Άσκηση Κλειστά Δίκτυα (Λύση)

Ανάλυση της Απόδοσης Πληροφοριακών Συστημάτων

Γιάννης Γαροφαλάκης

Καθηγητής

Άσκηση: Κλειστά δίκτυα συστημάτων αναμονής

Δίνεται το παρακάτω κλειστό δίκτυο τριών Συστημάτων Αναμονής *ΣΑ1, ΣΑ2, ΣΑ3*, στο οποίο υπάρχουν ***N* = 2 εργασίες**. Οι εξυπηρετήσεις είναι εκθετικές, ενώ όλες οι ουρές έχουν πρακτικά άπειρο μήκος.

Χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο του Buzen, απαντήστε στα παρακάτω:

(a) Παρουσιάστε τη λύση του δικτύου P_{n_1,n_2,n_3} στη μόνιμη κατάσταση.

(b) Ποιο από τα τρία ΣΑ είναι σημείο συμφόρησης (bottleneck) του δικτύου και γιατί;

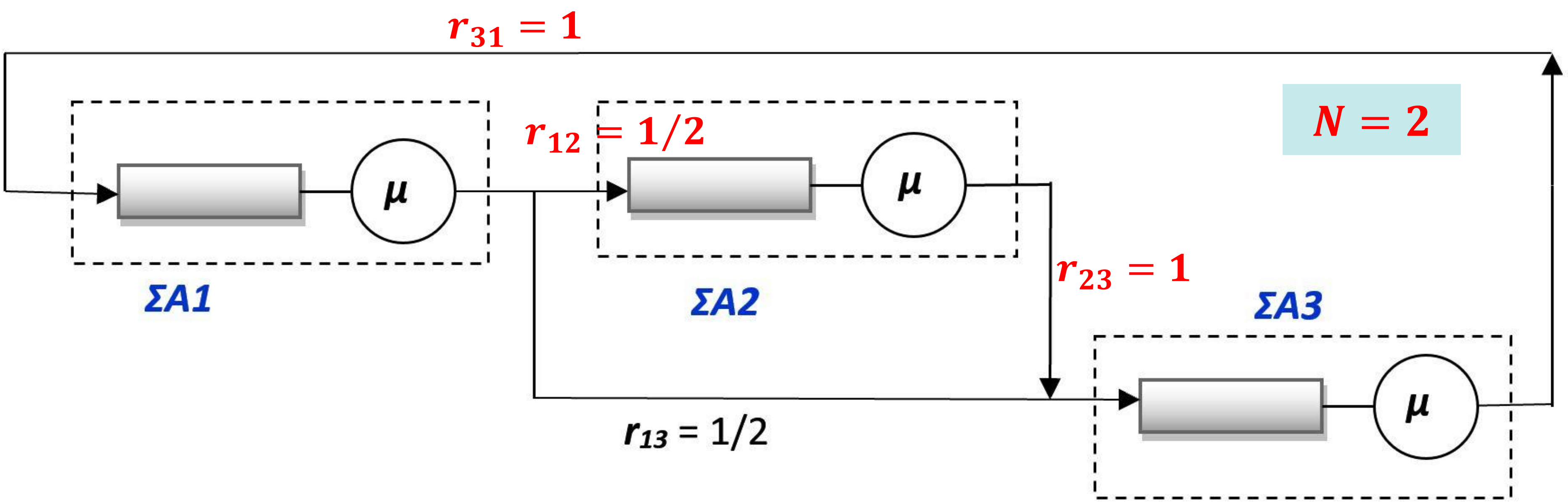
(c) Ποια είναι η πιθανότητα να βρίσκονται όλες οι εργασίες στο *ΣΑ1* και ποια η πιθανότητα να είναι όλες στο *ΣΑ2*;

(d) Ποια είναι η πιθανότητα το *ΣΑ3* να έχει 1 εργασία;

(e) Απαντήστε στα ερωτήματα (a), (b), (c), (d) αν υπάρχει μόνο μια εργασία στο δίκτυο (***N* = 1 εργασία**). Πως αξιοποιείτε τη διαδικασία επίλυσης που χρησιμοποιήσατε για *N* = 2;

(f) Για την τιμή $\boldsymbol{\mu = 1}$ εργασία/sec και για ***N* = 2 εργασίες**, λύστε το δίκτυο χρησιμοποιώντας ***Mean Value Analysis***.

(g) Απαντήστε στο ερώτημα (e) χρησιμοποιώντας μια ***αλυσίδα Markov συνεχούς χρόνου***, και όχι τον αλγόριθμο του Buzen. Επιβεβαιώστε ότι συμφωνούν τα αποτελέσματα των ερωτημάτων (e) και (g).


$r_{31} = 1$
$N = 2$
$r_{12} = 1/2$
μ
μ
$r_{23} = 1$
ΣA1
ΣA2
ΣA3
μ
$r_{13} = 1/2$

Απαντήσεις (1)

a) Η λύση δίνεται από τον γενικό τύπο:

$$p_{\bar{n}} = p_{n_1, n_2, \ldots, n_M} = \frac{1}{G(N)} \rho_1^{\ n_1} \rho_2^{\ n_2} \ldots \rho_M^{\ n_M}$$

Δηλαδή $$\boldsymbol{P_{n_1,n_2,n_3} = \frac{1}{G(2)} \rho_1^{n_1} \rho_2^{n_2}\ \rho_3^{n_3}}$$

όπου $n_1 + n_2 + n_3 = N = 2$ και ρ_1, ρ_2, ρ_3 είναι οι ***σχετικές*** *χρησιμοποιήσεις* των ΣΑ1, ΣΑ2, ΣΑ3 αντίστοιχα.

ΒΗΜΑ 1:

Υπολογισμός των ρ_1, ρ_2, ρ_3 από τις Εξισώσεις: $\mu_i \rho_i = \sum_{j=1}^{M} \mu_j r_{ji} \rho_j$

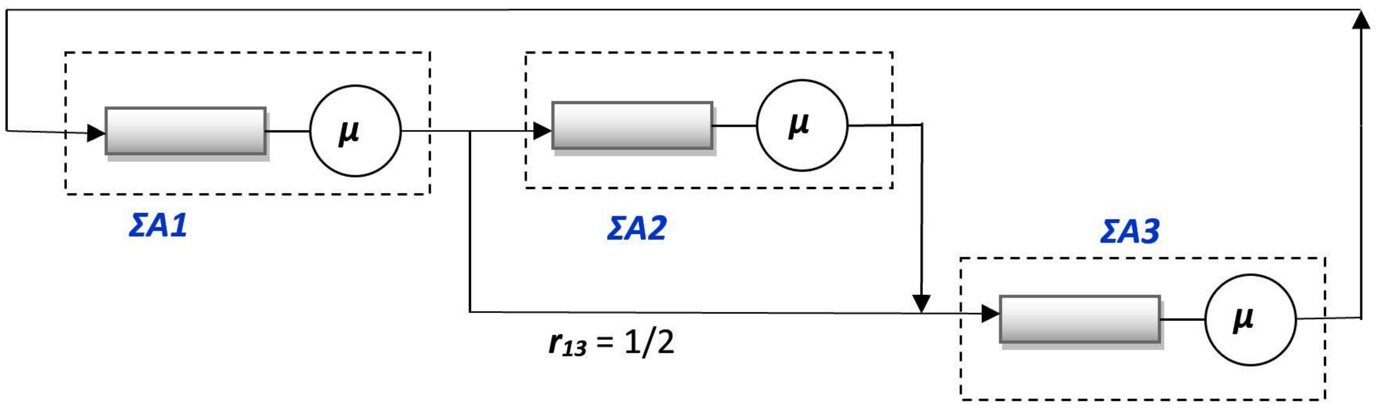
Θα θέσουμε κάποιο $\boldsymbol{\rho_i = 1}$ για να βρούμε τα υπόλοιπα σε σχέση με αυτό.

Απαντήσεις (2)

Δηλαδή, θα έχουμε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\left.\begin{aligned} \mu\rho_1 &= \mu\rho_3 \\ \mu\rho_2 &= \frac{1}{2}\mu\rho_1 \\ \mu\rho_3 &= \frac{1}{2}\mu\rho_1 + \mu\rho_2 \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{aligned} \rho_1 &= \rho_3 \\ \rho_2 &= \frac{1}{2}\rho_1 \\ \rho_3 &= \frac{1}{2}\rho_1 + \rho_2 \end{aligned}\right\}$$

Θέτοντας $\boldsymbol{\rho_1 = 1 = \rho_3}$ παίρνουμε $\boldsymbol{\rho_2 = 1/2}$.



Απαντήσεις (3)

ΒΗΜΑ 2: Υπολογισμός του $G(2)$

Σταθμοί / Πελάτες	$\rho_1 = 1$	$\rho_2 = 1/2$	$\rho_3 = 1$
0	$g_1(0) = 1$	$g_2(0) = 1$	$G(0) = g_3(0) = 1$
1	$g_1(1) = \rho_1 = 1$	$g_2(1) = 1{,}5$	$G(1) = g_3(1) = 2{,}5$
2	$g_1(2) = \rho_1^2 = 1$	$g_2(2) = 1{,}75$	$\mathbf{G(2) = g_3(2) = 4{,}25}$

$$g_m(n) = g_{m-1}(n) + \rho_m \cdot g_m(n-1)$$

Η λύση του δικτύου:

$$P_{n_1,n_2,n_3} = \frac{1}{G(2)} \rho_1^{n_1} \rho_2^{n_2}\ \rho_3^{n_3} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{P_{n_1,n_2,n_3} = \frac{1}{4,25}\left(\frac{1}{2}\right)^{n_2}} \quad (1)$$

Απαντήσεις (4)

b) Ήδη με δεδομένες τις σχετικές χρησιμοποιήσεις, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι τα ΣΑ1 και ΣΑ3 είναι bottlenecks, αφού:

$$\boldsymbol{\rho_1 = 1 = \rho_3 >} \rho_2 = 1/2$$

Οι απόλυτες τιμές της χρησιμοποίησης στα τρία συστήματα δίνονται από τη σχέση: $U_i = P(n_i \geq 1) = \rho_i \dfrac{G(N-1)}{G(N)}$

Δηλαδή:

$$\boldsymbol{U_1 = U_3} = 1 \cdot \frac{G(1)}{G(2)} = \frac{2{,}5}{4{,}25} = \boldsymbol{0{,}588} \quad \text{και} \quad \boldsymbol{U_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2{,}5}{4{,}25} = \boldsymbol{0{,}294}$$

που επιβεβαιώνουν ότι τα **ΣΑ1 και ΣΑ3** είναι τα **bottlenecks**.

c) Εφαρμόζοντας τη σχέση (1): $P_{n_1,n_2,n_3} = \dfrac{1}{4{,}25}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n_2}$

$$\boldsymbol{P_{2,0,0}} = \frac{1}{4{,}25}\left(\frac{1}{2}\right)^0 = \boldsymbol{0{,}235} \quad \text{και} \quad \boldsymbol{P_{0,2,0}} = \frac{1}{4{,}25}\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \boldsymbol{0{,}0588}$$

Απαντήσεις (5)

$$P_{n_1,n_2,n_3} = \frac{1}{4,25}\left(\frac{1}{2}\right)^{n_2} \quad (1)$$

d) Η ζητούμενη πιθανότητα είναι η:

$$\boldsymbol{P_{1,0,1} + P_{0,1,1} = \frac{1}{4,25}\left(\frac{1}{2}\right)^{0} + \frac{1}{4,25}\left(\frac{1}{2}\right)^{1} = 0,353}$$

e) Έχοντας υλοποιήσει τον αλγόριθμο του Buzen, πήραμε όλα τα $G(N)$ για $N \leq 2$, συνεπώς και για $\boldsymbol{N = 1}$:

Σταθμοί / Πελάτες	$\rho_1 = 1$	$\rho_2 = 1/2$	$\rho_3 = 1$
0	$g_1(0) = 1$	$g_2(0) = 1$	$G(0) = g_3(0) = 1$
1	$g_1(1) = \rho_1 = 1$	$g_2(1) = 1,5$	$\boldsymbol{G(1) = g_3(1) = 2,5}$
2	$g_1(2) = \rho_1^2 = 1$	$g_2(2) = 1,75$	$\boldsymbol{G(2) = g_3(2) = 4,25}$

Συνεπώς: $\boldsymbol{G(1) = 2,5}$

ενώ τα ρ_i μένουν τα ίδια: $\boldsymbol{\rho_1 = 1 = \rho_3}$ και $\boldsymbol{\rho_2 = 1/2}$

Απαντήσεις (6)

e) (a) Η λύση: $\boldsymbol{P_{n_1,n_2,n_3} = \frac{1}{2,5}\left(\frac{1}{2}\right)^{n_2}}$ με $\boldsymbol{n_1 + n_2 + n_3 = 1}$

(b) Τα ρ_i είναι ίδια, οπότε και το συμπέρασμα είναι ίδιο:

Τα **ΣΑ1 και ΣΑ3** είναι τα **bottlenecks**.

Οι απόλυτες χρησιμοποιήσεις:

$$\boldsymbol{U_1 = U_3} = 1 \cdot \frac{G(0)}{G(1)} = \frac{1}{2,5} = \boldsymbol{0,4} \quad \text{και} \quad \boldsymbol{U_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2,5} = \boldsymbol{0,2}$$

Φυσικά είναι μικρότερες από την περίπτωση με $N = 2$ όπου είχαμε $U_1 = U_3 = 0{,}588$ και $U_1 = 0{,}294$ (γιατί;)

(c) $\boldsymbol{P_{1,0,0}} = \frac{1}{2,5}\left(\frac{1}{2}\right)^0 = \boldsymbol{0,4}$ και $\boldsymbol{P_{0,1,0}} = \frac{1}{2,5}\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \boldsymbol{0,2}$

(d) Η ζητούμενη πιθανότητα είναι η: $\boldsymbol{P_{0,0,1}} = \frac{1}{2,5}\left(\frac{1}{2}\right)^0 = \boldsymbol{0,4}$

$$P_{n_1,n_2,n_3} = \frac{1}{4{,}25}\left(\frac{1}{2}\right)^{n_2}$$

Αν θέλαμε επιπλέον:

- **Μέσο αριθμό εργασιών σε ένα σταθμό (για $N = 2$):**

$$\boldsymbol{E[n_1]} = 1 \cdot \left(P_{1,1,0} + P_{1,0,1}\right) + 2 \cdot P_{2,0,0} = \frac{1}{4{,}25}\left(\frac{1}{2}\right)^1 + \frac{1}{4{,}25}\left(\frac{1}{2}\right)^0 +$$

$$+2 \cdot \frac{1}{4{,}25}\left(\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{3{,}5}{4{,}25} \implies \boldsymbol{E[n_1] = 0{,}8235} \text{ εργασίες}$$

- **Throughput ενός σταθμού (για $N = 2$):**

$\boldsymbol{\lambda_1} = \mu_1 \cdot U_1 = \mu \cdot 0{,}588$.Πλέον μας χρειάζεται η τιμή του μ.

Π.χ. για $\boldsymbol{\mu = 1}$ εργ/sec: $\lambda_1 = 1 \cdot 0{,}588 \implies \boldsymbol{\lambda_1 = 0{,}588}$ εργ/sec

- **Response Time σε έναν σταθμό (για $N = 2$):**

N. Little: $E[n_1] = \lambda_1 \cdot T_1 \implies T_1 = E[n_1]/\lambda_1 = 0{,}8235/0{,}588 \implies$

$\implies \boldsymbol{T_1 = 1{,}4}$ sec

- **Response Time συνολικό (για $N = 2$):**

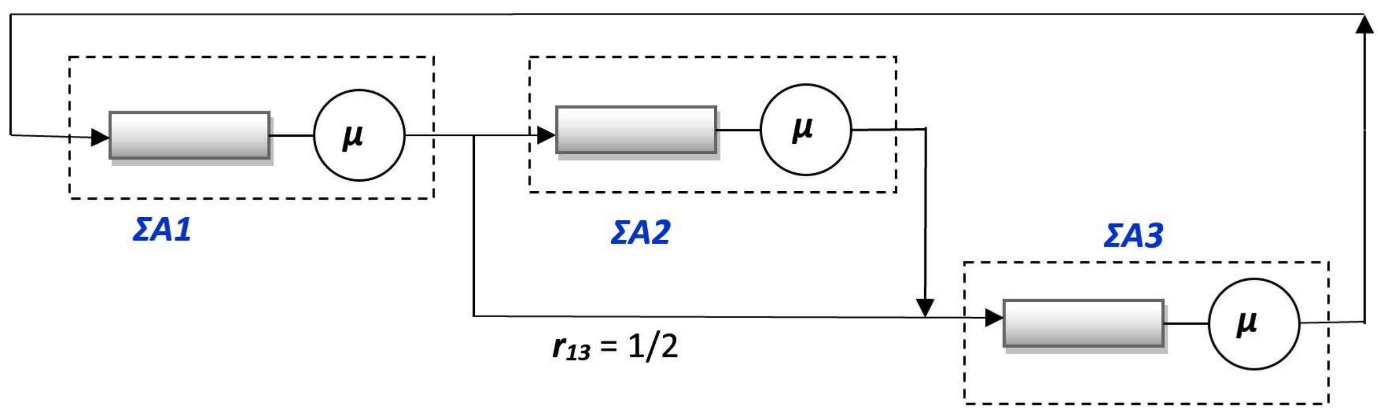
N. Little στο δίκτυο: $N = \lambda_1 \cdot T \implies T = 2/0{,}588 \implies$ $\boldsymbol{T = 3{,}4}$ sec

Εναλλακτικά: $T = T_1 + \frac{1}{2}(T_2 + T_3) + \frac{1}{2}T_3 = \cdots = 3{,}4$ sec

Εναλλακτικά: Διαφορετική επιλογή $\rho_i = 1$

$$\left.\begin{aligned} \mu\rho_1 &= \mu\rho_3 \\ \mu\rho_2 &= \frac{1}{2}\mu\rho_1 \\ \mu\rho_3 &= \frac{1}{2}\mu\rho_1 + \mu\rho_2 \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{aligned} \rho_1 &= \rho_3 \\ \rho_2 &= \frac{1}{2}\rho_1 \\ \rho_3 &= \frac{1}{2}\rho_1 + \rho_2 \end{aligned}\right\}$$

Θέτοντας $\boldsymbol{\rho_2 = 1}$ παίρνουμε $\boldsymbol{\rho_1 = \rho_3 = 2}$.



Εναλλακτικά (2)

ΒΗΜΑ 2: Υπολογισμός του $G(2)$

Σταθμοί / Πελάτες	$\rho_1 = 2$	$\rho_2 = 1$	$\rho_3 = 2$
0	$g_1(0) = 1$	$g_2(0) = 1$	$G(0) = g_3(0) = 1$
1	$g_1(1) = \rho_1 = 2$	$g_2(1) = 3$	$G(1) = g_3(1) = 5$
2	$g_1(2) = \rho_1^2 = 4$	$g_2(2) = 7$	$\mathbf{G(2) = g_3(2) = 17}$

$$g_m(n) = g_{m-1}(n) + \rho_m \cdot g_m(n-1)$$

Η λύση του δικτύου:

$$P_{n_1,n_2,n_3} = \frac{1}{G(2)} \rho_1^{n_1} \rho_2^{n_2} \ \rho_3^{n_3} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{P_{n_1,n_2,n_3} = \frac{1}{17} \cdot 2^{n_1} \cdot 2^{n_3}} \quad (1)$$

Εναλλακτικά (3)

b) Ήδη με δεδομένες τις σχετικές χρησιμοποιήσεις, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι τα **ΣΑ1 και ΣΑ3** είναι **bottlenecks**, αφού

$$\boldsymbol{\rho_1 = 2 = \rho_3 >} \rho_2 = 1$$

Οι απόλυτες τιμές της χρησιμοποίησης στα τρία συστήματα δίνονται από τη σχέση: $U_i = P(n_i \geq 1) = \rho_i \dfrac{G(N-1)}{G(N)}$

Δηλαδή:

$$\boldsymbol{U_1 = U_3} = 2 \cdot \frac{G(1)}{G(2)} = 2 \cdot \frac{5}{17} = \boldsymbol{0,588} \quad \text{και} \quad \boldsymbol{U_2} = 1 \cdot \frac{5}{17} = \boldsymbol{0,294}$$

ίδια αποτελέσματα φυσικά…

c) Εφαρμόζοντας τη σχέση (1): $P_{n_1,n_2,n_3} = \dfrac{1}{17} \cdot 2^{n_1} \cdot 2^{n_3}$

$$\boldsymbol{P_{2,0,0}} = \frac{1}{17} \cdot 2^2 \cdot 2^0 = \boldsymbol{0,235} \qquad \boldsymbol{P_{0,2,0}} = \frac{1}{17} \cdot 2^0 \cdot 2^0 = \boldsymbol{0,0588}$$

ίδια….

Εναλλακτικά (4)

$$P_{n_1,n_2,n_3} = \frac{1}{17} \cdot 2^{n_1} \cdot 2^{n_3} \quad (1)$$

d) Η ζητούμενη πιθανότητα είναι η:

$$\boldsymbol{P_{1,0,1}} + \boldsymbol{P_{0,1,1}} = \frac{1}{17} \cdot 2^1 \cdot 2^1 + \frac{1}{17} \cdot 2^0 \cdot 2^1 = \mathbf{0,353}$$ ίδια…

e) Έχοντας υλοποιήσει τον αλγόριθμο του Buzen, πήραμε όλα τα $G(N)$ για $N \leq 2$, συνεπώς και για $\boldsymbol{N = 1}$:

Σταθμοί / Πελάτες	$\rho_1 = 2$	$\rho_2 = 1$	$\rho_3 = 2$
0	$g_1(0) = 1$	$g_2(0) = 1$	$G(0) = g_3(0) = 1$
1	$g_1(1) = \rho_1 = 2$	$g_2(1) = 3$	$G(1) = g_3(1) = 5$
2	$g_1(2) = \rho_1^2 = 4$	$g_2(2) = 7$	$\boldsymbol{G(2) = g_3(2) = 17}$

Συνεπώς: $\boldsymbol{G(1) = 5}$

ενώ τα ρ_i μένουν τα ίδια: $\boldsymbol{\rho_1 = 2 = \rho_3}$ και $\boldsymbol{\rho_2 = 1}$

Εναλλακτικά (5)

e) (a) Η λύση: $\boldsymbol{P_{n_1,n_2,n_3} = \frac{1}{5} \cdot 2^{n_1} \cdot 2^{n_3}}$ με $\boldsymbol{n_1 + n_2 + n_3 = 1}$

(b) Τα ρ_i είναι ίδια, οπότε και το συμπέρασμα είναι ίδιο:

Τα **ΣΑ1 και ΣΑ3** είναι τα **bottlenecks**.

Οι απόλυτες χρησιμοποιήσεις:

$\boldsymbol{U_1 = U_3} = 2 \cdot \frac{G(0)}{G(1)} = 2 \cdot \frac{1}{5} = \boldsymbol{0,4}$ και $\boldsymbol{U_2} = 1 \cdot \frac{1}{5} = \boldsymbol{0,2}$

ίδιες.

(c) $\boldsymbol{P_{1,0,0}} = \frac{1}{5} \cdot 2^1 \cdot 2^0 = \boldsymbol{0,4}$ και $\boldsymbol{P_{0,1,0}} = \frac{1}{5} \cdot 2^0 \cdot 2^0 = \boldsymbol{0,2}$

(d) Η ζητούμενη πιθανότητα: $\boldsymbol{P_{0,0,1}} = \frac{1}{5} \cdot 2^0 \cdot 2^1 = \boldsymbol{0,4}$

ίδια…

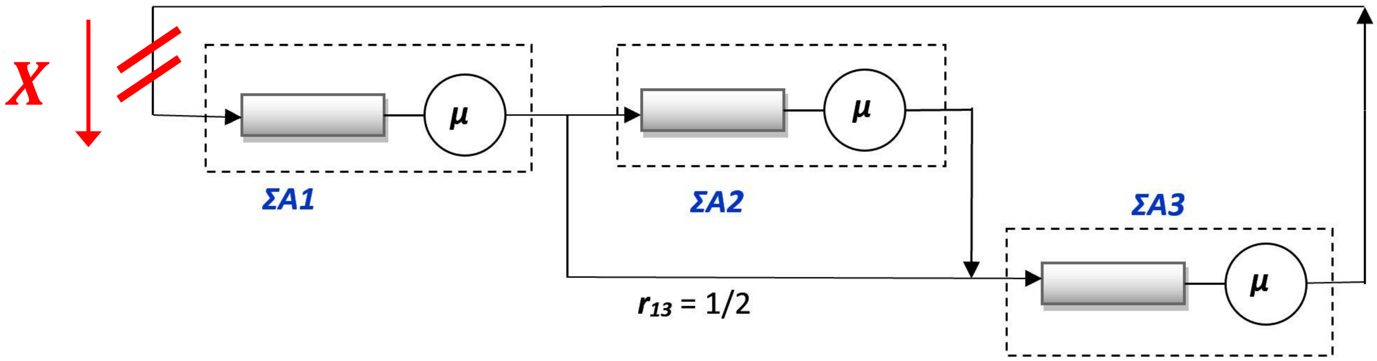
Απαντήσεις (7)

f) Τα δεδομένα εισόδου που χρειάζεται ο Mean Value Analysis (MVA) αλγόριθμος, είναι:

- $\boldsymbol{N = 2}$: συνολικός αριθμός χρηστών (εργασιών).
- $\boldsymbol{Z = 0}$: think time.
- $\boldsymbol{M = 3}$: αριθμός συσκευών (χωρίς τερματικά).
- $\boldsymbol{S_i = 1}$ sec: service time ανά επίσκεψη στο i -στό device.
- $\boldsymbol{V_i}$: αριθμός επισκέψεων στο i -στό device.

Μας λείπουν τα $\boldsymbol{V_i}$ τα οποία θα υπολογίσουμε από τις πιθανότητες δρομολόγησης $\boldsymbol{r_{ij}}$:

Απαντήσεις (8)



$$\left.\begin{aligned} V_0 &= V_0 \cdot r_{00} + V_1 \cdot r_{10} + V_2 \cdot r_{20} + V_3 \cdot r_{30} \\ V_1 &= V_0 \cdot r_{01} + V_1 \cdot r_{11} + V_2 \cdot r_{21} + V_3 \cdot r_{31} \\ V_2 &= V_0 \cdot r_{02} + V_1 \cdot r_{12} + V_2 \cdot r_{22} + V_3 \cdot r_{32} \\ V_3 &= V_0 \cdot r_{03} + V_1 \cdot r_{13} + V_2 \cdot r_{23} + V_3 \cdot r_{33} \\ V_0 &= 1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 1 &= 1 \cdot \mathbf{0} + V_1 \cdot 0 + V_2 \cdot 0 + V_3 \cdot \mathbf{1} \\ V_1 &= 1 \cdot \mathbf{1} + V_1 \cdot 0 + V_2 \cdot 0 + V_3 \cdot 0 \\ V_2 &= 1 \cdot 0 + V_1 \cdot \mathbf{1/2} + V_2 \cdot 0 + V_3 \cdot 0 \\ V_3 &= 1 \cdot 0 + V_1 \cdot \mathbf{1/2} + V_2 \cdot \mathbf{1} + V_3 \cdot 0 \\ V_0 &= 1 \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} 1 &= V_3 \\ V_1 &= 1 \\ V_2 &= V_1 \cdot 1/2 \\ V_3 &= V_1 \cdot 1/2 + V_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \boldsymbol{V_1} &= \mathbf{1} \\ \boldsymbol{V_2} &= \mathbf{1/2} \\ \boldsymbol{V_3} &= \mathbf{1} \end{aligned}\right\}$$

…αναμενόμενα

Απαντήσεις (9)

MVA Αλγόριθμος:

- *Αρχικοποίηση*: $\boldsymbol{Q_1 = 0}$, $\boldsymbol{Q_2 = 0}$, $\boldsymbol{Q_3 = 0}$
- *1η Επανάληψη* $\boldsymbol{(n = 1)}$:
  - $\boldsymbol{R_1} = S_1 \cdot (1 + Q_1) = 1 \cdot (1 + 0) = \boldsymbol{1}$, $\boldsymbol{R_2 = 1}$, $\boldsymbol{R_3 = 1}$
  - $\boldsymbol{R} = R_1 \cdot V_1 + R_2 \cdot V_2 + R_3 \cdot V_3 = 1 \cdot 1 + 1 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot 1 = \boldsymbol{2,5}$
  - $\boldsymbol{X} = n/(Z + R) = 1/(0 + 2{,}5) = \boldsymbol{0,4}$
  - $\boldsymbol{Q_1} = X \cdot V_1 \cdot R_1 = 0{,}4 \cdot 1 \cdot 1 = \boldsymbol{0,4}$ $\boldsymbol{Q_2 = 0,2}$ $\boldsymbol{Q_3 = 0,4}$
- *2η Επανάληψη* $\boldsymbol{(n = 2)}$:
  - $\boldsymbol{R_1} = S_1 \cdot (1 + Q_1) = 1 \cdot (1 + 0{,}4) = \boldsymbol{1,4}$ $\boldsymbol{R_2 = 1,2}$ $\boldsymbol{R_3 = 1,4}$
  - $\boldsymbol{R} = R_1 \cdot V_1 + R_2 \cdot V_2 + R_3 \cdot V_3 = 1{,}4 \cdot 1 + 1{,}2 \cdot \frac{1}{2} + 1{,}4 \cdot 1 = \boldsymbol{3,4}$
  - $\boldsymbol{X} = n/(Z + R) = 2/(0 + 3{,}4) = \boldsymbol{0,588}$
  - $\boldsymbol{Q_1} = X \cdot V_1 \cdot R_1 = 0{,}588 \cdot 1 \cdot 1{,}4 = \boldsymbol{0,823}$ $\boldsymbol{Q_2 = 0,353}$ $\boldsymbol{Q_3 = 0,823}$

Απαντήσεις (10)

MVA Αλγόριθμος (συνέχεια):

- *Τελικοί υπολογισμοί*:
  - $\boldsymbol{X_1} = X \cdot V_1 = 0{,}588 \cdot 1 = \mathbf{0,588}$ $\quad \boldsymbol{X_2} = \mathbf{0,294}$ $\quad \boldsymbol{X_3} = \mathbf{0,588}$
  - $\boldsymbol{U_1} = X \cdot S_1 \cdot V_1 = 0{,}588 \cdot 1 \cdot 1 = \mathbf{0,588}$ $\quad \boldsymbol{U_2} = \mathbf{0,294}$ $\quad \boldsymbol{U_3} = \mathbf{0,588}$

ίδια αποτελέσματα…

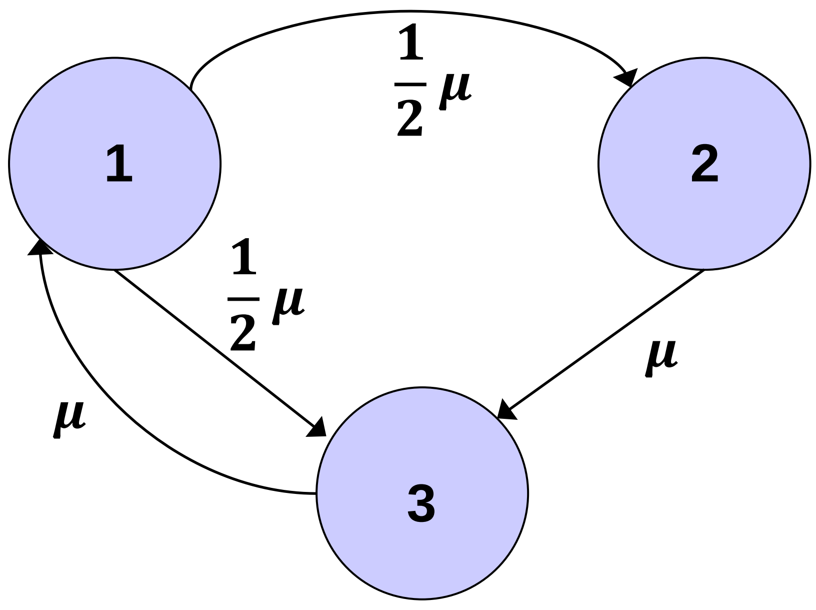
Απαντήσεις (11)

g) Θα έχουμε 3 καταστάσεις:

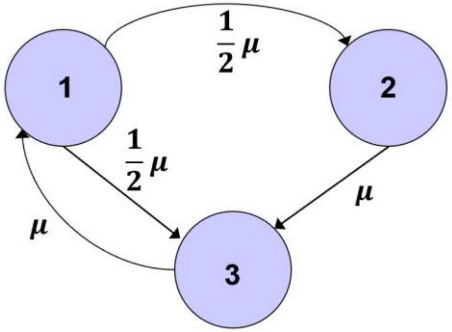
- **1** που αντιστοιχεί στην κατάσταση δικτύου $(n_1, n_2, n_3) = (1, 0, 0)$
- **2** που αντιστοιχεί στην κατάσταση δικτύου $(n_1, n_2, n_3) = (0, 1, 0)$
- **3** που αντιστοιχεί στην κατάσταση δικτύου $(n_1, n_2, n_3) = (0, 0, 1)$

Δηλαδή η κατάσταση ***i*** αντιστοιχεί στην παρουσία του (μοναδικού) πελάτη στο ***ΣΑi*** για $i = 1, 2, 3$.

- Το *διάγραμμα καταστάσεων – ρυθμών μεταβάσεων* της αλυσίδας Markov συνεχούς χρόνου, είναι το εξής:



Απαντήσεις (12)



- Είναι μια *εργοδική* αλυσίδα.
- Υπάρχουν οι *πιθανότητας μόνιμης κατάστασης*.
- Εφαρμόζοντας το *Νόμο ισορροπίας της ροής πιθανότητας*:

Κατάσταση 1: $\boldsymbol{p_1 \cdot \mu = p_3 \cdot \mu}$ (2)

Κατάσταση 2: $\boldsymbol{p_2 \cdot \mu = p_1 \cdot \frac{1}{2}\mu}$ (3)

Κατάσταση 3: $\boldsymbol{p_3 \cdot \mu = p_1 \cdot \frac{1}{2}\mu + p_2 \cdot \mu}$ (4)

και η προφανής σχέση: $\boldsymbol{p_1 + p_2 + p_3 = 1}$ (5)

a) Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (2), (3), (5), παίρνουμε τη λύση:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{p_1 = p_3 = 0,4} \\ \boldsymbol{p_2 = 0,2} \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Απαντήσεις (13)

- Οι πιθανότητες μόνιμης κατάστασης που βρήκαμε παραπάνω, έχουν την εξής αντιστοίχιση με τα προηγούμενα:

$\boldsymbol{p_1 = P_{1,0,0} = 0,4}$ $\quad$ $\boldsymbol{p_2 = P_{0,1,0} = 0,2}$ $\quad$ $\boldsymbol{p_3 = P_{0,0,1} = 0,4}$

b) Προφανώς: $\boldsymbol{U_1 = p_1 = 0,4}$ $\quad$ $\boldsymbol{U_2 = p_2 = 0,2}$ $\quad$ $\boldsymbol{U_3 = p_3 = 0,4}$
και **ΣΑ1 και ΣΑ3** είναι τα **bottlenecks.**

c) $\boldsymbol{p_1 = P_{1,0,0} = 0,4}$ $\quad$ $\boldsymbol{p_2 = P_{0,1,0} = 0,2}$

d) $\boldsymbol{p_3 = P_{0,0,1} = 0,4}$