$  είναι μη ικανοποιήσιμο, τότε υπάρχει μια γραμμική αντίφαση με την  $\varphi$  σαν κορυφαία πρόταση. Έτσι, αν γνωρίζουμε ότι ένα συγκεκριμένο σύνολο από προτάσεις είναι ικανοποιήσιμο δε χρειάζεται να γάζουμε για γραμμική αντίφαση με στοιχεία αυτού του συνόλου σαν κορυφαίες προτάσεις.

### 3.1.6 Παραλλαγές Γραμμικής Επίλυσης

Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές της Γραμμικής Επίλυσης. Κάθε τέτοια παραλλαγή παράγεται από την προηγούμενη με την εισαγωγή κάποιου επί πλέον

περιορισμού. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα μεγαλύτερη απόδοτικότητα, αλλά συνήθως περιορίζεται (ή και χάνεται) η πληρότητα της στρατηγικής. Οι σπουδαιότερες από αυτές είναι οι παρακάτω.

#### Γραμμική Επίλυση Εισόδου (Linear Input Resolution: LI-Resolution)

Στην παραλλαγή αυτή, ο μακρυνός γονέας περιορίζεται να είναι μόνο αξίωμα (πρόταση εισόδου), ενώ ο κοντινός γονέας η πιο πρόσφατη επιλύουσα (πρόταση στόχου).

Η Γραμμική Επίλυση Εισόδου είναι πλήρης μόνο για προτάσεις τύπου Horn.

#### Γραμμική Ορισμένη Επίλυση (Linear Definite Resolution: LD-Resolution)

Είναι μια γραμμική επίλυση εισόδου, όπου οι προτάσεις θεωρούνται διατεταγμένα σύνολα (ακολουθίες) και η παραγωγή της επιλύουσας γίνεται κατά συγκεκριμένο τρόπο.

Η Γραμμική Ορισμένη Επίλυση είναι πλήρης μόνο για προτάσεις τύπου Horn.

#### Γραμμική Ορισμένη Επίλυση με Επιλογή (Selection Linear Definite Resolution: SLD-Resolution)

Είναι μια γραμμική ορισμένη επίλυση, όπου προστίθεται ένας *κανόνας επιλογής* που καθορίζει ποιό στοιχείο της πρότασης στόχου κάθε φορά εξετάζεται προς επίλυση.

Ένας συνήθης κανόνας είναι να επιλέγεται το πρώτο αριστερά στοιχείο της πρότασης στόχου.

Η SLD-Resolution είναι πλήρης μόνο για προτάσεις τύπου Horn.

Η SLD-Resolution είναι η βάση της στρατηγικής της γλώσσας PROLOG. Η στρατηγική όμως που ακολουθεί η PROLOG δεν είναι ούτε πλήρης, ούτε ορθή. Δεν είναι ορθή διότι (α) δεν γίνεται το λεγόμενο occurs check (δηλ. έλεγχος του εάν η πρόσδεση μιας μεταβλητής που είναι συνάρτηση περιέχει τη μεταβλητή) και (β) οι αντικαταστάσεις δεν γίνονται εγκαίρως (δηλ. την ώρα της πρόσδεσης), αλλά αργότερα. Επίσης η SLD-Resolution δεν είναι πλήρης διότι (α) παίζει ρόλο η σειρά

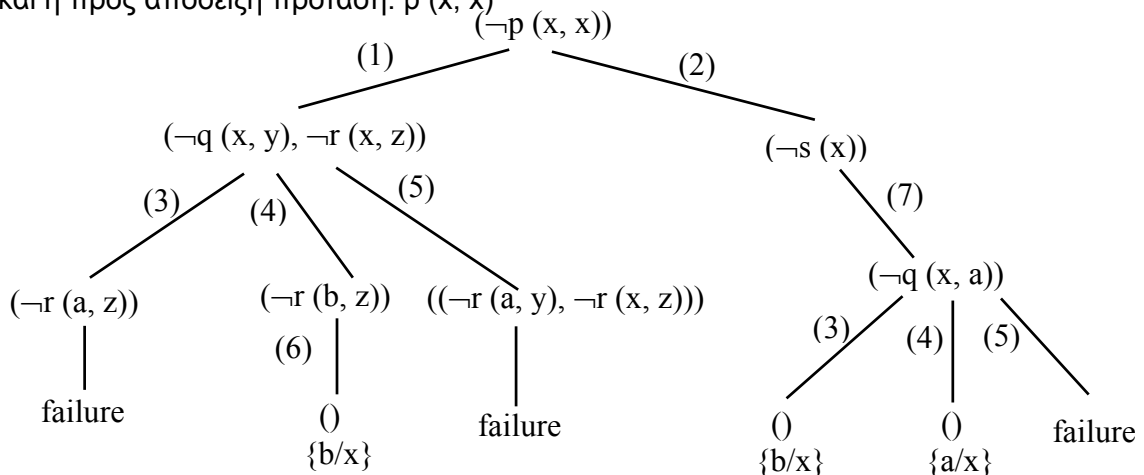
αναγραφής, οπότε δεν εξετάζονται όλες οι δυνατές επιλύσεις, και (β) χρησιμοποιεί depth-first with backtracking, οπότε ενδέχεται να βρεθεί σε ατέρμονα βρόγχο.

Ο χώρος λύσεων που αναπτύσσει η SLD-Resolution μπορεί να περιγραφεί από ένα δέντρο, που ονομάζεται SLD-δέντρο. Στο δέντρο αυτό αυτό κορυφαία πρόταση είναι η προς απόδειξη πρόταση. Παράδειγμα

Έστω ότι δίνονται οι παρακάτω προτάσεις (όλες τύπου Horn)

- (1)  $(\neg q(x, y), \neg r(x, z), p(x, x))$
- (2)  $(\neg s(x), p(x, x))$
- (3)  $(q(a, a))$
- (4)  $(q(b, a))$
- (5)  $(\neg r(a, y), q(x, y))$
- (6)  $(r(b, z))$
- (7)  $(\neg q(x, a), s(x))$

και η προς απόδειξη πρόταση:  $p(x, x)$



**Σχήμα 3.1** SLD-δέντρο

Το SLD-δέντρο της απόδειξης της παραπάνω πρότασης είναι αυτό που φαίνεται στο Σχήμα 3.1. Δηλαδή, το SLD-δέντρο είναι η απεικόνιση όλων των δυνατών τρόπων (μονοπατιών) απόδειξης της παραπάνω πρότασης από το παραπάνω σύνολο προτάσεων. Κατά την απόδειξη της πρότασης ουσιαστικά ακολουθείται μια διαδρομή λύσης του δέντρου αυτού.

Αν ακολουθήσουμε στρατηγική depth-first (with backtracking), τότε παρατηρούμε από το παραπάνω δέντρο βρίσκουμε τη λύση σε τέσσερα (4) βήματα (επιλύσεις), ενώ αν ακολουθήσουμε breadth-first σε οκτώ (8) βήματα.

Το SLD-δέντρο επίσης εξαρτάται και από τη σειρά των προτάσεων στη βάση γνώσης. Π.χ., αν αλλάξουμε τη σειρά των προτάσεων και βάλουμε την (2) στη θέση της (1) και αντίστροφα, τότε δεξί υποδέντρο της ρίζας του παραπάνω δέντρου θα γίνει αριστερό και το αριστερό δεξί, οπότε θα βρούμε την απόδειξη πιο γρήγορα (με depth-first σε τρία βήματα).

### 3.1.7 Επίλυση Συνόλου Υποστήριξης

Ένα υποσύνολο  $S_S$  ενός συνόλου από προτάσεις  $S$  ονομάζεται *σύνολο υποστήριξης* (set of support) για το  $S$  αν και μόνο αν το  $S-S_S$  είναι ικανοποιήσιμο. Δεδομένου ενός συνόλου από προτάσεις  $S$  με σύνολο υποστήριξης  $S_S$ , *επιλύουσα σύνολο υποστήριξης* είναι μια επιλύουσα της οποίας τουλάχιστον ένας γονέας ανήκει στο  $S_S$  ή είναι απόγονος του  $S_S$ . *Εξαγωγή συνόλου υποστήριξης* (set of support deduction) ονομάζεται μια εξαγωγή στην οποία τόσο το τελικό, όσο και τα ενδιάμεσα συμπεράσματα είναι επιλύουσες συνόλου υποστήριξης. Μια *αντίφαση συνόλου υποστήριξης* (set of support refutation) είναι μια εξαγωγή συνόλου υποστήριξης της κενής πρότασης. Σαν παράδειγμα, παρουσιάζουμε την παρακάτω απόδειξη, όπου το σύνολο υποστήριξης είναι μόνο η πρόταση  $(\neg R)$ :

- |    |  |                          |
|----|--|--------------------------|
| 1. |  | (P, Q)                   |
| 2. |  | ( $\neg P$ , R)          |
| 3. |  | ( $\neg Q$ , R)          |
| 4. |  | ( $\neg R$ )             |
|    |  |                          |
| 5. |  | ( $\neg P$ )      (2, 4) |
| 6. |  | ( $\neg Q$ )      (3, 4) |
|    |  |                          |



7.	(Q)	(1, 5)
8.	(P)	(1, 6)
<hr/>		
9.	(R)	(3, 7)
10.	()	(6, 7)

Η φυσική σημασία του συνόλου υποστήριξης είναι ότι δεν επιτρέπει την εφαρμογή της αρχής της επίλυσης σε προτάσεις που ανήκουν σε ικανοποιήσιμο σύνολο. Οι επιλύσεις αυτές είναι περιττές, αφού από ένα ικανοποιήσιμο σύνολο δεν μπορεί να εξαχθεί ποτέ η κενή πρόταση. Έτσι, με τη χρήση του συνόλου υποστήριξης εξασφαλίζεται μείωση του υπολογιστικού χρόνου.

Προφανώς αυτή η στρατηγική θα ήταν άχρηστη αν δεν υπήρχε εύκολος τρόπος καθορισμού του συνόλου υποστήριξης. Ευτυχώς υπάρχουν διάφορες μέθοδοι επιλογής του συνόλου υποστήριξης. Για παράδειγμα, αν γνωρίζουμε ότι το αρχικό σύνολο των υποθέσεων είναι ικανοποιήσιμο, τότε επιλέγουμε συνήθως σαν σύνολο υποστήριξης το σύνολο των προτάσεων που προκύπτουν από την άρνηση του θεωρήματος που θέλουμε να αποδείξουμε. Ακόμα όμως και στις περιπτώσεις όπου δεν υπάρχει κάποιο συγκεκριμένο σύνολο υποθέσεων και κάποιο θεώρημα, αλλά απλώς ένα σύνολο από προτάσεις που θέλουμε να διαπιστώσουμε αν είναι μη ικανοποιήσιμο, υπάρχει τρόπος να επιλέξουμε με ασφάλεια το σύνολο υποστήριξης. Πιο συγκεκριμένα, γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι για να είναι ένα σύνολο από προτάσεις μη ικανοποιήσιμο πρέπει να περιέχει οπωσδήποτε τουλάχιστον μια θετική και τουλάχιστον μια αρνητική πρόταση. Η ερμηνεία που αντιστοιχίζει κάθε άτομο στο F (false) είναι ένα μοντέλο για ένα σύνολο που δεν περιέχει καμία θετική πρόταση. Αντίστοιχα, η ερμηνεία που αντιστοιχίζει κάθε άτομο στο T (true) είναι

ένα μοντέλο για ένα σύνολο που δεν περιέχει καμία αρνητική πρόταση. Έτσι, το σύνολο όλων των θετικών προτάσεων ή το σύνολο όλων των αρνητικών προτάσεων μπορεί να επιλεγεί σαν σύνολο υποστήριξης, γιατί με αυτό τον τρόπο είναι εγγυημένο ότι το σύνολο των υπόλοιπων προτάσεων είναι ικανοποιήσιμο.

### 3.2 Στρατηγικές Απαλοιφής Προτάσεων

Πρόκειται για στρατηγικές που στοχεύουν στην απαλοιφή των άχρηστων προτάσεων. Είναι ασθενέστερες από τις στρατηγικές επιλογής γονέων και καλούνται συνήθως στρατηγικές απλοποίησης ή διαγραφής (simplification/deletion strategies).

#### 3.2.1 Απαλοιφή Ταυτολογιών

Ταυτολογία (tautology) ονομάζεται μια πρόταση που περιέχει ένα ζευγάρι από συμπληρωματικά στοιχεία. Για παράδειγμα, η πρόταση  $(p(x), q(y), \neg q(y), r(z))$  είναι μια ταυτολογία γιατί περιέχει το συμπληρωματικό ζευγάρι  $q(y)$  και  $\neg q(y)$ . Όπως ορίζει η *απαλοιφή ταυτολογιών* (tautology elimination), οι ταυτολογίες μπορούν να διαγραφούν από ένα σύνολο  $S$  από προτάσεις, γιατί δεν επηρεάζουν καθόλου το αν το σύνολο είναι ικανοποιήσιμο ή όχι. Αυτό οφείλεται στο ότι οι ταυτολογίες είναι πάντα αληθείς κάτω από οποιαδήποτε ερμηνεία και συνεπώς η σύζευξή τους με το σύνολο των υπόλοιπων προτάσεων, έστω  $S'$ , ταυτίζεται με τη σύζευξη των προτάσεων του  $S'$ .

Πρέπει να σημειωθεί ότι για να είναι μια πρόταση ταυτολογία πρέπει να περιέχει ένα ζευγάρι από ακριβώς συμπληρωματικά στοιχεία, όχι απλώς

στοιχεία που γίνονται συμπληρωματικά με την εφαρμογή κατάλληλης αντικατάστασης. Για παράδειγμα, το σύνολο των προτάσεων  $(\neg P(a), P(x))$   $(P(a))$  και  $(\neg P(b))$  είναι μη ικανοποιήσιμο. Αν όμως διαγράψουμε την πρώτη πρόταση θεωρώντας την ταυτολογία, τότε μένουν οι προτάσεις  $(P(a))$  και  $(\neg P(b))$  που προφανώς συνιστούν ένα ικανοποιήσιμο σύνολο.

Ένα άλλο σημαντικό στοιχείο είναι ότι ακόμα και αν διαγραφούν όλες οι ταυτολογίες από το αρχικό σύνολο των προτάσεων, είναι δυνατό με τη χρήση της αρχής της επίλυσης να προκύψουν και νέες ταυτολογίες. Έτσι, πρέπει να εξετάζουμε κάθε νέο συμπέρασμα που εξάγεται για να διαπιστώσουμε αν είναι ταυτολογία.

### 3.2.2 Απαλοιφή Καθαρών Στοιχείων

Ένα στοιχείο του οποίου το συμπλήρωμα δεν εμφανίζεται σε καμιά πρόταση του συνόλου των αρχικών προτάσεων καλείται *καθαρό* (pure). Μια πρόταση που περιέχει ένα καθαρό στοιχείο είναι άχρηστη στην πορεία της εξαγωγής της κενής πρότασης, γιατί κάθε επιλύουσα που έχει γονέα αυτή την πρόταση περιέχει πάντα το καθαρό στοιχείο. Έτσι, μπορούμε να τη διαγράψουμε μειώνοντας το πλήθος των δυνατών επιλύσεων και, συνεπώς, τον υπολογιστικό χρόνο. Η στρατηγική αυτή ονομάζεται *απαλοιφή καθαρών στοιχείων* (pure-literal elimination). Για παράδειγμα, θεωρήστε το σύνολο των παρακάτω προτάσεων :

1.  $(\neg P, \neg Q, R)$
2.  $(\neg P, U)$
3.  $(\neg Q, U)$
4.  $(P)$
5.  $(Q)$

6.  $(\neg R)$

Οι προτάσεις 2 και 3 περιέχουν το καθαρό στοιχείο  $U$ , οπότε μπορούν να διαγραφούν από το αρχικό σύνολο. Έτσι προκύπτει η παρακάτω εξαγωγή της κενής πρότασης:

1.	$(\neg P, \neg Q, R)$	
2.	$(P)$	
3.	$(Q)$	
4.	$(\neg R)$	
5.	$(\neg Q, R)$	$(1, 2)$
6.	$(\neg P, R)$	$(1, 3)$
7.	$(\neg P, \neg Q)$	$(1, 4)$
8.	$(R)$	$(2, 6)$
9.	$(\neg Q)$	$(2, 7)$
10.	$(R)$	$(3, 5)$
11.	$(\neg P)$	$(3, 7)$
12.	$(\neg Q)$	$(4, 5)$
13.	$(\neg P)$	$(4, 6)$
14.	$()$	$(2, 11)$

Αξίζει να σημειωθεί ότι αν ένα σύνολο προτάσεων δεν περιέχει καθαρά στοιχεία, τότε δεν υπάρχει τρόπος να εξάγουμε κάποια πρόταση που να περιέχει καθαρό στοιχείο χρησιμοποιώντας την αρχή της επίλυσης. Έτσι, δε χρειάζεται να εξετάζουμε κάθε νέο συμπέρασμα που εξάγεται για να δούμε αν περιέχει καθαρά στοιχεία. Αρκεί ο έλεγχος αυτός να γίνει μόνο

στο αρχικό σύνολο των προτάσεων και να εφαρμοστεί η απαλοιφή καθαρών στοιχείων.

### 3.2.3 Απαλοιφή Συνόψεων

Μια πρόταση  $C$  *συνοψίζει* (subsumes) μια πρόταση  $D$  αν υπάρχει μια αντικατάσταση  $\sigma$  τέτοια ώστε  $C\sigma \subseteq D$ . Για παράδειγμα, η πρόταση  $(P(x), Q(y))$  *συνοψίζει* την  $(P(a), Q(v), R(w))$ , αφού υπάρχει η αντικατάσταση  $\{a/x, v/y\}$  που καθιστά την πρώτη πρόταση υποσύνολο της δεύτερης.

Μπορεί να αποδειχθεί ότι αν μια πρόταση *συνοψίζεται* από μια άλλη τότε το σύνολο των προτάσεων που προκύπτει μετά τη διαγραφή της πρότασης που *συνοψίζεται* είναι ικανοποιήσιμο αν και μόνο αν το αρχικό σύνολο είναι ικανοποιήσιμο. Έτσι, σύμφωνα με την *απαλοιφή συνόψεων* (subsumption elimination), οι προτάσεις που *συνοψίζονται* μπορούν να διαγραφούν χωρίς να δημιουργηθεί κανένα πρόβλημα.

Επειδή με την εφαρμογή της αρχής της επίλυσης σε ένα σύνολο που δεν περιέχει προτάσεις που *συνοψίζονται* μπορούν να προκύψουν νέες προτάσεις που *συνοψίζουν* ή *συνοψίζονται* από άλλες, πρέπει να ελέγχουμε κάθε νέα πρόταση σε σχέση με τις ήδη υπάρχουσες. Όταν μια νέα πρόταση *συνοψίζεται* από μια ήδη υπάρχουσα πρόταση τότε λέμε ότι έχουμε *σύννοψη προς τα εμπρός* (forward subsumption), ενώ όταν μια νέα πρόταση *συνοψίζει* μια παλιά λέμε ότι έχουμε *σύννοψη προς τα πίσω* (backward subsumption).

Κανονικά, όταν εξάγεται μια νέα πρόταση πρέπει να ελέγχεται πρώτα για διαγραφή λόγω σύννοψης προς τα εμπρός, πριν χρησιμοποιηθεί για τη διαγραφή άλλων προτάσεων λόγω σύννοψης προς τα πίσω. Αν αυτές οι λειτουργίες εφαρμοστούν με την αντίθετη σειρά, τότε μια πρόταση που

είναι χρήσιμη στην διαδικασία εξαγωγής της κενής πρότασης μπορεί να εξάγεται συνεχώς και ύστερα από λίγο να διαγράφεται λόγω σύνοψης προς τα πίσω χωρίς να χρησιμοποιηθεί ποτέ, εξαιτίας της πιθανής ύπαρξης μιας στρατηγικής που διατάσσει τις εφαρμογές της επίλυσης βασιζόμενη εν μέρει στην ηλικία των προτάσεων.

## 4

### ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΚΑΝΟΝΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

#### 4.1 Εισαγωγή

Η πρώτη νύξη για τα συστήματα παραγωγής προήλθε από τον Post το 1943, ο οποίος και τα παρουσίασε σαν ένα γενικό μηχανισμό υπολογισμού. Με την πάροδο του χρόνου, όμως, αναπτύχθηκαν διάφορες θεωρίες, και τα συστήματα παραγωγής εφαρμόστηκαν στη λύση προβλημάτων εντελώς διαφορετικών μεταξύ τους. Στις αρχές της δεκαετίας του '70, μελετήθηκε για πρώτη φορά και εφαρμόστηκε, από τους A. Newell και H.A. Simon, η έννοια του συστήματος παραγωγής, ως ένα ψυχολογικό μοντέλο περιγραφής της ανθρώπινης συμπεριφοράς, στο σύστημα GPS (General Problem Solver). Σε αυτό το μοντέλο, οι γνώσεις του ανθρώπου για τη λύση προβλημάτων αναπαρίστανται με ένα σύνολο διακεκριμένων γνωστικών μονάδων, που καλούνται παραγωγές ή κανόνες παραγωγής. Οι διακεκριμένες αυτές μονάδες περιέχουν πληροφορίες σχετικά με τις πράξεις (ενέργειες) τις οποίες πρέπει να εκτελέσει ένας άνθρωπος αντιδρώντας στα διάφορα ερεθίσματα τα οποία δέχεται από το περιβάλλον του. Οι ενέργειες αυτές είναι δυνατόν να επηρεάσουν τον τρόπο με τον οποίο αντιλαμβάνεται την πραγματικότητα γύρω του, είτε διότι οι συνέπειες που προκύπτουν από τις πράξεις οδηγούν σε αναθεώρηση προηγούμενων

αξιωμάτων και υποθέσεων, είτε διότι μπορεί να οδηγήσουν σε παραγωγή μίας νέας μορφής πραγματικότητας, που απαιτεί νέα έρευνα. Το μοντέλο των Newell και Simon έχει ομοιότητες με μια θεωρία της ψυχολογίας της νόησης, που αναλύει τη μνήμη σε δύο στάδια. Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία, υπάρχουν δύο διαφορετικά είδη μηχανισμών για την αποθήκευση της πληροφορίας που καταγράφεται από τα αισθητήρια όργανα του ανθρώπου: η βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη μνήμη. Η βραχυπρόθεσμη μνήμη περιέχει μία περιορισμένη ποσότητα πληροφορίας, η οποία μειώνεται με γρήγορο ρυθμό, και συνδέεται με το τμήμα του συστήματος παραγωγής στο οποίο κρατούνται τα δεδομένα εισόδου καθώς και τα παραγόμενα δεδομένα, και το οποίο ονομάζεται μνήμη εργασίας. Η μακροπρόθεσμη μνήμη χρησιμοποιείται για τη μόνιμη αποθήκευση πληροφοριών και αντιστοιχεί στη βάση κανόνων του συστήματος παραγωγής. Η μορφή των κανόνων παραγωγής έχει υιοθετηθεί και από άλλους ερευνητές εκτός των Newell και Simon. Οι περισσότεροι, όμως από αυτούς χρησιμοποιούν τη μορφή των κανόνων παραγωγής απλώς σαν μία τυπική γλώσσα για την έκφραση ορισμένων τύπων γνώσης.

Πολλά έμπειρα συστήματα χρησιμοποιούν τη μορφή των κανόνων παραγωγής σαν έναν τρόπο αναπαράστασης γνώσης. Από πρακτική εμπειρία έχει αποδειχθεί ότι ο τρόπος αυτός είναι κατάλληλος για τη λύση προβλημάτων κατηγοριοποίησης (classification) στα οποία η διαθέσιμη γνώση παίρνει τη μορφή "κανόνων του αντίχειρα". Για παράδειγμα, έχει χρησιμοποιηθεί στο DENDRAL, ένα έμπειρο σύστημα για την πρόβλεψη της μοριακής δομής μιγμάτων. Ένα μέρος της απαραίτητης γνώσης, που εξυπηρετεί τους σκοπούς του συστήματος αυτού, έχει κωδικοποιηθεί με κανόνες παραγωγής. Η μεγαλύτερη όμως επιτυχία της μορφής των κανόνων παραγωγής έγγειται στη χρήση της στα συστήματα MYCIN και EMYCIN



για τη δημιουργία διαγνωστικών έμπειρων συστημάτων, καθώς και στο σύστημα OPS5.

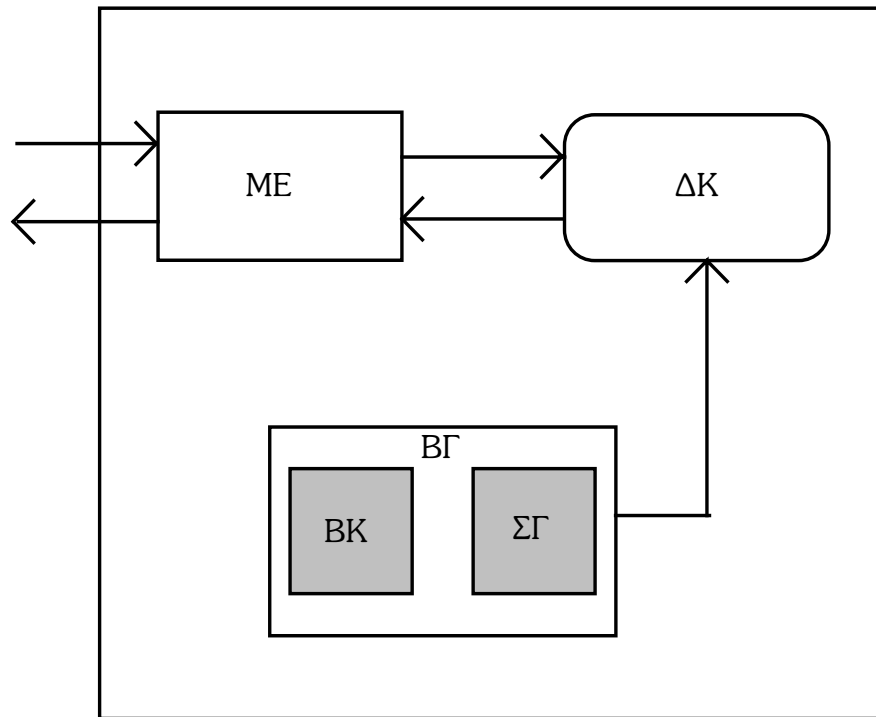
## 4.2 Δομή Συστήματος Βασισμένου σε Κανόνες

Η βασική δομή ενός συστήματος βασισμένου σε κανόνες (ΣΒΚ) απεικονίζεται στο σχήμα 6.1. Ένα ΣΒΚ αποτελείται από τρία βασικά μέρη: μια *βάση γνώσης* (ΒΓ) (knowledge base), ένα *διερμηνευτή κανόνων* (ΔΚ) (rule interpreter) και μια *μνήμη εργασίας* (ΜΕ) (working memory). Η δομή αυτή είναι παρόμοια με τη βασική δομή ενός ΕΣ (βλ. κεφ. 8), αφού τα ΣΒΚ αποτελούν τον κύριο όγκο των ΕΣ, όπου η ΜΕ αντιστοιχεί στη ΒΕ και ο ΔΚ στο ΜΕΣ. Στη συνέχεια αναλύουμε το περιεχόμενο και το ρόλο του κάθε μέρους.

Η ΒΓ ενός ΣΒΚ αποτελείται από μια *βάση κανόνων* (ΒΚ) (rule base) και ένα *σύνολο γεγονότων* (ΣΓ) (fact set). Οι *κανόνες* είναι υποθετικές εκφράσεις που έχουν ένα *τμήμα υποθέσεων* (υποθέσεις) (conditions) και ένα *τμήμα επακόλουθων* (επακόλουθα) (consequences). Η ερμηνεία ενός κανόνα γίνεται ως εξής: αν οι *υποθέσεις* ικανοποιούνται, τότε και τα *επακόλουθα* ικανοποιούνται επίσης. Ένα επακόλουθο μπορεί να προσδιορίζει είτε μια ενέργεια είτε ένα συμπέρασμα. Στην πρώτη περίπτωση οι ενέργειες εκτελούνται, όταν οι υποθέσεις ικανοποιούνται, στη δεύτερη τα συμπεράσματα εξάγονται. Οι κανόνες μπορεί να εκφράζουν διάφορα είδη γνώσης, όπως π.χ. λογικές σχέσεις μεταξύ οντοτήτων για εύρεση λύσεων που απαιτούν επαγωγική διαδικασία, ή αιτιακές σχέσεις μεταξύ τους για τον προσδιορισμό των αιτίων για κάποια συμβάντα κλπ.

Τα *γεγονότα* εκφράζουν ισχυρισμούς που αφορούν ιδιότητες, σχέσεις, προτάσεις κλπ. Σε αντίθεση με τους κανόνες, που αποτελούν εν δυνάμει

γνώση αποκαλυπτόμενη κατά τη διάρκεια της αναζήτησης λύσεων, τα γεγονότα είναι στατική γνώση, αδρανής, που δεν απαιτεί κάποια ενεργοποίηση κατά τη διάρκεια χρήσης του συστήματος.



Σχ.4.1 Δομή Συστήματος Βασισμένου σε Κανόνες

Ένα ΣΒΚ, εκτός από τη ΒΓ, που αποτελεί τη στατική ή μόνιμη μνήμη (γνώση) του, διαθέτει και μια προσωρινή μνήμη (γνώση), τη ΜΕ, όπου κρατούνται προσωρινοί ισχυρισμοί (γεγονότα). Οι ισχυρισμοί αυτοί είναι είτε δεδομένα εισόδου (αρχικά δεδομένα) είτε ενδιάμεσα συμπεράσματα που εξάγονται κατά τη λειτουργία του συστήματος για την εύρεση λύσεως σ'ένα πρόβλημα. Έτσι, το περιεχόμενο της ΜΕ αντανακλά κάθε στιγμή την παρούσα κατάσταση της διαδικασίας λύσης ενός προβλήματος. Παρακολουθώντας δηλαδή τις μεταβολές στη ΜΕ είναι σαν να

παρακολουθούμε τις διάφορες καταστάσεις (φάσεις) που περνά το σύστημα κατά τη διάρκεια επίλυσης του προβλήματος. Οι ισχυρισμοί της ΜΕ έχουν συνήθως την ίδια μορφή με τα γεγονότα στη ΒΓ.

Τέλος, ο ΔΚ αποτελεί τον μηχανισμό εξαγωγής συμπερασμάτων (συλλογισμού) του ΣΒΚ. Γι'αυτό τον σκοπό χρησιμοποιεί το περιεχόμενο της ΜΕ και τους κανόνες και τα γεγονότα από τη ΒΓ. Το περιεχόμενο της ΜΕ αντιπροσωπεύει την παρούσα κατάσταση του προβλήματος και ο ΔΚ καλείται να ανιχνεύσει ποιοί κανόνες μπορούν να βοηθήσουν στην περαιτέρω λύση του προβλήματος και να τους εφαρμόσει έτσι ώστε καλύτερα να οδηγηθεί το σύστημα σε λύση του προβλήματος μέσω διαδοχικών καταστάσεων. Τα ενδιάμεσα συμπεράσματα που εξάγονται κατά την προσπάθεια αυτή χρησιμοποιούνται για ενημέρωση της ΜΕ.

### 4.3 Κανόνες Παραγωγής

Οι κανόνες παραγωγής (ΚΠ) είναι μια ΓΑΓ που ευρέως χρησιμοποιείται στην κατασκευή ΕΣ. Ένας κανόνας παραγωγής έχει την εξής γενική μορφή:

```
if <συνθήκες>
then <επακόλουθα>
```

Σε κάθε ΚΠ ξεχωρίζουμε, όπως είναι φανερό, δύο μέρη: το εάν-τμήμα (if-part) ή τμήμα-συνθήκη (conditon-part) ή αριστερό τμήμα (left-hand side) ή προηγούμενο (antecedent), και το τότε-τμήμα (then-part) ή τμήμα-ενέργεια (action-part) ή δεξιό τμήμα (right-hand side) ή επακόλουθο (consequent). Το <συνθήκες> συνήθως αποτελείται από ένα αριθμό συνθηκών και το

«επακόλουθα» από ένα αριθμό επακόλουθων (ενεργειών ή συμπερασμάτων) που συνδέονται μεταξύ τους με λογικά συνδετικά. Αν οι συνθήκες πληρούνται, τα επακόλουθα εκτελούνται.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε σε μορφή BNF μια απλή γλώσσα βασισμένη σε ΚΠ:

```

«κανόνας» := if «συνθήκες» then «συμπεράσματα»
«συνθήκες» := «συνθήκη» {and «συνθήκη»}*
«συμπεράσματα» := «συμπέρασμα» {and «συμπέρασμα»}*
«συνθήκη» := «μεταβλητή» «κατηγορημα» «σταθερά»
«συμπέρασμα» := «μεταβλητή» «κατηγορημα» «σταθερά»

```

Στον ορισμό αυτό, κάθε «μεταβλητή» παριστάνει μια αφηρημένη έννοια (οντότητα) του πεδίου γνώσεως, κάθε «κατηγορημα» παριστάνει μια σχέση μεταξύ μιας έννοιας και μιας συγκεκριμένης οντότητας (αντικειμένου) που παριστάνεται από το «σταθερά». Παραλλαγές του παραπάνω ορισμού μπορεί να περιλαμβάνουν και το συνδετικό **or** μεταξύ των συνθηκών ή τη χρήση μεταβλητών στη θέση «σταθερά».

Για να παραστήσουμε π.χ. τον ισχυρισμό "αν ο πόνος του ασθενή είναι εντοπισμένος και ο πυρετός του υψηλός τότε έχει κάποιο είδος φλεγμονής", θα κατασκευάσουμε τον παρακάτω κανόνα:

```

if    pain is concentrated
      and fever is high
then  disease-type is inflammation

```

όπου "rain", "fever" και "disease-type" είναι μεταβλητές (έννοιες), "is" είναι ένα κατηγορημα, και "concentrated", "high" και "inflammation" είναι σταθερές.

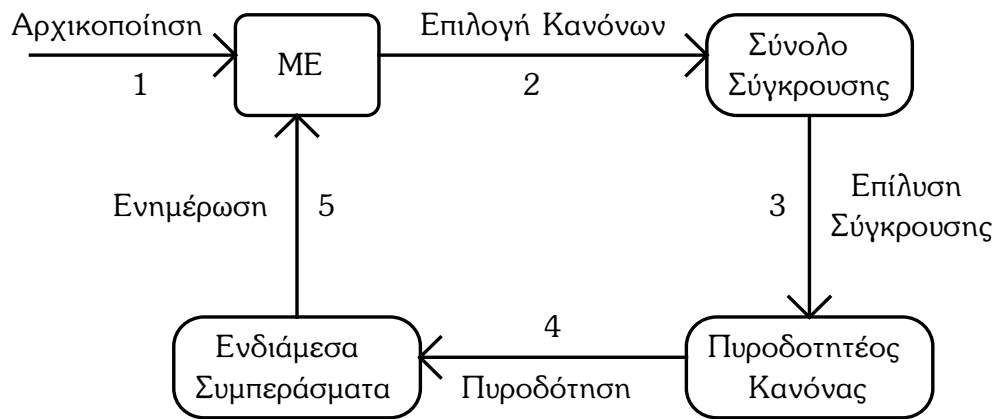
#### 4.4 Διαδικασία Εξαγωγής Συμπερασμάτων

Η διαδικασία εξαγωγής συμπερασμάτων σ'ένα ΣΠ μπορεί να αναλυθεί στα εξής βήματα:

1. Αρχικοποίηση της ΜΕ (μνήμη εργασίας) με την περιγραφή της αρχικής κατάστασης του προβλήματος.
2. Εύρεση των ΚΠ από τη ΒΓ που ικανοποιούνται από την τρέχουσα κατάσταση της ΜΕ.
3. Επιλογή ενός από τους ευρεθέντες ΚΠ.
4. Πυροδότησή (firing) του επιλεγέντος κανόνα και παραγωγή ενδιάμεσων συμπερασμάτων.
5. Ενημέρωση της ΜΕ ανάλογα με τις υπαγορεύσεις του πυροδοτηθέντος ΚΠ. Αν η προκύπτουσα κατάσταση δίδει λύση στο πρόβλημα, τότε σταματά η διαδικασία, αλλιώς ξαναγυρίζει στο βήμα 2.

Τα βήματα αυτά απεικονίζονται και στο σχήμα 6.2.

Στην παραπάνω διαδικασία τα βήματα 2, 3, 4 και 5 αποτελούν ένα κύκλο που ονομάζεται *κύκλος επιλογής-εκτέλεσης* (select-execute cycle) ή *κύκλος αναγνώρισης-ενεργοποίησης* (recognize-act cycle) ή και *κύκλος κατάστασης-ενέργειας* (situation-act cycle).



Σχ.4.2 Διαδικασία Εξαγωγής Συμπερασμάτων σε ΣΒΚ

Συνήθως μετά την εκτέλεση του βήματος 2 ευρίσκονται περισσότεροι του ενός κανόνες που ικανοποιούνται από τα δεδομένα της ΜΕ. Όταν λέμε ικανοποιούνται, σημαίνει ότι αποδεικνύονται ως χρήσιμοι για τη συνέχεια της εύρεσης της λύσεως, διότι είτε οι συνθήκες τους είτε τα επακόλουδά τους "ταιριάζουν" (match) με γεγονότα της ΜΕ, ανάλογα με τη μέθοδο συλλογισμού που χρησιμοποιείται (βλ. επόμενη ενότητα). Οι κανόνες λοιπόν που ικανοποιούνται σχηματίζουν ένα σύνολο, που ονομάζεται *σύνολο σύγκρουσης* (conflict set). Στο επόμενο βήμα 3, πρέπει να αποφασιστεί ποιός από τους ικανοποιούμενους κανόνες θα πυροδοτηθεί, δηλ. θα ενεργοποιηθεί. Αυτό γίνεται με βάση κάποια στρατηγική, που ονομάζεται *στρατηγική επίλυσης σύγκρουσης* (conflict resolution strategy). Υπάρχουν διάφορες τέτοιες στρατηγικές (βλ. μεθεπόμενη ενότητα).

#### 4.5 Μέθοδοι εξαγωγής συμπερασμάτων

Υπάρχουν δύο δυνατές μέθοδοι όσον αφορά στη διαδικασία εξαγωγής συμπερασμάτων σε ένα ΣΒΚ, όπως είδαμε στο κεφ.2, που ονομάζονται αντίστοιχα *κατευθυνόμενη από το στόχο* (goal driven) ή *αλυσίδωση προς τα πίσω* (backward chaining) και *κατευθυνόμενη από τα δεδομένα* (data driven) ή *αλυσίδωση προς τα εμπρός* (forward chaining).

Στην κατευθυνόμενη από το στόχο μέθοδο ξεκινάμε από το γεγονός που θέλουμε να αποδείξουμε, καλούμενο *στόχος*, εκφρασμένο σαν μια πρόταση στόχου που έχει τη μορφή ενός συμπεράσματος. Εξετάζουμε ποιός κανόνας (για απλότητα θεωρούμε ότι είναι ένας) έχει συμπέρασμα που ταιριάζει με το στόχο. Στη συνέχεια, οι συνθήκες του κανόνα αυτού θεωρούνται σαν *υπο-στόχοι*, και εξετάζουμε ποιοί κανόνες έχουν συμπεράσματα που ταιριάζουν με τους υποστόχους κ.ο.κ. Η διαδικασία σταματά επιτυχώς όταν το τρέχον σύνολο υποστόχων αληθεύει, δηλ. κάθε υποστόχος ταιριάζει με κάποιο γεγονός στη ΜΕ.

Σαν παράδειγμα ας θεωρήσουμε τους παρακάτω κανόνες:

R1: if C and D then F

R2: if F then E

R3: if A then C

R4: if B then D

και τα εξής αρχικά δεδομένα (γεγονότα) στη ΜΕ: {A, B}.

Αν δέσουμε σαν στόχο την πρόταση F, τότε σε μια διαδικασία αλυσίδωσης προς τα πίσω, κατ' αρχήν επιλέγεται ο κανόνας R1, του οποίου το συμπέρασμα ταιριάζει με το στόχο. Στη συνέχεια, οι συνθήκες C, D

γίνονται οι τρέχοντες υποστόχοι, οπότε επιλέγονται οι κανόνες R3, R4 των οποίων τα συμπεράσματα ταιριάζουν με τους τρέχοντες υποστόχους. Έτσι, δημιουργούνται νέοι υποστόχοι A, B. Επειδή οι νέοι υποστόχοι ταιριάζουν με τα γεγονότα στη ΜΕ, έχουμε επιτυχία του αρχικού στόχου F και τα C, D προστίθενται στη ΜΕ, που γίνεται {A, B, C, D}.

Στην κατευθυνόμενη από τα δεδομένα εξαγωγή συμπερασμάτων ξεκινάμε από τα αρχικά δεδομένα στη ΜΕ, και επιλέγουμε τον κανόνα (θεωρούμε ότι είναι ένας χάριν απλότητας) του οποίου όλες οι συνθήκες ταιριάζουν με τα δεδομένα αυτά. Ο κανόνας ενεργοποιείται και το συμπέρασμά του εκτελείται, δηλ. προστίθεται στη ΜΕ. Αυτό έχει σαν συνέπεια και οι συνθήκες κάποιων άλλων κανόνων να ικανοποιούνται τώρα, οπότε και ενεργοποιούνται οι κανόνες και τα συμπεράσματά τους προστίθενται στη ΜΕ, κ.ο.κ. Η διαδικασία σταματά όταν ή δεν υπάρχουν άλλοι ικανοποιήσιμοι κανόνες ή κάποιο από τα συμπεράσματα που προστίθενται στη ΜΕ ταιριάζει με το στόχο, αν υπάρχει.

Αν χρησιμοποιήσουμε το παραπάνω παράδειγμα, τα αρχικά δεδομένα ικανοποιούν τις συνθήκες των κανόνων R3, R4, οπότε τα συμπεράσματα C, D προστίθενται στη ΜΕ, που γίνεται {A, B, C, D}. Στη συνέχεια, ο κανόνας R1 ικανοποιείται και ενεργοποιείται, οπότε και το συμπέρασμα F τοποθετείται στη ΜΕ, που γίνεται (A, B, C, D, F).

Όπως είναι φανερό, οι δύο μέθοδοι εξαγωγής συμπερασμάτων είναι κατάλληλοι για διαφορετικά είδη ΕΣ. Η κατευθυνόμενη από το στόχο μέθοδος χρησιμοποιείται συχνά σε συστήματα που έχουν σχετικά μικρό αριθμό δεδομένων και η διαδικασία συλλογισμού κατευθύνεται από ένα ή περισσότερους συγκεκριμένους στόχους, όπως π.χ. τα διαγνωστικά ΕΣ. Ένα ΕΣ που χρησιμοποιεί αυτή τη μέθοδο είναι το MYCIN. Αντιθέτως, η κατευθυνόμενη από τα γεγονότα μέθοδος είναι πιο κατάλληλη για



συστήματα όπου δεν υπάρχουν προκαθορισμένοι στόχοι και υπάρχει μεγάλος αριθμός δεδομένων που πρέπει να χρησιμοποιηθούν στην εξαγωγή συμπερασμάτων. ΕΣ που χρησιμοποιούν αυτή τη μέθοδο είναι τα DENDRAL και PROSPECTOR.

#### 4.6 Στρατηγικές επίλυσης σύγκρουσης

Κατά τη διάρκεια εξαγωγής συμπερασμάτων σε ένα ΣΒΚ, συνήθως περισσότεροι του ενός κανόνες είναι ικανοποιήσιμοι και απαρτίζουν αυτό που ονομάσαμε σύνολο σύγκρουσης. Η σειρά με την οποία θα ενεργοποιηθούν δημιουργείται με βάση κάποια στρατηγική, που όπως προαναφέραμε ονομάζεται στρατηγική επίλυσης σύγκρουσης.

Η απλούστερη στρατηγική επίλυσης σύγκρουσης είναι αυτή που ορίζει ότι οι κανόνες ενεργοποιούνται με τη σειρά που βρίσκονται στη ΒΓ (textual order). Υπάρχουν όμως και πιο σύνθετες στρατηγικές, που στηρίζονται σε άλλα κριτήρια, όπως

- διάθλαση (refraction)
- προτεραιότητα (preference)
- εξειδίκευση (specificity)
- επικαιρότητα (recency)

μεταξύ των κανόνων.

Η στρατηγική της *διάθλασης* προσδιορίζει ότι αν ένας κανόνας έχει πυροδοτηθεί, τότε δεν ξαναπυροδοτείται έως ότου τα γεγονότα (δεδομένα) στη ΜΕ που ταιριάζουν με τις συνθήκες του τροποποιηθούν. Αυτό διευκολύνει την αποφυγή βρόγχων επανάληψης.

Σε μια στρατηγική που χρησιμοποιεί *προτεραιότητα*, κάθε κανόνας έχει μια ένδειξη προτεραιότητας, ρητά δηλωμένη στη ΒΓ. Κάθε φορά, ο κανόνας με τη μεγαλύτερη προτεραιότητα ενεργοποιείται πρώτος. Αν και μια τέτοια στρατηγική είναι εύκολα υλοποιήσιμη και αποτελεσματική, έχει τη δυσκολία του καθορισμού των προτεραιοτήτων.

Μια στρατηγική επίλυσης σύγκρουσης που βασίζεται στην *εξειδίκευση*, ενεργοποιεί πρώτα τους κανόνες με τη μεγαλύτερη εξειδίκευση. Η εξειδίκευση ορίζεται συνήθως με βάση τον αριθμό των συνθηκών ενός κανόνα. Ένας κανόνας που εμπεριέχει τις συνθήκες ενός άλλου έχει μεγαλύτερη εξειδίκευση. Π.χ. ο κανόνας "if A then G1" έχει μικρότερη εξειδίκευση από τον "if A and B then G2".

Τέλος μια στρατηγική που στηρίζεται στην *επικαιρότητα*, χρησιμοποιεί σαν βάση τα πλέον πρόσφατως παραχθέντα γεγονότα στη ΜΕ, και είναι η πλέον σύνθετη. Η βασική ιδέα έχει ως εξής. Σε κάθε γεγονός στη ΜΕ προσαρτάται μια ετικέτα χρόνου (time token) σαν ένας αριθμός που δείχνει τη σειρά παραγωγής του στη ΜΕ (μια πιο πρόσφατη παραγωγή έχει μεγαλύτερη ετικέτα χρόνου). Σε κάθε κανόνα στο σύνολο σύγκρουσης αντιστοιχεί μια ακολουθία ετικετών χρόνου με βάση το με ποιά γεγονότα στη ΜΕ ταιριάζουν οι συνθήκες του κανόνα. Πιο επίκαιρος (πρόσφατος) είναι ο κανόνας που έχει την λεξικογραφικά μεγαλύτερη ακολουθία ετικετών χρόνου.

Οι στρατηγικές επίλυσης σύγκρουσης, και ιδιαίτερα οι πιο σύνθετες, χρησιμοποιούνται κυρίως σε ΣΒΚ που χρησιμοποιούν μέθοδο εξαγωγής συμπερασμάτων καθοδηγούμενη από τα δεδομένα. Αυτό συμβαίνει διότι η μέθοδος συλλογισμού η καθοδηγούμενη από το στόχο είναι ταυτόχρονα, από τη φύση της, και μια "ευφυής" στρατηγική ελέγχου, που κατευθύνει τη

διαδικασία της λύσης, πράγμα που δεν είναι η μέθοδος η καθοδηγούμενη από τα δεδομένα.

#### **4.7 Τα Πλεονεκτήματα των ΚΠ**

Τα πλεονεκτήματα των ΚΠ σαν ΓΑΓ μπορούν να συνοχιστούν στα παρακάτω.

##### α. Φυσικότητα έκφρασης

Η γνώση ενός ειδικού εκφράζεται πολύ φυσικά μέσω των ΚΠ. Οι ΚΠ διαιρούν τη γνώση σε φυσικά και εύκολα κατανοητά κομμάτια, που έχουν το σωστό μέγεθος για την αναπαράσταση της γνώσης που χρησιμοποιούν οι ειδικοί.

##### β. Τμηματοποίηση της γνώσης (Modularity)

Οι ΚΠ είναι κατασκευαστικά ανεξάρτητοι ο ένας από τον άλλο. Κάθε ΚΠ παριστάνει ένα κομμάτι γνώσης ανεξάρτητα από τους υπόλοιπους ΚΠ. Επίσης, υπάρχει διαχωρισμός μόνιμης (ΒΓ) και προσωρινής (ΜΕ) γνώσης. Τέλος, ο διερμηνέας είναι ανεξάρτητος από τη ΒΓ και τη ΜΕ. Αυτή η τμηματοποίηση και διαχωρισιμότητα της γνώσης οδηγεί σε ορισμένα πλεονεκτήματα.

Πρώτον, η κατασκευή και η συντήρηση της ΒΓ γίνεται πολύ πιο εύκολα. Επίσης, η ενημέρωση της ΒΓ γίνεται σχεδόν απ'ευθείας. Επιπλέον, διευκολύνεται η αυξητική κατασκευή της ΒΓ. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό στην κατασκευή ΕΣ, όπου το σύστημα στην αρχή σχεδιάζεται για τη λύση ενός συγκεκριμένου προβλήματος και μετά γενικεύεται για τη λύση και άλλων προβλημάτων. Τέλος, η διαδικασία εύρεσης λαθών στο

πρόγραμμα, δηλ. η εύρεση των κανόνων που είναι υπαίτιοι λανθασμένων συμπερασμάτων, γίνεται ευκολότερα.

#### γ.Περιοριστική σύνταξη (Restricted syntax)

Η περιοριστική σύνταξη των ΚΠ, αν και έχει μειονεκτήματα, εν τούτοις δημιουργεί και ορισμένα πλεονεκτήματα. Πρώτον, γίνεται εφικτή η σχεδίαση προγράμματος που να μπορεί να ελέγχει την συμβατότητα (συνέπεια) των ΚΠ της ΒΓ έτσι ώστε να μη μπορεί να εξαχθούν αλληλοσυγκρουόμενα συμπεράσματα. Αυτό θα ήτο πολύ δύσκολο να γίνει αν υπήρχαν πολλοί τρόποι έκφρασης της ίδιας γνώσης. Δεύτερον, γίνεται ευκολη η σχεδίαση προγράμματος που να βοηθά το σύστημα στην πρόσκτηση γνώσης (knowledge acquisition) από ένα ειδικό.

#### δ.Καθοδήγηση της διαδικασίας λύσης

Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας λύσης ενός προβλήματος, το σύστημα εξετάζει το περιεχόμενο της ΜΕ, δηλ. την παρούσα κατάσταση της πορείας της λύσης, πολλές φορές (μια σε κάθε κύκλο). Έτσι επιτυγχάνει συνεχή εστίαση της διαδικασίας σε γνώση σχετιζόμενη με το πρόβλημα.

#### ε.Εύκολη παροχή εξήγησης

Η παροχή εξήγησης μιας λύσης είναι σε πολλές περιπτώσεις απαραίτητη, κυρίως σε συστήματα που κάνουν διάγνωση και προτείνουν κάποιες ενέργειες. Η παροχή εξήγησης σε ΣΠ διευκολύνεται τα μέγιστα λόγω των ΚΠ. Κάνοντας ανάκληση των κανόνων που χρησιμοποιήθηκαν για την εύρεση της λύσης, και δεδομένου ότι η σύνταξή τους είναι πολύ κοντά στη φυσική γλώσσα και τρόπο σκέψης, έχουμε σχετικά εύκολα παροχή εξήγησης.

## 4.8 Τα Προβλήματα των ΚΠ

Όπως κάθε ΓΑΓ έτσι και οι ΚΠ παρουσιάζουν, εκτός από πλεονεκτήματα, και μειονεκτήματα ή προβλήματα.

### α. Προβλήματα εξήγησης

Ενώ οι ΚΠ μπορούν να παράγουν εύκολα εξήγηση όσον αφορά στην πεδιακή γνώση του ειδικού, δεν μπορούν να το κάνουν όσον αφορά στην ελεγκτική γνώση, δηλ. τις στρατηγικές ελέγχου που ακολουθήθηκαν κατά την εύρεση μιας λύσης. Π.χ. δεν είναι δυνατόν να εξηγηθούν αποφάσεις όσον αφορά στο γιατί ένας κανόνας επελέγει να πυροδοτηθεί πρώτος από άλλους, διότι αυτό το είδος της γνώσης δεν περιγράφεται ρητά, αλλά είναι ενσωματωμένο στη στρατηγική ελέγχου.

Επίσης δεν μπορούν να παρέχουν εξήγηση όσον αφορά στη γνώση υποστήριξης (support knowledge). Η γνώση υποστήριξης είναι αυτή που δικαιολογεί την ύπαρξη ενός ΚΠ. Π.χ. γνώση υποστήριξης για τον ΚΠ "αν τα φώτα του αυτοκινήτου φωτίζουν αμυδρά, τότε η μπαταρία έχει ξεφορτισθεί" είναι αυτή που δικαιολογεί την ύπαρξη αυτού του κανόνα, δηλ. το ότι τα φώτα για να φωτίζουν ισχυρά χρειάζονται ηλεκτρικό ρεύμα, το οποίο παρέχεται από την μπαταρία.

### β. Προβλήματα αναποτελεσματικότητας

Ο τρόπος με τον οποίο επιτυγχάνεται η εξαγωγή συμπερασμάτων μπορεί να οδηγήσει σε χαμηλή αποδοτικότητα. Δύο είναι οι πηγές αυτής της πιθανής αναποδοτικότητας. Πρώτον, σε κάθε κύκλο αναγνώρισης-ενέργειας ο διερμηνέας πρέπει να γυρίζει όλη τη ΒΓ για να βρει τους κανόνες που

ικανοποιούνται από την παρούσα κατάσταση της ΜΕ. Σε μια μεγάλη ΒΓ ο καθορισμός αυτών των ΚΠ μπορεί να είναι υπολογιστικά χρονοβόρος. Δεύτερον, αν οι κανόνες που ικανοποιούνται από τις συνθήκες της ΜΕ είναι πολλοί, τότε η απόφαση για το ποιός θα επιλεγεί για πυροδότηση μπορεί να είναι επίσης χρονοβόρα.

#### γ. Προβλήματα εκφραστικότητας

Ενώ η περιοριστική σύνταξη των ΚΠ δημιουργεί ορισμένα πλεονεκτήματα, όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο, ταυτόχρονα δημιουργεί και ορισμένα προβλήματα. Τα προβλήματα σχετίζονται με την εκφραστικότητα της γλώσσας, πιο συγκεκριμένα με τη δυσκολία αναπαράστασης ορισμένων τύπων γνώσης.

Ένας τύπος γνώσης που δύσκολα μπορεί να παρασταθεί με ΚΠ είναι η δομική γνώση (βλ. ενότ. 3.3). Π.χ. αν είναι γνωστό ότι η γενική περίπτωση δεν ισχύει, τότε δεν ισχύουν και οι μερικές περιπτώσεις. Έτσι, αν ξέρουμε ότι κάποιο ζώο δεν είναι κατοικίδιο, τότε ξέρουμε ότι δεν είναι και σκύλος επίσης, μια και ο σκύλος είναι μια μερική περίπτωση κατοικιδίου ζώου. Τα περισσότερα ΣΠ δεν διαθέτουν δομές για να εκφράσουν απ'ευθείας τέτοιου είδους σχέσεις, αλλά κανείς πρέπει να γάχνει να βρει τρόπους να ενσωματώσει τέτοια γνώση στους κανόνες, πράγμα που τους καθιστά δυσανάγνωστους και δυσνόητους.

Ένα άλλο είδος γνώσης που δεν μπορούν να εκφράσουν οι ΚΠ είναι η ελλειπής (μερική) γνώση, όπως π.χ. διαζευκτική, αρνητική και υπαρξιακή γνώση. Περιπτώσεις διαζευκτικής και αρνητικής γνώσης μπορούν να εκφραστούν μόνο στο τμήμα-συνθήκη ενός κανόνα.

## 5

### ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

#### 5.1 Ορισμός

Οι συντελεστές βεβαιότητας (certainty factors) είναι μια μέθοδος αναπαράστασης της αβεβαιότητας στην εξαγωγή συμπερασμάτων, που χρησιμοποιείται στους κανόνες παραγωγής. Πρόκειται για εμπειρική μέθοδο, δηλ. μέθοδο που δεν στηρίζεται στη θεωρία πιθανοτήτων, όπως άλλες παρόμοιες μέθοδοι (π.χ. κανόνες Bayes). Οι συντελεστές βεβαιότητας πρωτοεισήχθησαν στο βασισμένο σε κανόνες έμπειρο σύστημα (ΕΣ) MYCIN (Shortliffe and Buchanan, 1975), το οποίο ήταν ένα ΕΣ για διάγνωση μολύνσεων του αίματος και λήψη απόφαση για κατάλληλη φαρμακευτική αγωγή για την αντιμετώπισή τους.

Συντελεστής βεβαιότητας cf (certainty factor, cf) είναι ένας αριθμός ( $-1 \leq cf \leq 1$ ) που παριστάνει το βαθμό βεβαιότητας του εμπειρογνώμονα ότι μια υπόθεση h ισχύει δεδομένου ενός στοιχείου/γεγονότος e:

if e  
then h (cf)

Φυσικά ο κανόνας μπορεί να είναι πιο σύνθετος, δηλ. να έχει περισσότερα του ενός γεγονότα/στοιχεία συνδεδεμένα μεταξύ τους με λογικό and ή or.

Κάθε συντελεστής βεβαιότητας ορίζεται με βάση δύο μεγέθη/συναρτήσεις, το μέτρο βεβαιότητας (measure of belief: MB) και το μέτρο αβεβαιότητας (measure of disbelief: MD), ως εξής:

$$cf(h, e) = \frac{MB(h, e) - MD(h, e)}{1 - \min\{MB(h, e), MD(h, e)\}}$$

τα οποία με τη σειρά τους ορίζονται ως εξής:

Μέτρο βεβαιότητας (measure of belief):

$$MB(h, e) = \begin{cases} 1 & \text{αν } p(h)=1 \\ \max\left\{0, \frac{p(h/e) - p(h)}{1 - p(h)}\right\} & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Μέτρο αβεβαιότητας (measure of disbelief):

$$MD(h, e) = \begin{cases} 1 & \text{αν } p(h)=0 \\ \max\left\{0, \frac{p(h) - p(h/e)}{p(h)}\right\} & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

για τα οποία ισχύει  $0 \leq MB(h, e), MD(h, e) \leq 1$ , οπότε προκύπτει ότι  $-1 \leq cf(h, e) \leq 1$ .

Σε πραγματικές εφαρμογές, συνήθως, οι συντελεστές βεβαιότητας προσδιορίζονται από τον εμπειρογνώμονα, είναι δηλαδή εκτίμηση του εμπειρογνώμονα.

## 5.2 Αβέβαιη Παρατήρηση

Πολλές φορές όμως δεν είναι αβέβαιο μόνο το αποτέλεσμα (υπόθεση) του κανόνα, αλλά είναι αβέβαιη και η παρατήρηση ενός γεγονότος/στοιχείου. Τότε, διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

Κανόνας με απλό στοιχείο

if e (cf<sub>e</sub>)  
then h (cf<sub>h</sub>)



Τότε, ο συνδυασμένος συντελεστής βεβαιότητας του κανόνα είναι:

$$cf = cf_e * cf_h$$

Κανόνας με πολλαπλά στοιχεία:

α) Με σύζευξη στοιχείων

if e1 ( $cf_1$ ) and e2 ( $cf_2$ )  
then h ( $cf_h$ )

οπότε ο συνδυασμένος συντελεστής βεβαιότητας είναι:

$$cf_e = \min\{cf_1, cf_2\}$$

$$cf = cf_e * cf_h$$

β) Με διάζευξη στοιχείων

if e1 ( $cf_1$ ) or e2 ( $cf_2$ )  
then h ( $cf_h$ )

οπότε ο συνδυασμένος συντελεστής βεβαιότητας είναι:

$$cf_e = \max\{cf_1, cf_2\}$$

$$cf = cf_e * cf_h$$

Παράδειγμα:

if sky is clear  
and forecast is sunny (0.8)  
then action is 'leave-umbrella' (0.8)  
 $cf_1=1.0, cf_2=0.8, cf_h=0.8$   
 $cf_e = \min\{1.0, 0.8\} = 0.8$   
 $cf = cf_e * cf_h = 0.8 * 0.8 = 0.64$

### 5.3 Κανόνες με Πολλαπλά Στοιχεία

Κανόνες με ίδιο συμπέρασμα

Είναι σύνηθες σε συστήματα κανόνων με χρήση συντελεστών βεβαιότητας να έχουμε κανόνες με το ίδιο συμπέρασμα. Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει να συνδυαστούν οι συντελεστές βεβαιότητας των δύο κανόνων στο τελικό συμπέρασμα. Έστω οι παρακάτω κανόνες:

if e1  
then h ( $cf_{h1}$ )

if e2  
then h ( $cf_{h2}$ )

Τότε, ο συνδυασμένος συντελεστής βεβαιότητας  $cf$  του συμπεράσματος υπολογίζεται με βάση τα παρακάτω:

$$cf = \begin{cases} cfh1+cfh2*(1-cfh1) & \text{αν } cfh1, cfh2 > 0 \\ cfh1+cfh2*(1+cfh1) & \text{αν } cfh1, cfh2 < 0 \\ (cfh1+cfh2)/(1-\min\{|cfh1|,|cfh2|\}) & \text{αν } cfh1*cfh2 < 0 \end{cases}$$

### Διαδοχικοί κανόνες

Μια άλλη περίπτωση συνδυασμού κανόνων είναι να υπάρχουν διαδοχικοί κανόνες, δηλ. κανόνες όπου το συμπέρασμα του ενός αποτελεί στοιχείο του άλλου. Π.χ., έστω οι δύο κανόνες:

$$\begin{array}{ll} \text{if } e1 & \text{if } e2 \\ \text{then } e2 (cf_1) & \text{then } h (cf_2) \end{array}$$

Στην περίπτωση αυτή, ο συνδυασμένος συντελεστής βεβαιότητας  $cf$  υπολογίζεται ως εξής:

$$cf_e = \max\{0, cf_1\}$$

$$cf = cf_e * cf_2$$

### Παράδειγμα:

if today is rain  
then tomorrow is rain (0.5)

if today is rain  
and temperature is high  
then tomorrow is rain (0.7)

Επειδή  $cfh1, cfh2 > 0$  είναι  $cf = cfh1+cfh2*(1-cfh1) = 0.5 + 0.7*(1-0.5) = 0.85$

## **5.4 Εξαγωγή Συμπερασμάτων**

Ας δούμε τώρα πως γίνεται η εξαγωγή συμπερασμάτων σ' ένα ΕΣ με συντελεστές βεβαιότητας. Ας θεωρήσουμε ένα υποτυπώδες ΕΣ, που κάνει πρόβλεψη του καιρού της επόμενης ημέρας με βάση τα στοιχεία της τρέχουσας ημέρας και διαθέτει τους παρακάτω κανόνες:

R1  
if today is rain  
then tomorrow is rain (0.5)  
R2  
if today is dry  
then tomorrow is dry (0.5)  
R3  
if today is rain  
and rainfall is low  
then tomorrow is dry (0.6)  
R4  
if today is rain  
and rainfall is low  
and temperature is low  
then tomorrow is dry (0.7)  
R5  
if today is dry  
and temperature is high  
then tomorrow is rain (0.65)

Για την εξαγωγή συμπερασμάτων, το ΕΣ κάνει ερωτήσεις στο χρήστη, για να πάρει τιμές για τις μεταβλητές/παραμέτρους. Ας παρακολουθήσουμε μια τέτοια διαδικασία (όπου ΧΡ παριστάνει τον χρήστη του συστήματος, ΜΕ τη μνήμη εργασίας και ακολουθείται αλυσίδωση προς τα εμπρός). Πρέπει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση των συντελεστών βεβαιότητας λαμβάνονται υπ' όψιν όλοι οι κανόνες που έχουν την ίδια μεταβλητή συμπεράσματος και μπορούν να πυροδοτηθούν.

ΕΣ: What is the weather today?  
ΧΡ: rain

Πυροδοτείται ο R1:  $cf_{R1} = cfe * cfh = 1.0 * 0.5 = 0.5$

ΜΕ= {tomorrow is rain (0.5)}

ΕΣ: What is the rainfall today?  
ΧΡ: low  
ΕΣ: To what degree you believe the rainfall is low?  
ΧΡ: 0.85

Πυροδοτείται ο R3:  $cfR3 = \min(cfe1, cfe2) * cfh = \min(1.0, 0.85) * 0.6 = 0.51$

ME = {tomorrow is rain (0.5)  
tomorrow is dry (0.51)}

ΕΣ: What is the temperature today?

XP: low

ΕΣ: To what degree you believe the temperature is low?

XP: 0.95

Πυροδοτείται ο R4:  $cfR4 = \min(cfe1, cfe2, cf3) * cfh = \min(1.0, 0.85, 0.95) * 0.7 = 0.595$

Επειδή όμως ήδη υπάρχει ίδιο συμπέρασμα στη ME από τον R3 έχουμε:

$cfR34 = cfR3 + cfR4 * (1 - cfR3) = 0.51 + 0.595 * (1 - 0.51) = 0.8$

ME = {tomorrow is rain (0.5)  
tomorrow is dry (0.8)}

Επόμενως, η απάντηση είναι ότι είναι βεβαιότερο ότι αύριο δεν θα βρέξει ( $cf = 0.8$ )

από το να βρέξει ( $cf = 0.5$ )

## 5.5 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα

Η χρήση συντελεστών αβεβαιότητας έχει αρκετά πλεονεκτήματα, όπως:

- Απλότητα υπολογιστικού μοντέλου
- Επιτρέπουν τη χρήση κανόνων παραγωγής ταυτόχρονα με την ποσοτικοποίηση της αβεβαιότητας
- Επιτρέπουν την παραγωγή επεξηγήσεων (μέσω των κανόνων παραγωγής)
- Ο προσδιορισμός των συντελεστών αβεβαιότητας είναι σχετικά ευκολότερος από αυτόν των πιθανοτήτων, που χρησιμοποιούνται σε άλλες μεθόδους (π.χ. κανόνες Bayes)

Έχουν βέβαια και μειονεκτήματα:

- Όχι σημαντική συμβολή στο διαγνωστικό αποτέλεσμα (βλ. MYCIN)
- Δεν έχουν αυστηρή θεωρητική θεμελίωση
- Η ενημέρωση της βάσης γνώσης με νέα γνώση οδηγεί σε αλλαγή των τιμών των συντελεστών βεβαιότητας

- Υπάρχει δυσκολία στην έκφραση γνώσης σε ορισμένες περιπτώσεις (μεγάλος αριθμός στοιχείων, ειδικές εξαρτήσεις μεταξύ αβέβαιων πεποιθήσεων)

## 6

### ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΜΕ ΠΛΑΙΣΙΑ

#### 6.1 Γενικά

Στις λογικές γλώσσες, καθώς και στις γλώσσες που βασίζονται στους ΚΠ, η γνώση είναι οργανωμένη σε σχετικά μικρά ανεξάρτητα κομμάτια. Αυτός ο τρόπος οργάνωσης της γνώσης δεν φαίνεται όμως να είναι και ο πιο φυσικός, ο καλύτερα ανταποκρινόμενος στον τρόπο που το ανθρώπινο μυαλό χρησιμοποιεί. Το ανθρώπινο μυαλό φαίνεται ότι οργανώνει τη γνώση σε μεγαλύτερα κομμάτια που παρουσιάζουν ορισμένη εσωτερική δομή.

Αυτή η παρατήρηση αποτελέσε και ένα από τα κύρια σημεία του πρωτοποριακού άρθρου του Minsky το 1975, που ήταν η απαρχή για την εισαγωγή ενός νέου τρόπου αναπαράστασης της γνώσης, που χρησιμοποιεί σαν βασικά στοιχεία τα *πλαίσια* (frames). Ο Minsky όρισε ένα πλαίσιο σαν "μια δομή δεδομένων για την αναπαράσταση μιας στερεότυπης κατάστασης". Ένα άλλο σημείο της εργασίας του Minsky ήταν ότι δηλωτικές και διαδικαστικές όψεις ενός κομματιού γνώσης πρέπει να είναι πιο στενά συνδεδεμένες σε μια αναπαράσταση. Ο Winograd (1975)

προτείνει επίσης τα πλαίσια σαν μια λύση στη διαμάχη δηλωτικής και διαδικαστικής γνώσης.

Από τότε που εισήχθη η έννοια των πλαισίων, ένα πλήθος ΓΑΓ που στηρίζονται σ'αυτή έχουν αναπτυχθεί. Υπάρχουν αρκετές διαφορές μεταξύ των γλωσσών αυτών. Στη συνέχεια θα περιγράψουμε ένα γενικό μοντέλο που συνίσταται από τα κοινά στοιχεία των γλωσσών αυτών.

## 6.2 Βασική Δομή Πλαισίου

Όλες οι βασισμένες σε πλαίσια ΓΑΓ χρησιμοποιούν τα πλαίσια σαν τις βασικές τους μονάδες για να αναπαραστήσουν γνώση. Τα πλαίσια είναι δομές που αναπαριστούν έννοιες ή οντότητες του γνωστικού πεδίου σαν πρότυπα. Ένα πλαίσιο αποτελείται από *θυρίδες* ή *σχισμές* (*slots*) που περιέχουν περιγραφές για διάφορα *χαρακτηριστικά* (*attributes*) ή *ιδιότητες* (*properties*) της έννοιας που παριστάνεται από το πλαίσιο στο οποίο ανήκουν. Οι θυρίδες συνιστούν την εσωτερική δομή ενός πλαισίου. Κάθε θυρίδα έχει ορισμένες *όψεις* (*facets*) που περιγράφουν την αντίστοιχη ιδιότητα από διάφορες οπτικές γωνίες. Κάθε όψη έχει μια *τιμή* (*value*) ή *γέμισμα* (*filler*).

Μπορούμε να διακρίνουμε τις όψεις σε *δηλωτικές* (*declarative*) και *διαδικαστικές* (*procedural*). Οι δηλωτικές όψεις διακρίνονται περαιτέρω σε *όψεις τύπου* (*typing facets*) και *όψεις τιμής* (*value facets*). Μια όψη τύπου προσδιορίζει τυχόν περιορισμούς για την τιμή της θυρίδας. Μια όψη τιμής δίνει μια τιμή στη σχιμή. Η τιμή αυτή πρέπει να είναι σύμφωνη με τους περιορισμούς που έχουν τεθεί από τυχόν όψεις τύπου της θυρίδας.

Οι διαδικαστικές όψεις συνδέουν διαδικασίες (*procedures*) με μια θυρίδα. Αυτό ονομάζεται *διαδικαστική προσάρτηση* (*procedural attachment*).

Διαδικασίες προσαρτημένες μ'αυτό τον τρόπο σε θυρίδες χρησιμοποιούνται κυρίως για την επίτευξη πλευρικών αποτελεσμάτων (side-effects), όπως π.χ. υπολογισμός ή ενημέρωση των τιμών των θυρίδων. Αυτές οι διαδικασίες ενεργοποιούνται κατά την προσπέλαση μιας θυρίδας. Υπάρχουν διάφοροι τύποι διαδικαστικών όγμων αντίστοιχοι των διαφόρων τύπων ενεργειών προσπέλασης μιας θυρίδας που διαδέτει μια γλώσσα. Οι πιά συνηθισμένοι τύποι διαδικαστικών όγμων είναι οι if-needed (όταν-χρειάζεται), if-added (όταν-προστίθεται) και if-removed (όταν-αποσύρεται). Μια if-needed όγη προσάπτει σε μια θυρίδα μια διαδικασία που υπολογίζει την τιμή της θυρίδας όταν γίνεται προσπέλαση της θυρίδας με μια ενέργεια τύπου read (διάβασε). Η διαδικασία που αντιστοιχεί σε μια if-added όγη ενεργοποιείται μόλις συμβεί τροποποίηση της τιμής της θυρίδας από μια ενέργεια τύπου write (γράψε). Τέλος, μια if-removed διαδικασία ενεργοποιείται μόλις η τιμή μιας θυρίδας διαγράφεται από μια ενέργεια τύπου remove (απέσυρε).

Για να γίνουν πιά κατανοητά τα παραπάνω παραθέτουμε το παρακάτω παράδειγμα ενός πλαισίου. Στο παράδειγμα αυτό 'person' είναι το όνομα του πλαισίου που παριστάνει μια πρότυπη δομή της έννοιας πρόσωπο. Το πλαίσιο αυτό έχει, χάριν απλότητας, δύο μόνο θυρίδες τις 'height' και 'weight' που παριστάνουν δύο από τα χαρακτηριστικά της έννοιας πρόσωπο, το ύγος και το βάρος.

```

<person
  <height      <default 1.70>
                <type real>
                <range [0.30 2.50]>>
  <weight      <type real>
                <if-needed compute-weight>>

```



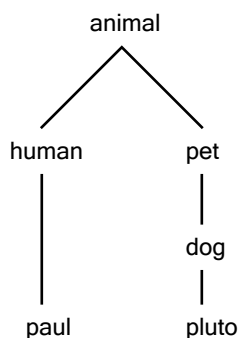
Οι θυρίδες αυτές έχουν διάφορες όψεις. Έτσι, η 'default' είναι μια όψη τιμής που δίνει την εξ'ορισμού τιμή '1.70' στη θυρίδα 'height'. Δηλαδή, εν απουσία άλλης (:πραγματικής) τιμής για κάποιο συγκεκριμένο πρόσωπο, δίνεται αυτή η τιμή για το ύψος του, σαν αντιπροσωπεύουσα την πιο πιθανή ή την πιο συνήθη ή την τυπική τιμή του ύψους για ένα πρόσωπο. Οι όψεις 'type' και 'range' είναι όψεις τύπου που περιγράφουν τον τύπο δεδομένων και την περιοχή τιμών της τιμής της θυρίδας αντίστοιχα. Τα 'real' και '[0.30 2.50]' είναι τα γεμίσματα (τιμές) των όψεων αυτών. Τέλος, η 'if-needed' είναι μια διαδικαστική όψη της θυρίδας 'weight' που έχει σαν γέμισμα τη διαδικασία 'compute-weight', η οποία υπολογίζει το βάρος ενός προσώπου, π.χ. όταν είναι άγνωστη η πραγματική του τιμή.

### 6.3 Ιεραρχική Δομήση

Τα πλαίσια είναι οργανωμένα ιεραρχικά σε μια δομή που ονομάζεται *ιεραρχία* (hierarchy). Πλαίσια που βρίσκονται χαμηλότερα στην ιεραρχία (υποπλαίσια) είναι εξειδικεύσεις πλαισίων που βρίσκονται υψηλότερα στην ιεραρχία (υπερπλαίσια). Ένα πλαίσιο μπορεί να εξειδικευθεί είτε προσθέτοντας (ορίζοντας) νέες θυρίδες σ'αυτό είτε αντικαθιστώντας τις τιμές των παλιών. Συνήθως, τα πλαίσια διακρίνονται σε δύο κατηγορίες: πλαίσια-τάξεις και πλαίσια-στιγμιότυπα. Ένα *πλαίσιο-τάξη* (class-frame) αποτελεί περιγραφή μιας γενικής έννοιας, δηλ. μιας έννοιας που αντιστοιχεί σ'ένα σύνολο ομοίων οντοτήτων του πεδίου, π.χ. "πρόσωπο", και περιέχει εξ'ορισμού πληροφορίες που χαρακτηρίζουν τα μέλη της τάξης. Ένα *πλαίσιο-στιγμιότυπο* (instance-frame) αποτελεί περιγραφή μιας

ατομικής έννοιας, δηλ. μιας έννοιας που αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη οντότητα, π.χ. "γιάννης".

Κάθε πλαίσιο-τάξη είναι υποπλαίσιο ενός γενικότερου πλαισίου-τάξης. Κάθε πλαίσιο-στιγμιότυπο ανήκει σ'ένα πλαίσιο-τάξη. Δηλ., υπάρχει ένα είδος συνδέσμου (link) ή σχέσης (relation) μεταξύ των πλαισίων. Τα πλαίσια-στιγμιότυπα είναι τερματικοί κόμβοι στην ιεραρχία. Ένα πλαίσιο-στιγμιότυπο μπορεί να έχει διαφορετική εσωτερική δομή από το πλαίσιο-τάξη στο οποίο ανήκει, δηλαδή μπορεί να έχει νέες θυρίδες οριζόμενες σ'αυτό.



Σχ.6.1 Παράδειγμα Ιεραρχίας Πλαισίων 1

Στην ιεραρχία του σχήματος 7.1, τα πλαίσια 'animal', 'human', 'pet' και 'dog' είναι πλαίσια-τάξεις, ενώ τα 'paul' και 'pluto' είναι πλαίσια-στιγμιότυπα. Το πλαίσιο 'dog' είναι υποπλαίσιο του 'pet' και το 'pet' του 'animal', το οποίο είναι υπερπλαίσιο του 'pet', αλλά και όλων των υπολοίπων πλαισίων της ιεραρχίας.

## 6.4 Κληρονομικότητα

Ένα πλαίσιο σε μια ιεραρχία κληρονομεί χαρακτηριστικά (θυρίδες) και αντίστοιχες τιμές από τα υπερπλαίσιά του. Αυτό ονομάζεται *κληρονομικότητα* (inheritance). Έτσι, π.χ. το πλαίσιο 'pluto' στην παραπάνω ιεραρχία κληρονομεί χαρακτηριστικά από τα υπερπλαίσιά του, 'dog', 'pet' και 'animal'. Η κληρονομικότητα αυτή γενικά είναι δυναμική, δηλ. τα χαρακτηριστικά που κληρονομούνται δεν αντιγράφονται στατικά στο πλαίσιο-στιγμιότυπο την ώρα της δημιουργίας του, αλλά ανακαλούνται από τα υπερπλαίσια όταν χρειάζεται κατά τη διάρκεια μιας διαδικασίας αναζήτησης.

Η κληρονομικότητα είναι ο μοναδικός γενικός μηχανισμός εξαγωγής συμπερασμάτων που διαθέτουν οι γλώσσες οι βασισμένες στα πλαίσια. Συλλογισμός σε μια γλώσσα πλαισίου τυπικά σημαίνει προσπέλαση της τιμής μιάς ή περισσότερων θυρίδων ενός πλαισίου-στιγμιότυπου με μια ενέργεια τύπου read, που πιθανόν να έχει σαν αποτέλεσμα την ενεργοποίηση κάποιας if-needed διαδικασίας. Σαν παράδειγμα ας υποθέσουμε ότι έχουμε τα παρακάτω πλαίσια-στιγμιότυπα, άμεσα υποπλαίσια του πλαισίου-τάξης 'person' (παρ. 6.2)

<b>&lt;john</b>	<b>&lt;george</b>
<height >	<height 1.80>
<weight 75>	<weight >
>	>

Αν αναζητήσουμε το ύψος του john τότε, επειδή δεν υπάρχει τιμή για το ύψος μέσα στο πλαίσιο 'john', ανατρέχουμε στο άμεσο υπερπλαίσιό του, το

'person'. Εκεί βρίσκουμε την εξ ορισμού τιμή '1.70'. Αν αναζητήσουμε το βάρος του george τότε παρομοίως ανατρέχουμε στο πλαίσιο-τάξη 'person', όπου ενεργοποιείται η if-needed διαδικασία 'compute-weight', η οποία και υπολογίζει το βάρος π.χ. από το ύψος.

## 6.5 Πλεονεκτήματα των Πλαισίων

Τα σπουδαιότερα πλεονεκτήματα των γλωσσών που χρησιμοποιούν πλαίσια είναι:

### α. Φυσικότητα αναπαράστασης

Η δομή του γνωστικού πεδίου που αναπαριστάνεται με πλαίσια αντανακλάται απ'ευθείας στη ΒΓ. Δηλαδή υπάρχει μια αντιστοιχία μεταξύ των τάξεων των οντοτήτων του πεδίου και πλαισίων-τάξεων της ιεραρχίας, καθώς και μεταξύ των ατομικών οντοτήτων του πεδίου και πλαισίων-στιγμιότυπων της ιεραρχίας στη ΒΓ. Επίσης, η οργάνωση της γνώσης γύρω από μια τάξη οντοτήτων ή μια ατομική οντότητα που έχει δομή περιγραφόμενη μέσω των ζευγών θυρίδων-τιμών του αντίστοιχου πλαισίου, είναι πιο φυσικός τρόπος αναπαράστασης από μια επίπεδη οργάνωση που περιλαμβάνει απλώς γεγονότα, όπως αυτή των λογικών γλωσσών. Επιπλέον, η χρήση εξειδίκευσης της γνώσης καθώς προχωρούμε από πλαίσια που βρίσκονται υψηλότερα προς πλαίσια που βρίσκονται χαμηλότερα στην ιεραρχία, προσφέρει μια φυσικότητα.

Οι Fikes και Kehler (1985) ισχυρίζονται ότι τα δυο αυτά στοιχεία, δηλ. η ιεραρχική δόμηση των εννοιών και η προς τα κάτω εξειδίκευση της γνώσης, ανταποκρίνονται στον τρόπο με τον οποίο οι ειδικοί σκέπτονται, και κάνουν ευκολότερη τη διατύπωση της γνώσης.

### β.Υψηλή αποδοτικότητα

Όπως είπαμε, η κληρονομικότητα είναι η μόνη γενική διαδικασία εξαγωγής συμπερασμάτων. Αν και δεν έχει όλες τις δυνατότητες που διαθέτει π.χ. η αρχή της απόφασης στον ΚΛΠΤ, εν τούτοις διαθέτει αρκετές για να μπορεί να φέρει εις πέρας μεγάλο μέρος των συμπερασμάτων που χρειάζεται να εξάγουμε σε πολλές εφαρμογές. Έχει όμως το πρόσθετο πλεονέκτημα ότι είναι πολύ απόδοτική. Έτσι, τα πλαίσια θυσιάζουν ένα μέρος της εκφραστικότητάς τους προς επίτευξη μεγαλύτερης αποτελεσματικότητας. Επίσης, η δυνατότητα ύπαρξης εξειδικευμένων διαδικασιών, μέσω των διαδικαστικών όγεων, συντείνει σ'αυτή την υψηλή αποδοτικότητα. Φαίνεται ότι τα πλαίσια για πολλές εφαρμογές διαθέτουν τη σωστή ισορροπία. Από τη μια μεριά κανείς μπορεί να εκφράσει ό,τι θέλει, και από την άλλη μπορεί να χειριστεί τη ΒΓ πολύ αποδοτικά.

### γ.Εξ'ορισμού συλλογισμός (Default Reasoning)

Ενώ για μια λογική γλώσσα η περίπτωση του συλλογισμού απουσίας είναι πάρα πολύ δύσκολο να υλοποιηθεί, στα πλαίσια πραγματοποιείται πολύ φυσικά. Μια *εξ'ορισμού τιμή* (default value) μιας θυρίδας είναι μια τιμή που είναι αληθής για κάποια οντότητα αν δεν υπάρχει πληροφορία για το αντίθετο, δηλαδή αν δεν ξέρουμε την *πραγματική τιμή* (real value). Λόγω της ιεραρχικής δόμησης της ΒΓ, αν υπάρχει τέτοια πληροφορία θα πρέπει να αποθηκευτεί στο πλαίσιο που αντιπροσωπεύει την οντότητα. Δεδομένου ότι οι εξ'ορισμού τιμές αποθηκεύονται σε πλαίσια-τάξεις και ότι πρώτα ελέγχονται οι τοπικές θυρίδες της οντότητας (πλαίσιο-στιγμιότυπο) και μετά οι υψηλότερα (σε υπερπλαίσια του πλαισίου) ευρισκόμενες για την εύρεση μιας τιμής, οι πρώτες υπερκαλύπτουν τις δεύτερες.

Έστω ότι έχουμε την ιεραρχία του σχήματος 7.2 και την πιο κάτω ΒΓ

⟨bird

  ⟨way-of-move fly⟩

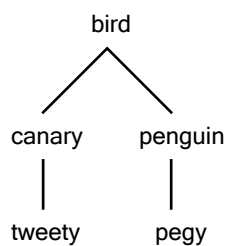
⟩

⟨penguin

  ⟨way-of-move walk⟩

⟩

Αν αναζητήσουμε την τιμή για το χαρακτηριστικό 'way-of-move' του 'tweety' τότε, επειδή η πληροφορία δεν υπάρχει στο πλαίσιο 'tweety', ανεβαίνουμε στο άμεσο υπερπλαίσιο του, το πλαίσιο-τάξη 'canary', και αφού και εκεί δεν υπάρχει, ανεβαίνουμε στο πλαίσιο 'bird', όπου βρίσκουμε την τιμή 'fly'. Αν αναζητήσουμε το ίδιο πράγμα για το 'peggy', τότε βρίσκουμε στο 'penguin' την τιμή 'walk', η οποία υπερκαλύπτει τη τιμή 'fly' που είναι πιο γηλά στην ιεραρχία.



Σχήμα 5.2 Παράδειγμα Ιεραρχίας Πλαισίων 2

## 6.6 Προβλήματα με τα Πλαίσια

α. Έλλειψη σαφούς σηματικής

Ένα πρόβλημα με τις γλώσσες που βασίζονται σε πλαίσια είναι ότι δεν έχουν σαφή σηματική. Ένα αδύνατο σημείο της σηματικής τους αναφέρεται στο σύνδεσμο μεταξύ δύο πλαισίων στην ιεραρχία.



Σχ.5.3 Τμήμα Ιεραρχίας Πλαισίων

Η σχέση μεταξύ A και B στο παραπάνω σχήμα 7.3, που αντιπροσωπεύει ένα κομμάτι ιεραρχίας, μπορεί να ερμηνευθεί κατά τουλάχιστον δύο διαφορετικούς τρόπους: α) σαν μια λογική σχέση, δηλ. "κάθε B είναι A" και β) σαν μια εννοιολογική σχέση, δηλ. "το B είναι ένα είδος του A". Αντίστοιχα με τις δύο αυτές ερμηνείες χρησιμοποιούνται και οι συμβολισμοί 'isa' (is a) και 'ako' (a kind of).

Μια δεύτερη αδυναμία αναφέρεται στη κληρονόμηση των χαρακτηριστικών. Χαρακτηριστικά ενός πλαισίου που βρίσκεται χαμηλότερα στην ιεραρχία υπερκαλύπτουν τα αντίστοιχα των πλαισίων που βρίσκονται υψηλότερα. Όμως, το γεγονός ότι δεν υπάρχει διάκριση μεταξύ βασικών και μή βασικών χαρακτηριστικών σ'ένα πλαίσιο, δηλ. μεταξύ χαρακτηριστικών των οποίων η τιμή δεν επιτρέπεται να αλλάξει και αυτών που μπορεί να αλλάξει, μπορεί να οδηγήσει σε προβληματικές καταστάσεις. Π.χ. κάποιος μπορεί να προσθέσει ένα υποπλαίσιο του πλαισίου-τάξης 'αυτοκίνητο-τριών-τροχών' ένα αυτοκίνητο με τιμή '4' στη θυρίδα 'αριθμός-τροχών', χωρίς καμμία προειδοποίηση από το σύστημα.

### β.Περιορισμένη εκφραστικότητα

Τα πλαίσια πολύ δύσκολα ή και καθόλου μπορούν να εκφράσουν ελλειπή γνώση. Π.χ. δεν υπάρχει τρόπος να εκφράσουν το γεγονός "ένας άνθρωπος είναι είτε άνδρας είτε γυναίκα". Επίσης, λόγω μη ύπαρξης άλλου γενικού ΜΕΣ πλην της κληρονομικότητας, είμαστε υποχρεωμένοι να χρησιμοποιήσουμε εξειδικευμένες διαδικασίες, να εκφράσουμε δηλαδή όχι μόνο το 'τι' της γνώσης, αλλά και το πως χρησιμοποιείται. Έτσι όμως αυξητική ανάπτυξη μιας ΒΓ γίνεται πολύ προβληματική.



## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Brachman, R. J. (1983) "What is-a is and isn't: an analysis of taxonomic links in semantic networks", *IEEE Computer*, vol.16, no 10, pp. 30-36.
- Brachman, R. J. (1985) " "I lied about the trees" or, defaults and definitions in knowledge representation", *AI Magazine*, Fall 85, pp. 80-93.
- Chang, C-L & Lee, R. C-T (1973) "Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving", Academic Press.
- Ernst G. W. & Newell, A. (1969) "GPS: A case study in generality and problem solving", Academic Press.
- Fikes,R. & Kehler, T. (1985) "The role of frame-based representation in reasoning", *Communications of the ACM*, vol.28, no 9, pp. 904-920.
- Genesereth, M. R. & Nilsson, N. J. (1987) "Logical foundations of AI", Morgan Kaufmann.
- Hayes-Roth, F., Waterman D. A. & Lenat D. B. (1983) "Building Expert Systems", Addison-Wesley.
- Lucas, P. & van der Gaag, L. (1991) "Principles of Expert Systems", Addison-Wesley.
- Luger, G. F. & Stubblefield, W. A. (1989) "Artificial Intelligence and the Design of Expert Systems", Benjamin/Cummings.
- Levesque, H. J. & Brachman, R. J. (1985) "A fundamental tradeoff in knowledge representation and reasoning", in Brachman R. J. &

- Levesque H. J. (Eds) "Readings in Knowledge Representation", pp. 42-70, Morgan Kaufmann.
- Masini, G., Napoli, A., Colnet, D., Leonard, D. & Tombre, K. (1991), "Object Oriented Languages", The Apic Series, no 34, Academic Press.
- McCarthy, J. & Hayes, P. (1969) "Some philosophical problems from the stand point of AI", in Meltzer B. & Michie D. (Eds) *Machine Intelligence*, vol.4, pp. 463-502.
- Μητακίδης, Γ. (1992) "Από τη Λογική στο Λογικό Προγραμματισμό και την Prolog", Καρδαμίτσας.
- Minsky, M. A. (1975) "A framework for representing knowledge", in Winston P. (Ed) "The psychology of computer vision", McGraw-Hill.
- Reichgelt,H. (1991) "Knowledge Representation:an AI perspective", Ablex.
- Rich, E. & Knight, K. (1991) "Artificial Intelligence", McGraw-Hill (2nd edition).
- Robinson, J. A. (1965) "A machine-oriented logic based on resolution principle", *Journal of the ACM*, vol.12, no 1, pp. 23-41.
- Smith B. (1982) "Reflection and semantics in a procedural language", PhD Thesis, MIT.
- Waterman, D. A. (1986) "A Guide to Expert Systems", Addison-Wesley.
- Winograd,T. "Frame representation and the declarative/procedural controversy", in Bobrow D. & Collins A. (Eds) "Representation and Understanding", Academic Press.
- Woods,W. A. (1986) "Important issues in Knowledge Representation", *Proceedings of the IEEE*, vol.74, no 10, pp. 1322-1334.

Wos, L., Overbeek, R. Lusk, E. & Boyle, J. (1984) "Automated Reasoning",  
Prentice-Hall.