Τεχνητή Νοημοσύνη

Στρατηγικές Απληροφόρητης Αναζήτησης

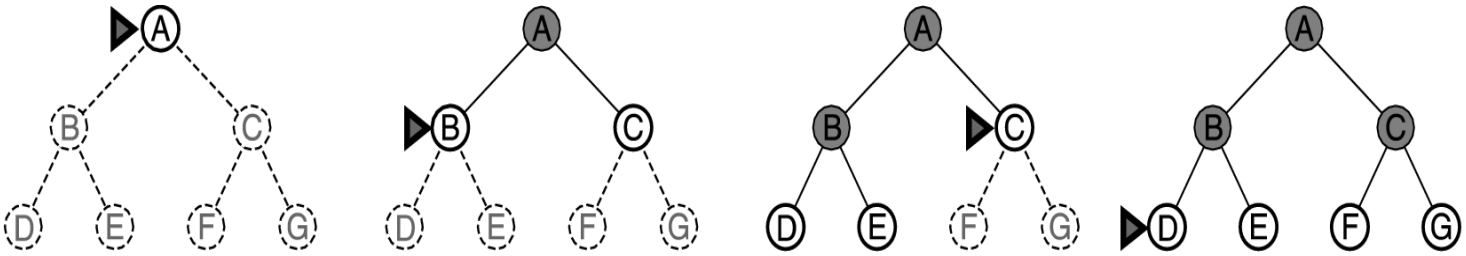
Δρ. Δημήτριος Κουτσομητρόπουλος

Αλγόριθμοι αναζήτησης λύσης

Απληροφόρητοι Αλγόριθμοι Αναζήτησης

- **Breadth-first Search (BFS)**
  Αναζήτηση Πρώτα σε πλάτος
- **Uniform-cost Search (UCS)**
  Αναζήτηση Ομοιόμορφου κόστους
- **Depth-first Search (DFS)**
  Αναζήτηση Πρώτα σε βάθος
- **Iterative deepening Search (IDS)**
  Αναζήτηση επαναληπτικής εκβάθυνσης
- **Bidirectional Search**
  Αμφίδρομη αναζήτηση

Αναζήτηση πρώτα κατά πλάτος (Breadth-first search)



- Στιγμιότυπο του Graph-Search
  - Με ποια σειρά επεκτείνονται οι κόμβοι;
- **Επέκταση** *πρώτα του ρηχότερου* μη εκτεταμένου κόμβου
- Μέτωπο αναζήτησης: **Ουρά** (FIFO)
  - Οι νέοι κόμβοι προστίθενται στο τέλος
- Ο έλεγχος στόχου γίνεται *κατά τη δημιουργία* του κόμβου (όχι κατά την επέκτασή του)

BFS Ψευδοκώδικας

```
function BREADTH-FIRST-SEARCH(problem) returns a solution, or failure
  node ← a node with STATE = problem.INITIAL-STATE, PATH-COST = 0
  if problem.GOAL-TEST(node.STATE) then return SOLUTION(node)
  frontier ← a FIFO queue with node as the only element
  explored ← an empty set
  loop do
      if EMPTY?(frontier) then return failure
      node ← POP(frontier)   /* chooses the shallowest node in frontier */
      add node.STATE to explored
      for each action in problem.ACTIONS(node.STATE) do
          child ← CHILD-NODE(problem, node, action)
          if child.STATE is not in explored or frontier then
              if problem.GOAL-TEST(child.STATE) then return SOLUTION(child)
              frontier ← INSERT(child, frontier)
```

Ιδιότητες BFS

- Πλήρης; Ναι (αν το *b* πεπερασμένο)
  - Κάποια στιγμή θα βρει τον *ρηχότερο* κόμβο-στόχο
- Βέλτιστος; Ναι (*αν το κόστος είναι ίδιο σε κάθε βήμα*)
  - Είναι ο ρηχότερος κόμβος ο βέλτιστος;
  - Κόστος αύξουσα συνάρτηση του βάθους *d*
- Χρόνος; $O(b^d)$
  - Αν η λύση είναι σε βάθος *d* θα δημιουργηθούν και θα ελεγχθούν $1+b+b^2+b^3+\ldots+b^d$ κόμβοι
  - Έλεγχος πριν την επέκταση (αλλιώς: $+b^{d+1}$)
- Χώρος; $O(b^d)$ (*κρατά όλους τους κόμβους στη μνήμη*) *μειονέκτημα*
  - $O(b^d)$ *στο μέτωπο και* $O(b^{d-1})$ στο κλειστό σύνολο
- **Tree-Search** εκδοχή;

Depth	Nodes	Time	Memory
2	110	.11 milliseconds	107 kilobytes
4	11,110	11 milliseconds	10.6 megabytes
6	10^6	1.1 seconds	1 gigabyte
8	10^8	2 minutes	103 gigabytes
10	10^{10}	3 hours	10 terabytes
12	10^{12}	13 days	1 petabyte
14	10^{14}	3.5 years	99 petabytes
16	10^{16}	350 years	10 exabytes

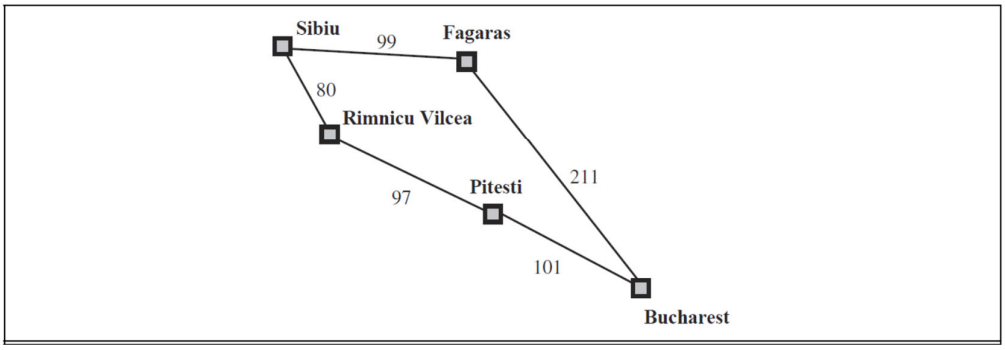
Figure 3.13 Time and memory requirements for breadth-first search. The numbers shown assume branching factor $b = 10$; 1 million nodes/second; 1000 bytes/node.

Αναζήτηση ομοιόμορφου κόστους (Uniform-cost search)

- Παραλλαγή του BFS
  - Στον BFS οι κόμβοι επεκτείνονται με *σειρά βάθους* (πρώτα ο μικρότερος)
  - Έτσι βρίσκει τον **ρηχότερο** κόμβο-στόχο
  - Αν όμως το κόστος ανεξάρτητο του βάθους;
- UCS
  - Στον UCS οι κόμβοι επεκτείνονται με *σειρά* ***κόστους μονοπατιού*** *g(n)*
- Μέτωπο Αναζήτησης: **Διάταξη**
  - με βάση το κόστος μονοπατιού μέχρι τον κόμβο
- **Επέκταση** *πρώτα του φθηνότερου* μη εκτεταμένου κόμβου
- **Όμως:**
  - Έλεγχος στόχου κατά την ***επιλογή για επέκταση*** του κόμβου (Όχι κατά τη δημιουργία του)
    - Ο πρώτος κόμβος-στόχος που δημιουργείται μπορεί να βρίσκεται σε μη βέλτιστο μονοπάτι *(στον BFS τι ισχύει;;)*
  - Προσθήκη ελέγχου αν υπάρχει καλύτερο μονοπάτι για τον τρέχοντα κόμβο του μετώπου

UCS Ψευδοκώδικας

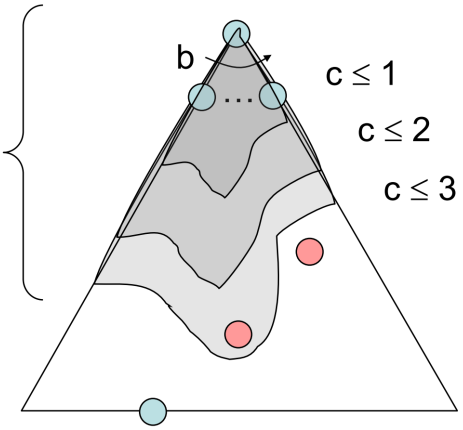
```
function UNIFORM-COST-SEARCH(problem) returns a solution, or failure
  node ← a node with STATE = problem.INITIAL-STATE, PATH-COST = 0
  frontier ← a priority queue ordered by PATH-COST, with node as the only element
  explored ← an empty set
  loop do
    if EMPTY?(frontier) then return failure
    node ← POP(frontier)  /* chooses the lowest-cost node in frontier */
    if problem.GOAL-TEST(node.STATE) then return SOLUTION(node)
    add node.STATE to explored
    for each action in problem.ACTIONS(node.STATE) do
      child ← CHILD-NODE(problem, node, action)
      if child.STATE is not in explored or frontier then
        frontier ← INSERT(child, frontier)
      else if child.STATE is in frontier with higher PATH-COST then
        replace that frontier node with child
```



Ιδιότητες UCS

- Βέλτιστος; Ναι (*αν το κόστος θετικό σε κάθε βήμα*)
  - Ένας κόμβος **προς επέκταση** στο μέτωπο βρίσκεται ήδη στο φθηνότερο μονοπάτι του
- Πλήρης; Ναι
  - Εκτός αν υπάρχουν ατέρμονα μονοπάτια μηδενικών βημάτων (*NoOp*)
- Χρόνος; $O(b^{1+\lfloor C^*/\varepsilon \rfloor})$
  - C^* το κόστος της βέλτιστης λύσης
  - ε το κόστος του φθηνότερου βήματος
  - C*/ ε το «βάθος» του μονοπατιού στη χειρότερη περίπτωση (Μπορεί >> *d*)
  - Σε κάθε βήμα, έχει επεκτείνει τον γονέα του και έχουν δημιουργηθεί όλα τα αδέρφια του (*b*)
  - Μπορεί να ξαναγυρνά πίσω σε μονοπάτια με πολλά μικρά βήματα
  - Γιατί *+1;* Ποια η σχέση με BFS;
- Χώρος; $O(b^{1+\lfloor C^*/\varepsilon \rfloor})$

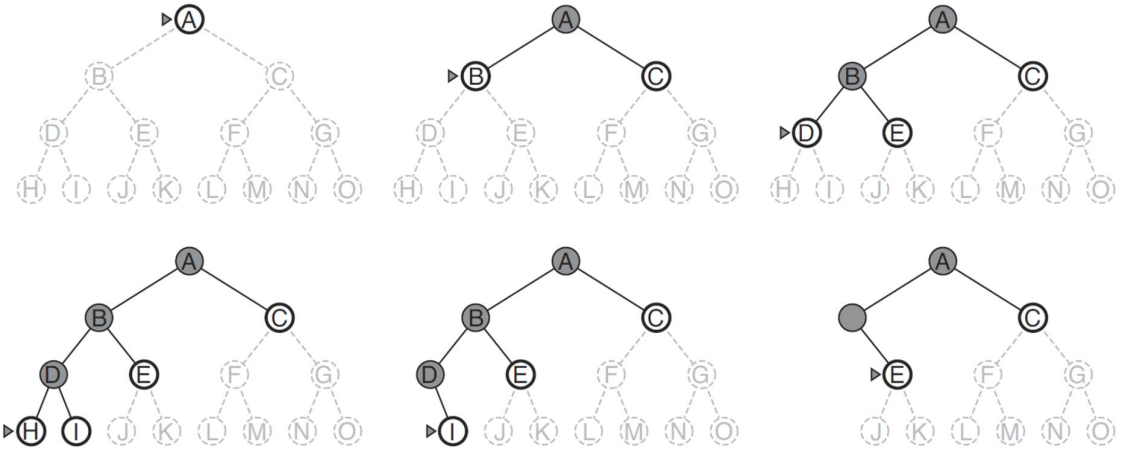
C^*/ε "tiers"



Πηγή: ai.berkeley.edu

Αναζήτηση πρώτα κατά βάθος
(Depth-first search)

- Στιγμιότυπο του Graph-Search **ή** του Tree-Search
- **Επέκταση** *πρώτα του βαθύτερου* κόμβου στο μέτωπο
  - Επεκτείνεται αυτός που δημιουργήθηκε τελευταία
  - *Είναι* ο βαθύτερος γιατί είναι πιο κάτω από τον γονέα του, ο οποίος *ήταν πριν* ο βαθύτερος κοκ
- Μέτωπο αναζήτησης: **Στοίβα** (LIFO)
  - Οι νέοι κόμβοι προστίθενται στην αρχή



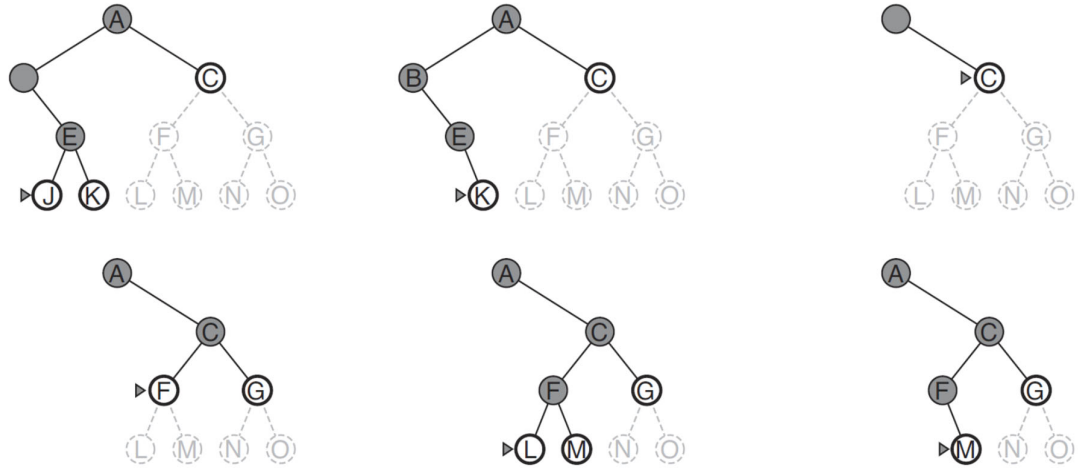
Αναζήτηση πρώτα κατά βάθος (DFS)

Graph-Search εκδοχή

- Πλήρης; **Ναι**
  - Στο τέλος θα επεκτείνει όλους τους κόμβους
- Βέλτιστος; **Όχι**
  - Θα προτιμήσει τη βαθύτερη λύση πρώτα (π.χ. *J* vs. *C*)
- Χρόνος; Το μέγεθος του χώρου καταστάσεων, $|S|$

Tree-Search εκδοχή

- Πλήρης; **Όχι**
  - Μπορεί να εγκλωβιστεί σε κυκλικά μονοπάτια
- Βέλτιστος; **Όχι**
  - Θα προτιμήσει τη βαθύτερη λύση πρώτα (π.χ. *J* vs. *C*)
- Χρόνος; $O(b^m)$
  - m μέγιστο βάθος στο δέντρο. Μπορεί $\boldsymbol{m>>d}$ και $\boldsymbol{b^m >> |S|}$



Αναζήτηση πρώτα κατά βάθος (DFS) – Χώρος

- Graph-Search εκδοχή: Όλοι οι κόμβοι στη μνήμη
  - Όπως και BFS (μέτωπο + κλειστό σύνολο)
- Tree-Search εκδοχή
  - Δεν υπάρχει κλειστό σύνολο!
  - Όταν ένας κόμβος επεκταθεί, αφαιρείται από το μέτωπο
  - Κάθε κόμβος κρατά δείκτη στον γονέα του κοκ μέχρι τη ρίζα
  - Αν όλοι οι απόγονοι αφαιρεθούν, αφαιρείται από τη μνήμη
    - Κανένας δε δείχνει σε αυτόν
  - Χώρος: $O(bm)$
    - *b κόμβοι σε κάθε βήμα του μονοπατιού προς τη ρίζα*
  - Το *m* μπορεί να είναι ***άπειρο***
    - *Κυκλικά μονοπάτια*
    - *Άπειρος χώρος καταστάσεων*

Αναζήτηση περιορισμένου βάθους (Depth-limited search, DLS)

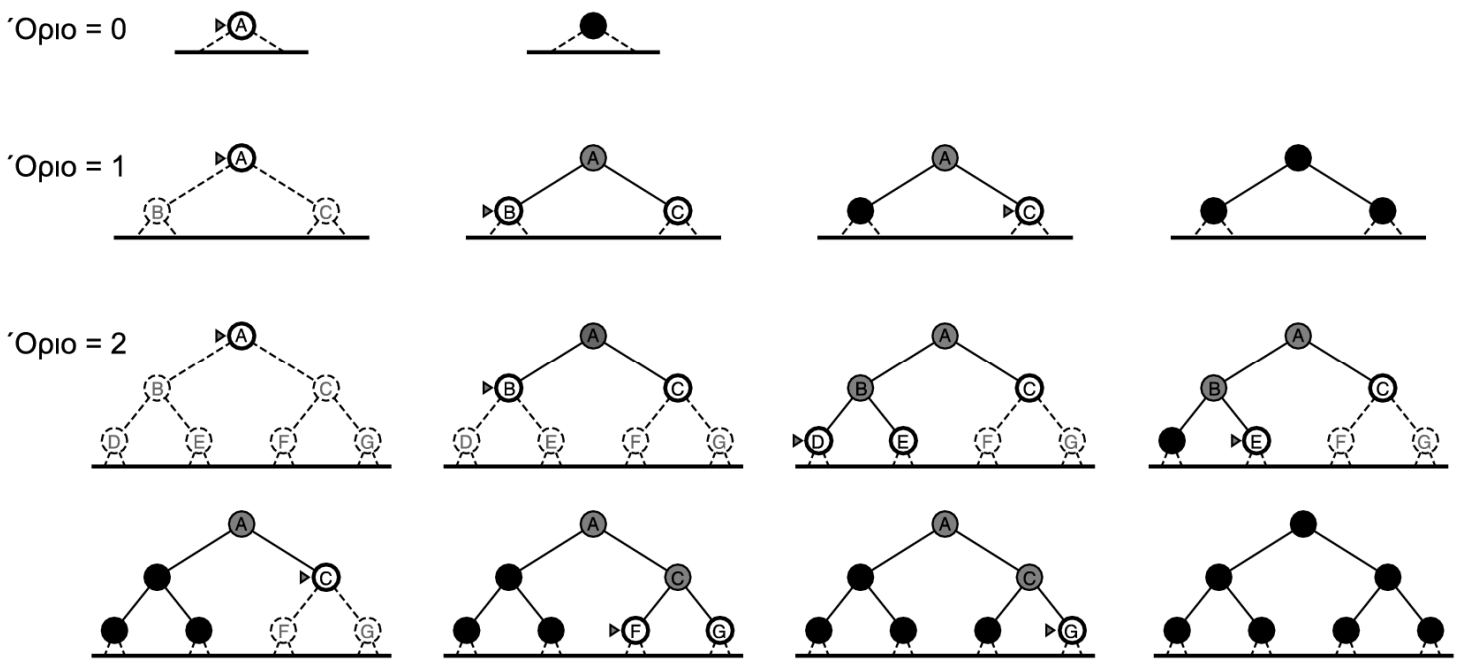
- Τίθεται όριο βάθους L<m
  - Λύνεται το πρόβλημα των άπειρων διαδρομών
- Αν L<d:
  - Δεν είναι **πλήρης**: Δεν θα φτάσει ποτέ στη λύση
- Αν L>d:
  - Μπορεί να μην είναι **βέλτιστος**: Θα προτιμήσει βαθύτερη λύση
- Χρονός: $O(b^L)$, Χώρος: $O(bL)$

- Επιλογή L με γνώση του προβλήματος (π.χ. διάμετρος του χώρου καταστάσεων)
  - 9 βήματα μέγιστο προς οποιαδήποτε άλλη πόλη

Επαναληπτική εκβάθυνση (1/3)
(Iterative-deepening search)

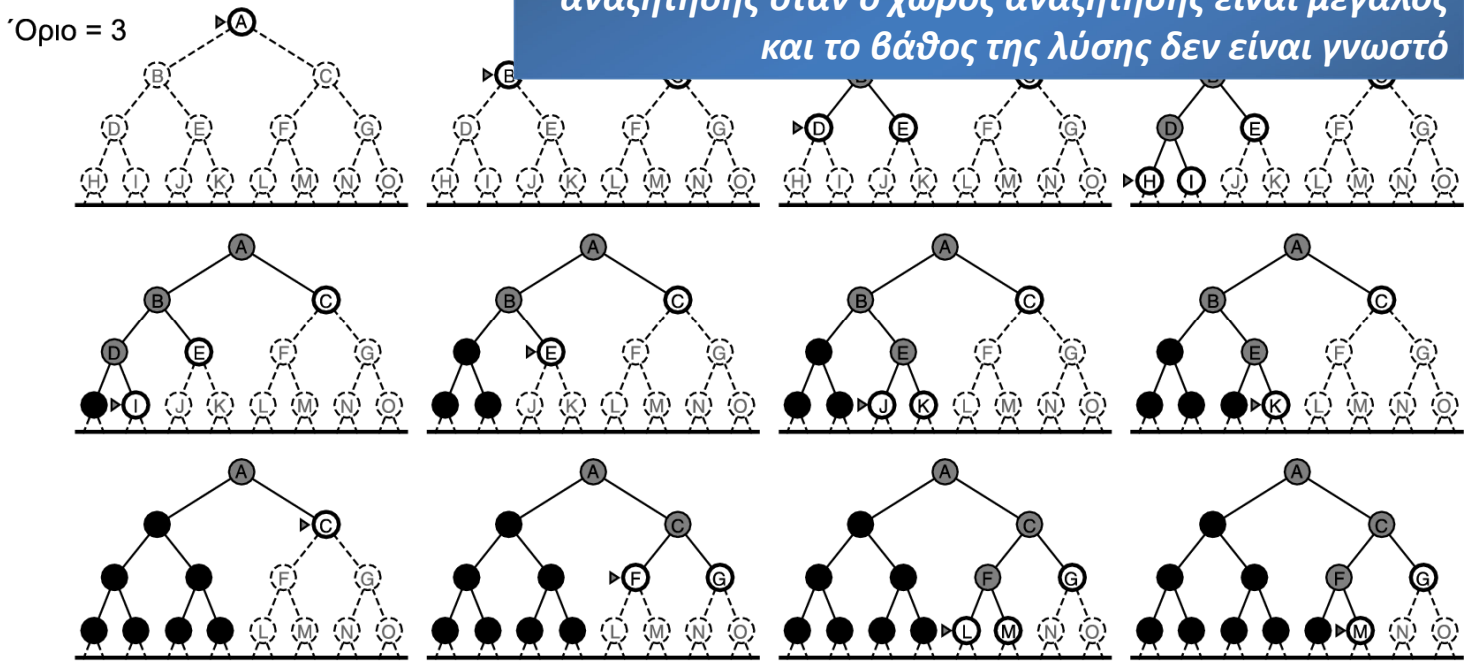
- Ιδέα: Σταδιακή αύξηση του ορίου βάθους
  - Πρώτα 0, μετά 1, …., μέχρι ∞
  - Μέχρι να βρει λύση
- Πλεονεκτήματα BFS+DFS μαζί
- Πλήρης: Ναι, εφόσον *b* πεπερασμένο (όπως BFS)
  - Κυκλικά μονοπάτια OK!
- Βέλτιστος: Ναι, εφόσον κόστος ανάλογο του βάθους
  - Θα βρει την *ρηχότερη* λύση (όπως BFS), εξ ορισμού
- Χώρος: $O(bd)$, *d* το βάθος της λύσης (όπως DFS)
- Χρόνος: $O(b^d)$
  Αν η λύση είναι σε βάθος *d* θα τρέξει *d* φορές
  - Πόση σπατάλη γίνεται; Τα μικρότερα βάθη θα δημιουργηθούν πολλές φορές, ενώ το επίπεδο *d* μόνο μία.
  - Οι «πολλοί» κόμβοι είναι στα βαθιά επίπεδα:
  - $N(\text{IDS}) = (d)b + (d-1)b^2 + \ldots + (1)b^d = O(b^d)$

Επαναληπτική εκβάθυνση (2/3)
(Iterative-deepening search)



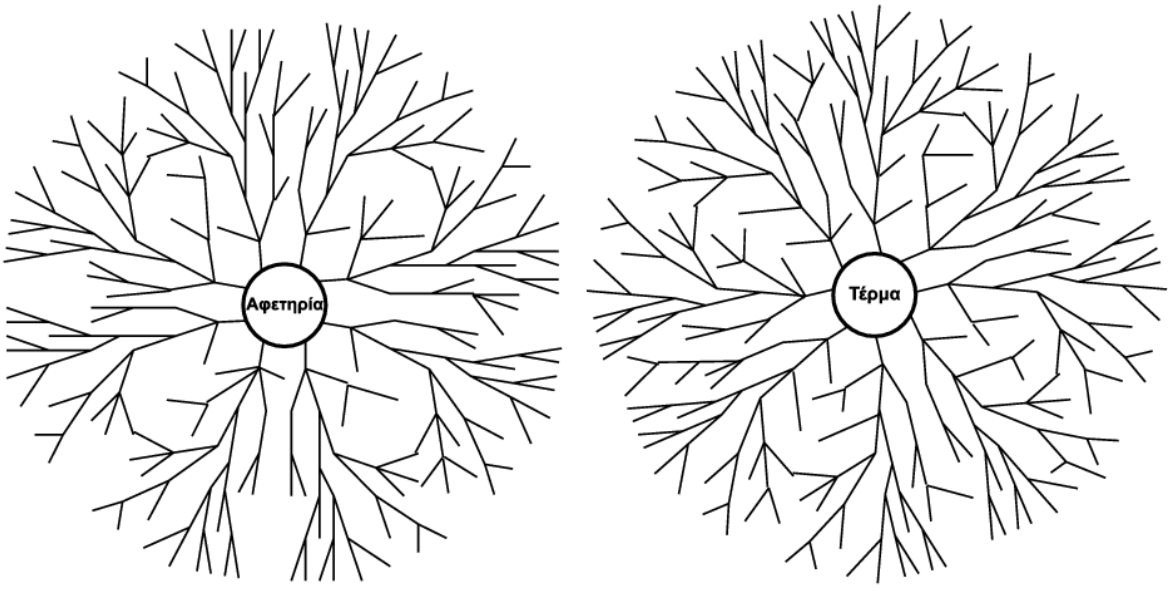
Επαναληπτική εκβάθυνση (3/3)
(Iterative-deepening search)

είναι η προτιμότερη μέθοδος απληροφόρητης αναζήτησης όταν ο χώρος αναζήτησης είναι μεγάλος και το βάθος της λύσης δεν είναι γνωστό



Αμφίδρομη αναζήτηση (1/2)

- Ιδέα: BFS αναζήτηση από την αρχή και το τέλος **ταυτόχρονα**
- Αν τα δύο μέτωπα *τέμνονται* τότε βρέθηκε λύση
- Στη χειρότερη περίπτωση, θα συναντηθούν *στη μέση* (γιατί;)
- $b^{d/2}+b^{d/2} << b^{d}$
- Επιπλέον (σταθερός) χρόνος αν αυτό είναι το βέλτιστο σημείο τομής



Αμφίδρομη αναζήτηση (2/2)

- Χρονική πολυπλοκότητα: $O(b^{d/2})$
- Χωρική πολυπλοκότητα: $O(b^{d/2})$ (μειονέκτημα)
  - Ακόμα και με DFS, ένα από τα δύο μέτωπα θα πρέπει να παραμένει στη μνήμη για να βρεθεί η κοινή κατάσταση
- Προβλήματα:
  - Εύρεση προκατόχων καταστάσεων (predecessors)
    - Οι τελεστές μετάβασης είναι *αντιστρέψιμοι*;
  - Πώς υλοποιείται αναζήτηση προς τα πίσω από το στόχο;
    - Έλλειψη καλά καθορισμένων στόχων (π.χ. n-queens)

Αλγόριθμοι απληροφόρητης αναζήτησης

Criterion	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening	Bidirectional (if applicable)
Complete?	Yes[a]	Yes[a,b]	No	No	Yes[a]	Yes[a,d]
Time	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$	$O(b^m)$	$O(b^\ell)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Space	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor C^*/\epsilon \rfloor})$	$O(bm)$	$O(b\ell)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$
Optimal?	Yes[c]	Yes	No	No	Yes[c]	Yes[c,d]

a) Πλήρης αν b πεπερασμένο
b) Πλήρης αν κόστη βημάτων θετικά
c) Βέλτιστος αν κόστος διαδρομής είναι αύξουσα συνάρτηση του βάθους
d) όταν και οι δύο κατευθύνσεις είναι BFS

Πηγές: S. Russell, P. Norvig "Artificial Intelligence: A modern Approach" 3d ed., Ι. Βλαχάβας κ.α. «Τεχνητή Νοημοσύνη» 4η έκδοση, ai.berkeley.edu