



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Γραμμική Άλγεβρα

Ενότητα 4 : Ορθογωνιότητα

Ευστράτιος Γαλλόπουλος

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Άσκηση 1

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Να προβάλλεται το διάνυσμα b πάνω στην ευθεία του a . Να επιβεβαιώσετε ότι το $e = b - p$ είναι κάθετο στο a .

$$b = [1 \ 2 \ 2]^T \text{ και } a = [1 \ 1 \ 1]^T$$

$$b = [1 \ 3 \ 1]^T \text{ και } a = [-1 \ -3 \ -1]^T$$

Άσκηση 2

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Να προβάλλεται το διάνυσμα b πάνω στην ευθεία του a χρησιμοποιώντας το $p = \hat{x}a$

$$b = [\cos \theta \ \sin \theta]^T \text{ και } a = [1 \ 0]^T$$

$$b = [1 \ 1]^T \text{ και } a = [1 \ -1]^T$$

Άσκηση 3

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Να βρείτε το μητρώο προβολής $P = aa^T / a^T a$ πάνω στην ευθεία του a για καθένα από τα διανύσματα a των παραπάνω ασκήσεων. Να αποδείξετε σε κάθε περίπτωση ότι ισχύει $P^2 = P$. Να υπολογίσετε το διάνυσμα Pb καθώς και την προβολή p .

Άσκηση 4

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Έστω το μητρώο

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Να υπολογίσετε το μητρώο προβολής στο Χώρο Στηλών του A .

Άσκηση 5

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Να προβάλετε το b στο Χώρο στηλών του A λύνοντας το $A^T A \hat{x} = A^T b$
και $p = A \hat{x}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ και } b = [2 \ 3 \ 4]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ και } b = [4 \ 4 \ 6]^T$$

Να βρείτε το σφάλμα $e = b - p$. Αυτό θα πρέπει να είναι κάθετο στις
στήλες του A .

Άσκηση 6

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Υποθέστε ότι το A είναι ένα ταυτοτικό μητρώο 4×4 από το οποίο έχουμε αφαιρέσει την τελευταία στήλη. Στην πραγματικότητα το A είναι ένα 4×3 . Να προβάλλετε το $b = (1, 2, 3, 4)$ πάνω στο χώρο στηλών του A . Τι σχήμα έχει το μητρώο προβολής P και ποιο είναι αυτό;

Άσκηση 7

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Ποιος γραμμικός συνδυασμός του $(1, 2, -1)$ και του $(1, 0, 1)$ είναι πιο κοντά στο $(2, 1, 1)$;

Άσκηση 8

Εισαγωγή στη Γραμμική Άλγεβρα, Gilbert Strang

Να αποδείξετε ότι το μητρώο προβολής $P = A(A^T A)^{-1}A^T$ είναι όντως μητρώο προβολής. Να εξηγήσετε γιατί $P(Pb) = Pb$.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών - Ευστράτιος Γαλλόπουλος 2015

``Γραμμική Άλγεβρα``, Έκδοση: 1.0, Πάτρα 2014-2015.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1097/>

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

