



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Επιστημονικός Υπολογισμός I

Ενότητα 2 : Μοντέλα Υπολογισμού

Ευστράτιος Γαλλόπουλος

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

- Μοντέλα υπολογισμού.
- Μοντέλο ιεραρχικής μνήμης.
- Μετρικές επίδοσης και απόδοσης προγραμμάτων στο μοντέλο ιεραρχικής μνήμης.

1. Επιδόσεις και Mflop/s
2. Μετρήσεις
3. Μετρικές και μοντέλα
4. Υπολογιστικό μοντέλο ιεραρχικής μνήμης
 - Απλοποιήσεις μοντέλου

Υπενθύμιση: Μονάδα ρυθμού επίδοσης

- ο ρυθμός εκτέλεσης πράξεων κινητής υποδιαστολής ...
- **πλήθος πράξεων α.κ.υ. ανά μονάδα χρόνου**

Mflop/s(μέγκαφλοπς περ σέκοντ)

Με την αύξηση της υπολογιστικής ισχύος, η μονάδα αυτή αρχίζει να αντικαθίσταται από το Gflop/s που αντιστοιχεί σε 1 δισεκατομμύριο πράξεις το δευτερόλεπτο.

- πόσες πράξεις α.κ.υ. εκτελούνται ανά μονάδα χρόνου; (αυτο: απόσταση/χρόνος → ταχύτητα)
- ΠΡΟΣΟΧΗ: δεν αρκεί για να αξιολογήσουμε τους χρόνους εκτέλεσης δύο αλγορίθμων.

Υπενθύμιση: Μονάδα ρυθμού επίδοσης

- ο ρυθμός εκτέλεσης πράξεων κινητής υποδιαστολής ...
- **πλήθος πράξεων α.κ.υ. ανά μονάδα χρόνου**

Mflop/s(μέγκαφλοπς περ σέκοντ)

Με την αύξηση της υπολογιστικής ισχύος, η μονάδα αυτή αρχίζει να αντικαθίσταται από το Gflop/s που αντιστοιχεί σε 1 δισεκατομμύριο πράξεις το δευτερόλεπτο.

- πόσες πράξεις α.κ.υ. εκτελούνται ανά μονάδα χρόνου; (αυτο: απόσταση/χρόνος \rightarrow ταχύτητα)
- ΠΡΟΣΟΧΗ: δεν αρκεί για να αξιολογήσουμε τους χρόνους εκτέλεσης δύο αλγορίθμων.

Π.χ. ένα θεμελιώδες συμπέρασμα που θα προκύψει σε επόμενο κεφάλαιο είναι ότι στις σύγχρονες αρχιτεκτονικές, με έξυπνο προγραμματισμό, ο πολλαπλασιασμός μητρώων εκτελείται με πολύ υψηλότερο ρυθμό Mflop/s από τον πολλαπλασιασμό μητρώου με διάνυσμα. Προφανώς βέβαια, ο χρόνος εκτέλεσης ενός πολλαπλασιασμού δύο μητρώων μεγέθους $n \times n$ είναι μεγαλύτερος από τον χρόνο πολλαπλασιασμού ενός μητρώου του ίδιου μεγέθους επί διάνυσμα. Αν όμως προγραμματίσετε τον πολλαπλασιασμό μητρώων ως βρόχο που εκτελεί n πολλαπλασιασμούς μητρώου-διανύσματος, ο συνολικός χρόνος εκτέλεσης θα είναι πολύ μεγαλύτερος.

Μετρήσεις Ω και ρυθμού εκτέλεσης

Operations	n	Ω	Mflop/s
calling PAPI flops	200	2	0.15
dot product	200	413	13.73
matrix vector	200	82053	252.12
random matrix	200	139967	67.12
chol(a)	200	3201127	789.27
lu(a)	200	5493443	829.53
x=a\y	200	6228144	742.98
condest(a)	200	7126555	173.63
qr(a)	200	13236723	1033.10
matrix multiply	200	16000012	1280.42
inv(a)	200	17398916	853.39
svd(a)	200	27039244	685.65
cond(a)	200	27000896	763.26
hess(a)	200	30180072	1063.27
eig(a)	200	82578728	680.60
[u,s,v]=svd(a)	200	138280160	691.18
pinv(a)	200	170228800	764.50
s=gsvd(a)	200	303512192	765.81
[x,e]=eig(a)	200	198741216	753.79
[u,v,x,c,s]=gsvd(a,b)	200	319475232	789.67

Οι μετρήσεις έγιναν χρησιμοποιώντας παλαιά έκδοση της MATLAB και το σύστημα PAPI για την καταμέτρηση των Ω (flops).

- Στις παραπάνω επιδόσεις θεωρήσαμε ότι όλες οι πράξεις α.κ.υ. απαιτούν τον ίδιο χρόνο.
- Αν θέλουμε να λάβουμε υπόψη τα σχετικά κόστη των πράξεων και γνωρίζουμε πόσες είναι από κάθε κατηγορία, κανονικοποιούμε ως προς ένα «βασικό κόστος», π.χ. ως προς άθροιση και μετά χρησιμοποιούμε «ισοδύναμα»:
- αν χρειάζονται 3 FADD, 2 FMUL και ο πολ/σμός κοστίζει 4 προσθέσεις, τότε

$$\Omega = 5 = 3 + 2$$

$$\Omega_{\text{normal}} = 11 = 3 \times 1 + 2 \times 4.$$

peak ανώτατη τιμή για το υπολογιστικό σύστημα (από τον κατασκευαστή)
θεωρητική $\Omega/T \times 10^{-6}$

- για τη μέτρηση της ακριβούς πραγματικής τιμής χρειάζεται προσεκτική μέτρηση των Ω , Φ στο υπολογιστικό σύστημα.
- απαιτείται υποδομή υλικού και λογισμικού για την ανίχνευση των τιμών (monitors)
- κατάλληλη ενοργάνωση του προγράμματος (program instrumentation)
- προσεκτική **δειματοληψία**

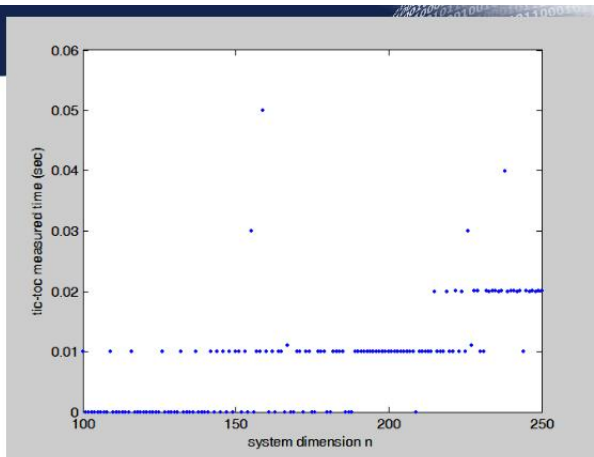
user time χρόνος εκτέλεσης του προγράμματος

system time χρόνος συστήματος για υποστήριξη εκτέλεσης (kernel mode)

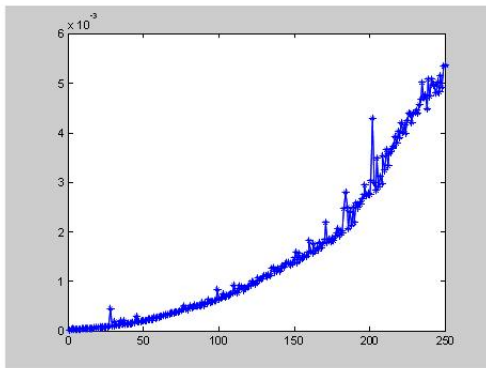
cpu time user time + system time χρόνος που αναλώνει το CPU για εκτέλεση διαδικασιών που οφείλονται στο πρόγραμμα. Δεν συμπεριλαμβάνεται ο χρόνος που το process ήταν switched out οπότε δεν συμπεριλαμβάνεται ο χρόνος για I/O.

wall-clock time (elapsed time) το χρονόμετρο - Συμπεριλαμβάνει χρόνο αναμονής για μεταφορές, καθυστερήσεις για μεταφορές από μνήμη και I/O, άλλες διαδικασίες συστήματος.

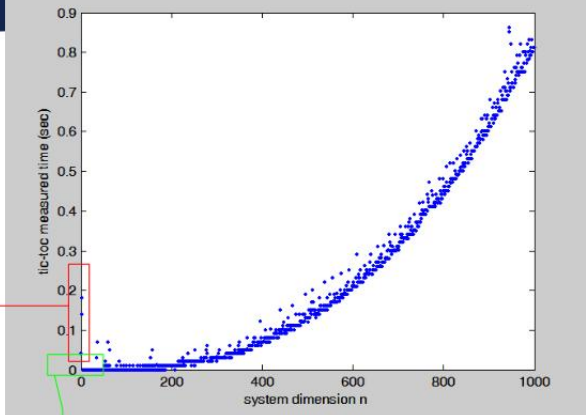
- `tic`, `toc`, `clock`, `cputime`, `etime`
- `clock`
- `profile`
- `flops` - AKYPO - βλ. <http://goo.gl/aXNomJv>
- `timeit.m` ... επίσημη συνάρτηση από το MATLAB R2013b και μετά
- ... δείτε Measuring MATLAB Performance του Bill McKeeman, Mathworks, 2008.



Χρόνος επίλυσης " $Ax=b$ " για διάσταση n με tic-toc σε MATLAB 6.5
..... Παρατηρήστε ότι οι καταγεγραμμένοι χρόνοι είναι πολλαπλάσιοι του 0.01
που επιβεβαιώνει την ευκρίνεια του χρονομετρητή σε $d=10$ ms.



Χρόνος επίλυσης “ $Ax=b$ ” για διάσταση n με tic-toc σε MATLAB 7.5
.Παρατηρήστε τις διαφορές με πριν λόγω της μεγαλύτερης διακριτότητας του tic-toc

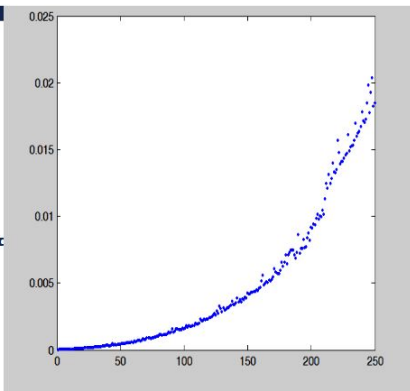


Περίεργα
υψηλοί
χρόνοι

μηδενικοί
χρόνοι

Οι χρόνοι σε αρκετές περιπτώσεις είναι «απρόσμενοι»
 ... μηδενικοί
 ... πολύ μεγάλοι
 ... μη μονοτονικοί ($n > m \Rightarrow t(n) > t(m)$)

- βελτίωση αξιοπιστίας:
 - Χρονομετρητές μεγαλύτερης ευκρίνειας
 - ❖ Όχι πάντα διαθέσιμοι
 - Χρονομέτρηση υπό ιδανικές συνθήκες:
 - ❖ π.χ. αποκλειστική χρήση (single user mode) και χωρίς να μεσολαβούν «αναταράξεις», π.χ. Να ξεκινούν ή να καλούνται άσχετα processes, services, ...
 - **ΑΡΧΕΣ**
 - «Η πρώτη φορά δεν μετρά»
 - «Μια φορά δεν φθάνει»



Χρόνος επίλυσης “ $Ax=b$ ” για διάσταση n με `tic-toc` σε MATLAB 6.5

..... Μετά από 500 επαναλήψεις και κανονικοποίηση

```
for n = 1:250, A = rand(n,n); b = rand(n,1); tic; for j=1:500, x = A\b; end; t(n) = toc; end; plot(t/500, '.')
```


- Συνάρτηση της διακριτότητας του χρονομετρητή
- αφαίρεση θορύβου αρχικοποίησης
- επηρεάζει η θέση των στοιχείων σε σχέση με την cache στην έναρξη των επαναλήψεων
- ... μπορεί να χρειαστεί cache flushing για να μην έχουμε «τεχνητά καλές τιμές»
- Χρειάζονται επαναλήψεις και εξαγωγή στατιστικών στοιχείων από τα δείγματα (ελάχιστη, μέγιστη και μέση τιμή, μέσος όρος, αρμονικός μ.ό.)
- Πόσες επαναλήψεις ;
- Για προγράμματα μικρής διάρκειας, μπορεί να χρειάζονται αρκετές επαναλήψεις για αξιόπιστη μέτρηση

```
1 %TIC Start a stopwatch timer.
2 %TIC and TOC functions work together to measure elapsed ...
   time.
3 %TIC, by itself, saves the current time that TOC uses later
4 %to measure the time elapsed between the two.
5 %TSTART = TIC saves the time to an output argument, TSTART.
6 %The numeric value of TSTART is only useful as
7 %an input argument for a subsequent call to TOC.
8 %Ex: min and average time to compute sum of Bessel ...
   functions.
9 REPS = 1000; minTime = Inf; nsum = 10;
10 tic;
11 for i=1:REPS
12     tstart = tic;
13     sum = 0; for j=1:nsum, sum = sum + besselj(j,REPS); end
14     telapsed = toc(tstart);
15     minTime = min(telapsed,minTime);
16 end
17 averageTime = toc/REPS;
```

```
1 >> a=1;b=2;
2 >> tic;a+b;toc
3 Elapsed time is 0.000006 seconds.
4 >> tic;a+b;toc
5 Elapsed time is 0.000002 seconds.
6 >> tic;a+b;toc
7 Elapsed time is 0.000002 seconds.
8 >> tic;a+b;toc
9 Elapsed time is 0.000002 seconds.
```

Διακύμανση μετρήσεων

```
1 >> a=rand(10,1);b=rand(10,1);
2 >> c=zeros(10,1);
3 >> tic;c=a+b;toc
4 Elapsed time is 0.000023 seconds.
5 >> tic;c=a+b;toc
6 Elapsed time is 0.000020 seconds.
7 >> tic;c=a+b;toc
8 Elapsed time is 0.000019 seconds.
9 >> tic;c=a+b;toc
10 Elapsed time is 0.000023 seconds.
11 >> tic;c=a+b;toc
12 Elapsed time is 0.000028 seconds.
13 >> tic;c=a+b;toc
14 Elapsed time is 0.000020 seconds.
15 >> tic;c=a+b;toc
16 Elapsed time is 0.000021 seconds.
17 >> tic;c=a+b;toc
18 Elapsed time is 0.000028 seconds.
19 >> tic;c=a+b;toc
20 Elapsed time is 0.000043 seconds.
```

Περιγραφή

`T = TIMEIT(F)` measures the time (in seconds) required to run `F`, which is a function handle.

`TIMEIT` handles automatically the usual benchmarking procedures of "warming up" `F`, figuring out how many times to repeat `F` in a timing loop, etc. `TIMEIT` uses a median to form a reasonably robust time estimate.

UPDATED 31-Dec-2008: More accurate when timing very fast functions; warns you when the reported time might be affected by time-measurement overhead; calls `F` fewer times when `F` takes more than a few seconds to run.

MATLAB release MATLAB 7.5 (R2007b)

Blogs

Steve on Image Processing

September 30th, 2013

`timeit` makes it into MATLAB

This is my first blog post with "Published with MATLAB R2013b" at the bottom. The latest MATLAB release shipped earlier in September. And, for the first time in a while, a function that I wrote has made it into MATLAB.

Back in 2008, I spent some time trying to incorporate performance benchmarking lessons I learned from [Cleve Moler](#) and [Bill McKeeman](#) into a general-purpose function for accurately measuring the "typical" running time of MATLAB functions or expressions. The result was `timeit`, which I submitted to the File Exchange.

Well, I'm happy to say that `timeit` has made it into MATLAB in the R2013b release! The MATLAB development team took the code from the File Exchange, made some minor refinements, did some additional testing, wrote some nice [doc](#), and got it into the release. (Thanks, everyone!)

Here are a couple of examples. The first one is just MATLAB, but the second one requires Image Processing Toolbox. (Note that it's helpful to know a little about [anonymous functions](#) in order to use `timeit`.)

How much time does it take to compute `sum(A.' .* B, 1)`, where A is 12000-by-400 and B is 400-by-12000?



About

Steve Eddins is a software development manager in the MATLAB and image processing areas at [MathWorks](#). Steve coauthored [Digital Image Processing Using MATLAB](#). He writes here about image processing concepts, algorithm implementations, and MATLAB.



The screenshot shows the MATLAB Documentation Center interface for the `timeit` function. The page is titled "timeit" and is for MATLAB R2013b. It includes sections for Syntax, Description, Examples, Input Arguments, and More About. The Syntax section shows two ways to use the function: `t = timeit(f)` and `t = timeit(f, numOutputs)`. The Description section explains that `t = timeit(f)` measures the typical time (in seconds) required to run the function specified by the function handle `f`, and `t = timeit(f, numOutputs)` calls `f` with the desired number of outputs, `numOutputs`. The Examples section lists several use cases, such as determining time to obtain current date, compute matrix summation, compare time to run `svd` with multiple outputs, and compare time to execute custom preallocation to calling `zeros`. The Input Arguments section defines `f` as a function handle and `numOutputs` as an integer. The More About section includes links to tips, algorithms, and a white paper on MATLAB Central File Exchange. The See Also section lists `optime`, `function_handle`, `tic`, and `toc`.

Documentation Center

Search R2013b Documentation

MATLAB Advanced Software Development Performance and Memory Code Performance

timeit R2013b
Measure time required to run function expand all in page

Syntax

```
t = timeit(f) example  
t = timeit(f, numOutputs) example
```

Description

t = `timeit(f)` measures the typical time (in seconds) required to run the function specified by the function handle `f`. example

t = `timeit(f, numOutputs)` calls `f` with the desired number of outputs, `numOutputs`. By default, `timeit` calls the function `f` with one output (or no outputs, if the function does not return any outputs). example

Examples expand all

- > Determine Time to Obtain Current Date
- > Determine Time to Compute Matrix Summation
- > Compare Time to Run `svd` with Multiple Outputs
- > Compare Time to Execute Custom Preallocation to Calling `zeros`

Input Arguments expand all

- > `f` — function to be measured function handle
- > `numOutputs` — Number of desired outputs from `f` integer

More About expand all

- > Tips
- > Algorithms
- Anonymous Functions
- Analyzing Your Program's Performance
- [MATLAB Performance Measurement White Paper on MATLAB Central File Exchange](#)

See Also

`optime` | `function_handle` | `tic` | `toc`

`tic ()` [Built-in Function]

`toc ()` [Built-in Function]

Set or check a wall-clock timer. Calling `tic` without an output argument sets the timer. Subsequent calls to `toc` return the number of seconds since the timer was set. For example,

```
tic ();
# many computations later...
elapsed_time = toc ();
```

will set the variable `elapsed_time` to the number of seconds since the most recent call to the function `tic`.

If called with one output argument then this function returns a scalar of type `uint64` and the wall-clock timer is not started.

```
t = tic; sleep (5); (double (tic ()) - double (t)) * 1e-6
⇒ 5
```

Nested timing with `tic` and `toc` is not supported. Therefore `toc` will always return the elapsed time from the most recent call to `tic`.

If you are more interested in the CPU time that your process used, you should use the `cputime` function instead. The `tic` and `toc` functions report the actual wall clock time that elapsed between the calls. This may include time spent processing other jobs or doing nothing at all. For example,

```
tic (); sleep (5); toc ()
⇒ 5
t = cputime (); sleep (5); cputime () - t
⇒ 0
```

(This example also illustrates that the CPU timer may have a fairly coarse resolution.)

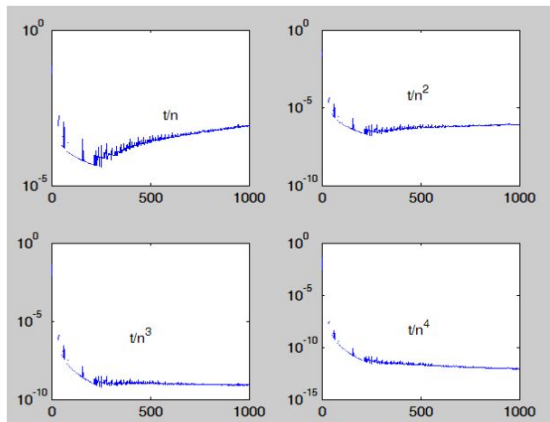
tictoc στην Octave

```
Octave
a =
3fe70ff1682c37b3 3feab472cb7f76cd 3f8a0f6191b2945a
3fa2b4bf63736bb6 3fe6e066d1580869 3fe1a838915a4836
3fe258a996645b2a 3fdb6becebd7086f 3fdf5b7df61a5781

octave-3.2.4.exe:6> format long e
octave-3.2.4.exe:7> a
a =
7.20696166479448e-001 8.34527394730424e-001 1.27246496761676e-002
3.65352448368052e-002 7.14892777323496e-001 5.51784786121295e-001
5.73323053106696e-001 4.28462248146508e-001 4.89959230742322e-001

octave-3.2.4.exe:8> tic; a*b; toc
Elapsed time is -8.4633938968182e-008 seconds.
octave-3.2.4.exe:9> tic; a*b; toc
Elapsed time is 3.0267983675003e-009 seconds.
octave-3.2.4.exe:10> tic; a*b; toc
Elapsed time is -1.0186340659857e-007 seconds.
octave-3.2.4.exe:11> tic; a*b; toc
Elapsed time is -3.1315721571445e-008 seconds.
octave-3.2.4.exe:12> tic; a*b; toc
Elapsed time is -4.0861777961254e-008 seconds.
octave-3.2.4.exe:13>
```

Χρόνος εκτέλεσης ως συνάρτηση του μεγέθους για
πειραματική ένδειξη πολυπλοκότητας;



Σχήμα: Διαγράμματα των t/n , t/n^2 , t/n^3 , t/n^4

5. Avoid thinking you know what the performance issues are. This overarching injunction has been a fundamental axiom of performance optimization for years. In a textbook on optimization, it would be first in this list of things to avoid, not the last. However, only after looking at the list of traps posed by today's processors can it be seen how much truer this injunction is now than it has ever been. Processors today are so complex that performance snags can occur in places that even experienced developers would never consider.

When Performance Really Counts: 5 Things to Do, 5 To Avoid:

<http://www.intel.com/>

Χαρακτηριστικά

- Επεξεργαστής και αρχιτεκτονική Load/Store
- αρχείο καταχωρητών
- κρυφή μνήμη ενός επιπέδου K θέσεων με write back
- κύρια μνήμη M θέσεων
- κόστη: Load, Store, πράξεις α.κ.υ.
- Κάθε πράξη αριθμ.κ.υ. στοιχίζει $\tau_{αρθ}$
- load από μνήμη στον επεξεργαστή σε χρόνο $\tau_{μετ}$
- load από κρυφή μνήμη στον επεξεργαστή σε $\tau_{μετ}^{(0)}$
- store από κρυφή μνήμη η επεξεργαστή σε $\tau_{μετ}$
- $\tau_{μετ}^{(0)} \approx 0$

What we can't measure we can't improve (D. Patterson)

Ω αριθμός πράξεων α.κ.υ.

Φ αριθμός μεταφορών μεταξύ κύριας μνήμης και καταχωρητών ή κρυφής μνήμης

Φ_{\min} ελάχιστος αριθμός μεταφορών αλγορίθμου αν διαθέταμε απεριόριστη μνήμη σε όλα τα επίπεδα

$T_{\alpha\rho\theta}$ χρόνος που αναλώνεται για αριθμητικές πράξεις α.κ.υ.

$T_{\mu\epsilon\tau}$ χρόνος που αναλώνεται για μεταφορές α.κ.υ.

Υποθέτουμε ότι ο χρόνος εκτέλεσης μιας υλοποίησης μπορεί να εκτιμηθεί από τον τύπο

$$T = T_{\alpha\rho\theta} + T_{\mu\epsilon\tau}$$

και ότι έχουμε μόνον 2 επίπεδα μνήμης: Κύρια μνήμη και register - cache file.

Θέτουμε

$\mu := \frac{\Phi}{\Omega}$	μεταφορές ανά αριθμητική πράξη για τη συγκεκριμένη υλοποίηση (θέμα λογισμικού)
$\tau_{\text{αρθ}}$	χρόνος για 1 αριθμ. πράξη (θέμα υλικού)
$\tau_{\text{μετ}}$	χρόνος για 1 μεταφορά (θέμα υλικού)

Εμπειρική παρατήρηση και υπόθεση εργασίας :

Οι μεταφορές είναι πολύ πιο ακριβές από τις αριθμητικές πράξεις

$$\tau_{\text{μετ}} \gg \tau_{\text{αρθ}}$$

Από όλες τις υλοποιήσεις, θα προτιμούσαμε εκείνη που είναι ταχύτερη, ακριβέστερη και με το μικρότερο κόστος.

- **There is no free lunch:** η ταυτόχρονη ικανοποίηση των παραπάνω δεν είναι δυνατή \Rightarrow δύσκολη βελτιστοποίηση!
- Σχηματικά μπορεί $T_{αρθ} = \mathcal{O}(1/ΑΚΡΙΒΕΙΑ)$
- Αντιστάθμιση και trade-offs ώστε να επιτευχθεί ικανοποιητικός συνδυασμός.

Ξαναγράφουμε

$$\begin{aligned}
 T &= T_{\text{αρθ}} + T_{\text{μετ}} \\
 &= \tau_{\text{αρθ}}\Omega + \tau_{\text{μετ}}\Phi, \\
 &= T_{\text{αρθ}} \left(1 + \mu \frac{\tau_{\text{μετ}}}{\tau_{\text{αρθ}}} \right),
 \end{aligned}$$

Δείκτες

Αν διερευνήσουμε όλες τις υλοποιήσεις του αλγορίθμου, θα υπάρχει κάποια που απαιτεί τις λιγότερες μεταφορές. Γράφουμε για το αντίστοιχο μ ,

$$\mu_{\text{best}} = \min_{[\Omega, \Phi] \in \text{σύνολο υλοποιήσεων}} \frac{\Phi}{\Omega} \geq \mu_{\text{min}}$$

μ_{\min}	παράδειγμα	δυνάμει τοπικότητα
$O(1)$	dot, sum, MV	ασήμαντη
$O(1/\log n)$	FFT	μέτρια
$O(1/n)$,	MM	αξιόλογη (αν γίνει προσεκτική υλοποίηση για αξιοποίηση ιεραρχίας μνήμης)

Υπόδειξη

Θα θεωρήσουμε το Ω σταθερό οπότε για την ελαχιστοποίηση επιλέγουμε την υλοποίηση που πετυχαίνει το μικρότερο Φ στους διαθέσιμους πόρους.

Δείκτης τοπικότητας

- Η τιμή μ_{\min} αποτελεί ένδειξη της **δυναμικής τοπικότητας** στον αλγόριθμο και της δυνατότητας αποδοτικής υλοποίησης σε σύγχρονα συστήματα Η/Υ (ιεραρχικής μνήμης ή/και παράλληλα).
- Οι τιμές των μ_{\min} και μ χρησιμοποιούνται επίσης για να συγκρίνουμε και να αξιολογήσουμε αλγορίθμους για διαφορετικά προβλήματα!

Σχετικά με τη μείωση της καθυστέρησης των μεταφορών

επικάλυψη μεταφορών βελτίωση της απόδοσης της μνήμης αξιοποίηση τοπικότητας	προφόρτωση (prefetching) διαφύλλωση (interleaving) επαναχρησιμοποίηση από την cache μεταφορά ανά cache line (πλαίσιο)
---	--

Πίνακας: Μέθοδοι απόκρυψης κόστους μεταφορών

Στόχος

Προγράμματα που εκμεταλλεύονται την ιεραρχία και μεγιστοποιούν τις ευστοχίες (hits) στην cache

*Those who cannot remember the past are condemned to repeat it -
George Santayana*

χωρική τοπικότητα Αν τώρα ζητηθεί στοιχείο από τη θέση s , σύντομα θα ζητηθεί στοιχείο από παραπλήσια θέση.

χρονική τοπικότητα Αν τώρα ζητηθεί στοιχείο από τη θέση s , σύντομα θα ζητηθεί πάλι το ίδιο στοιχείο

αλγοριθμική τοπικότητα Όταν ένα πρόγραμμα αναφέρεται κατ' επανάληψη σε ορισμένα στοιχεία ή εκτελεί κατ' επανάληψη κάποιο συγκεκριμένο τμήμα κώδικα.

Απλοποίηση Ότι το Ω είναι δεδομένο και η ελαχιστοποίηση γίνεται επί του Φ .

- Βολεύει για τα περισσότερα προβλήματα που θα συζητήσουμε εδώ. Σε πιο προχωρημένες συζητήσεις, θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε το μ με μεταβλητές τα (Ω, Φ)

Απλοποίηση Ότι χρησιμοποιείται μια τιμή $\tau_{αρθ}$, $\tau_{μετ}$

- ο χρόνος εκτέλεσης των αριθμητικών πράξεων δεν είναι ίδιος
- ο χρόνος εκτέλεσης των πράξεων μεταφοράς δεν είναι ίδιος

Απλοποίηση Ότι $T = T_{αρθ} + T_{μετ}$

- υπάρχει **επικάλυψη** αριθμητικών πράξεων με μεταφορές

Απλοποίηση ότι από την υλοποίηση ελέγχουμε το Φ

- η διαχείριση της cache γίνεται από το υλικό
- τα στοιχεία μεταφέρονται ανά cache line \Rightarrow το πραγματικό $T_{μετ}$ μπορεί να είναι μικρότερο!

α.κ.υ. $+$, $-$	1 α.κ.υ.	α.κ.υ. $/$, $\sqrt{\quad}$	$10 - -30$
α.κ.υ. \exp , \sin	$50+$	πράξεις int	$0 < \tau < 1$

Πίνακας: Ενδεικτικές σχέσεις ταχύτητας πράξεων σε τυπική αριθμητική μονάδα

ΠΡΟΣΟΧΗ Οι αριθμητικές πράξεις και οι μεταφορές που εκτελούνται εξαρτώνται από το μεταφραστή και δεν περιγράφονται πλήρως στο επίπεδο της υλοποίησης με ένα κλασικό μοντέλο προγραμματισμού.

Πολύπλοκο θέμα, εξαρτάται από πολλούς παράγοντες.

- ο χρόνος φόρτωσης (LOAD) δεν είναι ίδιος με το χρόνο εγγραφής (STORE).
- τα σύγχρονα συστήματα μνήμης είναι πολυεπίπεδα και οι χρόνοι μεταφοράς διαφέρουν

καταχωρητές	2 ns	L1 on-chip	4 ns
L2 on-chip	5 ns	L3 off-chip	30 ns
κύρια μνήμη	220 ns	δευτερ. μνήμη	»»



Ε. Γαλλόπουλος.

Επιστημονικός Υπολογισμός I.

Πανεπιστήμιο Πατρών, 2008.

- 1 <http://blogs.mathworks.com/steve/2013/09/30/timeit-makes-it-into-matlab/> (βλ. σελ 20)
- 2 <http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/timeit.html> (βλ. σελ 21)
- 3 <https://www.gnu.org/software/octave/octave.pdf> (βλ. σελ 22)
- 4 <https://software.intel.com/en-us/articles/sound-coding-practices-things-to-avoid> (βλ. σελ 25)

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών - Ευστράτιος Γαλλόπουλος 2015

“Επιστημονικός Υπολογισμός Ι”, Έκδοση: 1.0, Πάτρα 2013-2014.

Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/CEID1096/>

Τέλος Ενότητας



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

