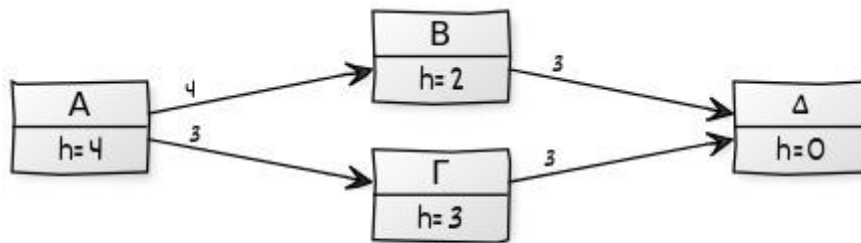


# Τεχνητή Νοημοσύνη

## Φροντιστηριακές Ασκήσεις - 3<sup>ο</sup> Σετ

### Άσκηση 1

Δίνεται το παρακάτω γράφημα με την ευρετική τιμή  $h$  για κάθε κόμβο. Λύστε το πρόβλημα αναζήτησης από τον κόμβο A στον κόμβο Δ με τους εξής αλγορίθμους: α) αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους (uniform cost search), β) A\*, και γ) αναζήτηση πρώτα στο καλύτερο (Best-First Search). Τι παρατηρείτε;



CREATED WITH YUML

### Απάντηση

Παραθέτουμε παρακάτω τα βήματα κάθε αλγορίθμου. Το μέτωπο αναζήτησης είναι ταξινομημένο με βάση τη λογική κάθε αλγορίθμου (π.χ. στον A\* ταξινομούμε με βάση το άθροισμα της ευρετικής και του κόστους μονοπατιού) και γράφουμε *κατάσταση* <sup>Τιμή Κόστους</sup>. Σε περίπτωση ισοβαθμίας ταξινομούμε με βάση την ευρετική.

### Αναζήτηση Ομοιόμορφου Κόστους

#	Μέτωπο Αναζήτησης	Επιλογή	Κλειστό Σύνολο	Παιδιά
1	$[A^0]$	A	$[\ ]$	$[B, \Gamma]$
2	$[\Gamma^3, B^4]$	Γ	$[A]$	$[\Delta]$
3	$[B^4, \Delta^6]$	B	$[A, \Gamma]$	$[\Delta]$
4	$[\Delta^6]$	Δ	$[A, \Gamma, B]$	$[\ ]$

Το μονοπάτι που επιστρέφει η αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους είναι  $A \rightarrow \Gamma \rightarrow \Delta$ .

**A\***

#	Μέτωπο Αναζήτησης	Επιλογή	Κλειστό Σύνολο	Παιδιά
1	[A <sup>4</sup> ]	A	[]	[B, Γ]
2	[B <sup>6</sup> , Γ <sup>6</sup> ]	B	[A]	[Δ]
3	[Γ <sup>6</sup> , Δ <sup>7</sup> ]	Γ	[A, B]	[Δ]
4	[Δ <sup>6</sup> ]	Δ	[A, B, Γ]	[]

Το μονοπάτι που επιστρέφει ο A\* είναι  $A \rightarrow \Gamma \rightarrow \Delta$ .

**Αναζήτηση Πρώτα στο Καλύτερο**

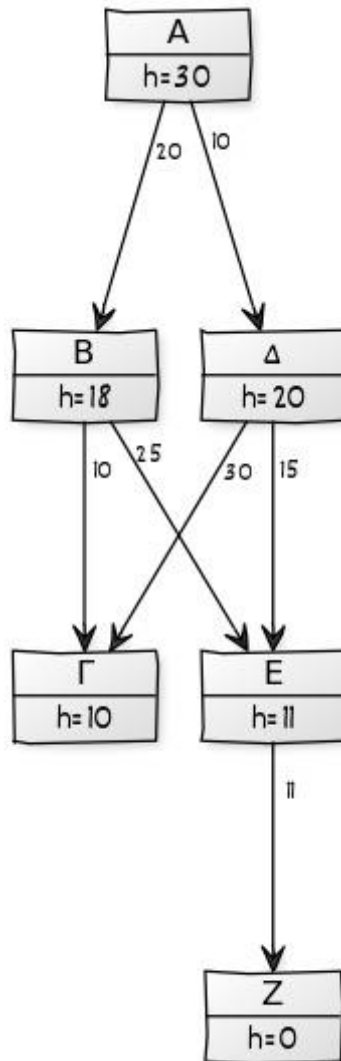
#	Μέτωπο Αναζήτησης	Επιλογή	Κλειστό Σύνολο	Παιδιά
1	[A <sup>4</sup> ]	A	[]	[B, Γ]
2	[B <sup>2</sup> , Γ <sup>3</sup> ]	B	[A]	[Δ]
3	[Δ <sup>0</sup> , Γ <sup>3</sup> ]	Δ	[A, B]	[]

Το μονοπάτι που επιστρέφει ο Best-First Search είναι  $A \rightarrow B \rightarrow \Delta$ .

Παρατηρούμε ότι ο A\* και η αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους επιστρέφουν το βέλτιστο μονοπάτι, ενώ ο Best-First Search όχι. Παράλληλα, ο Best-First Search βρίσκει τη λύση με λιγότερα βήματα από αυτά που κάνουν ο A\* και η αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους. Τέλος, σημειώνουμε ότι η αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους θα επιστρέφει πάντα το βέλτιστο μονοπάτι, ενώ ο A\* εξαρτάται από το αν η ευρετική συνάρτηση είναι παραδεκτή.

## Άσκηση 2

Δίνεται το παρακάτω γράφημα με την ευρετική τιμή  $h$  για κάθε κόμβο. Λύστε το πρόβλημα αναζήτησης από τον κόμβο A στον κόμβο Z με τους εξής αλγορίθμους: α) αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους (uniform cost search), β) A\*, και γ) αναζήτηση πρώτα στο καλύτερο (Best-First Search). Τι παρατηρείτε; Είναι παραδεκτή η ευρετική συνάρτηση;



CREATED WITH YUML

### Απάντηση

Παραθέτουμε παρακάτω τα βήματα κάθε αλγορίθμου. Το μέτωπο αναζήτησης είναι ταξινομημένο με βάση τη λογική κάθε αλγορίθμου (π.χ. στον A\* ταξινομούμε με βάση το άθροισμα της ευρετικής και

του κόστους μονοπατιού) και γράφουμε κατάσταση<sup>Τιμή Κόστους</sup>. Σε περίπτωση ισοβαθμίας ταξινομούμε με βάση την ευρετική.

### Αναζήτηση Ομοιόμορφου Κόστους

#	Μέτωπο Αναζήτησης	Επιλογή	Κλειστό Σύνολο	Παιδιά
1	$[A^0]$	A	$[\ ]$	$[B, \Delta]$
2	$[\Delta^{10}, B^{20}]$	$\Delta$	$[A]$	$[\Gamma, E]$
3	$[B^{20}, E^{25}, \Gamma^{40}]$	B	$[A, \Delta]$	$[\Gamma, E]$
4	$[E^{25}, \Gamma^{30}]$	E	$[A, \Delta, B]$	$[Z]$
5	$[\Gamma^{30}, Z^{36}]$	$\Gamma$	$[A, \Delta, B, E]$	$[\ ]$
6	$[Z^{36}]$	Z	$[A, \Delta, B, E, \Gamma]$	$[\ ]$

Το μονοπάτι που επιστρέφει η αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους είναι  $A \rightarrow \Delta \rightarrow E \rightarrow Z$  με συνολικό κόστος 36.

### A\*

#	Μέτωπο Αναζήτησης	Επιλογή	Κλειστό Σύνολο	Παιδιά
1	$[A^{30}]$	A	$[\ ]$	$[B, \Delta]$
2	$[\Delta^{30}, B^{38}]$	$\Delta$	$[A]$	$[\Gamma, E]$
3	$[E^{36}, B^{38}, \Gamma^{50}]$	E	$[A, \Delta]$	$[Z]$
4	$[Z^{36}, B^{38}, \Gamma^{50}]$	Z	$[A, \Delta, E]$	$[\ ]$

Το μονοπάτι που επιστρέφει ο A\* είναι  $A \rightarrow \Delta \rightarrow E \rightarrow Z$  με συνολικό κόστος 36.

### Αναζήτηση Πρώτα στο Καλύτερο

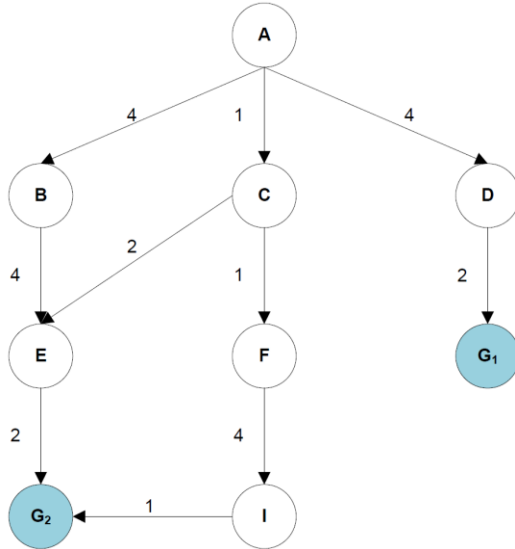
#	Μέτωπο Αναζήτησης	Επιλογή	Κλειστό Σύνολο	Παιδιά
1	$[A^{30}]$	A	$[\ ]$	$[B, \Delta]$
2	$[B^{18}, \Delta^{20}]$	B	$[A]$	$[\Gamma, E]$
3	$[\Gamma^{10}, E^{11}, \Delta^{20}]$	$\Gamma$	$[A, B]$	$[\ ]$
4	$[E^{11}, \Delta^{20}]$	E	$[A, B, \Gamma]$	$[Z]$
5	$[Z^0, \Delta^{20}]$	Z	$[A, B, \Gamma, E]$	$[\ ]$

Το μονοπάτι που επιστρέφει ο A\* είναι  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow Z$  με συνολικό κόστος 56.

Παρατηρούμε ότι ο A\* και η αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους επιστρέφουν το βέλτιστο μονοπάτι, ενώ ο Best-First Search όχι. Σε αυτήν την περίπτωση ο A\* χρειάστηκε λιγότερα βήματα για να βρει τη λύση. Συνήθως (και ιδιαίτερα σε μεγάλα προβλήματα), ο Best-First Search φτάνει γρηγορότερα σε μία λύση (έστω κι αν δεν είναι η βέλτιστη). Σημειώνουμε ότι η αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους θα επιστρέφει πάντα το βέλτιστο μονοπάτι, ενώ ο A\* εξαρτάται από το αν η ευρετική συνάρτηση είναι παραδεκτή. Η ευρετική συνάρτηση που δίνεται στο πρόβλημα είναι παραδεκτή, μιας και πάντα υποτιμά το πραγματικό κόστος.

### Άσκηση 3

Θεωρείστε το παρακάτω γράφημα με αρχική κατάσταση A και τελικές καταστάσεις  $G_1$  και  $G_2$ . Οι τιμές της συνάρτησης κόστους φαίνονται στις ακμές, ενώ οι τιμές της ευρετικής συνάρτησης φαίνονται στον πίνακα.



Κόμβος	Ευρετική
A	4
B	5
C	2
D	1
E	2
F	3
$G_1$	0
$G_2$	0
I	1

**3.1.** Εφαρμόστε αναζήτηση Πρώτα στο Καλύτερο (BestFS) και αναφέρετε το μονοπάτι από την αρχική στην τελική κατάσταση, το κόστος του, καθώς και τη σειρά επίσκεψης των κόμβων κατά την εφαρμογή της.

**3.2.** Εφαρμόστε αναζήτηση  $A^*$  και αναφέρετε το μονοπάτι από την αρχική στην τελική κατάσταση, το κόστος του, καθώς και τη σειρά επίσκεψης των κόμβων κατά την εφαρμογή της.

**3.3.** Εξηγήστε αν είναι παραδεκτή η ευρετική συνάρτηση.

### Απάντηση

Στον BestFS το μονοπάτι που επιστρέφεται είναι το A, D,  $G_1$  με κόστος 6. Η σειρά επίσκεψης των κόμβων είναι η ίδια.

Στον  $A^*$  το μονοπάτι που επιστρέφεται είναι το A, C, E,  $G_2$  με κόστος 5. Η σειρά επίσκεψης των κόμβων είναι A, C, D, E, F,  $G_2$ . Στις ισόβαθμες καταστάσεις χρησιμοποιήθηκε ως κριτήριο η τιμή της ευρετικής συνάρτησης.

Η ευρετική συνάρτηση επιστρέφει τιμές μικρότερες ή ίσες από το πραγματικό κόστος, άρα είναι παραδεκτή.

## Άσκηση 4

Δίνεται ο ακόλουθος χάρτης όπου μπορεί κάποιος να πλοηγηθεί στα λευκά τετράγωνα, ενώ τα μαύρα τετράγωνα είναι εμπόδια. Υποθέτουμε ότι ξεκινάμε από το **A** και θέλουμε να πάμε στο **T**.

	(1,5)	(2,5)	<b>A</b>	(4,5)	(5,5)
	(1,4)	(2,4)		(4,4)	(5,4)
<i>y</i>	(1,3)	(2,3)		(4,3)	(5,3)
	(1,2)	(2,2)		(4,2)	(5,2)
	(1,1)	(2,1)	<b>T</b>	(4,1)	(5,1)
			<i>x</i>		

Να αντιστοιχίσετε κάθε μία από τις ακόλουθες σειρές επίσκεψης τετραγώνων στους αλγόριθμους: α) αναζήτηση κατά βάθος, β) αναζήτηση κατά πλάτος, και γ) A\*. Δικαιολογήστε την επιλογή σας.

### Σειρές επίσκεψης:

- 1) A → (4,5) → (5,5) → (5,4) → (5,3) → (5,2) → (5,1) → (4,1) → T
- 2) A → (2,5) → (4,5) → (2,4) → (4,4) → (2,3) → (4,3) → (2,2) → (4,2) → (2,1) → (4,1) → T
- 3) A → (2,5) → (4,5) → (1,5) → (2,4) → (5,5) → (4,4) → (1,4) → (2,3) → (5,4) → (4,3) → (1,3) → (2,2) → (5,3) → (4,2) → (1,2) → (2,1) → (5,2) → (4,1) → (1,1) → T
- 4) A → (2,5) → (2,4) → (2,3) → (2,2) → (2,1) → (1,1) → (1,2) → (1,3) → (1,4) → (1,5) → T

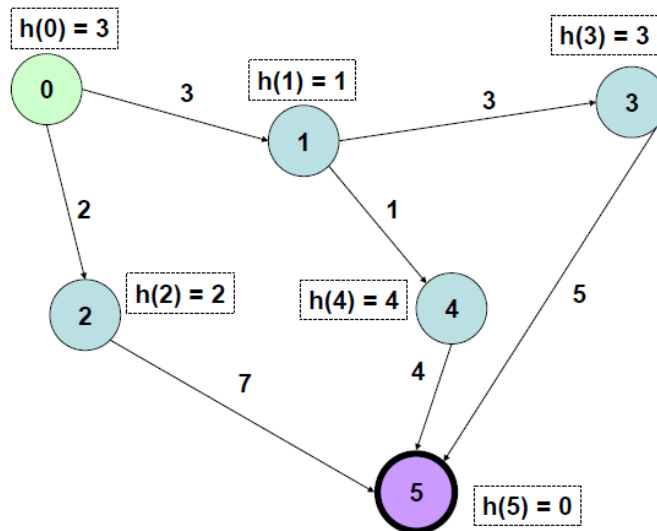
### Απάντηση

Αρχικά, ξεκαθαρίζουμε ότι η σειρά επίσκεψης δεν ταυτίζεται απαραίτητα με το μονοπάτι που επιστρέφει ο αλγόριθμος. Μία πιθανή αντιστοίχιση είναι η παρακάτω:

- A) **Αναζήτηση κατά βάθος** με εφαρμογή τελεστών ως εξής: (δεξιά, κάτω, αριστερά, επάνω).  
B) **A\***: η εναλλακτική θεώρηση τετραγώνων σε διαφορετικές διαδρομές υποδηλώνει την ύπαρξη μετώπου αναζήτησης όπου υπάρχει κάποια σειρά προτεραιότητας που δεν επηρεάζεται άμεσα από την γειτονικότητα των τετραγώνων.  
Γ) **Αναζήτηση κατά πλάτος** με εφαρμογή τελεστών ως εξής: (αριστερά, επάνω, δεξιά, κάτω).  
Δ) **Αναζήτηση κατά βάθος** με εφαρμογή τελεστών ως εξής: (κάτω, αριστερά, επάνω, δεξιά).

## Άσκηση 5

Στο γράφημα του σχήματος να εφαρμόσετε τους αλγόριθμους: α) A\*, β) BestFS, γ) Hill Climbing με αρχικό κόμβο τον 0 και κόμβο στόχο τον 5. Οι αριθμοί στις ακμές δείχνουν το πραγματικό κόστος. Να δείξετε την εξέλιξη της αναζήτησης χρησιμοποιώντας τις λίστες OPEN και CLOSED, όπου υπάρχουν. Όπου υπάρχει ισοδυναμία, επεκτείνεται ο κόμβος με τη μικρότερη αρίθμηση. Να αναφέρετε το τελικό μονοπάτι και το κόστος για κάθε αλγόριθμο.



### Απάντηση

<b>Greedy Best-First search</b>	<b>Hill-Climbing search</b>	<b>A* search</b>
1. OPEN: [0] CLOSED: []	1. OPEN: [0] CLOSED: []	1. OPEN: [0] CLOSED: []
2. OPEN: [1, 2] CLOSED: [0]	2. OPEN: [1, 2] CLOSED: [0]	2. OPEN: [1, 2] CLOSED: [0]
3. OPEN: [2, 3, 4] CLOSED: [0, 1]	3. OPEN: [3, 4] CLOSED: [0, 1]	3. OPEN: [2, 4, 3] CLOSED: [0, 1]
4. OPEN: [5, 3, 4] CLOSED: [0, 1, 2]	4. OPEN: [5] CLOSED: [0, 1, 3]	4. OPEN: [4, 3, 5] <sup>1</sup> CLOSED: [0, 1, 2]
5. OPEN: [3, 4] CLOSED: [0, 1, 2, 5]	5. OPEN: [] CLOSED: [0, 1, 3, 5]	5. OPEN: [5, 3, 5] CLOSED: [0, 1, 2, 4]
Returned path: [0, 2, 5], cost = 9	Returned path: [0, 1, 3, 5], cost = 11	6. OPEN: [3, 5] CLOSED: [0, 1, 2, 4, 5] Returned path: [0, 1, 4, 5], cost = 8 (optimal)

<sup>1</sup> Ελέγχουμε το στόχο κατά την επιλογή για επέκταση, όχι όταν δημιουργηθεί. Στο βήμα 4 δημιουργήθηκε ο στόχος από το φθηνότερο μέχρι στιγμής μονοπάτι, αλλά μήπως υπάρχουν άλλοι φθηνότεροι κόμβοι (π.χ. ο 4) που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε καλύτερη λύση; Ομοίως στον UCS. Στον BFS όμως όχι, γιατί αυτομάτως η επέκταση εναλλακτικού κόμβου ίδιου βάθους (όχι μικρότερου, έχει ήδη επεκταθεί) θα κάνει το μονοπάτι βαθύτερο.

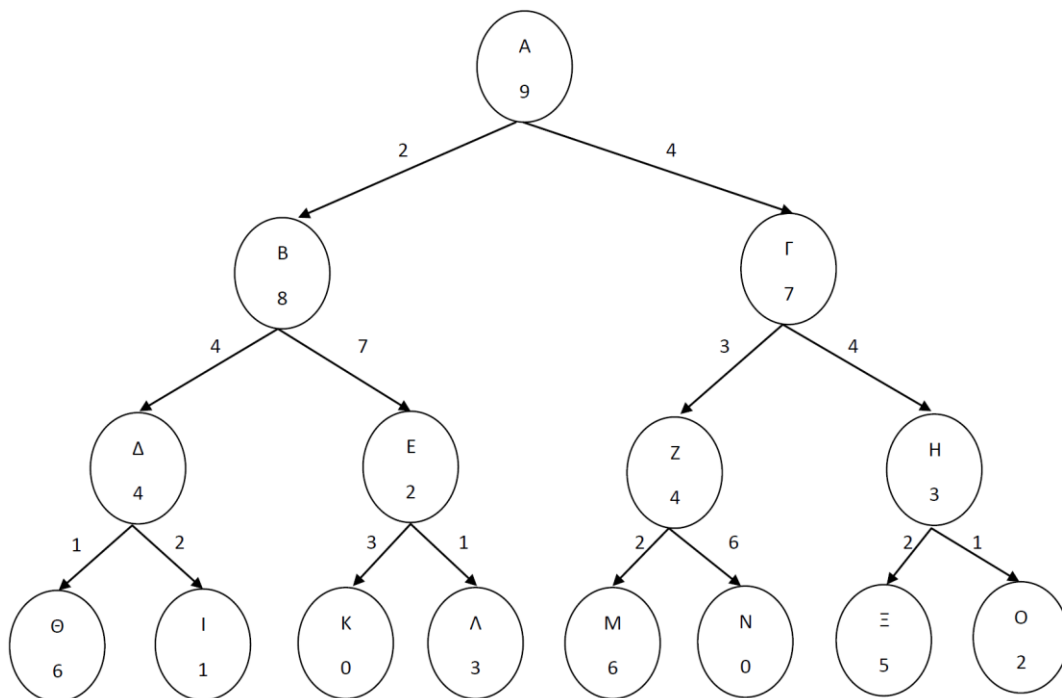
## Άσκηση 6

Δίνεται το παρακάτω δέντρο αναζήτησης. Οι αριθμοί μέσα στους κόμβους δηλώνουν την εκτίμηση της απόστασης του κάθε κόμβου από το στόχο, σύμφωνα με κάποια ευρετική συνάρτηση. Οι κόμβοι-φύλλα στους οποίους αυτή η εκτίμηση είναι μηδέν είναι στόχοι. Οι αριθμοί πάνω στα βέλη δηλώνουν το πραγματικό κόστος μετάβασης από τον ένα κόμβο στον άλλο (πάντα κατά τη φορά των βελών).

Για τους αλγορίθμους:

1. BFS
2. DFS
3. Hill Climbing

Βρείτε ποιοι κόμβοι του δέντρου εξετάζονται και με ποια σειρά. Θεωρήστε ότι με την εύρεση του πρώτου στόχου κάθε αλγόριθμος τερματίζει.



## Απάντηση

1. BFS: ABΓΔΕΖΗΘΙΚ ή ABΓΔΕ αν γίνεται έλεγχος στόχου κατά τη δημιουργία ενός κόμβου.
2. DFS: ABΔΘΙΕΚ
3. Hill Climbing: ΑΓΗΟ (αδιέξοδο)