Κεφάλαιο 6: Προσομοίωση ενός συστήματος αναμονής

Τεχνικές Εκτίμησης Υπολογιστικών συστημάτων

Γιάννης Γαροφαλάκης

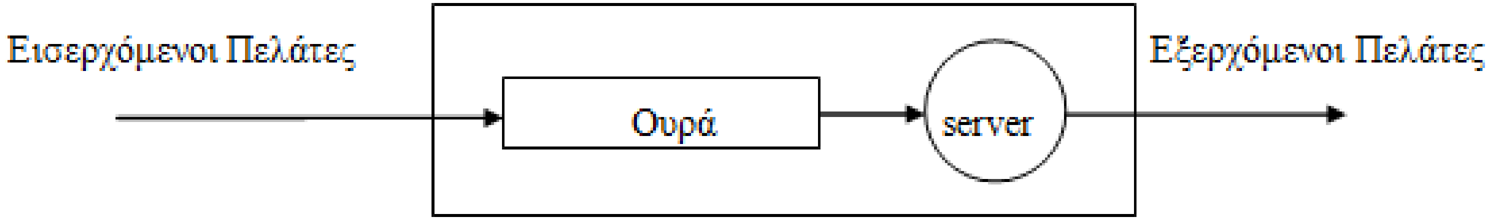
Καθηγητής

Διατύπωση του προβλήματος (1)

- Τα συστήματα αναμονής (queueing systems), βρίσκονται πίσω από τα περισσότερα μοντέλα μελέτης της απόδοσης υπολογιστικών συστημάτων.
  - Φαινόμενα καθυστερήσεων λόγω της απαίτησης χρήσης περιορισμένων πόρων από πολλούς “πελάτες”
    - σε απλούς υπολογιστές
    - σε πολύπλοκα συστήματα

Διατύπωση του προβλήματος (2)

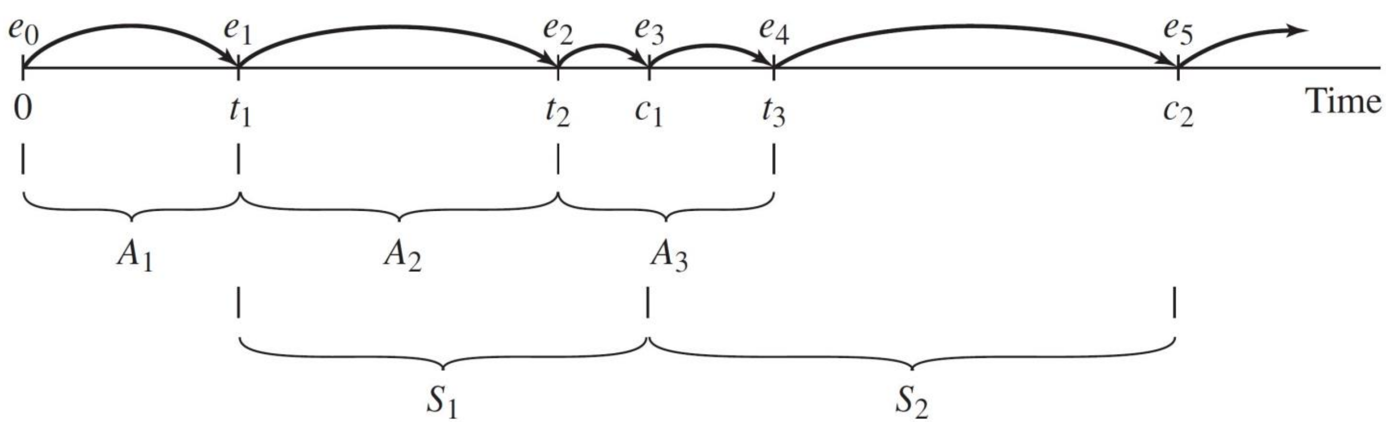
- Έστω το παρακάτω σύστημα:



- *Χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αφίξεων* $A_1, A_2, \ldots$
  - Τυχαίες μεταβλητές
  - Ανεξάρτητες
  - Όμοια κατανεμημένες

Διατύπωση του προβλήματος (3)

- 'Ενας πελάτης που φθάνει και βρίσκει τον εξυπηρετητή (server) άδειο, αρχίζει αμέσως την εξυπηρέτησή του, ενώ εάν τον βρει κατειλλημένο μένει στο τέλος της ουράς αναμονής.
- 'Οταν ο server ελευθερωθεί, παίρνει τον πρώτο πελάτη της ουράς (αν υπάρχει κάποιος), δηλαδή έχουμε FIFO πολιτική εξυπηρέτησης.
- Οι *χρόνοι εξυπηρέτησης των πελατών* $S_1, S_2, \ldots$είναι επίσης ανεξάρτητες, όμοια κατανεμημένες τυχαίες μεταβλητές.



Διατύπωση του προβλήματος (4)

- Η προσομοίωση θα αρχίσει από τη "μηδενική" κατάσταση του συστήματος, δηλαδή με άδειο σύστημα.
  - Τη στιγμή 0, θα αρχίσουμε να περιμένουμε την άφιξη του πρώτου πελάτη, η οποία θα γίνει μετά από χρόνο A_1.
- Θέλουμε να προσομοιώσουμε το σύστημα μέχρις ότου ένας συγκεκριμένος αριθμός n πελατών περάσει από **την ουρά**.
  - Η προσομοίωση θα σταματήσει όταν ο n -στός πελάτης θα εισέλθει στον εξυπηρετητή.

Διατύπωση του προβλήματος (5)

- Μέτρηση απόδοσης συστήματος
  - Αναμενόμενη *Μέση καθυστέρηση στην ουρά* $d(n)$
    - Το $d(n)$ θα πρέπει κανονικά να βρίσκεται ως η μέση τιμή πολλών (πρακτικά άπειρων) μέσων καθυστερήσεων πελατών.
  - Από *μία* εκτέλεση του προσομοιωτή, στην οποία παρατηρούνται καθυστερήσεις στην ουρά $D_1, D_2, \ldots, D_n$ των n πελατών, μία προφανής εκτίμηση του είναι:

$$\hat{d}(n) = \frac{\sum_{i=1}^{n} D_i}{n}$$

Διατύπωση του προβλήματος (6)

- Η έννοια της καθυστέρησης, περιλαμβάνει φυσικά και την περίπτωση ένας πελάτης να μη χρειασθεί να περιμένει.
  - Ο πρώτος πελάτης θα έχει οπωσδήποτε $D_1 = 0$
- $\hat{d}(n)$
  - Δεν είναι ο μαθηματικός μέσος όρος μιας τυχαίας μεταβλητής, αφού δεν έχουμε τυχαίες παρατηρήσεις της ίδιας τυχαίας μεταβλητής.
  - Είναι μια εκτίμηση που βασίζεται σε ένα "δείγμα" μεγέθους 1, αφού βασίζεται μόνο σε μία εκτέλεση του προσομοιωτή.

Διατύπωση του προβλήματος (7)

- *Μέσος αριθμός πελατών στην ουρά* $q(n)$

  Υπολογίζεται πάνω στο (συνεχή) χρόνο.
  - $Q(t)$
    - αριθμός των πελατών στην ουρά τη χρονική στιγμή t για κάθε πραγματικό αριθμό $t \geq 0$
  - $T(n)$
    - ο χρόνος που απαιτείται για να παρατηρήσουμε τις n καθυστερήσεις στην ουρά.
  - Τότε, για κάθε χρόνο t μεταξύ 0 και $T(n)$, το $Q(t)$ είναι ένας μη-αρνητικός ακέραιος.

Διατύπωση του προβλήματος (8)

- p_i είναι το ποσοστό (με τιμές μεταξύ 0 και 1) του χρόνου που το $Q(t)$ είναι ίσο με i, τότε το $q(n)$ ορίζεται ως:

$$q(n) = \sum_{i=0}^{\infty} i p_i$$

- η εκτίμηση του $q(n)$ από μία εκτέλεση του προσομοιωτή, δίνεται από τις εκτιμήσεις των p_i δηλαδή:

$$\hat{q}(n) = \sum_{i=0}^{\infty} i \hat{p}_i \qquad (1)$$

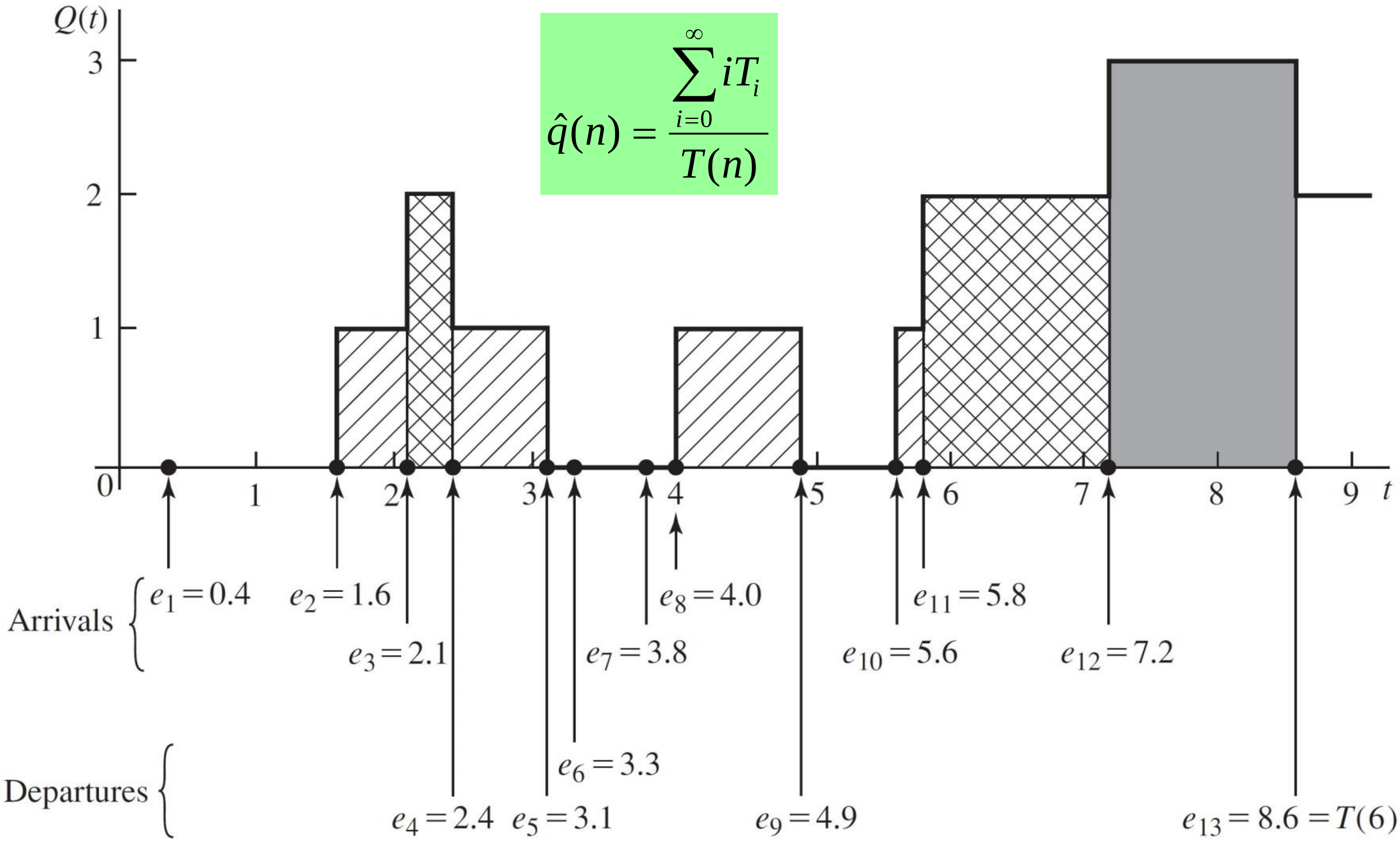
Διατύπωση του προβλήματος (9)

- $\hat{p}_i$ είναι τα *παρατηρούμενα* ποσοστά του χρόνου, κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης, που υπάρχουν i πελάτες στην ουρά.
- Αν T_i είναι ο συνολικός χρόνος προσομοίωσης κατά τον οποίο η ουρά έχει μήκος i ,τότε

$\hat{p}_i = T_i / T(n)$ όπου $T(n) = T_0 + T_1 + T_2 + \cdots$ και η (1) μπορεί να γραφεί ως:

$$\hat{q}(n) = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} i T_i}{T(n)}$$

Διατύπωση του προβλήματος (10)



$$\hat{q}(n) = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} i T_i}{T(n)}$$

Διατύπωση του προβλήματος (11)

- Το άθροισμα στον αριθμητή είναι η επιφάνεια κάτω από την "καμπύλη" του , μεταξύ της αρχής και του τέλους της προσομοίωσης, δηλαδή είναι το ολοκλήρωμα:

$$\sum_{i=0}^{\infty} iT_i = \int_0^{T(n)} Q(t)dt$$

οπότε η εκτίμηση του $q(n)$ δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{q}(n) = \frac{\int_0^{T(n)} Q(t)dt}{T(n)}$$

Διατύπωση του προβλήματος (12)

- Η “αναμενόμενη” *Χρησιμοποίηση* $u(n)$ του εξυπηρετητή , είναι το μέσο ποσοστό (με τιμές μεταξύ 0 και 1) του χρόνου προσομοίωσης [από τη στιγμή 0 έως τη στιγμή $T(n)$], που ο εξυπηρετητής είναι απασχολημένος.
- Η εκτίμηση της χρησιμοποίησης , μπορεί να υπολογισθεί απ΄ ευθείας από την προσομοίωση, παρατηρώντας τις στιγμές κατά τις οποίες ο εξυπηρετητής αλλάζει κατάσταση (από άεργος σε απασχολημένος και αντίστροφα) και εκτελώντας τις κατάλληλες αφαιρέσεις και διαιρέσεις.

Διατύπωση του προβλήματος (13)

- Συνάρτηση απασχόλησης

$$B(t) = \begin{cases} 1 & \text{αν ο εξυπηρετητης ειναι απασχολημενος τη στιγμη } t \\ 0 & \text{αν ο εξυπηρετητης ειναι αεργος τη στιγμη } t \end{cases}$$

- Το $\hat{u}(n)$ μπορεί να εκφραστεί ως το ποσοστό του χρόνου που το $B(t)$ είναι ίσο με 1.
- Αφού στο διάγραμμα του $B(t)$, το ύψος της γραφικής παράστασής του είναι πάντοτε είτε 0 ή 1, το θα μπορεί να υπολογισθεί (κατά αναλογία προς τον τρόπο υπολογισμού του $q(n)$ παραπάνω), από τη σχέση

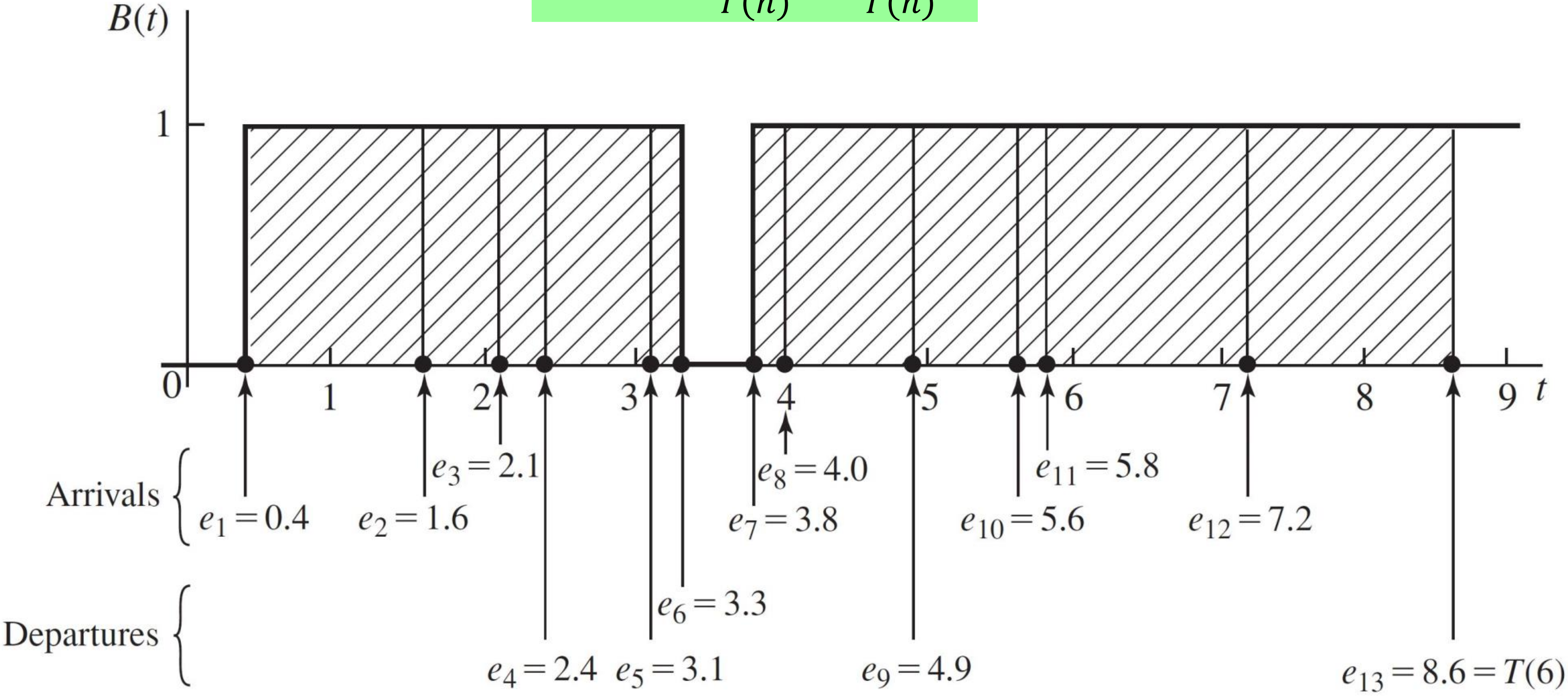
$$\hat{u}(n) = \frac{\sum_{i=0}^{1} i\, T_i}{T(n)} = \frac{T_1}{T(n)}$$

ή

$$\hat{u}(n) = \frac{\int_0^{T(n)} B(t)\,dt}{T(n)}$$

Διατύπωση του προβλήματος (14)

$$\hat{u}(n) = \frac{\sum_{i=0}^{1} i\, T_i}{T(n)} = \frac{T_1}{T(n)}$$



Διατύπωση του προβλήματος (15)

- Στο σύστημα αυτό, τα γεγονότα είναι η **άφιξη** και η **αναχώρηση** ενός πελάτη.
- Οι μεταβλητές συστήματος που μας χρειάζονται για τις εκτιμήσεις των $u(n)$, $d(n)$ και $q(n)$ είναι
  - Η κατάσταση του εξυπηρετητή (0 αν είναι άεργος και 1 αν είναι απασχολημένος).
  - Ο αριθμός των πελατών στην ουρά, η χρονική στιγμή άφιξης κάθε πελάτη που βρίσκεται στην ουρά (μία λίστα) .
  - Η χρονική στιγμή εμφάνισης του πιο πρόσφατου γεγονότος.
- Η στιγμή εμφάνισης του πιο πρόσφατου γεγονότος, η οποία ορίζεται ως e_{i-1} εάν $e_{i-1} \le t < e_i$ (όπου t είναι ο παρών χρόνος της προσομοίωσης), μας χρειάζεται για τον υπολογισμό του πλάτους των ορθογωνίων παραλληλογράμμων, που χρησιμοποιούνται στις εκτιμήσεις των $q(n)$ και $u(n)$.

Η εκτέλεση του προσομοιωτή (1)

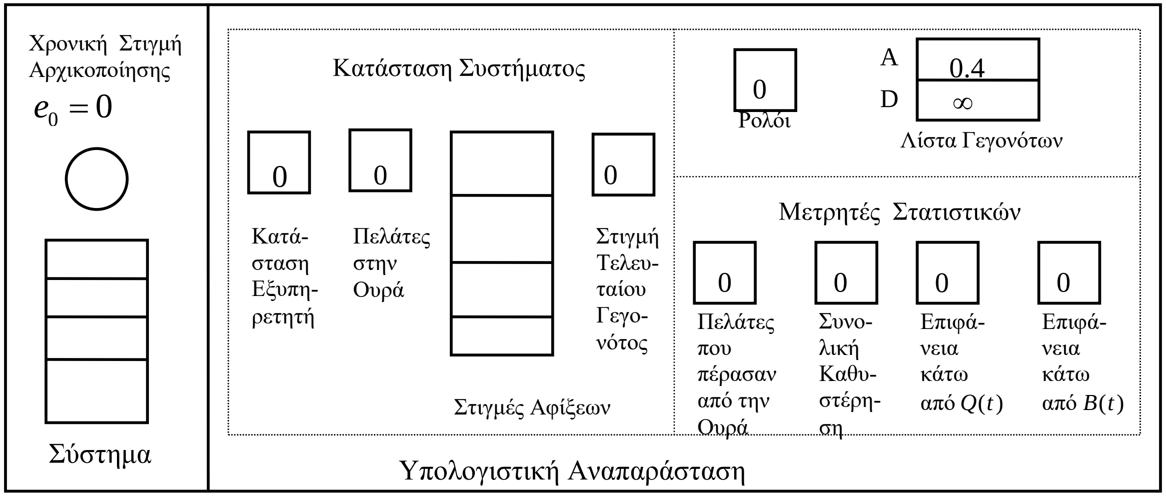
- Υπολογιστική αναπαράσταση μοντέλου προσομοίωσης
  - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: 16 διαδοχικά γεγονότα
    - χρονική στιγμή $e_0 = 0$ και οι στιγμές $e_1, e_2, \cdots, e_{15}$
    - $n = 6$ διελεύσεις πελατών από την ουρά.
    - οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αφίξεων και εξυπηρέτησης των πελατών είναι

$$A_1 = 0.4, A_2 = 1.2, A_3 = 0.5, A_4 = 1.7, A_5 = 0.2, A_6 = 1.6, A_7 = 0.2, A_8 = 1.4, A_9 = 1.9, \ldots$$

$$S_1 = 2.0, S_2 = 0.7, S_3 = 0.2, S_4 = 1.1, S_5 = 3.7, S_6 = 0.6, \ldots$$

Η εκτέλεση του προσομοιωτή (2)

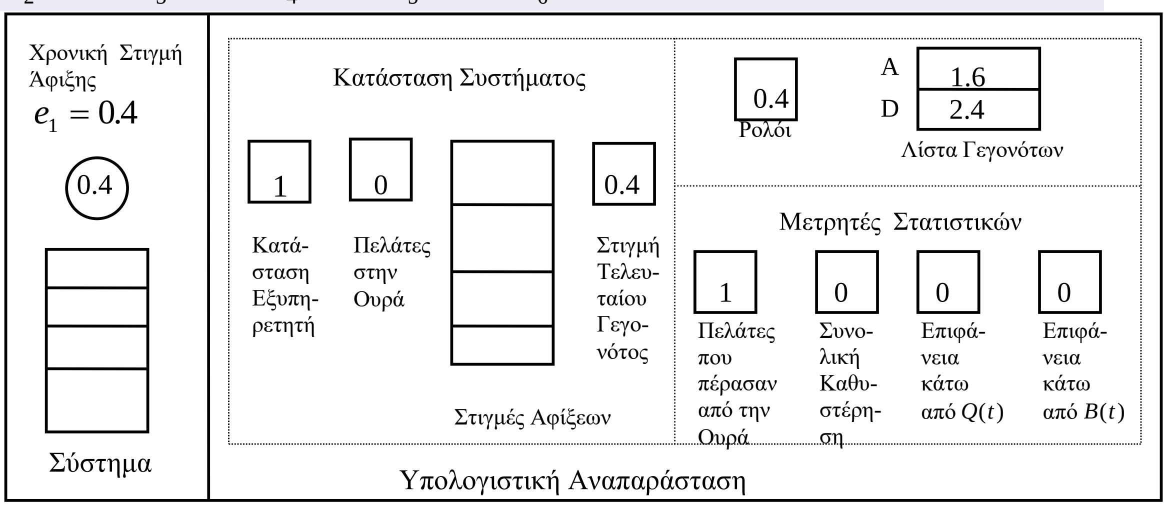
- Το βασικό στοιχείο της δυναμικής εξέλιξης του προσομοιωτή είναι η αλληλεπίδραση του ρολογιού με τη λίστα γεγονότων.
- Κατά τη διάρκεια της επεξεργασίας ενός γεγονότος, δεν εξελίσσεται ο "προσομοιωμένος" χρόνος.
  - πρέπει να ενημερώνονται οι μεταβλητές κατάστασης και οι μετρητές στατιστικών.



(a)

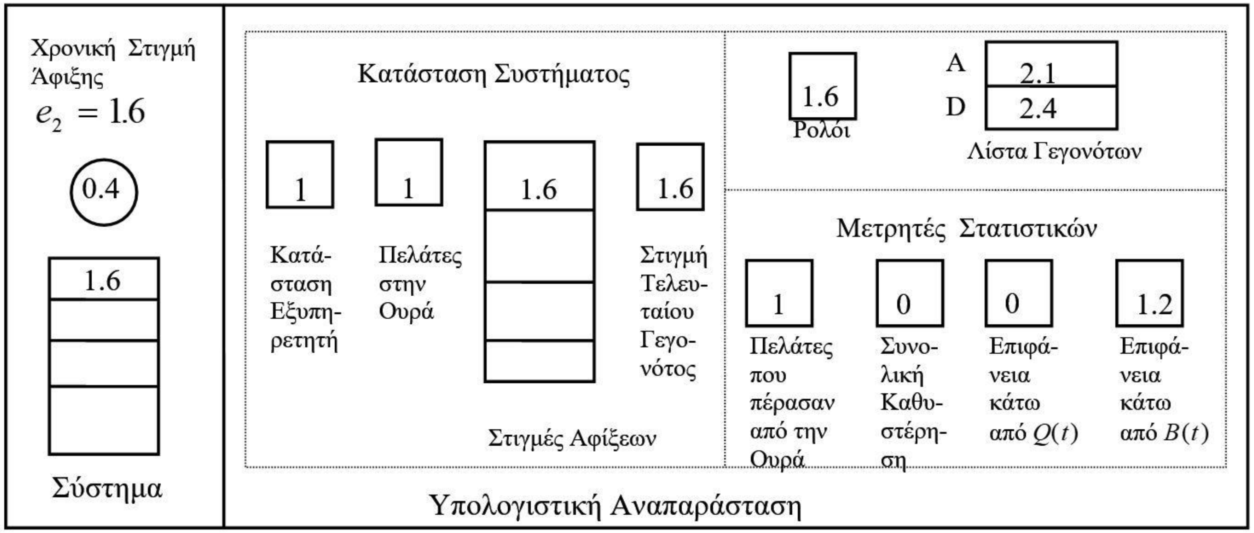
$$A_1 = 0.4, A_2 = 1.2, A_3 = 0.5, A_4 = 1.7, A_5 = 0.2, A_6 = 1.6, A_7 = 0.2, A_8 = 1.4, A_9 = 1.9, \ldots$$

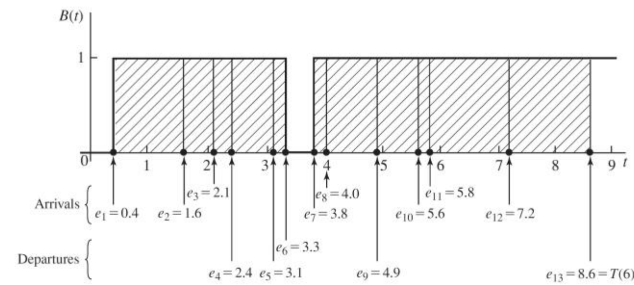
$$S_1 = 2.0, S_2 = 0.7, S_3 = 0.2, S_4 = 1.1, S_5 = 3.7, S_6 = 0.6, \ldots$$



(b)

Σχήμα 6.1. Το Σύστημα και η Υπολογιστική Αναπαράστασή του κατά τις χρονικές στιγμές εμφάνισης των γεγονότων.

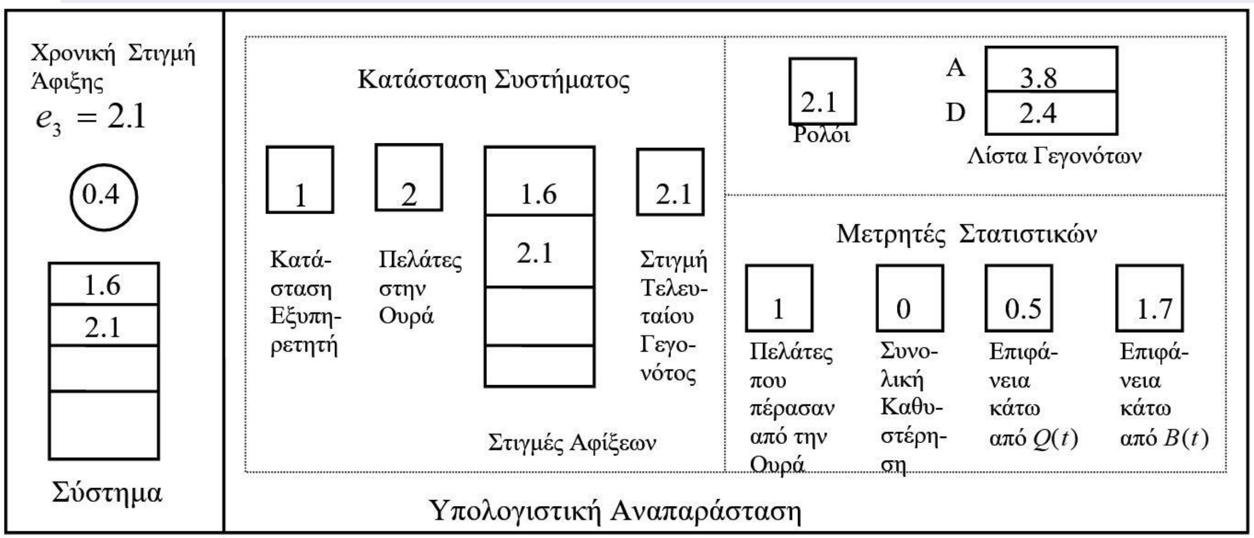


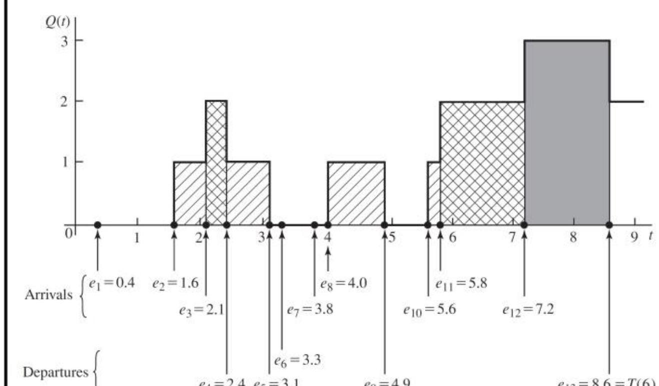


(c)

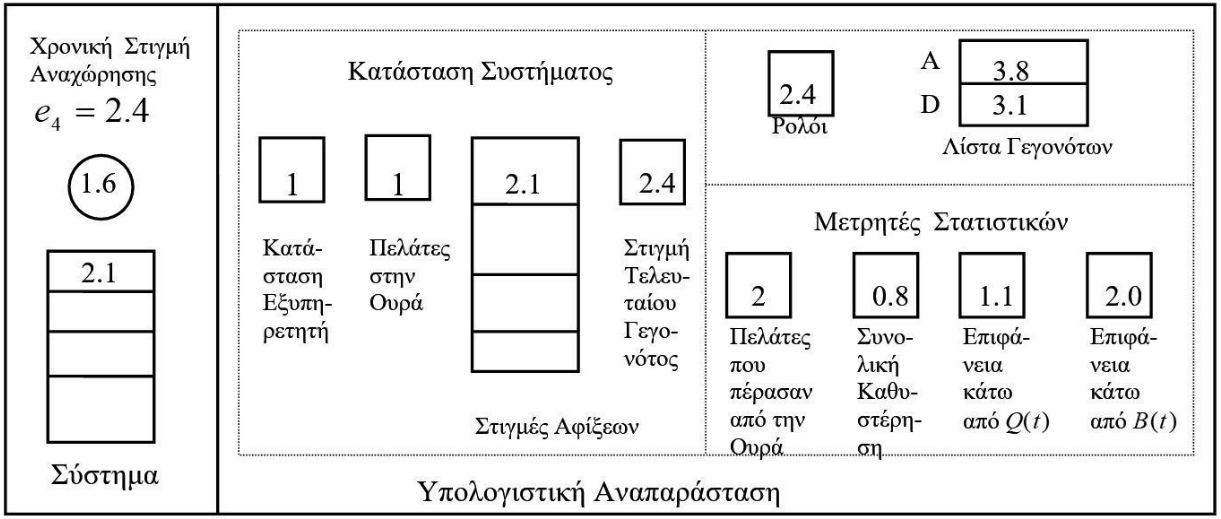
$$A_1 = 0.4, A_2 = 1.2, A_3 = 0.5, A_4 = 1.7, A_5 = 0.2, A_6 = 1.6, A_7 = 0.2, A_8 = 1.4, A_9 = 1.9, \ldots$$

$$S_1 = 2.0, S_2 = 0.7, S_3 = 0.2, S_4 = 1.1, S_5 = 3.7, S_6 = 0.6, \ldots$$

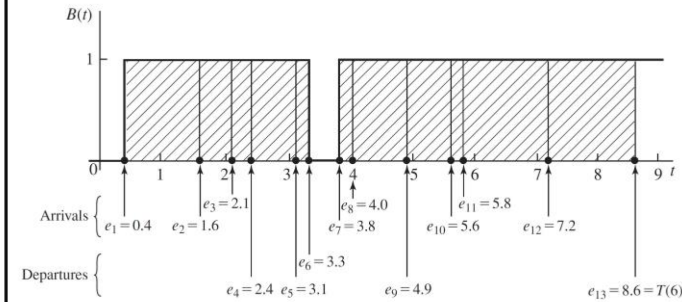




(d)

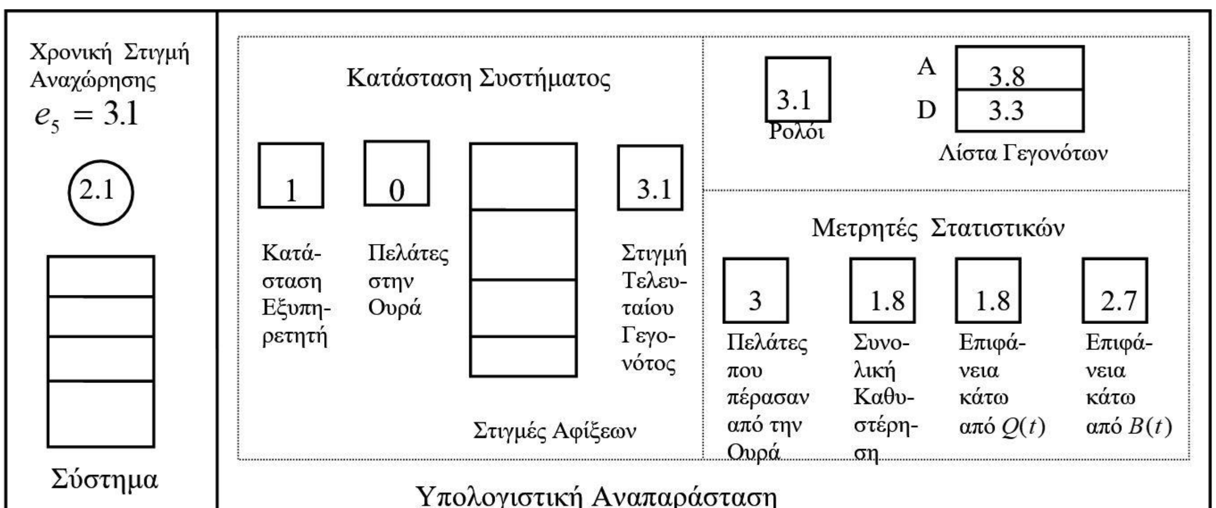


(e)

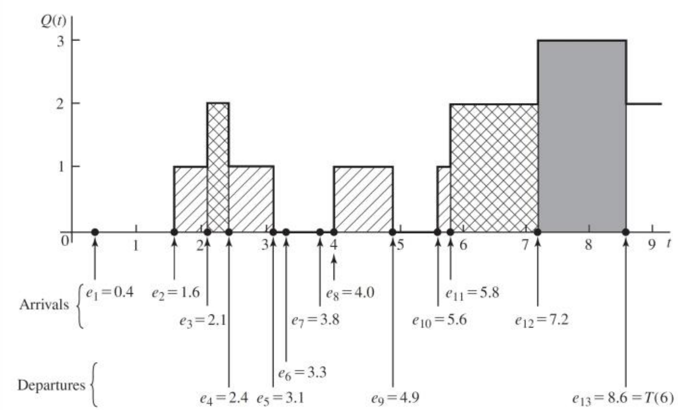


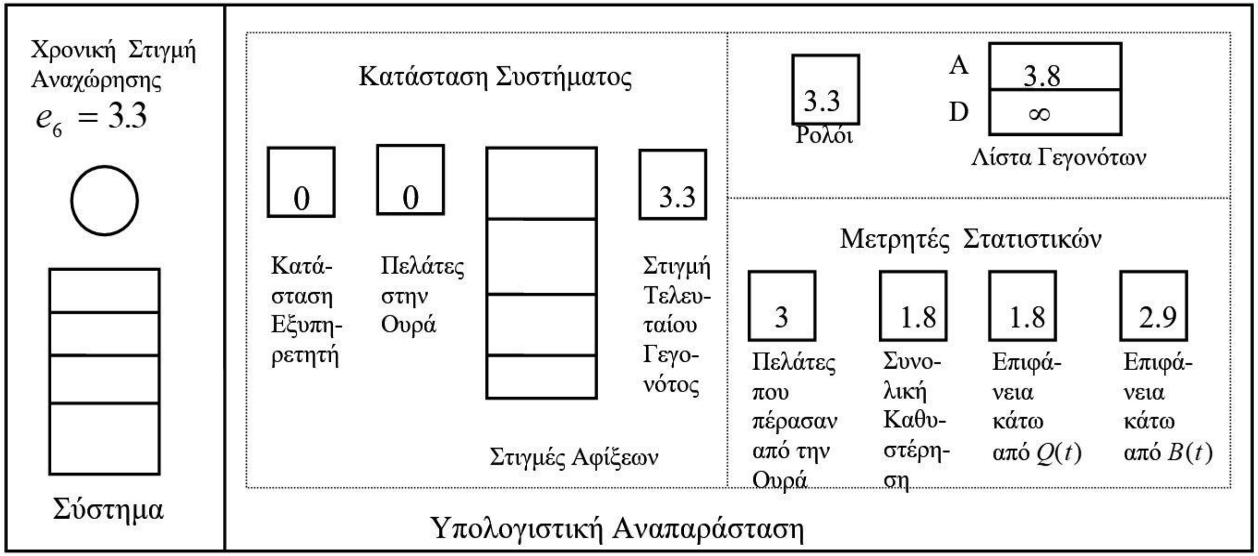
$A_1 = 0.4, A_2 = 1.2, A_3 = 0.5, A_4 = 1.7, A_5 = 0.2, A_6 = 1.6, A_7 = 0.2, A_8 = 1.4, A_9 = 1.9, \ldots$

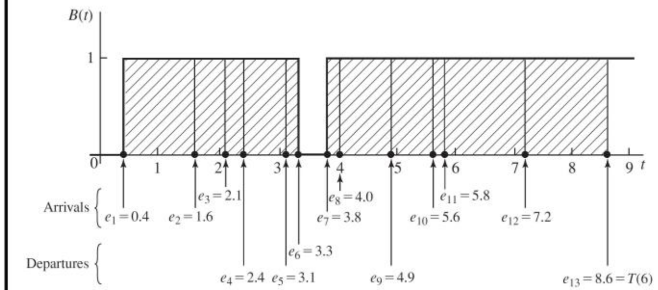
$S_1 = 2.0, S_2 = 0.7, S_3 = 0.2, S_4 = 1.1, S_5 = 3.7, S_6 = 0.6, \ldots$



(f)

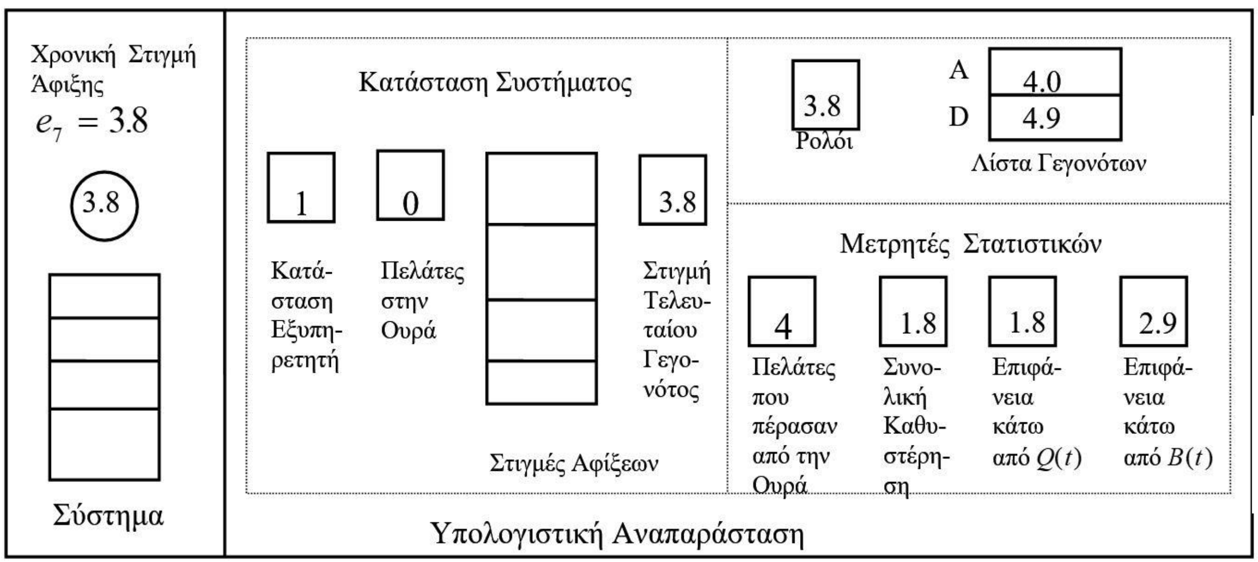


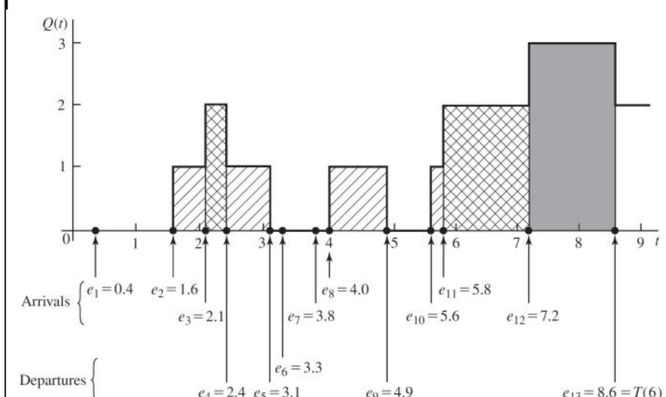




$$A_1 = 0.4, A_2 = 1.2, A_3 = 0.5, A_4 = 1.7, A_5 = 0.2, A_6 = 1.6, A_7 = 0.2, A_8 = 1.4, A_9 = 1.9, \ldots$$

$$S_1 = 2.0, S_2 = 0.7, S_3 = 0.2, S_4 = 1.1, S_5 = 3.7, S_6 = 0.6, \ldots$$





(h)

Η εκτέλεση του προσομοιωτή (3)

- Στο τέλος, από τους «μετρητές στατιστικών» υπολογίζονται οι μετρικές απόδοσης:

$$\hat{d}(n) = \frac{\sum_{i=1}^{n} D_i}{n}$$

$$\hat{d}(n) = \frac{(\text{Συνολικη καθυστερηση})}{(\text{Πελατες που περασαν απο ουρα})}$$

$$\hat{q}(n) = \frac{\sum_{i=0}^{\infty} iT_i}{T(n)}$$

$$\hat{q}(n) = \frac{(\text{Επιφανεια κάτω από Q}(t))}{T(n)}$$

$$\hat{u}(n) = \frac{T_1}{T(n)}$$

$$\hat{u}(n) = \frac{(\text{Επιφανεια κάτω από B}(t))}{T(n)}$$

Η εκτέλεση του προσομοιωτή (4)

- Μερικές φορές είναι εύκολο να παραβλεφθούν οι συνέπειες γεγονότων που δεν είναι συνηθισμένα κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης, που έχουν όμως σημαντικές επιπτώσεις:
  - Είναι πιθανό να ξεχάσουμε ότι ένας πελάτης που αναχωρεί, μπορεί να αφήσει πίσω του ένα άδειο σύστημα και κατά συνέπεια πρέπει να μείνει άεργος ο εξυπηρετητής.
  - Το γεγονός της αναχώρησης πρέπει να διαγραφεί από τη λίστα γεγονότων.

Η εκτέλεση του προσομοιωτή (5)

- Μπορεί να συμβεί δύο ή περισσότερες τιμές της λίστας γεγονότων να είναι ίδιες, οπότε πρέπει να αποφασισθεί ποιό γεγονός θα ακολουθήσει.
  - Οι κανόνες που θα χρησιμοποιούνται στις περιπτώσεις αυτές
    - επηρεάζουν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης
    - πρέπει να επιλέγονται με βάση την επιθυμητή μοντελοποίηση του συστήματος (π.χ. αναχώρηση πριν την άφιξη)
  - Όταν τα γεγονότα περιγράφονται από συνεχείς πιθανοτικές κατανομές, η πιθανότητα εμφάνισης ενός τέτοιου γεγονότος (πρέπει να) είναι 0.
  - Αν δεν υπάρχει κανόνας από το πραγματικό σύστημα, η επιλογή μπορεί να γίνει και τυχαία.

Οι κατανομές αφίξεων και εξυπηρέτησης (1)

- Οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αφίξεων και οι χρόνοι εξυπηρέτησης:
  - Ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές που περιγράφονται από εκθετικές κατανομές
  - Η **εκθετική κατανομή** με μέση τιμή $\beta = 1/\lambda$ είναι συνεχής, με *συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (pdf)*:

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}$$

  - και *συνάρτηση κατανομής πιθανότητας* (PDF):

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{\beta} e^{-t/\beta} dt = 1 - e^{-x/\beta}$$

Οι κατανομές αφίξεων και εξυπηρέτησης (2)

- Είναι πιο συνηθισμένο οι ποσότητες εισόδου που "οδηγούν" την προσομοίωση, να δημιουργούνται από συγκεκριμένες κατανομές, παρά να θεωρούμε ότι είναι γνωστές.
- Η επιλογή της εκθετικής κατανομής είναι ουσιαστικά αυθαίρετη, αλλά με ισχυρή βάση δικαιολόγησης (Markov…).
- Το σύστημα αυτό αναμονής με έναν εξυπηρετητή και εκθετικούς χρόνους μεταξύ αφίξεων και εξυπηρέτησης, είναι το γνωστό σύστημα αναμονής

$$M/M/1$$

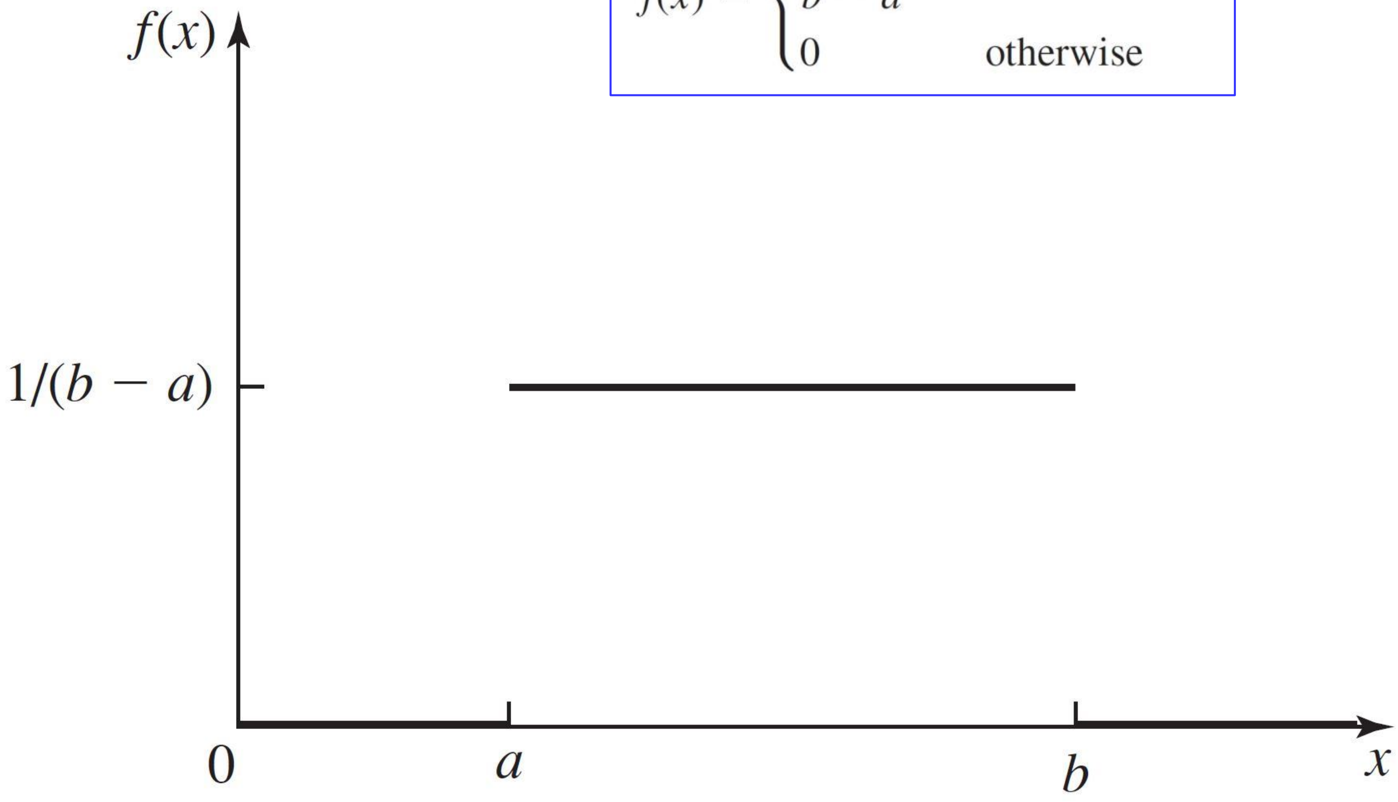
Δημιουργία τιμών κατανομής (1)

- **ΒΗΜΑ 1**
  - *Λήψη τιμής **U** από Γεννήτρια Τυχαίων Αριθμών*
    - Δημιουργία μίας «τυχαίας» τιμής *U* που είναι *ομοιόμορφα (συνεχώς) κατανεμημένη* μεταξύ 0 και 1.
    - Η κατανομή αυτή θα αναφέρεται ως $U(0,1)$ και έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{αν} \quad 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{αλλιως} \end{cases}$$

Η ομοιόμορφη κατανομή U(a, b)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{if } a \le x \le b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



Δημιουργία τιμών κατανομής (2)

- Η πιθανότητα μία $U(0,1)$τυχαία μεταβλητή (π.χ. η X) να "πέσει" σε οποιοδήποτε υποδιάστημα

  $[x,\ x+\Delta x]$ που περιλαμβάνεται στο διάστημα [0,1], είναι (ομοιόμορφα) Δx :

  $$P(X \in [x, x+\Delta x]) = \int_{x}^{x+\Delta x} 1\, dy = (x+\Delta x) - x = \Delta x$$

- *Μέση τιμή*: $\frac{a+b}{2}$ για την U(a, b), οπότε:

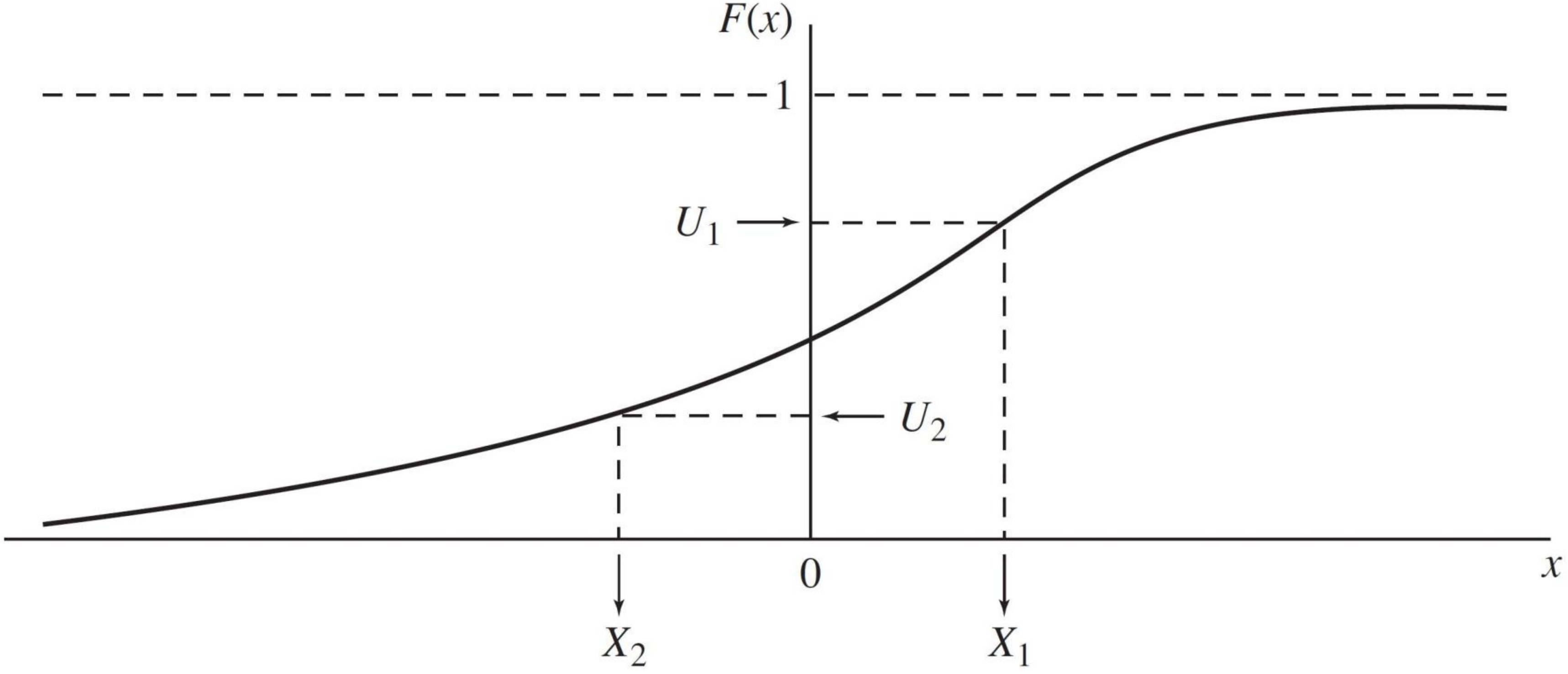
  ½ για την *U*(0,1).

Δημιουργία τιμών κατανομής (3)

- **ΒΗΜΑ 2**
  - *Αντιστροφή της PDF της εκθετικής κατανομής με χρήση του U.*
    - Η *Συνάρτηση Κατανομής Πιθανότητας* (PDF) μιας τυχαίας μεταβλητής *X* ορίζεται για κάθε πραγματικό *x*, ως $F(x) = P(X \leq x)$ και ισχύει πάντα $0 \leq F(x) \leq 1$. Όπως και το *U*…
    - Αν μπορούμε να αντιστρέψουμε την $F(x)$, τότε λύνουμε την εξίσωση:

      $F(x) = U$ και παίρνουμε το $x = F^{-1}(U)$
    - Έτσι δημιουργούνται τιμές που προέρχονται από την $F(x)$:

Δημιουργία τιμών κατανομής (4)



Δημιουργία τιμών κατανομής (5)

- Για την *εκθετική κατανομή* με μέση τιμή *β*, θέτουμε:

$$U = F(x) = 1 - e^{-x/\beta} \Rightarrow$$

$$\Longrightarrow e^{-x/\beta} = 1 - U \Longrightarrow -x/\beta = \ln(1 - U) \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow x = -\beta \ln(1 - U) \quad \text{ή} \quad \boxed{x = -\beta \ln U}$$

Το τελευταίο ισχύει, διότι τόσο το ***U***, όσο και το ***1 – U***, ακολουθούν την κατανομή $U(0,1)$.

- Επιβεβαίωση ότι το $X = -\beta \ln U$ είναι μικρότερο ή ίσο με *x*, με πιθανότητα $F(x)$ όπως παραπάνω:

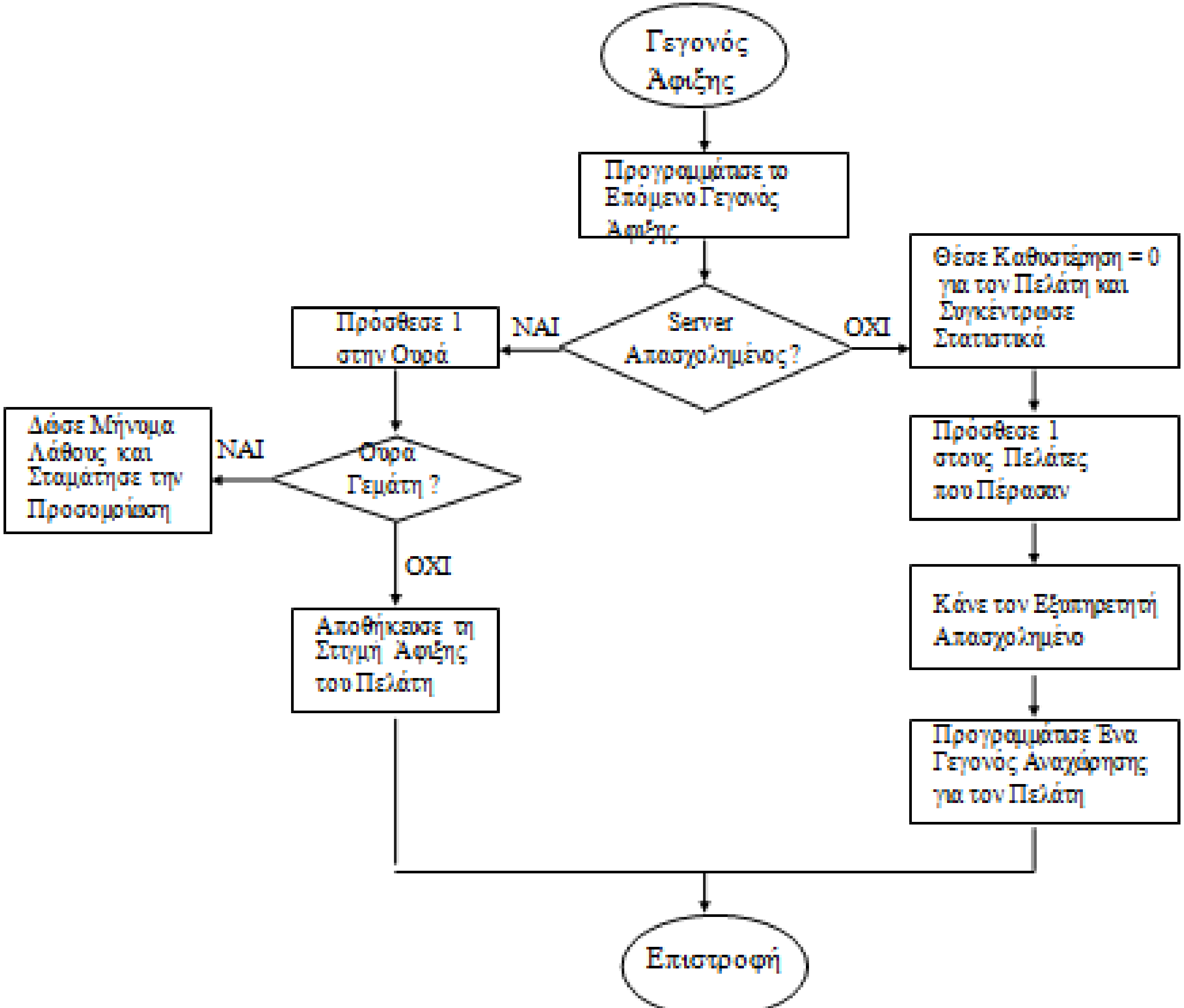
$$P(-\beta \ln U \leq x) = P(\ln U \geq -\frac{x}{\beta}) = P(U \geq e^{-x/\beta}) = P(e^{-x/\beta} \leq U \leq 1) = 1 - e^{-x/\beta}$$

Οργάνωση και λογική του προγράμματος

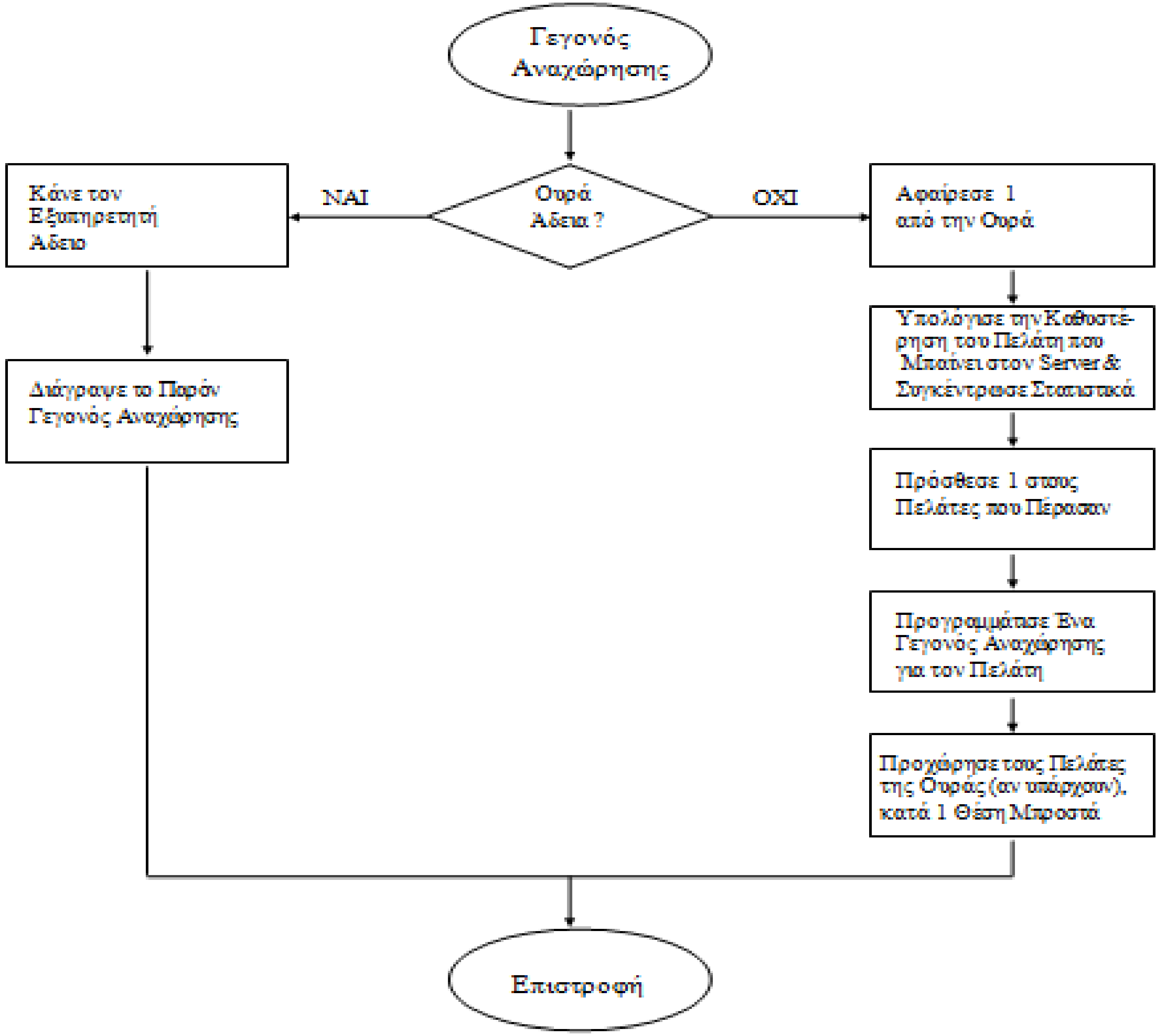
- Το πρόγραμμα του προσομοιωτή πρέπει να κατασκευάζεται κατά ενότητες (modules), ώστε να ξεκαθαρίζεται η λογική και οι αλληλεπιδράσεις των τμημάτων του προγράμματος.
- Γεγονότα:

Περιγραφή Γεγονότος	Τύπος Γεγονότος
1. **Άφιξη Πελάτη στο Σύστημα**	**1**
1. **Αναχώρηση Πελάτη από το Σύστημα αφού ολοκλήρωσε την εξυπηρέτησή του**	**2**

Διάγραμμα ροής για το γεγονός «άφιξη»



Διάγραμμα ροής για το γεγονός «αναχώρηση»



Καθορισμός των γεγονότων και των μεταβλητών (1)

- Το *γεγονός* ορίζεται ως η στιγμιαία ενέργεια που μπορεί να αλλάξει την κατάσταση του συστήματος.
- Σε πιο πολύπλοκα συστήματα, παραμένει το ερώτημα του συστηματικού καθορισμού του αριθμού και του τύπου των γεγονότων στο μοντέλο προσομοίωσης.
  - Υπάρχει δυσκολία στον προσδιορισμό των μεταβλητών κατάστασης

Καθορισμός των γεγονότων και των μεταβλητών (2)

- Δεν υπάρχει γενική μέθοδος που να απαντάει στα προβλήματα αυτά.
- Έχουν γίνει αποδεκτές ορισμένες βασικές αρχές και τεχνικές που βοηθούν στην απλοποίηση της δομής του μοντέλου και επιτρέπουν την αναπαράστασή του με βάση τα γεγονότα και τις μεταβλητές, έτσι ώστε να αποφεύγονται λογικά λάθη.

Καθορισμός των γεγονότων και των μεταβλητών (3)

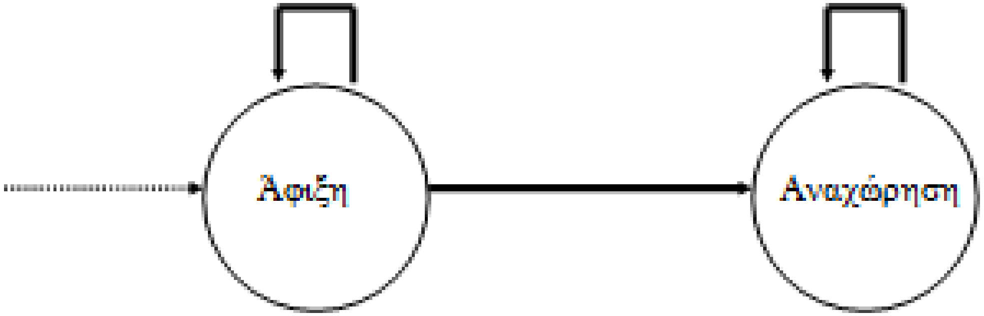
- Μέθοδος *“γράφου-γεγονότων”*
  - Τα προτεινόμενα γεγονότα αντιπροσωπεύονται από *κορυφές* και συνδέονται με *κατευθυνόμενες πλευρές* (βέλη), που δείχνουν πώς τα γεγονότα μπορεί να δρομολογηθούν από άλλα γεγονότα, ή από τα ίδια.
- Οι γράφοι γεγονότων συνδέουν το προτεινόμενο σύνολο γεγονότων (κορυφές) μέσω πλευρών, έτσι ώστε να φαίνονται οι τρόποι δρομολόγησης γεγονότων που μπορεί να εμφανισθούν.

Γράφος Γεγονότων – Παράδειγμα (1)

- Παράδειγμα
  - Το γεγονός **άφιξης** δρομολογεί μία μελλοντική εμφάνιση του εαυτού του και πιθανόν ενός γεγονότος αναχώρησης, ενώ το γεγονός **αναχώρησης** μπορεί να δρομολογήσει μία μελλοντική εμφάνιση του εαυτού του. Ακόμα, το γεγονός άφιξης πρέπει να δρομολογηθεί ως αρχικό γεγονός, ώστε να μπορεί να αρχίσει η προσομοίωση.

Γράφος Γεγονότων – Παράδειγμα (2)

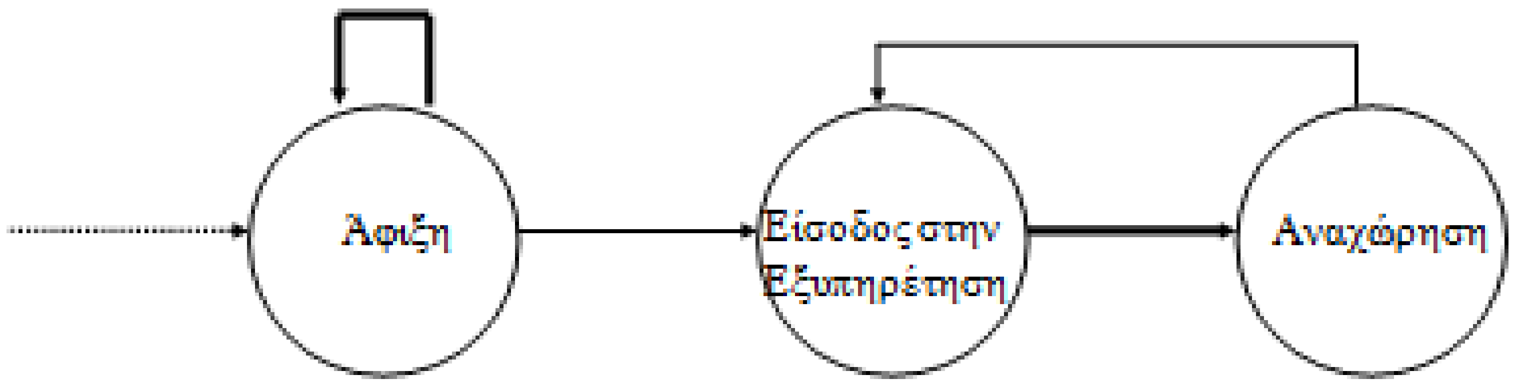
- Έντονα βέλη
  - Το γεγονός στο τέλος του βέλους <u>μπορεί</u> να δρομολογηθεί από το γεγονός που βρίσκεται στην αρχή του βέλους μετά από χρόνο (πιθανόν) <u>μη-μηδενικό.</u>
- Διακεκομμένα βέλη
  - Το γεγονός που έχει δρομολογηθεί αρχικά.
  - Δηλαδή, το γεγονός άφιξης επαναδρομολογεί τον εαυτό του και μπορεί να δρομολογήσει μία αναχώρηση (στην περίπτωση που η άφιξη βρίσκει τον εξυπηρετητή άεργο) και το γεγονός αναχώρησης μπορεί να επαναδρομολογήσει τον εαυτό του (αν η αναχώρηση αφήσει κάποιον άλλο πελάτη στην ουρά).



Γράφος Γεγονότων – Παράδειγμα (3)

- Είσοδος ενός πελάτη στον εξυπηρετητή ως ένα ξεχωριστό γεγονός.
- Τα δύο λεπτά συνεχή βέλη συνδέουν ένα γεγονός που δρομολογεί ένα άλλο μετά από <u>μηδενικό</u> χρόνο, δηλαδή αυτόματα.
  - Το αριστερό λεπτό συνεχές βέλος αναφέρεται σε έναν πελάτη που φθάνει σε άδειο σύστημα και του οποίου το γεγονός “είσοδος στην εξυπηρέτηση” δρομολογείται να εμφανισθεί αμέσως, ενώ το δεξιό λεπτό συνεχές βέλος αναφέρεται σε έναν πελάτη που αναχωρεί από το σύστημα αφήνοντας πελάτες στην ουρά, οπότε ο πρώτος από αυτούς δρομολογείται να εισέλθει στην εξυπηρέτηση αμέσως.

Γράφος Γεγονότων – Παράδειγμα (4)



Γράφος Γεγονότων – Κανόνες απλοποίησης (1)

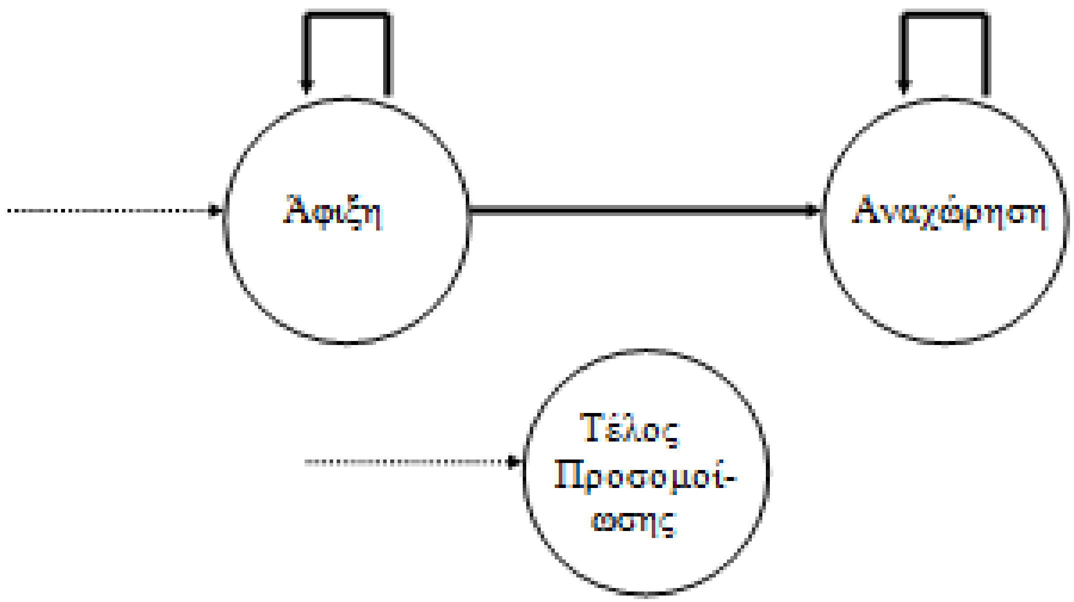
- Απλοποίηση της δομής των γεγονότων της προσομοίωσης, με την απαλοιφή “άχρηστων” γεγονότων.
- Αν ένα γεγονός στο γράφο έχει εισερχόμενα βέλη που είναι όλα λεπτά και συνεχή (δηλαδή, ο μόνος τρόπος να δρομολογηθεί το γεγονός αυτό, είναι από άλλα γεγονότα χωρίς τη μεσολάβηση χρόνου), τότε το γεγονός αυτό μπορεί να απαλοιφεί από το μοντέλο και οι ενέργειές του να ενσωματωθούν στα γεγονότα που το δρομολογούν σε μηδενικό χρόνο.
  - Στο παράδειγμα, το γεγονός “είσοδος στην εξυπηρέτηση” μπορεί να απαλοιφεί και οι ενέργειες που συνεπάγεται να ενσωματωθούν εν μέρει στο γεγονός άφιξης (όταν ένας πελάτης φθάνει σε άδειο σύστημα και αρχίζει αμέσως εξυπηρέτηση) και εν μέρει στο γεγονός αναχώρησης (όταν ένας πελάτης αναχωρεί ενώ υπάρχουν άλλοι πελάτες στην ουρά).
- Γεγονότα που μπορούν να εμφανισθούν μόνο σε συνδυασμό με άλλα γεγονότα, δεν χρειάζεται να υπάρχουν στο μοντέλο.
- Η μείωση του αριθμού των γεγονότων δεν απλοποιεί μόνο τη δομή του μοντέλου, αλλά μπορεί ακόμα να μειώσει το χρόνο εκτέλεσής του.

Γράφος Γεγονότων – Κανόνες απλοποίησης (2)

- Ο γράφος γεγονότων μπορεί να αποσυντεθεί σε *ισχυρά συνδεδεμένα στοιχεία* (strongly connected components), μέσα στα οποία είναι δυνατή η μετακίνηση από κορυφή σε κορυφή ακολουθώντας τις πλευρές στην κατεύθυνση που δείχνει η καθεμιά.
  - Ο πρώτος γράφος αποσυντίθεται σε δύο ισχυρά συνδεδεμένα στοιχεία (με μία κορυφή στο καθένα), ενώ ο δεύτερος, επίσης, σε δύο ισχυρά συνδεδεμένα στοιχεία (ένα από τα οποία είναι μόνο το γεγονός άφιξης και το άλλο αποτελείται από τα δύο υπόλοιπα γεγονότα).
  - Σε κάθε ισχυρά συνδεδεμένο στοιχείο το οποίο δεν έχει εισερχόμενες πλευρές από άλλα γεγονότα έξω από το στοιχείο, πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένα γεγονός που έχει δρομολογηθεί ως αρχικό γεγονός.
  - Αν δεν ίσχυε ο κανόνας αυτός, δεν θα ήταν δυνατόν να εκτελεσθεί κανένα γεγονός του στοιχείου.

Γράφος Γεγονότων – Παράδειγμα (5)

- Γράφος Γεγονότων, Μοντέλο Συστήματος Αναμονής με Σταθερό Χρόνο Εκτέλεσης



Γράφος Γεγονότων – Άλλα χαρακτηριστικά και χρήσεις

- Εισαγωγή σχέσεων ακύρωσης γεγονότων.
- Συγχώνευση παρόμοιων γεγονότων σε ένα.
- Εκλέπτυνση των πλευρών του γράφου ώστε να περιλαμβάνουν και υπό συνθήκη δρομολογήσεις.
- Η τεχνική του γράφου γεγονότων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απλοποίηση της δομής του μοντέλου και για τον εντοπισμό ορισμένων ειδών λαθών.
- Ιδιαίτερα χρήσιμη τεχνική σε πολύπλοκα μοντέλα που περιλαμβάνουν μεγάλο αριθμό αλληλοεξαρτημένων γεγονότων.