

ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΓΝΩΣΗΣ ΣΤΟΝ ΠΑΓΚΟΣΜΙΟ ΙΣΤΟ

Συλλογισμοί με Περιγραφικές
Λογικές (Reasoning with
Description Logics)

Ι. Χατζηλυγερούδης

Αρχιτεκτονική Συστήματος ΠΛ

Βάση Γνώσης

TBox

Woman \equiv Person \cap Female

Man \equiv Person \cap \neg Female

...

Abox

Man(BOB)

hasChild(BOB, MARY)

\neg Doctor(MARY)

...

Σύστημα Εξαγωγής Συμπερασμάτων

Διεπαφή Χρήστη

Συλλογισμοί στις ΠΛ

- **Ικανοποιησιμότητα εννοιών**

Αν μια έννοια C είναι ικανοποιήσιμη ως προς ένα TBox T (δηλ. δεν δημιουργεί σύγκρουση)

- **Σύνοψη εννοιών**

Αν μια έννοια C συνοψίζει μια έννοια D ($C \subseteq D$) ως προς ένα TBox T

- **Ισοδυναμία εννοιών**

Αν δύο έννοιες είναι ισοδύναμες ($C \equiv D$) ως προς ένα TBox T

Συλλογισμοί στις ΠΛ

- **Ασυμβατότητα εννοιών**

Αν μια έννοια C είναι ασύμβατη (ξένη) με μια έννοια D ως προς ένα TBox T

- **Έλεγχος στιγμιοτύπων**

Αν μια οντότητα a είναι στιγμιότυπο της έννοιας C ως προς ένα TBox T και ένα ABox A

Τα επόμενα αναφέρονται στην ΠΛ \mathcal{ALC}

Ικανοποιησιμότητα

- Όλοι οι προηγούμενοι συλλογισμοί ισοδυναμούν με κάποιο έλεγχο ικανοποιησιμότητας:
 - Σύνοψη εννοιών:
 $C \subseteq D$ αν $C \cap \neg D$ είναι μη ικανοποιήσιμη
(η C συνοψίζεται από την D ή η D συνοψίζει (subsumes) την C)
 - Ισοδυναμία εννοιών:
 $C \equiv D$ αν $C \subseteq D$ και $D \subseteq C$, δηλ.
αν $(C \cap \neg D) \cup (\neg C \cap D)$ είναι μη ικανοποιήσιμη
 - Ασυμβατότητα εννοιών:
C ξένη με D αν $C \cap D$ είναι μη ικανοποιήσιμη
 - Έλεγχος στιγμιότυπου:
a είναι στιγμιότυπο της C αν $\mathcal{A} \cup \{a: \neg C\}$ είναι μη ικανοποιήσιμο (\mathcal{A} είναι το ABox)

Μέθοδος Συλλογισμού Tableau

- Είναι μέθοδος ελέγχου ικανοποιησιμότητας εννοιών
- Διαδικασία
 1. Μετατροπή μιας έννοιας σε Αρνητική Κανονική Μορφή-ΑΚΜ (Negation Normal Form-NNF)
 2. Εφαρμογή Κανόνων Ολοκλήρωσης (Completion Rules) με αυθαίρετη σειρά μέχρις ότου:
 - ✓ συναντήσει περίπτωση σύγκρουσης ή
 - ✓ δεν υπάρχει άλλος εφαρμόσιμος κανόνας
 3. Η έννοια είναι ικανοποιήσιμη αν προκύψει ένα tableau ολοκληρωμένο (complete) και ελεύθερο συγκρούσεων (clash-free), δηλ. δεν περιέχει το \perp ούτε κάποιο ζεύγος $\{\neg C, C\}$.

Αρνητική Κανονική Μορφή (ΑΚΜ)

- Όλες οι αρνήσεις μετακινούνται σε επίπεδο ονομάτων των εννοιών
- Κανόνες μετασχηματισμού ΑΚΜ (από διαφάνειες Zakharyashev)

$$\begin{array}{lcl} \neg \top & \equiv & \perp \\ \neg \perp & \equiv & \top \\ \neg \neg C & \equiv & C \\ \neg(C \sqcap D) & \equiv & \neg C \sqcup \neg D \quad (\text{De Morgan's law}) \\ \neg(C \sqcup D) & \equiv & \neg C \sqcap \neg D \quad (\text{De Morgan's law}) \\ \neg \forall R.C & \equiv & \exists R.\neg C \\ \neg \exists R.C & \equiv & \forall R.\neg C \end{array}$$

Αρνητική Κανονική Μορφή (ΑΚΜ)

Μετασχηματίστε την έννοια

$$\neg \exists R.(A \sqcap \neg B) \sqcup \neg \forall R.(\neg A \sqcup \neg B)$$

Σε ισοδύναμη έννοια σε ΑΚΜ (NNF)

$$\neg \exists R.(A \sqcap \neg B) \sqcup \neg \forall R.(\neg A \sqcup \neg B) \equiv \quad (\text{use } \neg \exists R.D \equiv \forall R.\neg D)$$

$$\forall R.\neg(A \sqcap \neg B) \sqcup \neg \forall R.(\neg A \sqcup \neg B) \equiv \quad (\text{use } \neg(A \sqcap D) \equiv \neg A \sqcup \neg D)$$

$$\forall R.(\neg A \sqcup \neg \neg B) \sqcup \neg \forall R.(\neg A \sqcup \neg B) \equiv \quad (\text{use } \neg \neg B \equiv B)$$

$$\forall R.(\neg A \sqcup B) \sqcup \neg \forall R.(\neg A \sqcup \neg B) \equiv \quad (\text{use } \neg \forall R.D \equiv \exists R.\neg D)$$

$$\forall R.(\neg A \sqcup B) \sqcup \exists R.\neg(\neg A \sqcup \neg B) \equiv \quad (\text{use } \neg(C \sqcup D) \equiv \neg C \sqcap \neg D)$$

$$\forall R.(\neg A \sqcup B) \sqcup \exists R.(\neg \neg A \sqcap \neg \neg B) \equiv \quad (\text{use } \neg \neg C \equiv C)$$

$$\forall R.(\neg A \sqcup B) \sqcup \exists R.(A \sqcap B)$$

(από διαφάνειες Zakharyashev)

Ορισμοί

- ❑ **Περιορισμός (Constraint):** Έκφραση της μορφής $x: C$ ή $(x, y): R$
- ❑ **Σύστημα περιορισμών (Constraint system):** Ένα μη-κενό πεπερασμένο σύνολο περιορισμών S
- ❑ **Κανόνες ολοκλήρωσης (Completion rules):** Ένας μετασχηματισμός $S \rightarrow S'$, όπου S' είναι ένα σύστημα περιορισμών που περιέχει το S
- ❑ **Ολοκληρωμένο σύστημα:** Το S είναι ολοκληρωμένο εάν κανένας κανόνας ολοκλήρωσης δεν μπορεί να εφαρμοστεί στο S
- ❑ **Σύγκρουση (Clash):** Το S περιέχει μια σύγκρουση εάν $\{x: A, x: \neg A\} \subseteq S$, όπου A είναι όνομα έννοιας

Κανόνες Ολοκλήρωσης (Completion Rules)

$$S \rightarrow_{\sqcap} S \cup \{ x : C, x : D \}$$

if (a) $x : C \sqcap D$ is in S

(b) $x : C$ and $x : D$ are not both in S

(τομής)

$$S \rightarrow_{\sqcup} S \cup \{ x : E \}$$

if (a) $x : C \sqcup D$ is in S

(b) neither $x : C$ nor $x : D$ is in S

(c) $E = C$ or $E = D$ **(branching!)**

(ένωσης)

(από διαφάνειες Zakharyashev)

Κανόνες Ολοκλήρωσης (Completion Rules)

$$S \rightarrow_{\forall} S \cup \{ y : C \}$$

- if (a) $x : \forall R.C$ is in S
- (b) $(x, y) : R$ is in S
- (c) $y : C$ is not in S

(Καθολικότητας)

$$S \rightarrow_{\exists} S \cup \{ (x, y) : R, y : C \}$$

- if (a) $x : \exists R.C$ is in S
- (b) there is no z such that
both $(x, z) : R$ and $z : C$ are in S
- (c) y is a fresh individual

(Υπαρξιακότητας)

(από διαφάνειες Zakharyashev)

Παραδείγματα

(από διαφάνειες Zakharyashev)

Tableau Algorithm: example

Let $\text{Woman} \equiv \text{Person} \sqcap \text{Female}$, $\text{Mother} \equiv \text{Parent} \sqcap \text{Female}$
and $\text{Parent} \equiv \text{Person} \sqcap \exists \text{hasChild.Person}$

Does the concept Woman subsume the concept Mother ?
i.e., is the concept $\neg \text{Woman} \sqcap \text{Mother}$ satisfiable?

| | |
|------------------------------------|---|
| S_0 | $= \{ x : (\neg \text{Person} \sqcup \neg \text{Female}) \sqcap ((\text{Person} \sqcap \exists \text{hasChild.Person}) \sqcap \text{Female}) \}$ |
| $S_0 \rightarrow_{\sqcap} S_1$ | $= S_0 \cup \{ x : \neg \text{Person} \sqcup \neg \text{Female}, x : (\text{Person} \sqcap \exists \text{hasChild.Person}) \sqcap \text{Female} \}$ |
| $S_1 \rightarrow_{\sqcap} S_2$ | $= S_1 \cup \{ x : \text{Person} \sqcap \exists \text{hasChild.Person}, x : \text{Female} \}$ |
| $S_2 \rightarrow_{\sqcap} S_3$ | $= S_2 \cup \{ x : \text{Person}, x : \exists \text{hasChild.Person} \}$ |
| $S_3 \rightarrow_{\sqcup} S_{4.1}$ | $= S_3 \cup \{ x : \neg \text{Person} \}$ clash |
| $S_3 \rightarrow_{\sqcup} S_{4.2}$ | $= S_3 \cup \{ x : \neg \text{Female} \}$ clash |

Thus the concept $\neg \text{Woman} \sqcap \text{Mother}$ is unsatisfiable,
and so Woman subsumes Mother

Παραδείγματα

(το προηγούμενο υπό μορφή δέντρου)

$\{x:(\neg\text{Person} \cup \neg\text{Female}) \cap ((\text{Person} \cap \exists\text{hasChild}.\text{Person}) \cap \text{Female})\}$ S_0

$\downarrow \rightarrow \cap$ (κανόνας τομής)

$\{x:\neg\text{Person} \cup \neg\text{Female}, x:(\text{Person} \cap \exists\text{hasChild}.\text{Person}) \cap \text{Female}\}$ S_1

$\downarrow \rightarrow \cap$

$\{x:\neg\text{Person} \cup \neg\text{Female}, x:\text{Person} \cap \exists\text{hasChild}.\text{Person}, x:\text{Female}\}$ S_2

$\downarrow \rightarrow \cap$

$\{x:\neg\text{Person} \cup \neg\text{Female}, x:\text{Person}, x:\exists\text{hasChild}.\text{Person}, x:\text{Female}\}$ S_3

$\rightarrow \cup$

(κανόνας ένωσης)

$\{x:\neg\text{Person}, x:\text{Person}, x:\exists\text{hasChild}.\text{Person}, x:\text{Female}\}$ $S_{4.1}$

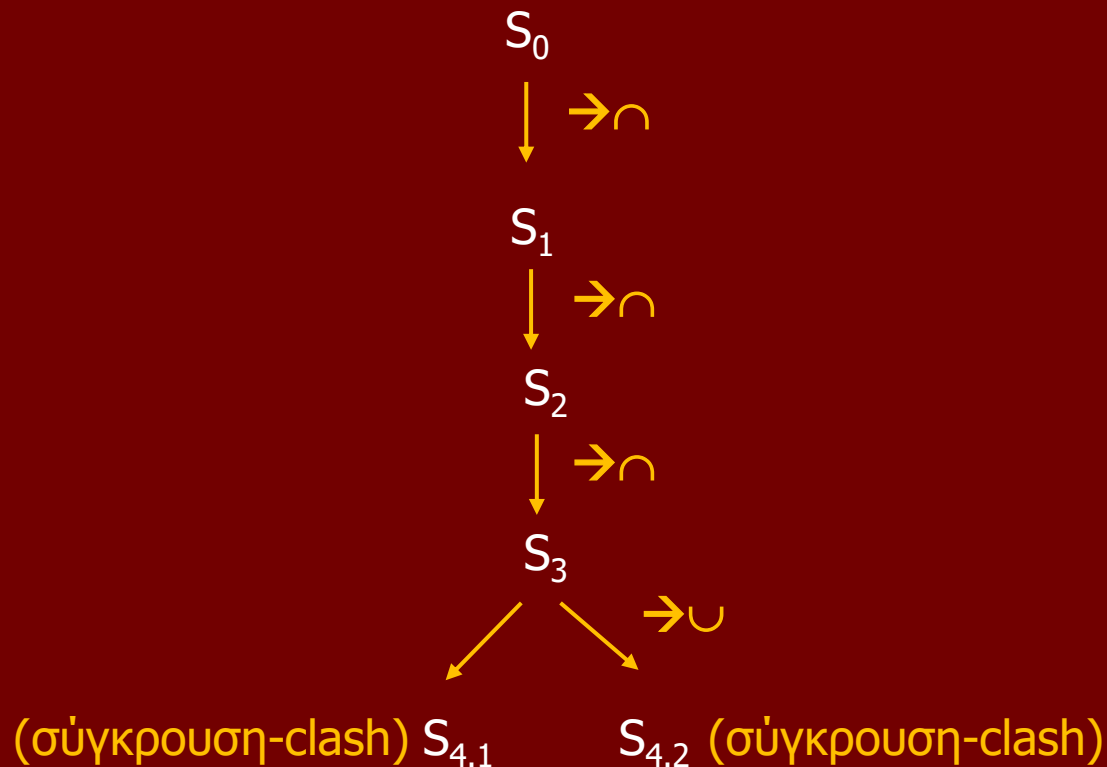
(σύγκρουση-clash)

$\{x:\neg\text{Female}, x:\text{Person}, x:\exists\text{hasChild}.\text{Person}, x:\text{Female}\}$ $S_{4.2}$

(σύγκρουση-clash)

Παραδείγματα

(το προηγούμενο υπό μορφή πιο αφηρημένου δέντρου)



Παραδείγματα

Reasoning with ABoxes: example (από διαφάνειες Zakharyashev)

Given: Sam is a person living in Germany. Sam drinks beer and Deuchars. A Bavarian is a person who lives in Germany, drinks beer and only beer.

Q: Is Sam a Bavarian?

ABox \mathcal{A}

sam : Person
sam : \exists livesIn.Germany
sam : \exists drinks.Beer
(sam, deuchars) : drinks

TBox \mathcal{T}

Bavarian \equiv Person \sqcap \exists livesIn.Germany
 \sqcap \exists drinks.Beer \sqcap \forall drinks.Beer

Is sam an instance of Bavarian ?

1. Reduction to ABox consistency:

Sam is an instance of Bavarian iff $\mathcal{A} \cup \{ \text{sam} : \neg \text{Bavarian} \}$ is unsatisfiable

2. NNF of \neg Bavarian:

\neg Person \sqcup \forall livesIn. \neg Germany \sqcup \forall drinks. \neg Beer \sqcup \exists drinks. \neg Beer

Παραδείγματα

Reasoning with ABoxes: example (cont.)

$$S_0 = \{ \text{sam: Person, sam: } \exists \text{livesIn.Germany,} \\ \text{sam: } \exists \text{drinks.Beer, (sam, deuchars): drinks,} \\ \text{sam: } \neg \text{Person } \sqcup \forall \text{livesIn.}\neg \text{Germany} \\ \sqcup \forall \text{drinks.}\neg \text{Beer } \sqcup \exists \text{drinks.}\neg \text{Beer} \}$$
$$S_0 \rightarrow_{\sqcup} S_{1.1} = S_0 \cup \{ \text{sam: } \neg \text{Person} \} \quad \text{clash}$$
$$S_0 \rightarrow_{\sqcup} S_{1.2} = S_0 \cup \{ \text{sam: } \forall \text{livesIn.}\neg \text{Germany} \}$$
$$S_{1.2} \rightarrow_{\exists} S_{2.2} = S_{1.2} \cup \{ (\text{sam}, x): \text{livesIn, } x: \text{Germany} \}$$
$$S_{2.2} \rightarrow_{\forall} S_{3.2} = S_{2.2} \cup \{ x: \neg \text{Germany} \} \quad \text{clash}$$
$$S_0 \rightarrow_{\sqcup} S_{1.3} = S_0 \cup \{ \text{sam: } \forall \text{drinks.}\neg \text{Beer} \}$$
$$S_{1.3} \rightarrow_{\exists} S_{2.3} = S_{1.3} \cup \{ (\text{sam}, x): \text{drinks, } x: \text{Beer} \}$$
$$S_{2.3} \rightarrow_{\forall} S_{3.3} = S_{2.3} \cup \{ x: \neg \text{Beer} \} \quad \text{clash}$$
$$S_0 \rightarrow_{\sqcup} S_{1.4} = S_0 \cup \{ \text{sam: } \exists \text{drinks.}\neg \text{Beer} \}$$

(...see the next slide)

(από διαφάνειες Zakharyashev)

Παραδείγματα

Reasoning with ABoxes: example (cont.)

$$S_0 = \{ \text{sam: Person, sam: } \exists \text{livesIn.Germany,} \\ \text{sam: } \exists \text{drinks.Beer, (sam, deuchars): drinks,} \\ \text{sam: } \neg \text{Person } \sqcup \forall \text{livesIn.} \neg \text{Germany} \\ \sqcup \forall \text{drinks.} \neg \text{Beer } \sqcup \exists \text{drinks.} \neg \text{Beer } \}$$

$$S_0 \rightarrow_{\sqcup} S_{1.4} = S_0 \cup \{ \text{sam: } \exists \text{drinks.} \neg \text{Beer } \}$$

$$S_{1.4} \rightarrow_{\exists} S_{2.4} = S_{1.4} \cup \{ (\text{sam}, x): \text{drinks, } x: \neg \text{Beer} \}$$

$$S_{2.4} \rightarrow_{\exists} S_{3.4} = S_{2.4} \cup \{ (\text{sam}, y): \text{drinks, } y: \text{Beer} \}$$

$$S_{3.4} \rightarrow_{\exists} S_{4.4} = S_{3.4} \cup \{ (\text{sam}, z): \text{livesIn, } z: \text{Germany} \}$$

$S_{4.4}$ is a complete clash-free constraint system. Therefore,

$$\mathcal{A} \cup \{ \text{sam: } \neg \text{Bavarian} \}$$

is satisfiable and Sam is **not an instance** of Bavarian.

Indeed, the interpretation which is obtained on the fourth branch on the one hand is a model of \mathcal{A} ; on the other hand it includes the pair of constraints $(\text{sam}, x): \text{drinks}$ and $x: \neg \text{Beer}$, which contradicts the definition of a Bavarian ('drinks only beer').

Note that nothing would change if we added deuchars: Beer to the ABox.

(από διαφάνειες Zakharyashev)

Tableau

- Μια διαδικασία αποφάσεων για λογικές αναπαραστάσεις.
- Μια διαδικασία αποδείξεων για προτάσεις ΚΛΠΤ.
- Ονομάζεται επίσης *δέντρο αληθείας*.
- Κάθε κόμβος περιέχει μια υπο-πρόταση της αρχικής πρότασης.
- Είναι ένα tableau που ικανοποιεί την ιδιότητα της υπο-πρότασης.

Tableau

- Για να δείξουμε ότι μια πρόταση ϕ είναι έγκυρη, προσπαθούμε να βρούμε μια ερμηνεία που την κάνει ψευδή (η οποία κάνει την άρνησή της $\neg\phi$ αληθή).
- Το σύνολο $\{\neg\phi\}$ τοποθετείται στη ρίζα του δέντρου.
- Το δέντρο δημιουργείται έτσι ώστε τα φύλλα να αποτελούνται από σύνολα υπο-προτάσεων της ϕ σύμφωνα με συγκεκριμένους κανόνες tableau.
- Ένας κόμβος-φύλλο ορίζεται ως κλειστό αν περιέχει μια πρόταση και την άρνησή της.
- Αν όλα τα φύλλα είναι κλειστά τότε η $\neg\phi$ είναι μη ικανοποιήσιμη και γι' αυτό η ϕ είναι έγκυρη, αλλιώς η $\neg\phi$ είναι ικανοποιήσιμη και γι' αυτό η ϕ δεν είναι έγκυρη.

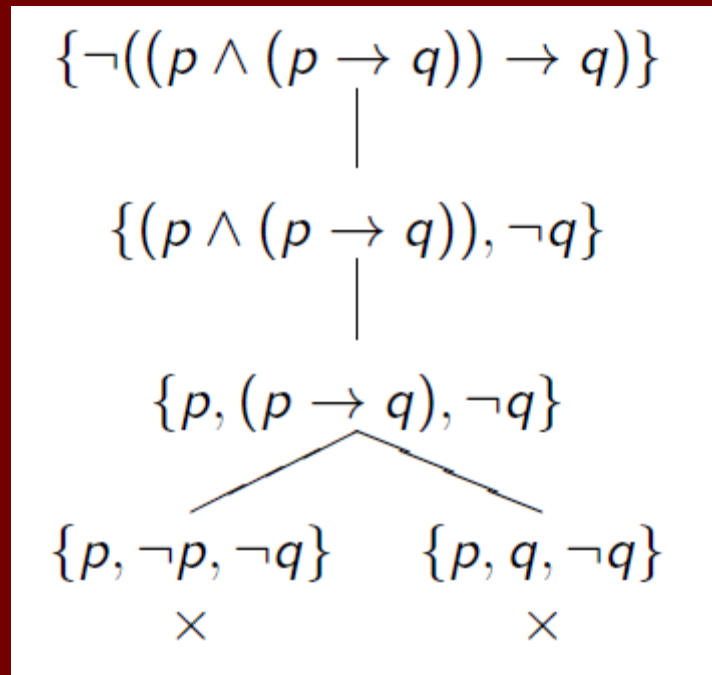
Tableau Rules

Κανόνες Tableau:

- Replace $\phi \wedge \psi$ with ϕ, ψ
- Replace $\neg(\phi \vee \psi)$ with $\neg\phi, \neg\psi$
- Replace $\neg(\phi \rightarrow \psi)$ with $\phi, \neg\psi$
- Replace $\neg\neg\phi$ with ϕ .
- Replace $\neg \text{false}$ with true .
- Replace $\neg \text{true}$ with false .
- Replace $\phi \leftrightarrow \psi$ with $(\phi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \phi)$

Παράδειγμα Tableau

- Δείξτε ότι η $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$ είναι έγκυρη



- Και τα δύο φύλλα είναι κλειστά, επομένως η $((p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q)$ είναι μη ικανοποιήσιμη και γι' αυτό η $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$ είναι έγκυρη.

Θεώρημα Tableau

- **Ορθότητα (Soundness):** Αν μια πρόταση ϕ προτασιακής λογικής έχει μια απόδειξη tableaux τότε η ϕ είναι ταυτολογία.
- **Πληρότητα (Completeness)** Αν μια πρόταση ϕ προτασιακής λογικής είναι ταυτολογία τότε έχει μια απόδειξη tableaux .