

Αρχές Γλωσσών Προγραμματισμού και Μεταφραστών

Εαρινό Εξάμηνο 2021

Ασκήσεις

Σύνολο 1

Πεπερασμένα Αυτόματα – Κανονικές Εκφράσεις – BNF Γραμματικές

Γ. Γαροφαλάκης

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνεται η κανονική έκφραση (regular expression):

$a(bb)^*ba$ με αλφάβητο **a b**

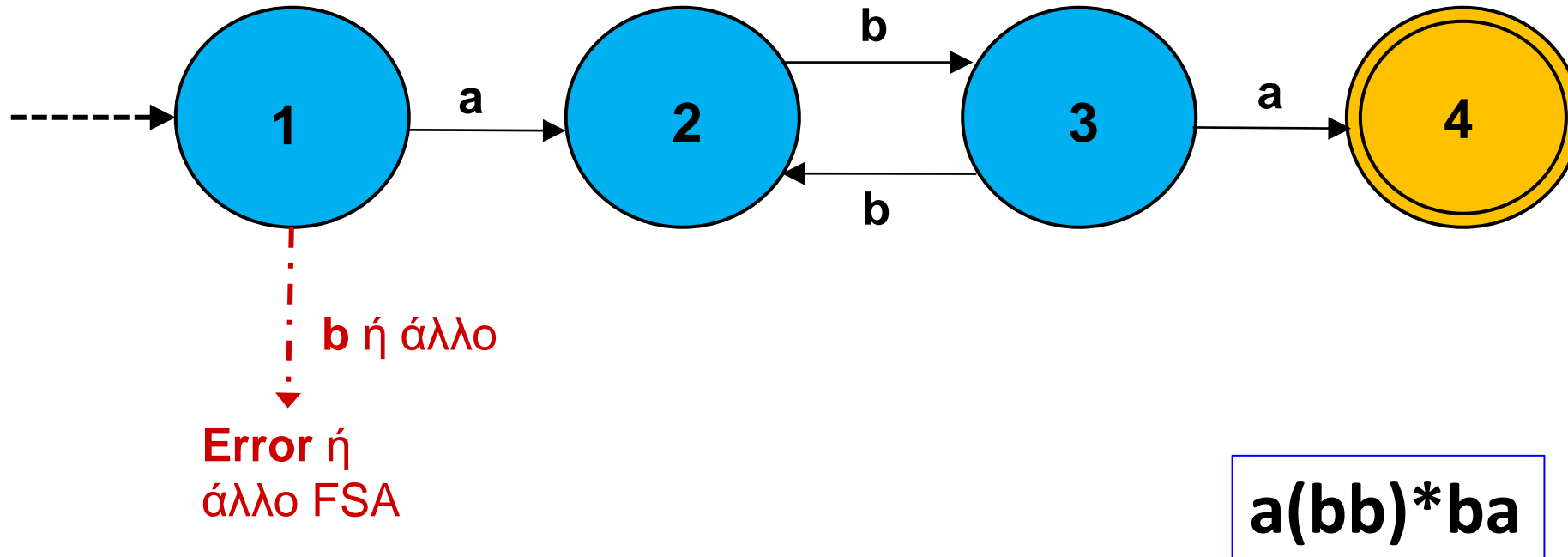
- a) Περιγράψτε τις λεξικές μονάδες που παράγει η κανονική έκφραση. Δώστε παραδείγματα.
- b) Παρουσιάστε το *διάγραμμα καταστάσεων – μεταβάσεων* για το ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο (Finite State Automaton) που αναγνωρίζει την παραπάνω κανονική έκφραση.
- c) Παρουσιάστε τον αντίστοιχο *Πίνακα Καταστάσεων – Μεταβάσεων*.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΗΣ 1

- a) Αναγνωρίζει τις λέξεις που αρχίζουν με ένα **a**, ακολουθούνται από μονό αριθμό (1, 3, 5, ...) από **b**, και τελειώνουν με ένα **a**.

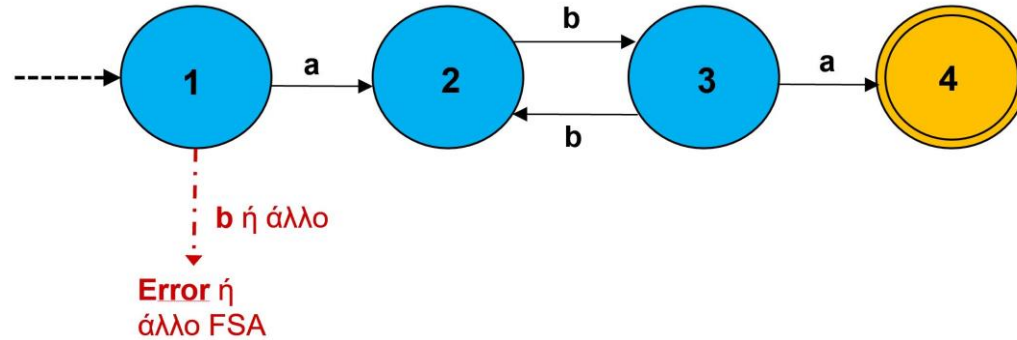
Παραδείγματα: **aba** (ελάχιστη λέξη), **abbba**, **abbbbbba**

b)



c)

Πίνακας Καταστάσεων – Μεταβάσεων



Τρέχουσα Κατάσταση	Χαρακτήρας που διαβάζεται	Νέα Κατάσταση	Αποδοχή token
1	a	2	ΟΧΙ
1	b ή άλλο	Error!	
2	b	3	ΟΧΙ
3	a	4	ΝΑΙ
3	b	2	ΟΧΙ

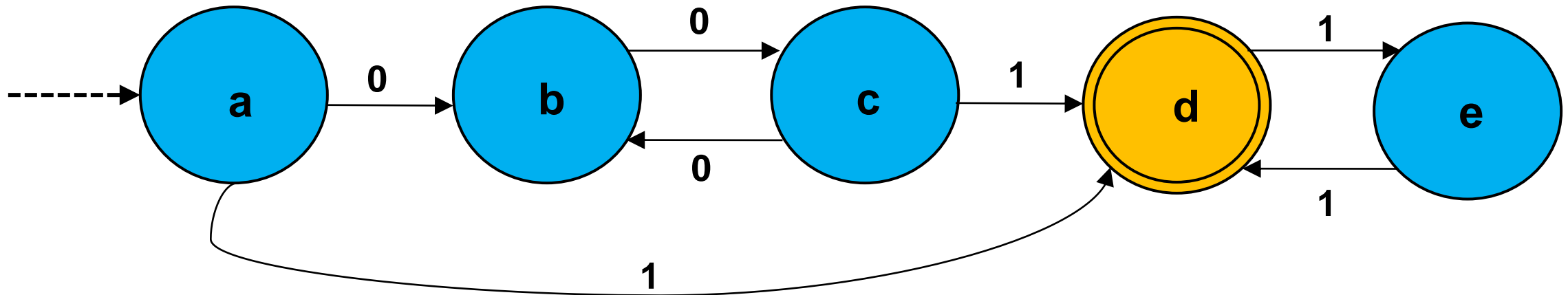
Δεν χρειάζεται...

ΑΣΚΗΣΗ 2

- a) Να παρουσιάσετε το *διάγραμμα καταστάσεων – μεταβάσεων* για το ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που αναγνωρίζει όλους τους δυαδικούς αριθμούς οι οποίοι έχουν μονό αριθμό από **1** (υπάρχει τουλάχιστον ένα **1**) τα οποία είναι όλα συνεχόμενα, και αν υπάρχουν **0** αυτά είναι όλα μαζί πριν τα **1** και ο αριθμός τους είναι ζυγός (μπορεί να μην υπάρχει **0**).
- b) Γράψετε μια *κανονική έκφραση* που αντιστοιχεί στο παραπάνω αυτόματο.
- c) Παρουσιάστε τον *Πίνακα Καταστάσεων – Μεταβάσεων* που αντιστοιχεί στο διάγραμμα καταστάσεων – μεταβάσεων του ερωτήματος (a).

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΗΣ 2

a)



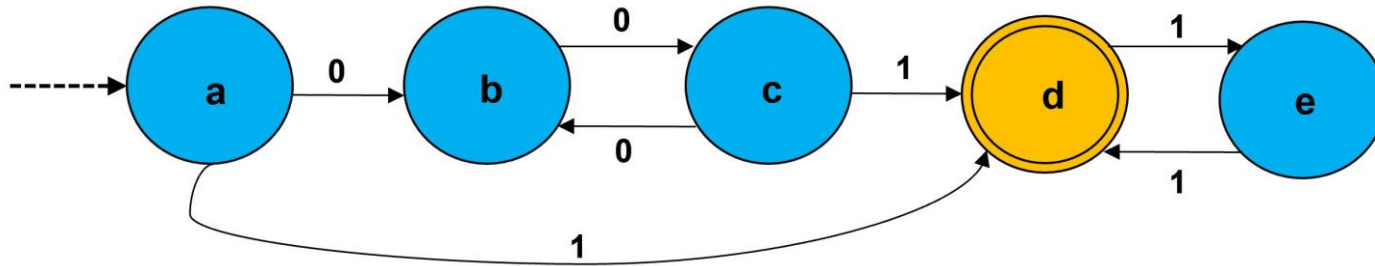
b)

$(00)^*1(11)^*$ ή $(00)^*(11)^*1$

Μονός αριθμός από 1 (τουλάχιστον ένα 1)
τα οποία είναι όλα συνεχόμενα, και αν
υπάρχουν 0 αυτά είναι όλα μαζί πριν τα 1
και ο αριθμός τους είναι ζυγός (μπορεί να
μην υπάρχει 0)

c)

Πίνακας Καταστάσεων – Μεταβάσεων



Τρέχουσα Κατάσταση	Χαρακτήρας που διαβάζεται	Νέα Κατάσταση	Αποδοχή token
a	0	b	OXI
a	1	d	NAI
b	0	c	OXI
c	0	b	OXI
c	1	d	NAI
d	1	e	OXI
e	1	d	NAI

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται η παρακάτω *BNF* γραμματική, με τερματικά σύμβολα τα **x y**

- Τι τύπου είναι η γραμματική στην *ιεραρχία Chomsky*; Είναι LL(1) η γραμματική; Αιτιολογήστε τις απαντήσεις σας.
- Τι είδους συμβολοσειρές περιγράφει η παραπάνω γραμματική; Δώστε παραδείγματα αποδεκτών συμβολοσειρών, καθώς και τη μικρότερη σε μήκος.
- Ελέγξτε αν η συμβολοσειρά **xxyyy** είναι μέλος της γλώσσας, παρουσιάζοντας τη *Στοιβά Ταιριάσματος – Πρόβλεψης Top-Down* συντακτικής ανάλυσης.
- Απαντήστε στη ερώτηση (c), παρουσιάζοντας τη *Στοιβά Ολίσθησης – Ελάττωσης Bottom-Up* συντακτικής ανάλυσης της συμβολοσειράς.

$$\langle S \rangle ::= \langle A \rangle \langle B \rangle$$
$$\langle A \rangle ::= \mathbf{x} \langle A \rangle \mathbf{y} \mid \epsilon$$
$$\langle B \rangle ::= \mathbf{y} \langle B \rangle \mid \mathbf{y}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΗΣ 3

$$\begin{aligned} \langle S \rangle & ::= \langle A \rangle \langle B \rangle \\ \langle A \rangle & ::= \mathbf{x} \langle A \rangle \mathbf{y} \mid \epsilon \\ \langle B \rangle & ::= \mathbf{y} \langle B \rangle \mid \mathbf{y} \end{aligned}$$

a)

- Είναι γραμματική **χωρίς συμφραζόμενα**, αφού στην 1^η παραγωγή, το δεξί μέλος αρχίζει με μη-τερματικό σύμβολο (οπότε δεν είναι κανονική γραμματική), ενώ τα αριστερά μέλη όλων των παραγωγών έχουν μόνο ένα μη-τερματικό σύμβολο (οπότε δεν είναι γραμματική με συμφραζόμενα).
- Η γραμματική **δεν είναι LL(1)**, διότι υπάρχουν δύο παραγωγές (για το $\langle B \rangle$) που το δεξί μέλος τους αρχίζει με το ίδιο σύμβολο (\mathbf{y}).

b)

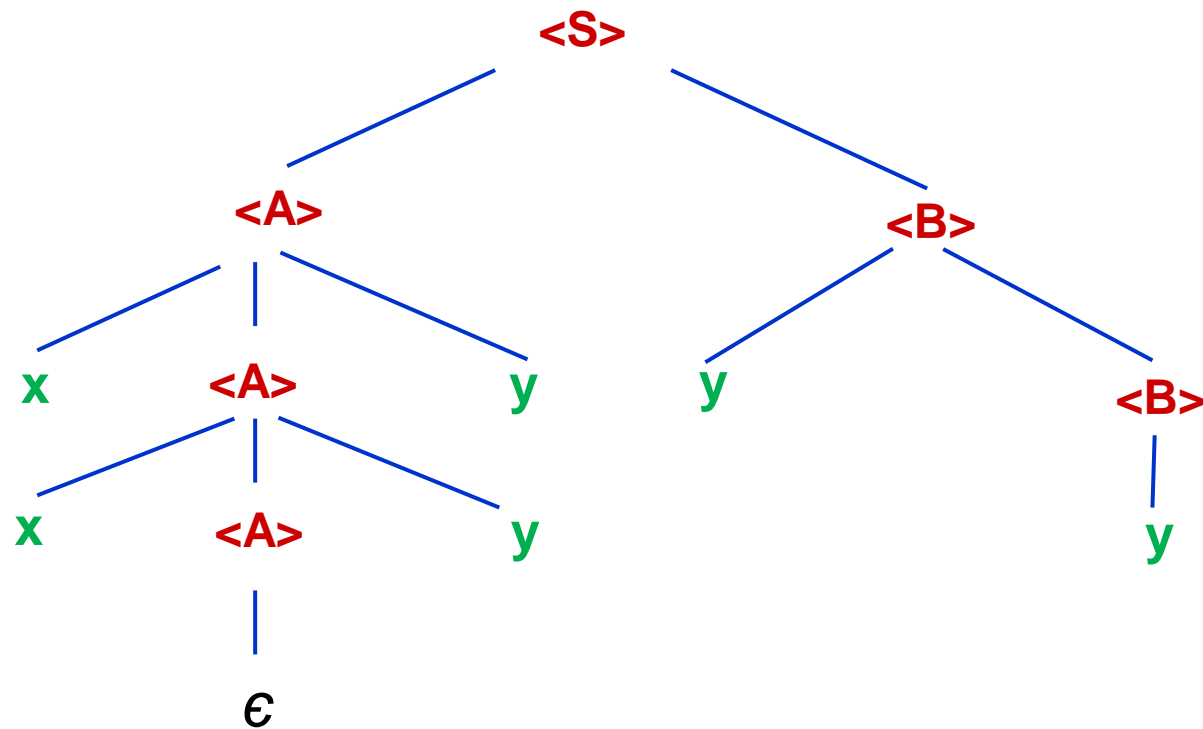
- Η γραμματική περιγράφει συμβολοσειρές $\mathbf{x...x\mathbf{y\mathbf{y}}...y}$ όπου ο αριθμός των \mathbf{y} είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό των \mathbf{x} . Δηλαδή, τα \mathbf{x} προηγούνται των \mathbf{y} (αν υπάρχουν \mathbf{x}).
- Παραδείγματα: $\mathbf{xx\mathbf{y\mathbf{y\mathbf{y\mathbf{y}}}}}$ $\mathbf{x\mathbf{y\mathbf{y}}}$ $\mathbf{y\mathbf{y\mathbf{y}}}$
- Ελάχιστη συμβολοσειρά: \mathbf{y}

c)

Το Δέντρο Συντακτικής Ανάλυσης

xyyyyy

$\langle S \rangle ::= \langle A \rangle \langle B \rangle$
 $\langle A \rangle ::= \mathbf{x} \langle A \rangle \mathbf{y} \mid \epsilon$
 $\langle B \rangle ::= \mathbf{y} \langle B \rangle \mid \mathbf{y}$



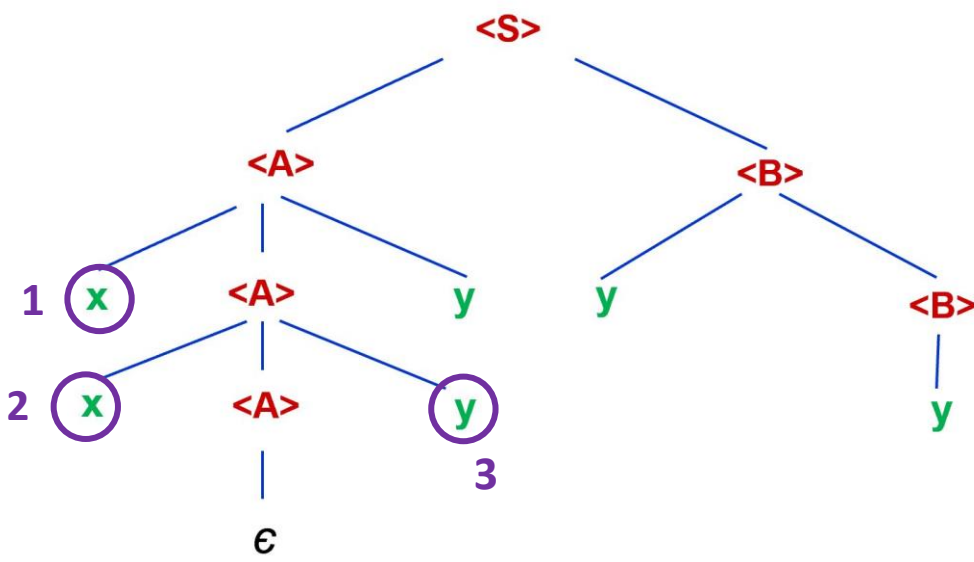
Συντακτική Ανάλυση Top-Down

Χρησιμοποιείται μια *Στοίβα* και δύο *Πράξεις*:

- **Ταίριασμα συμβόλου**: Αν στην κορυφή της στοίβας βρίσκεται το *τερματικό* σύμβολο a και το τρέχον σύμβολο του string εισόδου είναι επίσης a , τότε το a αφαιρείται από τη στοίβα και διαβάζεται το επόμενο σύμβολο του string εισόδου.
- **Πρόβλεψη**: Αν στην κορυφή της στοίβας βρίσκεται το *μη-τερματικό* σύμβολο $\langle A \rangle$, το αντικαθιστούμε με το δεξιό μέρος κάποιου κανόνα ορισμού του $\langle A \rangle$, με τα σύμβολα σε αντίθετη σειρά.

Αν καμία από τις δύο πράξεις δεν μπορεί να εφαρμοστεί, τότε υπάρχει συντακτικό σφάλμα.

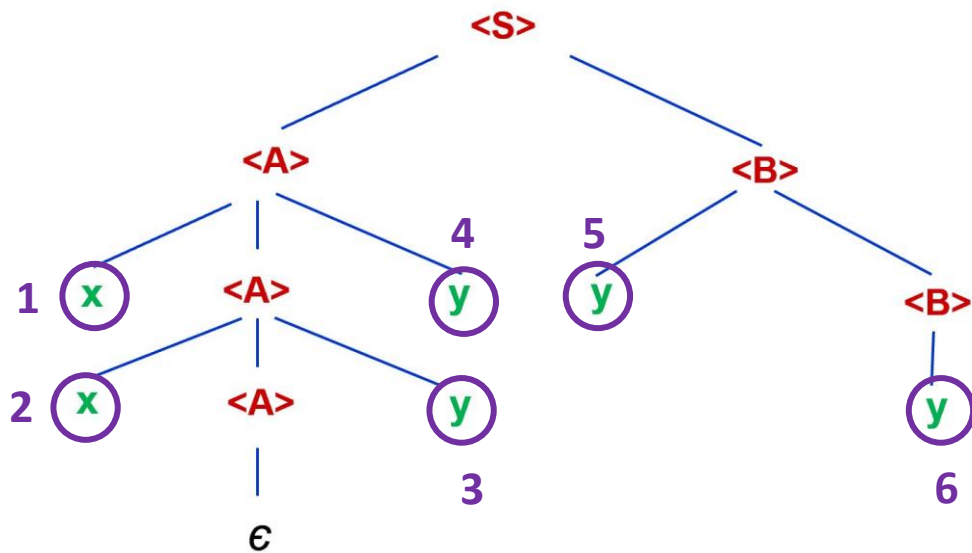
c)



xxyyy

$\langle S \rangle ::= \langle A \rangle \langle B \rangle$
 $\langle A \rangle ::= \mathbf{x} \langle A \rangle \mathbf{y} \mid \epsilon$
 $\langle B \rangle ::= \mathbf{y} \langle B \rangle \mid \mathbf{y}$

Βήμα	Στοιβά	Είσοδος	Πράξη
0	$\langle S \rangle$	xxyyy EOF	Πρόβλεψη $\langle S \rangle ::= \langle A \rangle \langle B \rangle$
1	$\langle B \rangle \langle A \rangle$	xxyyy EOF	Πρόβλεψη $\langle A \rangle ::= \mathbf{x} \langle A \rangle \mathbf{y}$
2	$\langle B \rangle \mathbf{y} \langle A \rangle \mathbf{x}$	xxyyy EOF	Ταίριασμα συμβόλου \mathbf{x}
3	$\langle B \rangle \mathbf{y} \langle A \rangle$	xyyy EOF	Πρόβλεψη $\langle A \rangle ::= \mathbf{x} \langle A \rangle \mathbf{y}$
4	$\langle B \rangle \mathbf{y} \mathbf{y} \langle A \rangle \mathbf{x}$	xyyy EOF	Ταίριασμα συμβόλου \mathbf{x}
5	$\langle B \rangle \mathbf{y} \mathbf{y} \langle A \rangle$	yyyy EOF	Πρόβλεψη $\langle A \rangle ::= \epsilon$
6	$\langle B \rangle \mathbf{y} \mathbf{y}$	yyyy EOF	Ταίριασμα συμβόλου \mathbf{y}



xyyyyy

$\langle S \rangle ::= \langle A \rangle \langle B \rangle$
 $\langle A \rangle ::= x \langle A \rangle y \mid \epsilon$
 $\langle B \rangle ::= y \langle B \rangle \mid y$

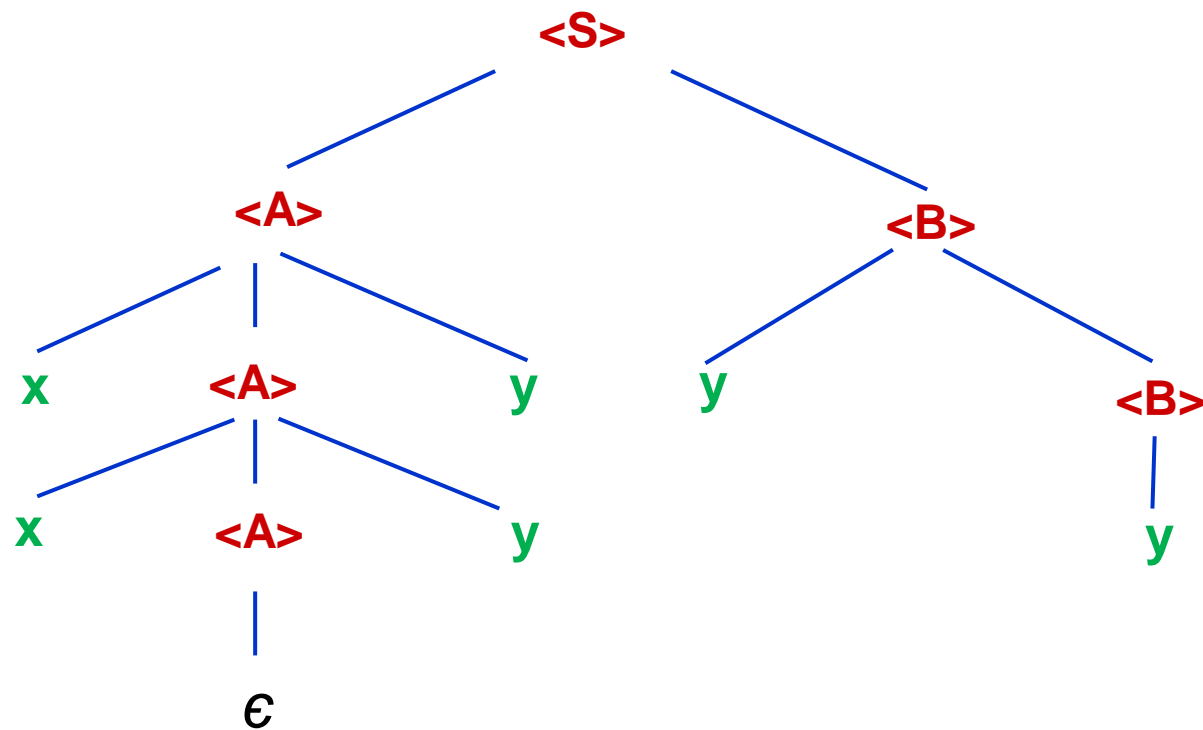
Βήμα	Στοιίβα	Είσοδος	Πράξη
6	$\langle B \rangle yy$	yyyy EOF	Ταίριασμα συμβόλου y
7	$\langle B \rangle y$	yyy EOF	Ταίριασμα συμβόλου y
8	$\langle B \rangle$	yy EOF	Πρόβλεψη $\langle B \rangle ::= y \langle B \rangle$
9	$\langle B \rangle y$	yy EOF	Ταίριασμα συμβόλου y
10	$\langle B \rangle$	y EOF	Πρόβλεψη $\langle B \rangle ::= y$
11	y	y EOF	Ταίριασμα συμβόλου y
12	ϵ	EOF	ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ✓

d)

Το Δέντρο Συντακτικής Ανάλυσης
(ίδιο τελικά...)

xyyyyy

$\langle S \rangle ::= \langle A \rangle \langle B \rangle$
 $\langle A \rangle ::= \mathbf{x} \langle A \rangle \mathbf{y} \mid \epsilon$
 $\langle B \rangle ::= \mathbf{y} \langle B \rangle \mid \mathbf{y}$



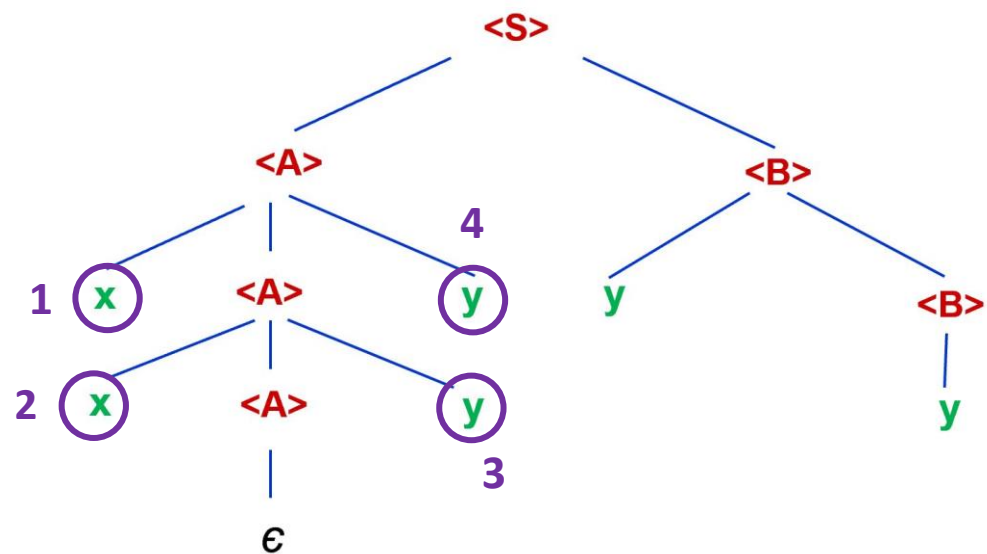
Συντακτική Ανάλυση Bottom-Up

Συντακτικοί Αναλυτές **ολίσθησης-ελάττωσης** (shift-reduce parsers).

Χρησιμοποιούν μια *Στοίβα* και δύο *Πράξεις*:

- **Ολίσθηση** (shift): Αφαιρεί ένα σύμβολο από την αρχή του string και το βάζει στην κορυφή της στοίβας.
- **Ελάττωση** (reduce): Όταν στην κορυφή της στοίβας υπάρχει το δεξί μέλος παραγωγής. Αφαιρούνται αυτά τα σύμβολα από τη στοίβα και αντικαθίστανται από το αριστερό μέλος.

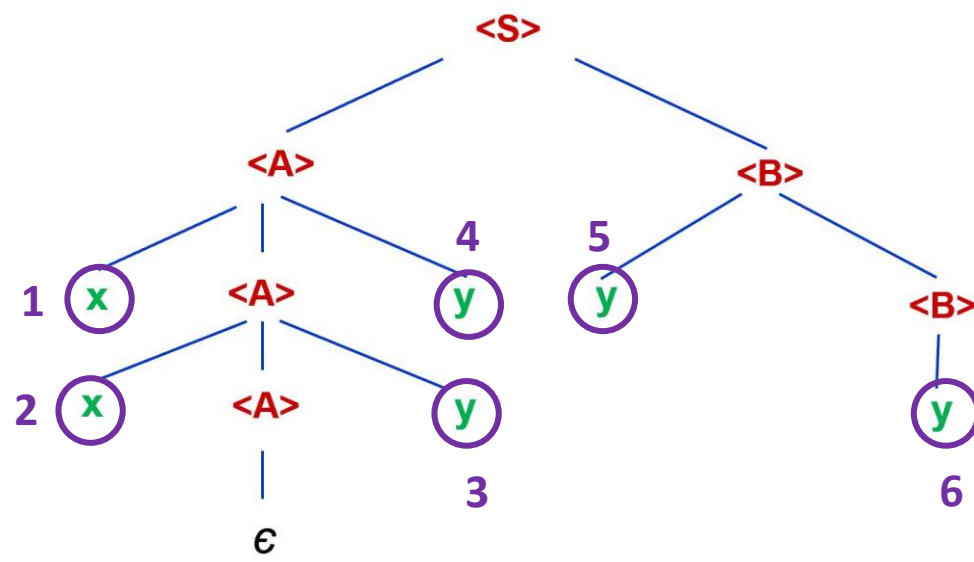
d)



xxyyy

 $\langle S \rangle ::= \langle A \rangle \langle B \rangle$
 $\langle A \rangle ::= \mathbf{x} \langle A \rangle \mathbf{y} \mid \epsilon$
 $\langle B \rangle ::= \mathbf{y} \langle B \rangle \mid \mathbf{y}$

Βήμα	Στοιβά	Είσοδος	Πράξη
0	ε	xxyyy EOF	Ολίσθηση
1	x	xxyyy EOF	Ολίσθηση
2	xx	xyyy EOF	Ελάττωση $\langle A \rangle ::= \epsilon$
3	xx<A>	xyyy EOF	Ολίσθηση
4	xx<A>y	xyy EOF	Ελάττωση $\langle A \rangle ::= \mathbf{x} \langle A \rangle \mathbf{y}$
5	x<A>	xyy EOF	Ολίσθηση
6	x<A>y	yy EOF	Ελάττωση $\langle A \rangle ::= \mathbf{x} \langle A \rangle \mathbf{y}$



$\langle S \rangle ::= \langle A \rangle \langle B \rangle$
 $\langle A \rangle ::= x \langle A \rangle y \mid \epsilon$
 $\langle B \rangle ::= y \langle B \rangle \mid y$

Βήμα	Στοιίβα	Είσοδος	Πράξη
6	$x \langle A \rangle y$	yy EOF	Ελάττωση $\langle A \rangle ::= x \langle A \rangle y$
7	$\langle A \rangle$	yy EOF	Ολίσθηση
8	$\langle A \rangle y$	y EOF	Ολίσθηση
9	$\langle A \rangle yy$	EOF	Ελάττωση $\langle B \rangle ::= y$
10	$\langle A \rangle y \langle B \rangle$	EOF	Ελάττωση $\langle B \rangle ::= y \langle B \rangle$
11	$\langle A \rangle \langle B \rangle$	EOF	Ελάττωση $\langle S \rangle ::= \langle A \rangle \langle B \rangle$
12	$\langle S \rangle$	EOF	ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ✓

ΑΣΚΗΣΗ 4

Δίνεται η παρακάτω *BNF* γραμματική, με τερματικά σύμβολα τα **0 1**

- Τι τύπου είναι η γραμματική στην *ιεραρχία Chomsky*; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
- Τι είδους συμβολοσειρές περιγράφει η γραμματική; Δώστε παραδείγματα αποδεκτών συμβολοσειρών, καθώς και τη μικρότερη σε μήκος.
- Μπορείτε να φτιάξετε μια *κανονική έκφραση* αντίστοιχη της γραμματικής και γιατί; Αν ναι, παρουσιάστε την, καθώς και το αντίστοιχο *πεπερασμένο ντετερμινιστικό αυτόματο*.
- Ελέγξτε αν η συμβολοσειρά **011010** είναι μέλος της γλώσσας, παρουσιάζοντας τη *Στοίβα Ταιριάσματος – Πρόβλεψης Top-Down* συντακτικής ανάλυσης.

$$\langle S \rangle ::= \mathbf{0}\langle S \rangle \mid \mathbf{1}\langle A \rangle$$

$$\langle A \rangle ::= \mathbf{0}\langle S \rangle \mid \mathbf{1}\langle B \rangle$$

$$\langle B \rangle ::= \mathbf{0}\langle B \rangle \mid \mathbf{1}\langle B \rangle \mid \epsilon$$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΗΣ 4

$\langle S \rangle ::= 0\langle S \rangle \mid 1\langle A \rangle$
 $\langle A \rangle ::= 0\langle S \rangle \mid 1\langle B \rangle$
 $\langle B \rangle ::= 0\langle B \rangle \mid 1\langle B \rangle \mid \epsilon$

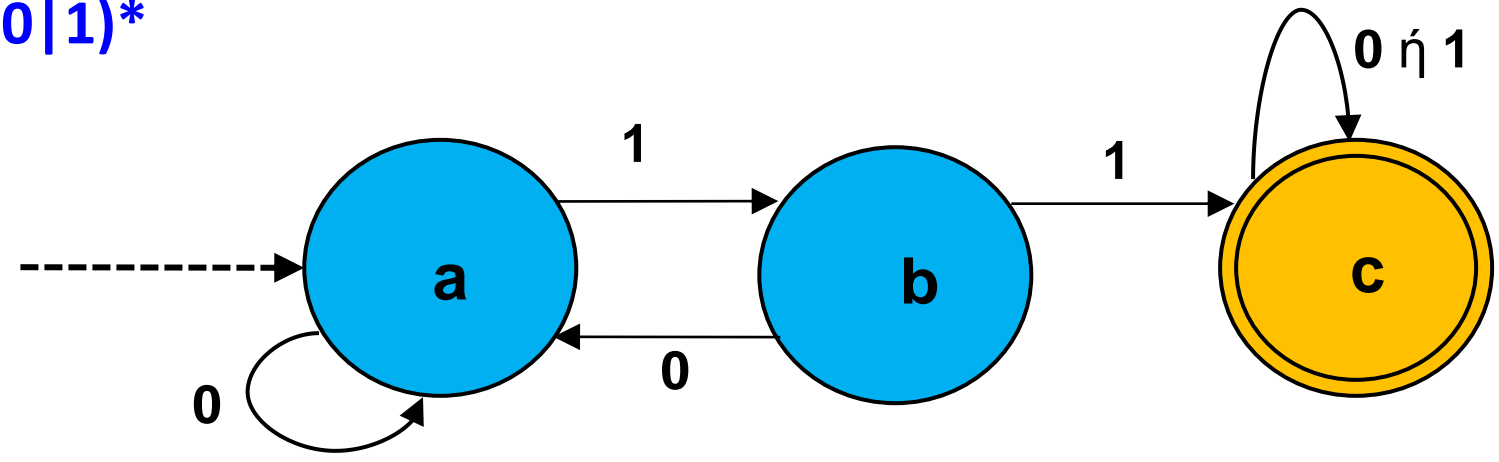
a) Είναι **κανονική** γραμματική, διότι σε όλες τις παραγωγές, τα δεξιά μέλη αρχίζουν με τερματικό σύμβολο.

b)

- Η γραμματική περιγράφει λέξεις με **0 1** στις οποίες υπάρχει το **11**.
- Παραδείγματα: **001011 1011110 110111**
- Ελάχιστη συμβολοσειρά: **11**

c) Ναι. Εφόσον είναι κανονική γραμματική, υπάρχει αντίστοιχη κανονική έκφραση:

$(0|1)^*11(0|1)^*$

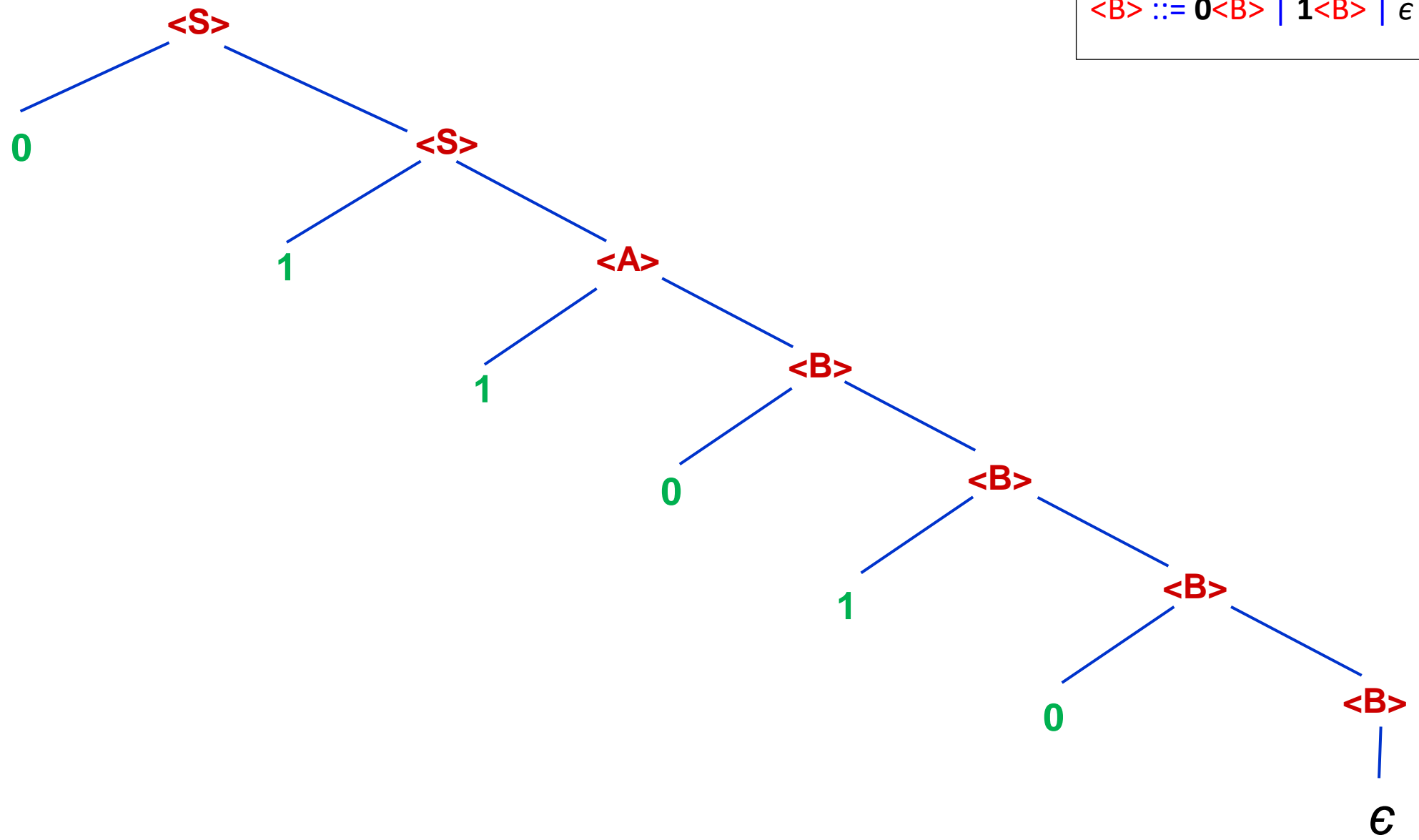


d)

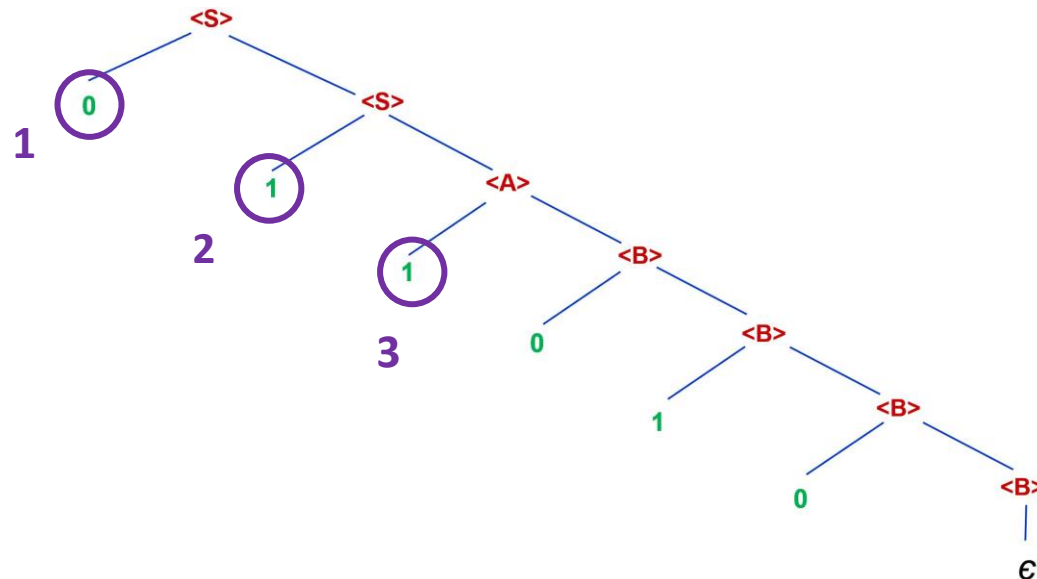
Το Δέντρο Συντακτικής Ανάλυσης

011010

$\langle S \rangle ::= 0\langle S \rangle \mid 1\langle A \rangle$
 $\langle A \rangle ::= 0\langle S \rangle \mid 1\langle B \rangle$
 $\langle B \rangle ::= 0\langle B \rangle \mid 1\langle B \rangle \mid \epsilon$



d)



011010

 $\langle S \rangle ::= 0\langle S \rangle \mid 1\langle A \rangle$ $\langle A \rangle ::= 0\langle S \rangle \mid 1\langle B \rangle$ $\langle B \rangle ::= 0\langle B \rangle \mid 1\langle B \rangle \mid \epsilon$

Βήμα	Στοιβά	Είσοδος	Πράξη
0	$\langle S \rangle$	011010 EOF	Πρόβλεψη $\langle S \rangle ::= 0\langle S \rangle$
1	$\langle S \rangle 0$	011010 EOF	Ταίριασμα συμβόλου 0
2	$\langle S \rangle$	11010 EOF	Πρόβλεψη $\langle S \rangle ::= 1\langle A \rangle$
3	$\langle A \rangle 1$	11010 EOF	Ταίριασμα συμβόλου 1
4	$\langle A \rangle$	1010 EOF	Πρόβλεψη $\langle A \rangle ::= 1\langle B \rangle$
5	$\langle B \rangle 1$	1010 EOF	Ταίριασμα συμβόλου 1
6	$\langle B \rangle$	010 EOF	Πρόβλεψη $\langle B \rangle ::= 0\langle B \rangle$

