

Εξομοίωση του κβαντικού
κυκλώματος άθροισης με την
πύλη HNG στον εξομοιωτή
Quirk

Μητρούλιας Δημήτριος, ΑΜ 1063839

Εαρινό Εξάμηνο 2017-18

ΕΤΥ 2018 :Νανοηλεκτρονική και κβαντικές Πύλες

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή
2. Περιγραφή του προβλήματος
3. Διαδοχικά Στάδια Προσέγγισης
4. Μεθοδολογία Επίλυσης
5. Αποτελέσματα – Video Εξωμοίωσης
6. Βιβλιογραφία και Πηγές πληροφοριών

1. Εισαγωγή

Μέρος 1ο : ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Οι κβαντικές πύλες δεν είναι συνήθως φυσικά συστήματα, αλλά αντιπροσωπεύουν δράσεις που ασκούνται σε qubits ή κβαντικούς καταχωρητές.
- Οι δράσεις στα κβαντικά συστήματα αντιπροσωπεύονται από τελεστές του διανυσματικού χώρου Hilbert.

Σκοπός της εργασίας:

Η υλοποίηση της πύλης HNG

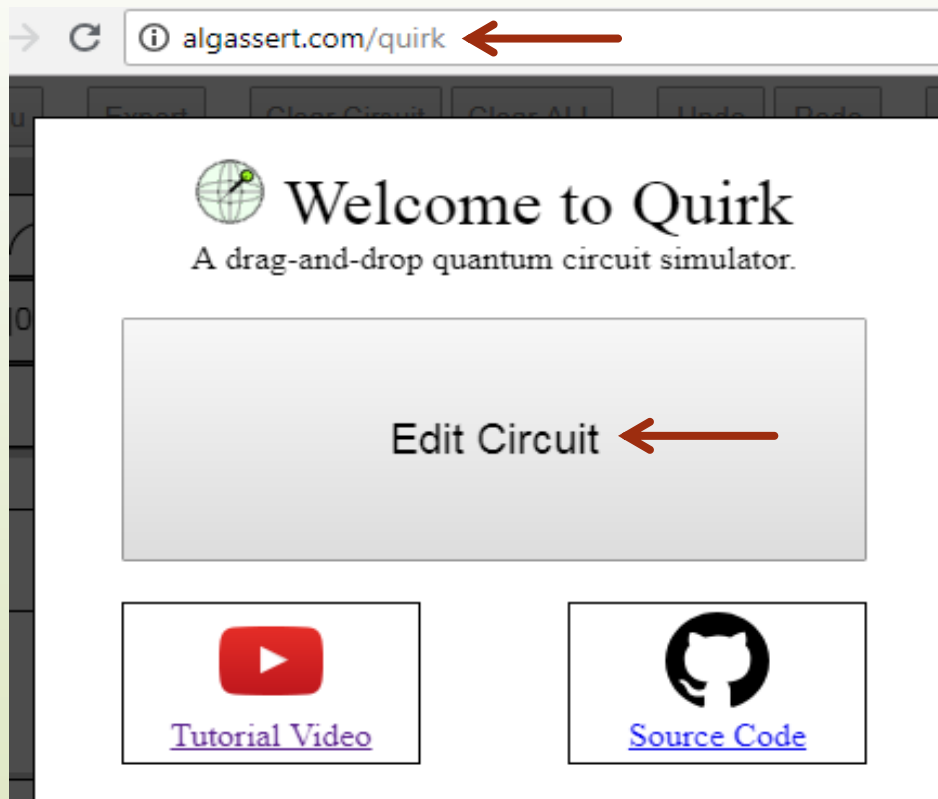
στον εξομοιωτή της Quirk για το κύκλωμα του αθροιστή.

Βασικά Στοιχεία του εξομοιωτή κβαντικών κυκλωμάτων Quirk

- Το γραφικό περιβάλλον της Quirk είναι ένας εξομοιωτής κβαντικών κυκλωμάτων έως και 16-qubits.
- Υλοποίηση με Drag and drop από τα Toolbox 1 και 2
- Real time απεικόνιση σχεδίασης και αποτελεσμάτων
- Αποτύπωση καταστάσεων των qubits – καταχωρητών
- Δημιουργία υπερσυνδέσμων (export)
- Δημιουργία πυλών (custom)

Οδηγίες σύνδεσης στο Quirk

- Έναρξη Simulator μέσω της url διεύθυνσης <http://algassert.com/quirk>



- Παραδείγματα
 - Grover Search
 - Shor Period Finding
 - Bell Inequality Test (CHSH)
 - Quantum Teleportation
 - Superdense Coding
 - Delayed Choice Eraser
 - Symmetry Breaking
 - Quantum Fourier Transform
 - Reversible Addition

Edit Circuit - Quirk

Menu Export Clear Circuit Clear ALL Undo Redo Make Gate Version 2.1

Toolbox	Probes	Displays	Half Turns	Quarter Turns	Eighth Turns	Sixteenths	Spinning	Parametrized	Silly					
		Sample Density Chance	Z Y 	$Z^{1/2}$ $Y^{1/2}$ $X^{1/2}$	$Z^{-1/2}$ $Y^{-1/2}$ $X^{-1/2}$	$Z^{1/4}$ $Y^{1/4}$ $X^{1/4}$	$Z^{-1/4}$ $Y^{-1/4}$ $X^{-1/4}$	$Z^{1/8}$ $Y^{1/8}$ $X^{1/8}$	$Z^{-1/8}$ $Y^{-1/8}$ $X^{-1/8}$	Z^t Y^t X^t	Z^{-t} Y^{-t} X^{-t}	$Z^{A/2^n}$ $Y^{A/2^n}$ $X^{A/2^n}$	$Z^{-A/2^n}$ $Y^{-A/2^n}$ $X^{-A/2^n}$	0 ? - ...
		<i>drag gates onto circuit</i>												

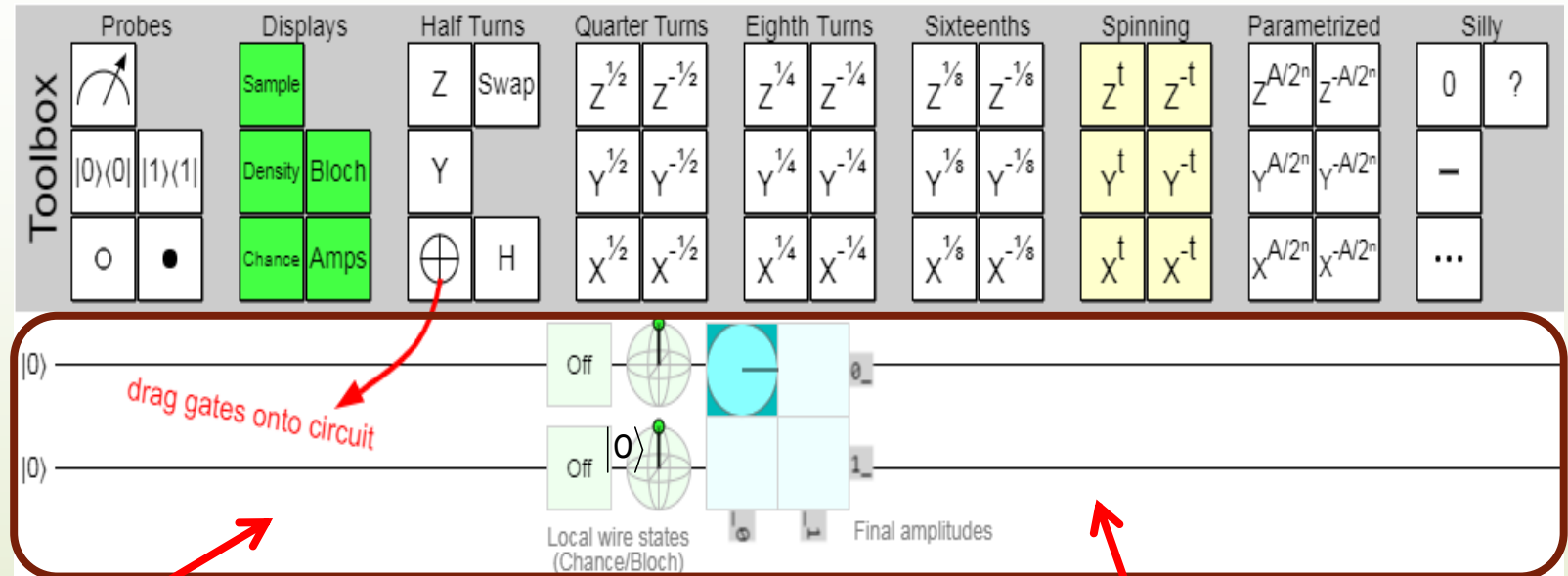
Toolbox ₂	\ominus \oplus	$+[t]$ $-[t]$	QFT QFT [†]	input A A=# default	+1 -1	$\oplus A < B$ $\oplus A > B$	+1 mod R -1 mod R	
	\otimes \circledast	Reverse		input B B=# default	+A -A	$\oplus A \leq B$ $\oplus A \geq B$	+A mod R -A mod R	
	$ 0\rangle\langle 0 $ $ 0\rangle\langle 1 $		Grad ^{1/2} Grad ^{-1/2}	input R R=# default	+AB -AB	$\oplus A = B$ $\oplus A \neq B$	$\times A$ mod R $\times A^{-1}$ mod R	
	$ 0\rangle\langle 0 $ $ 0\rangle\langle 1 $		Grad ^t Grad ^{-t}		$\times A$ $\times A^{-1}$		$\times B^A$ mod R $\times B^{-A}$ mod R	
	X/Y Probes	Order	Frequency	Inputs	Arithmetic	Compare	Modular	Custom Gates

Αρχική Οθόνη - Menu επιλογών και toolboxes

Edit Circuit - Quirk

➤ Toolbox 1

- Probes
- Displays
- Half Turns
- Quarter Turns
- Eighth Turns
- Sixteenths
- Spinning
- Parametrized
- Silly



➤ Υλοποίηση - Σχεδιασμός

- Max = 16 γραμμές σχεδίασης των qubits
- Διάβασμα καταχωρητών από κάτω προς τα πάνω - τρέχουσα κατάσταση $|0\rangle$





- Τελικές καταστάσεις

Edit Circuit - Quirk

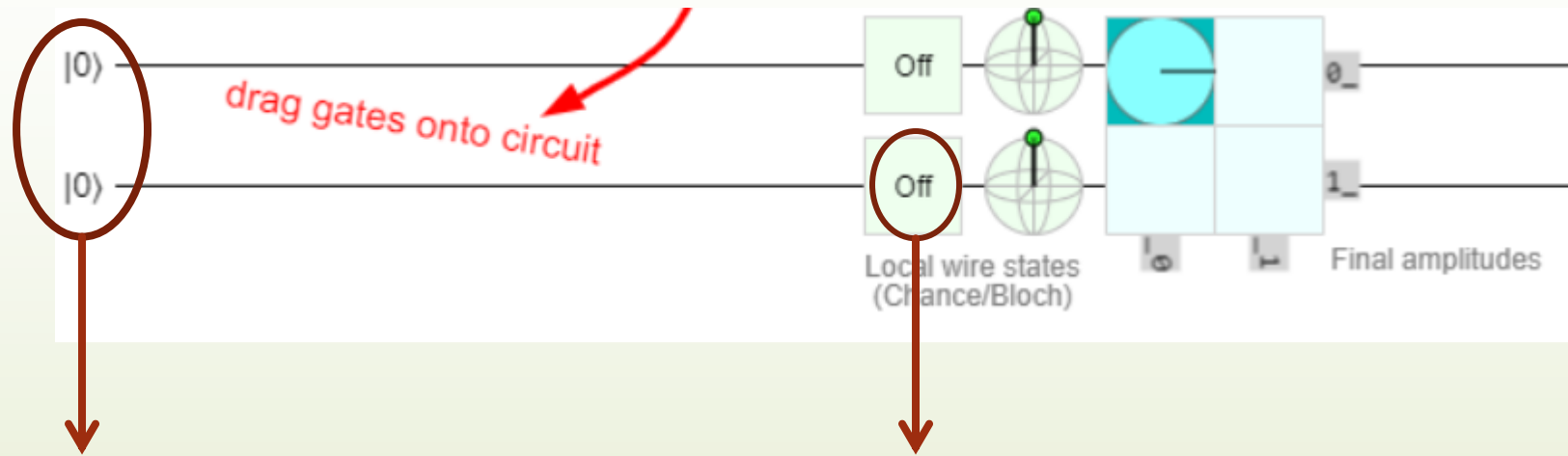
➤ Toolbox 2

- X/Y Probes
- Order
- Frequency
- Inputs
- Arithmetic
- Compare
- Modular
- Custom Gates

Toolbox 2

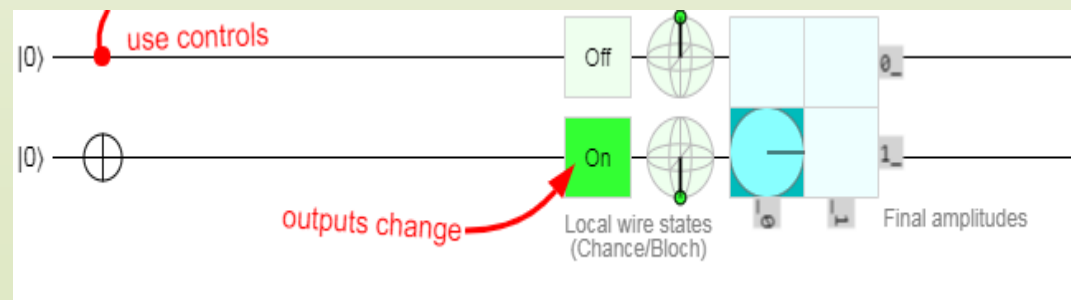
\ominus	\oplus	$+[t]$	$-[t]$	QFT	QFT [†]	input A	A=# default	+1	-1	$\oplus A < B$	$\oplus A > B$	$+1 \pmod R$	$-1 \pmod R$	Custom Gates
\otimes	\otimes	Reverse				input B	B=# default	+A	-A	$\oplus A \leq B$	$\oplus A \geq B$	$+A \pmod R$	$-A \pmod R$	
$ \ominus\rangle\langle\ominus $	$ \oplus\rangle\langle\oplus $			Grad ^{1/2}	Grad ^{-1/2}	input R	R=# default	+AB	-AB	$\oplus A = B$	$\oplus A \neq B$	$\times A \pmod R$	$\times A^{-1} \pmod R$	
$ \otimes\rangle\langle\otimes $	$ \otimes\rangle\langle\otimes $			Grad ^t	Grad ^{-t}			$\times A$	$\times A^{-1}$			$\times B^A \pmod R$	$\times B^{-A} \pmod R$	
X/Y Probes		Order		Frequency		Inputs		Arithmetic		Compare		Modular		

Περιεχόμενα Καταχωρητών - Quirk

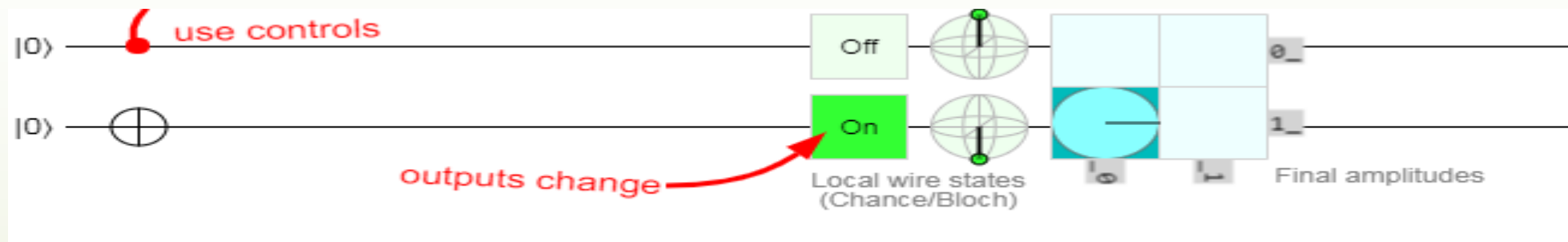


➤ Αρχικές Καταστάσεις καταχωρητή $|0\rangle$

➤ Αλλαγή κατάστασης με πύλη NOT $|1\rangle$
Toolbox σχήμα : \oplus



Επόμενη Κατάσταση - Quirk

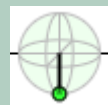


➤ Επόμενη κατάσταση Καταχωρητή

- Πιθανότητες π_x

Chance of being ON if measured
100.00000%

- Σφαίρα Bloch π_x



- Για 2 - qubits σε 00, 01, 10, 11 - Final Amplitudes (block output state)

Κβαντικές Πύλες - Quirk

Type of Gate	Symbol	Matrix
NOT gate	N	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Hadamard gate	H	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
T gate	T	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{\pi}{4}} \end{bmatrix}$
T gate Hermitian transpose	T^+	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\pi}{4}} \end{bmatrix}$
Phase gate	S	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$
Phasegate Hermitian traspose	S^+	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$
CNOT gate	C	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Αντιστοίχιση πυλών Pauli- Quirk

➤ Pauli Gate X

Pauli X Gate

The NOT gate.
Toggles between ON and OFF.

As matrix:



As rotation:



➤ Pauli Gate Y

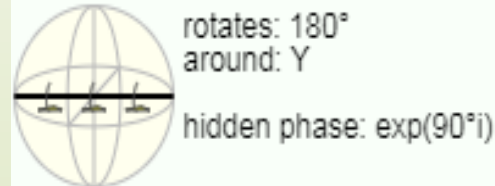
Pauli Y Gate

A combination of the X and Z gates.

As matrix:



As rotation:

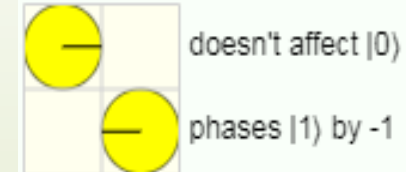


➤ Pauli Gate Z

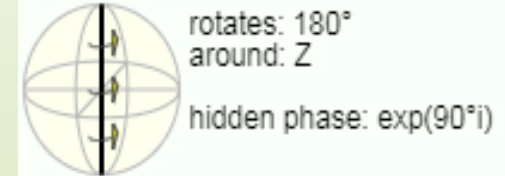
Pauli Z Gate

The phase flip gate.
Negates phases when the qubit is ON

As matrix:



As rotation:



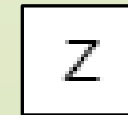
➤ Σύμβολο Πύλης



➤ Σύμβολο Πύλης



➤ Σύμβολο Πύλης



Αντιστοίχιση Swap, Library [Cifford +T] - Quirk

➤ Swap Gate

Swap Gate [Half]

Swaps the values of two qubits.
(Place two in the same column.)

As matrix:



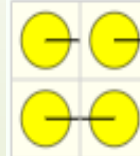
doesn't affect $|00\rangle$
transforms $|01\rangle$ into $|10\rangle$
transforms $|10\rangle$ into $|01\rangle$
doesn't affect $|11\rangle$

➤ Hadamard Gate

Hadamard Gate

Creates simple superpositions.
Maps ON to ON + OFF.
Maps OFF to ON - OFF.

As matrix:



transforms $|0\rangle$ into $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$

transforms $|1\rangle$ into $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$

As rotation:



rotates: 180°
around: $X + Z$

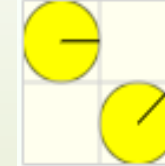
hidden phase: $\exp(90^\circ i)$

➤ T Gate

$Z^{1/4}$ Gate

Principle fourth root of Z.
Also known as the 'T' gate.

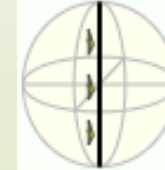
As matrix:



doesn't affect $|0\rangle$

phases $|1\rangle$ by $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$

As rotation:



rotates: 45.000°
around: Z

hidden phase: $\exp(22.500^\circ i)$

➤ Σύμβολο Πύλης

Swap

➤ Σύμβολο Πύλης

H

➤ Σύμβολο Πύλης

$Z^{1/4}$

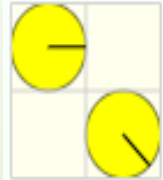
Αντιστοίχιση Library [Cifford +T] - Quirk

➤ T Gate Hermitian Transpose

Z^{-1/4} Gate

Adjoint fourth root of Z.

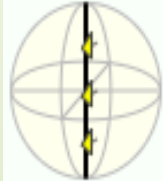
As matrix:



doesn't affect |0⟩

phases |1⟩ by $\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{2}i$

As rotation:



rotates: -45.000°
around: Z

hidden phase: $\exp(-22.500^\circ i)$

➤ Σύμβολο Πύλης

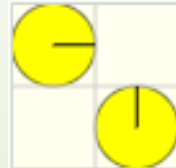
$$Z^{-1/4}$$

➤ Phase Gate

\sqrt{Z} Gate

Principle square root of Z.
Also known as the 'S' gate.

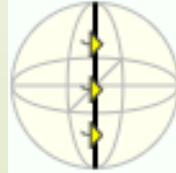
As matrix:



doesn't affect |0⟩

phases |1⟩ by i

As rotation:



rotates: 90°
around: Z

hidden phase: $\exp(45^\circ i)$

➤ Σύμβολο Πύλης

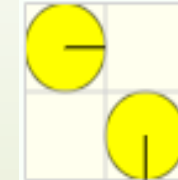
$$Z^{1/2}$$

➤ Phase Gate Hermitian Transpose

Z^{-1/2} Gate

Adjoint square root of Z

As matrix:



doesn't affect |0⟩

phases |1⟩ by -i

As rotation:



rotates: -90°
around: Z

hidden phase: $\exp(-45^\circ i)$

➤ Σύμβολο Πύλης

$$Z^{-1/2}$$

Αντιστοίχιση Library [Cifford +T] - Quirk

➤ CNOT Gate

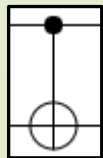
- Control & πύλη NOT



Control

Conditions on a qubit being ON.
Gates in the same column only apply to states meeting the condition

➤ Σχήμα Quirk



➤ Counting Gate

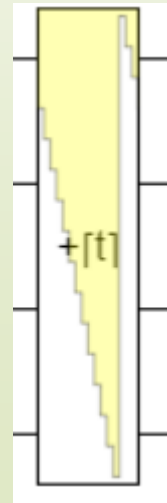
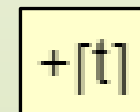
Counting Gate

Adds an increasing little-endian count into a block of qubits.

As matrix:



➤ Σύμβολο Quirk

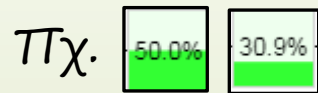


Chance / Bloch Sphere - Quirk

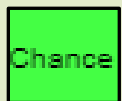
➤ Chance

Probability Display

Shows chances of outcomes if a measurement was performed.
Use controls to see conditional probabilities.



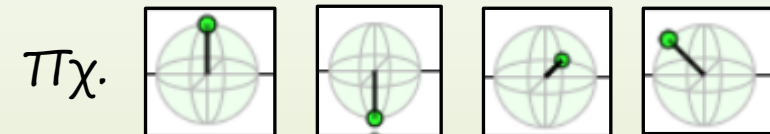
➤ Σύμβολο Quirk



➤ Bloch Sphere

Bloch Sphere Display

Shows a wire's local state as a point on the Bloch Sphere.
Use controls to see conditional states.



➤ Σύμβολο Quirk



Παράδειγμα κβαντικού κυκλώματος - Quirk

➤ Quantum Teleportation



Μέρος 2^ο : ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

2. Υλοποίηση της πύλης HNG στο QUIRK

Δεδομένα - Ζητούμενα Προβλήματος

- Η πύλη HNG περιγράφεται στη αναφορά : Haghparast M. and K. Navi, 2008. A Novel reversible BCD adder for nanotechnology based systems. Am. J. Applied Sci., 5 (3): 282-288.

<http://thescipub.com/pdf/10.3844/ajassp.2008.282.288>

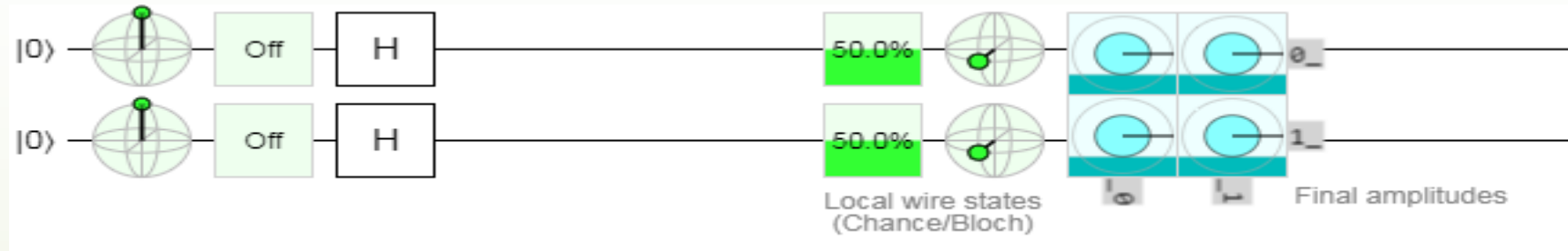
- Ζητούμενα:

Η εξομοίωση της πύλης HNG και η καταγραφή κάθε της κατάστασης ανά περίπτωση λειτουργώντας ως XNOR, OR, XOR και NAND, NOR, NOT, AND και ως 4-bit reversible gate (CCNOT gate)

Μέρος 3^ο : Διαδοχικά Στάδια Προσέγγισης

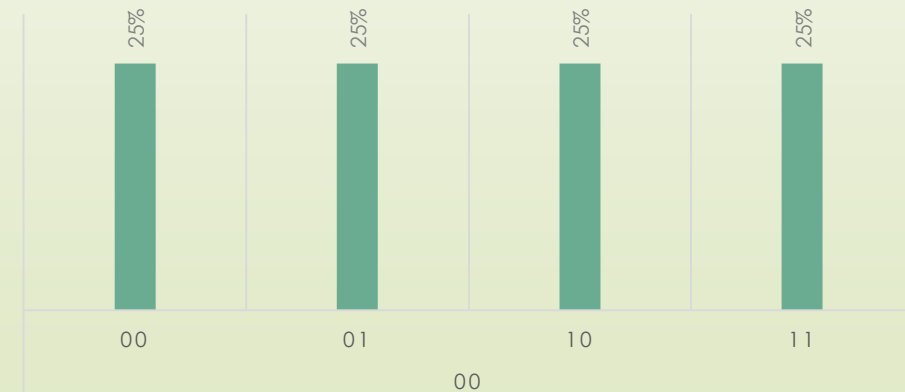
3. Εξομοίωση πυλών

Βήμα 1^ο : Εξομοίωση πύλης Hadamard (1/4)

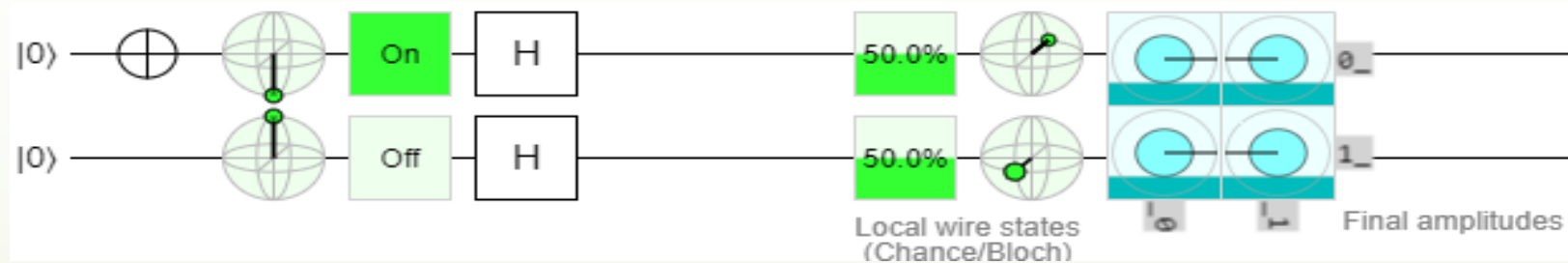


ΑΡΧΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΕΠΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
00	00	25%
	01	25%
	10	25%
	11	25%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

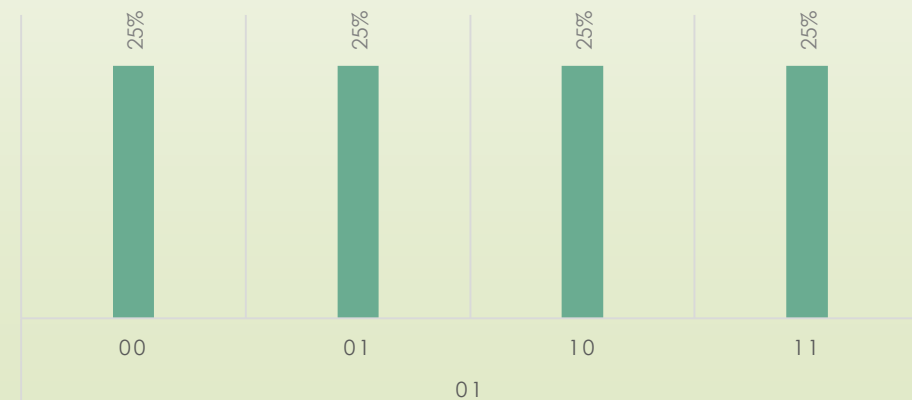


Βήμα 1^ο : Εξομοίωση πύλης Hadamard (2/4)

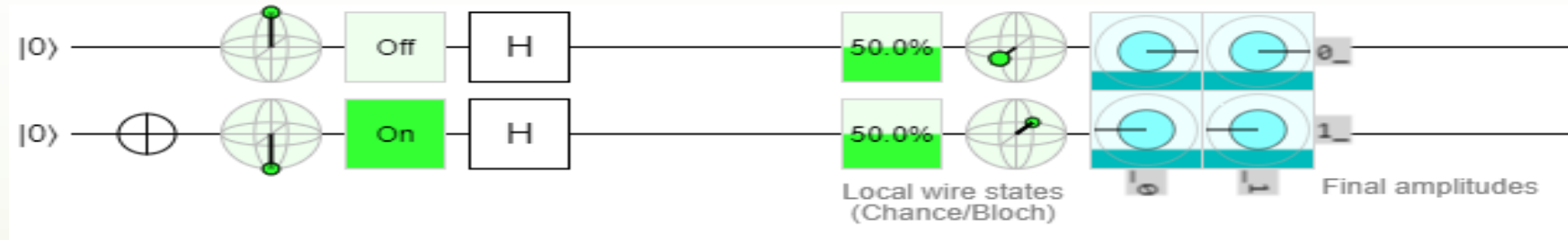


ΑΡΧΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΕΠΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
01	00	25%
	01	25%
	10	25%
	11	25%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

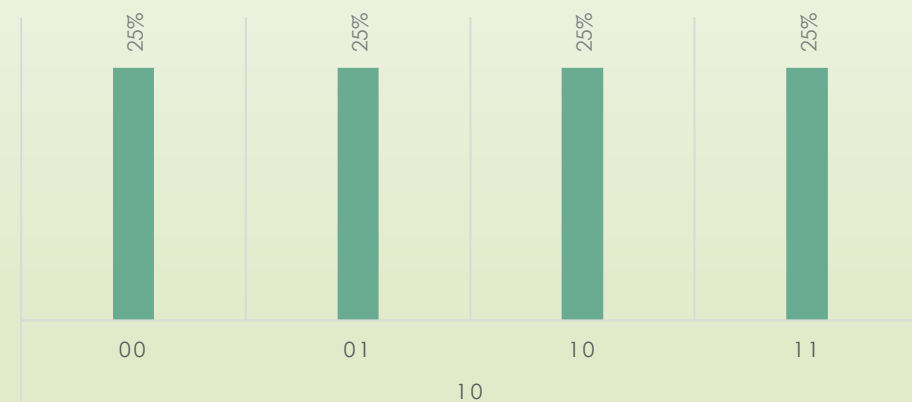


Βήμα 1^ο : Εξομοίωση πύλης Hadamard (3/4)

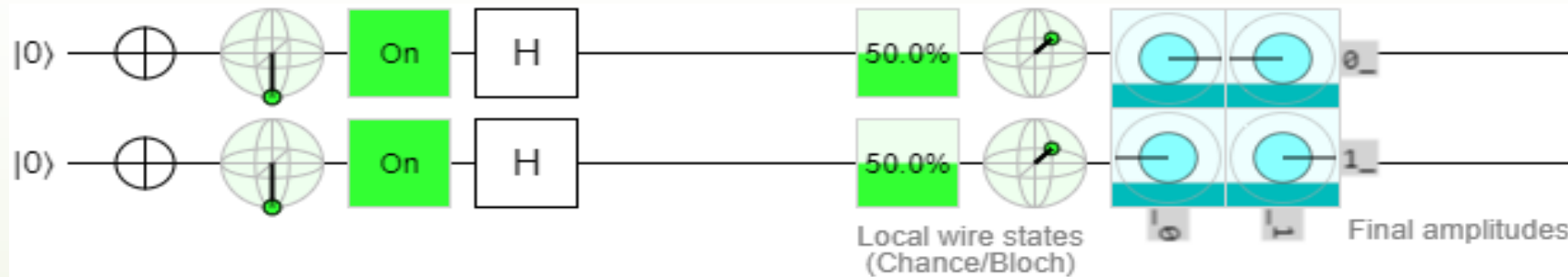


ΑΡΧΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΕΠΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
10	00	25%
	01	25%
	10	25%
	11	25%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

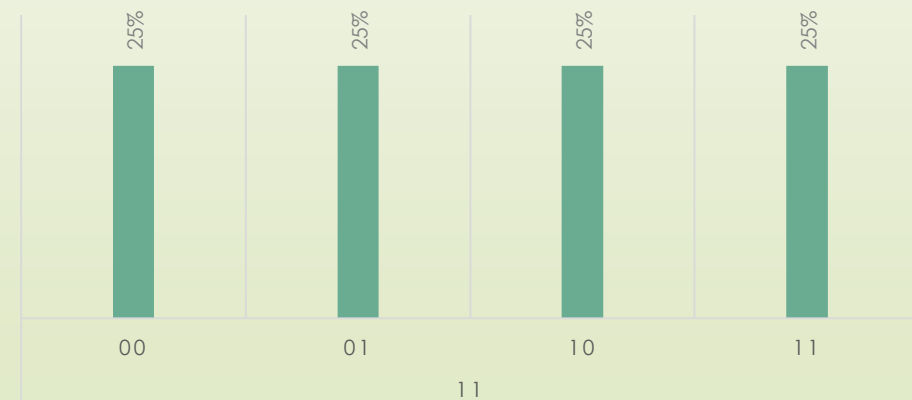


Βήμα 1^ο : Εξομοίωση πύλης Hadamard (4/4)

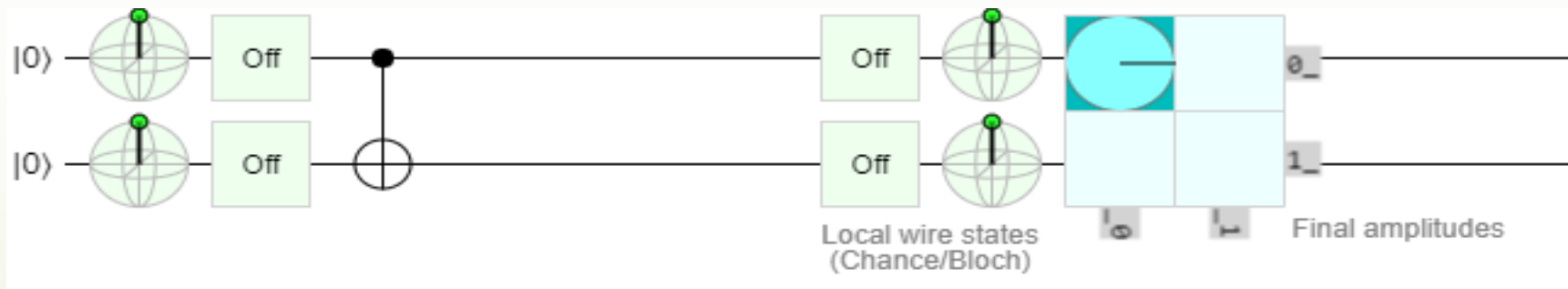


ΑΡΧΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΕΠΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
11	00	25%
	01	25%
	10	25%
	11	25%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

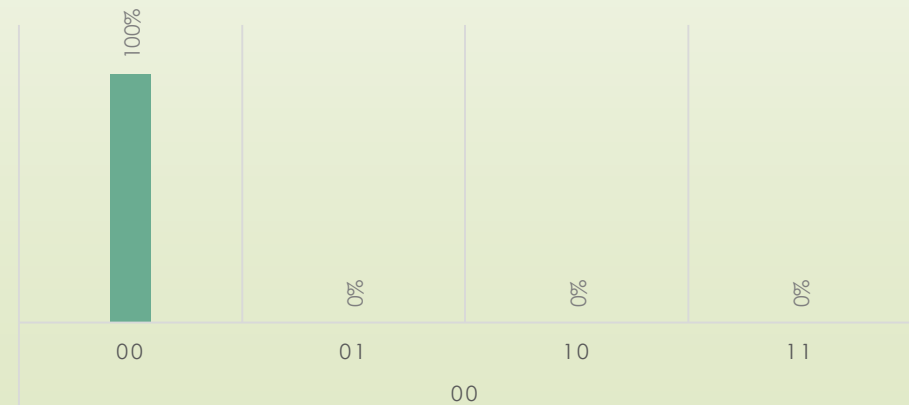


Βήμα 2^ο : Εξομοίωση πύλης CNOT (1/4)

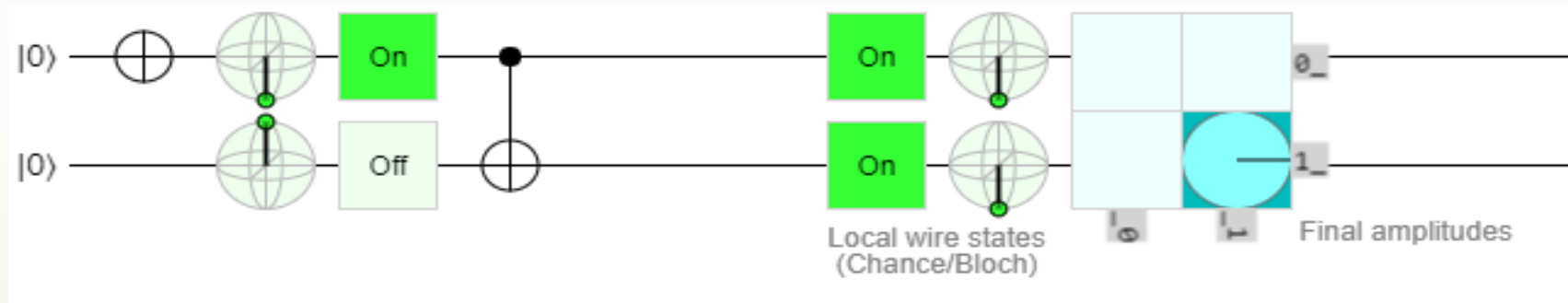


ΑΡΧΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΕΠΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
00	00	100%
	01	0%
	10	0%
	11	0%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

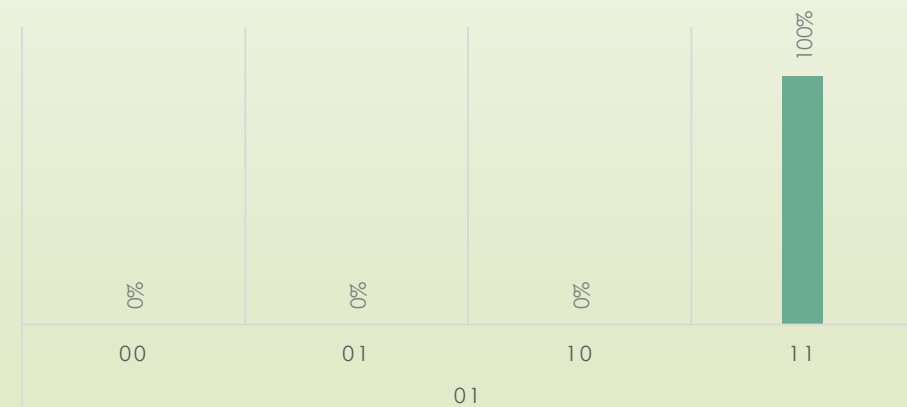


Βήμα 2^ο : Εξομοίωση πύλης CNOT (2/4)

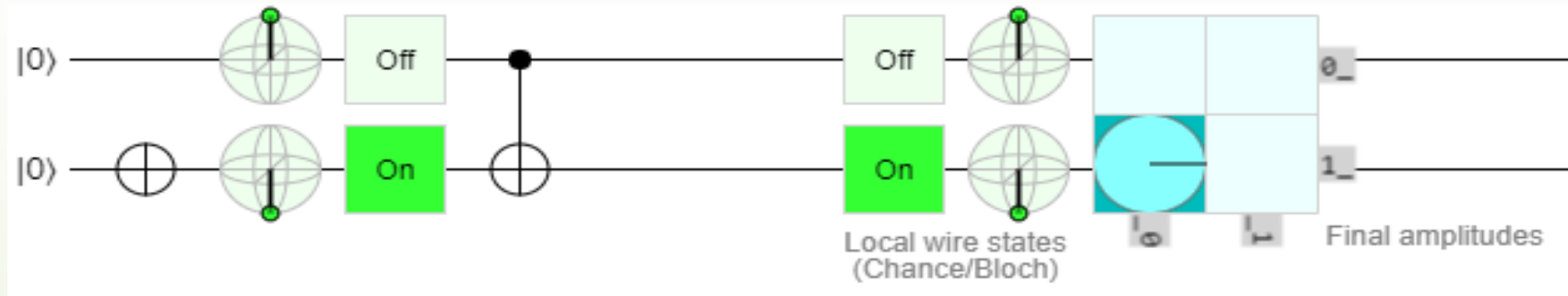


ΑΡΧΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΕΠΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
01	00	0%
	01	0%
	10	0%
	11	100%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

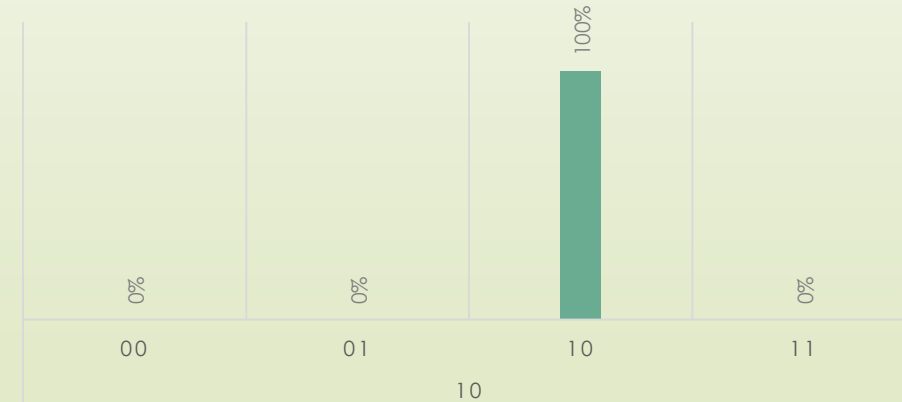


Βήμα 2^ο : Εξομοίωση πύλης CNOT (3/4)

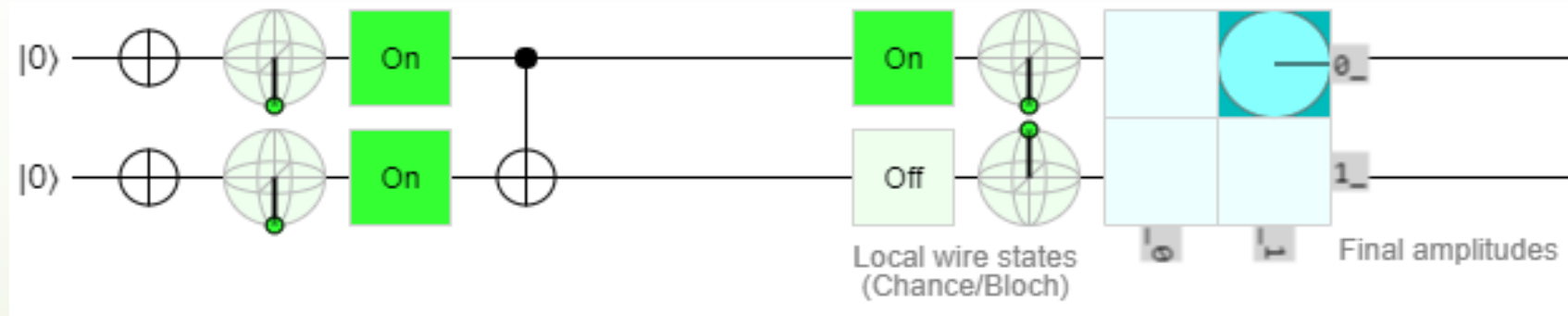


ΑΡΧΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΕΠΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
10	00	0%
	01	0%
	10	100%
	11	0%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

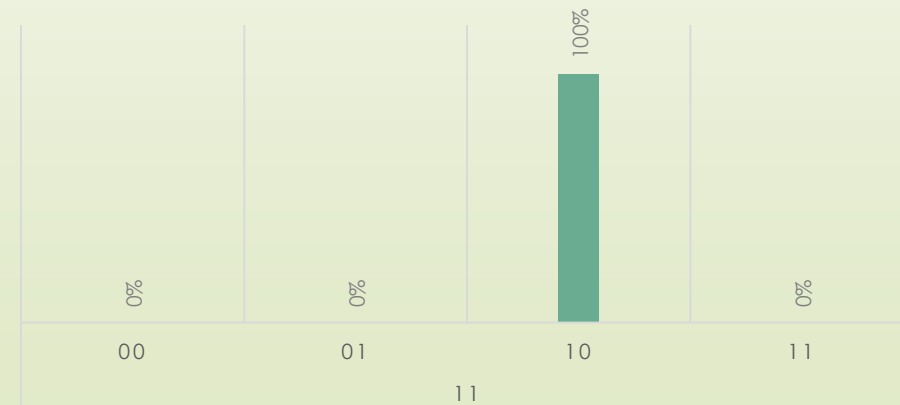


Βήμα 2^ο : Εξομοίωση πύλης CNOT (4/4)

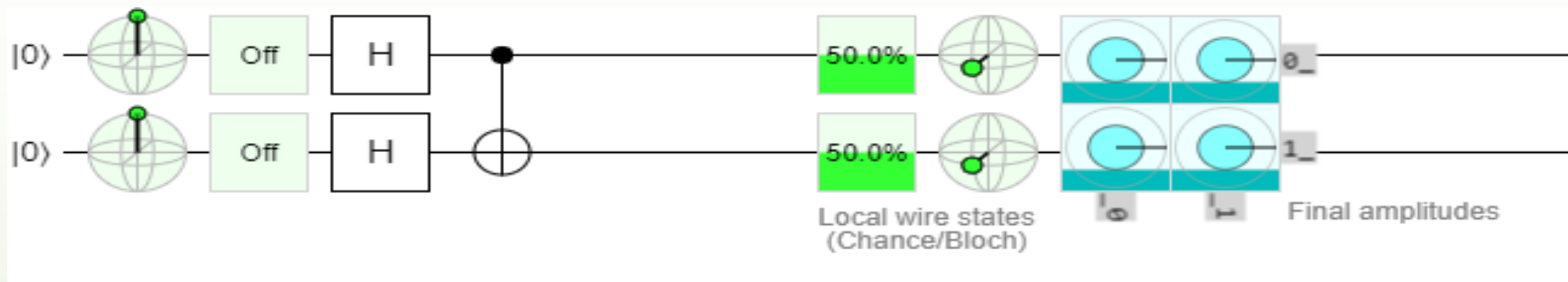


ΑΡΧΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΕΠΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
11	00	0%
	01	0%
	10	100%
	11	0%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ



Βήμα 3^ο : Εξομοίωση Hadamard & CNOT (1/5)

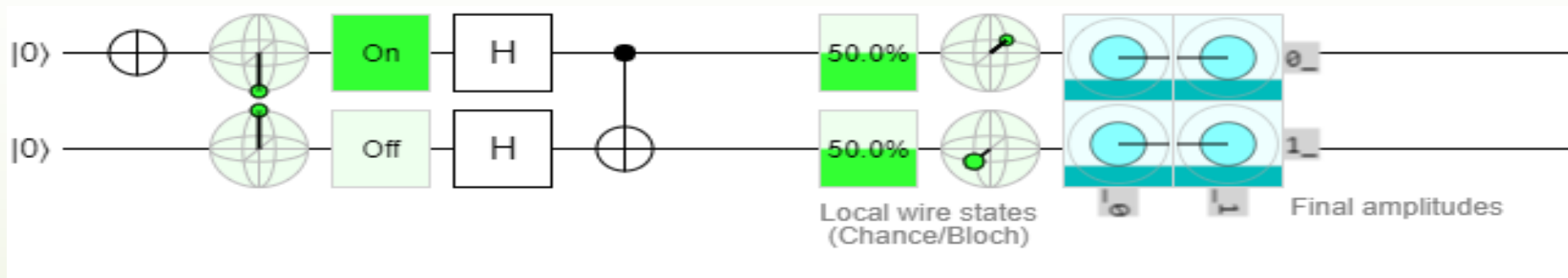


ΑΡΧΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΕΠΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
00	00	25%
	01	25%
	10	25%
	11	25%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ



Βήμα 3^ο : Εξομοίωση Hadamard & CNOT (2/5)

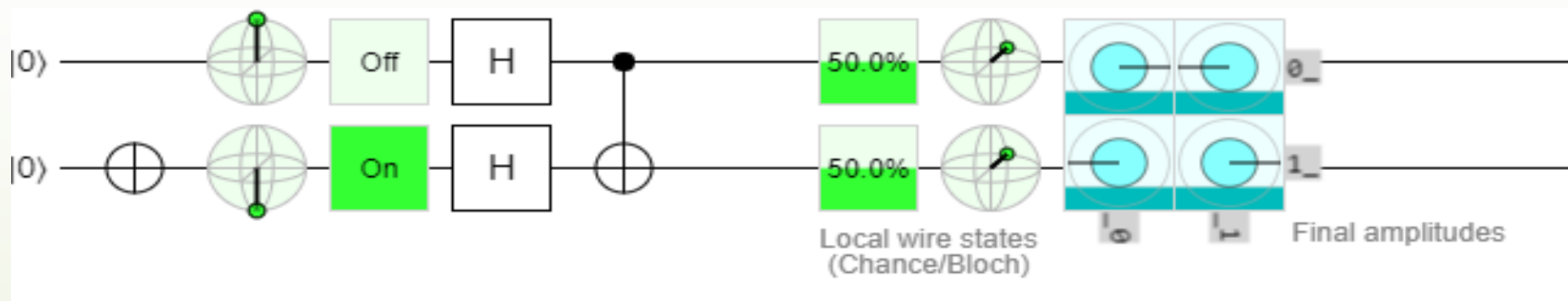


ΑΡΧΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΕΠΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
01	00	25%
	01	25%
	10	25%
	11	25%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

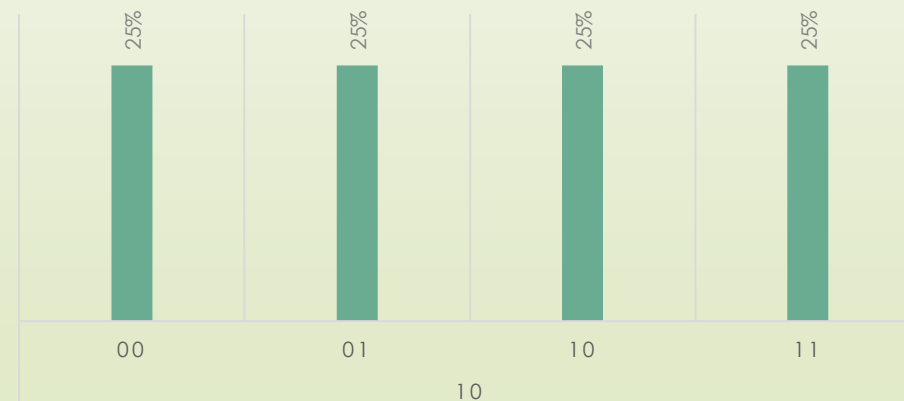


Βήμα 3^ο : Εξομοίωση Hadamard & CNOT (3/5)

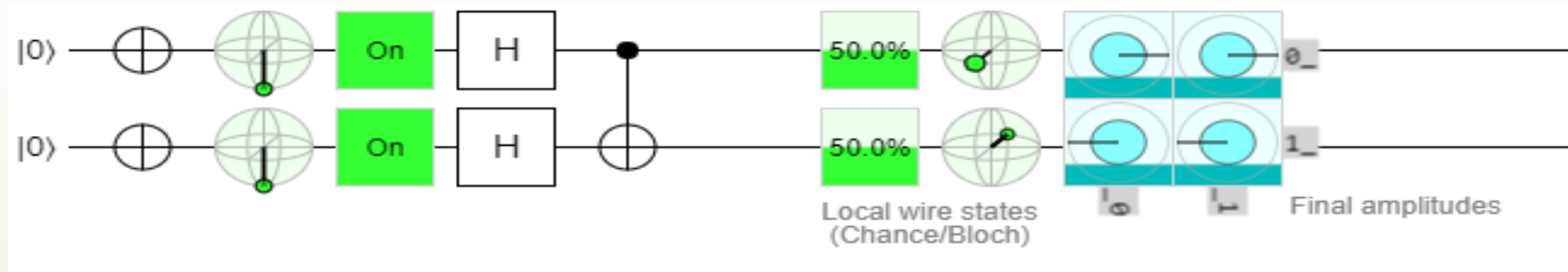


ΑΡΧΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΕΠΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
10	00	25%
	01	25%
	10	25%
	11	25%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

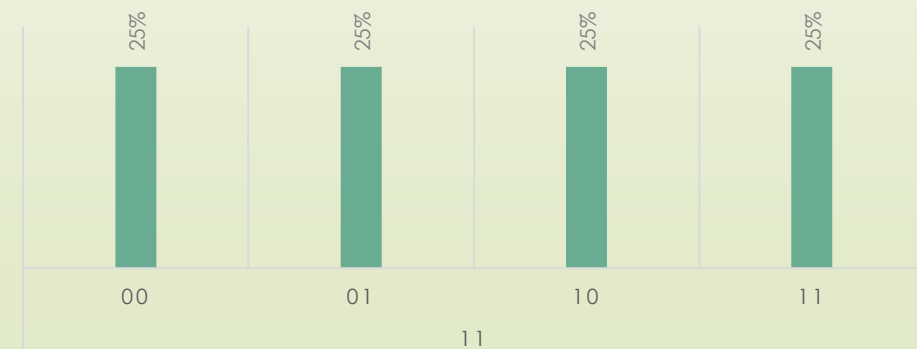


Βήμα 3^ο : Εξομοίωση Hadamard & CNOT (4/5)



ΑΡΧΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΕΠΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΤΑΧΩΡΗΤΩΝ	ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ
11	00	25%
	01	25%
	10	25%
	11	25%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ



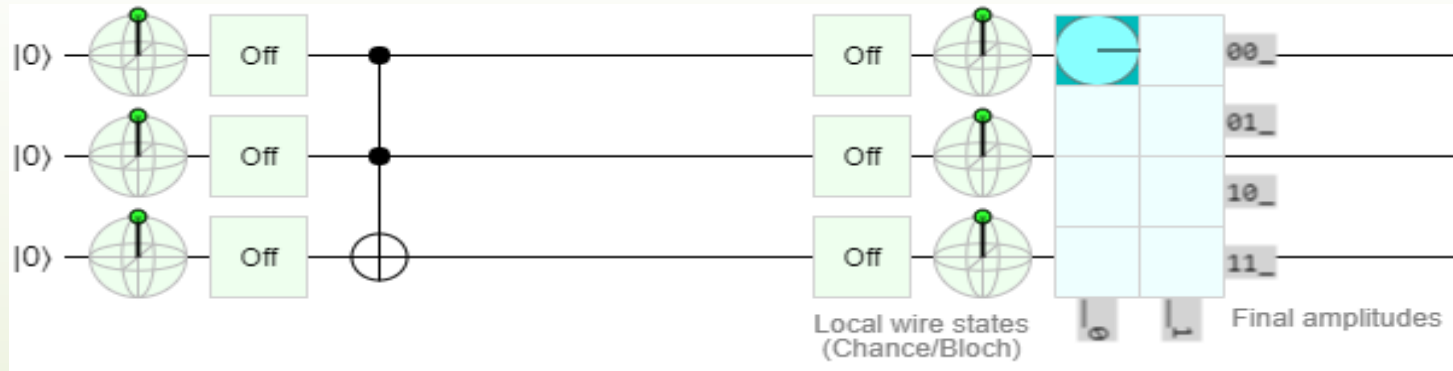
Βήμα 3^ο : Εξομοίωση Hadamard & CNOT (5/5)

Συμπεράσματα υλοποίησης

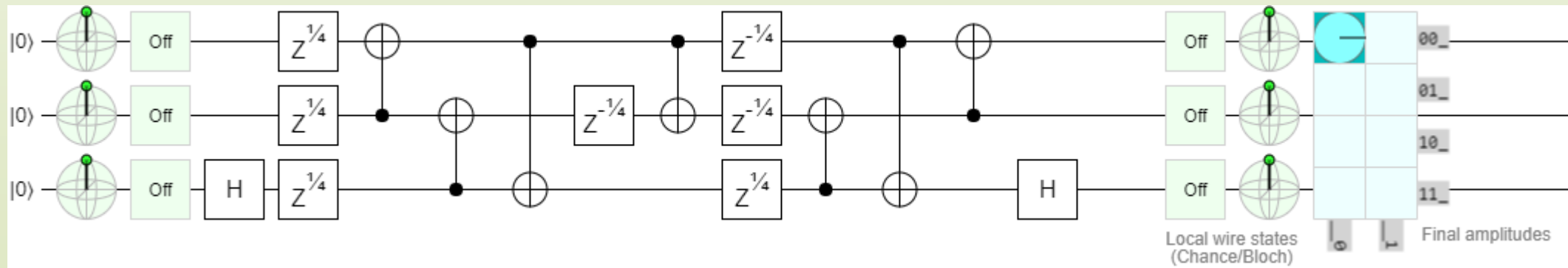
- Η επόμενη κατάσταση για κάθε περίπτωση είναι η υπέρθεση των καταστάσεων των καταχωρητών.
- Για κάθε διαφορετική τιμή στους καταχωρητές
 - Ίδια πιθανότητα στην επόμενη κατάσταση
 - Διαφορετικό διάνυσμα στη σφαίρα Bloch
 - Διαφορετικό εύρος ζώνης (Final Amplituation).

Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (1/16)

➤ Α' τρόπος



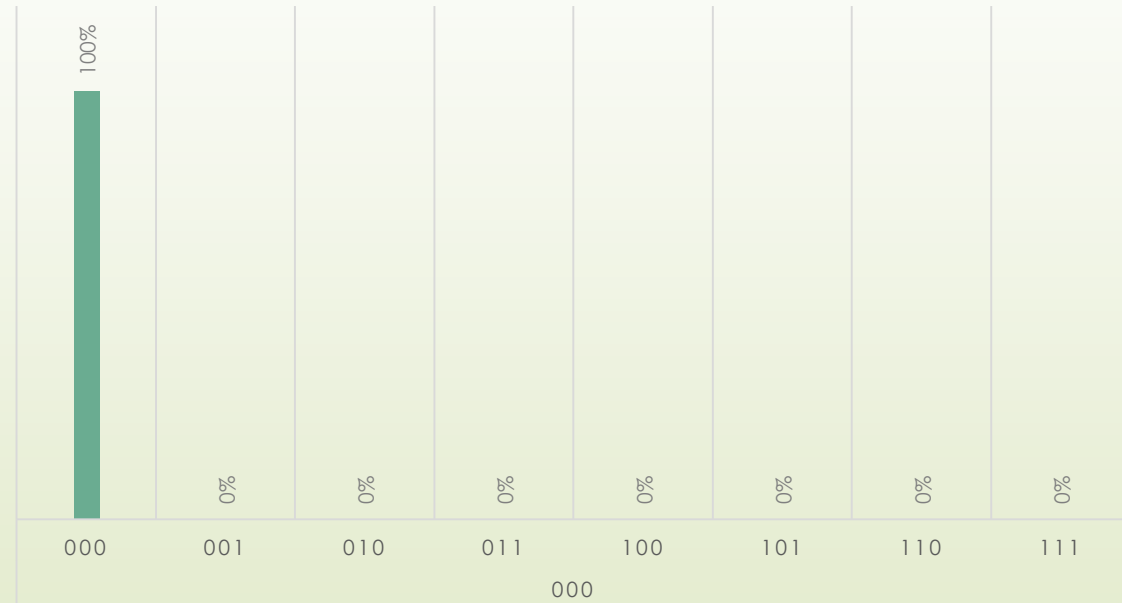
➤ Β' τρόπος



Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (2/16)

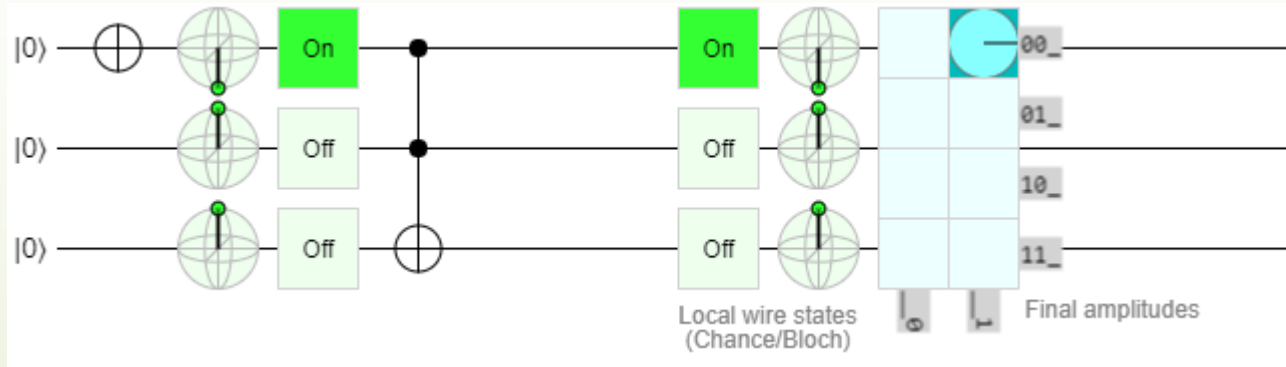
Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών	Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών	Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης
000	000	100%
	001	0%
	010	0%
	011	0%
	100	0%
	101	0%
	110	0%
	111	0%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

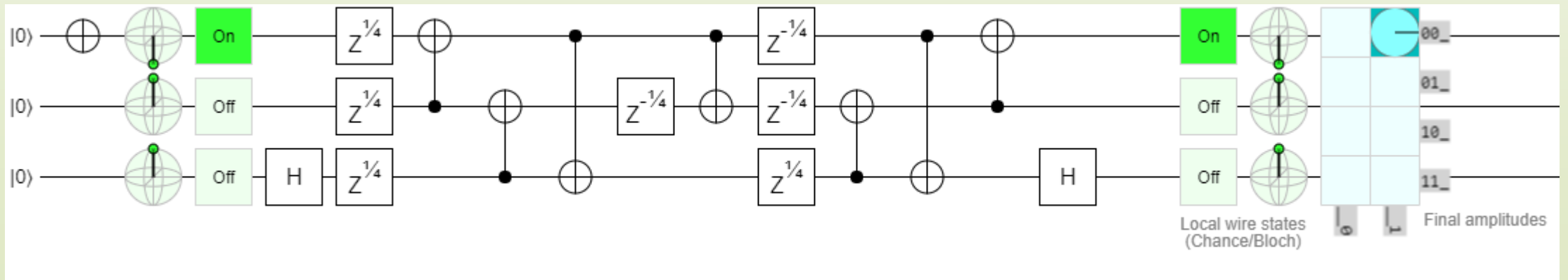


Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (3/16)

➤ Α' τρόπος



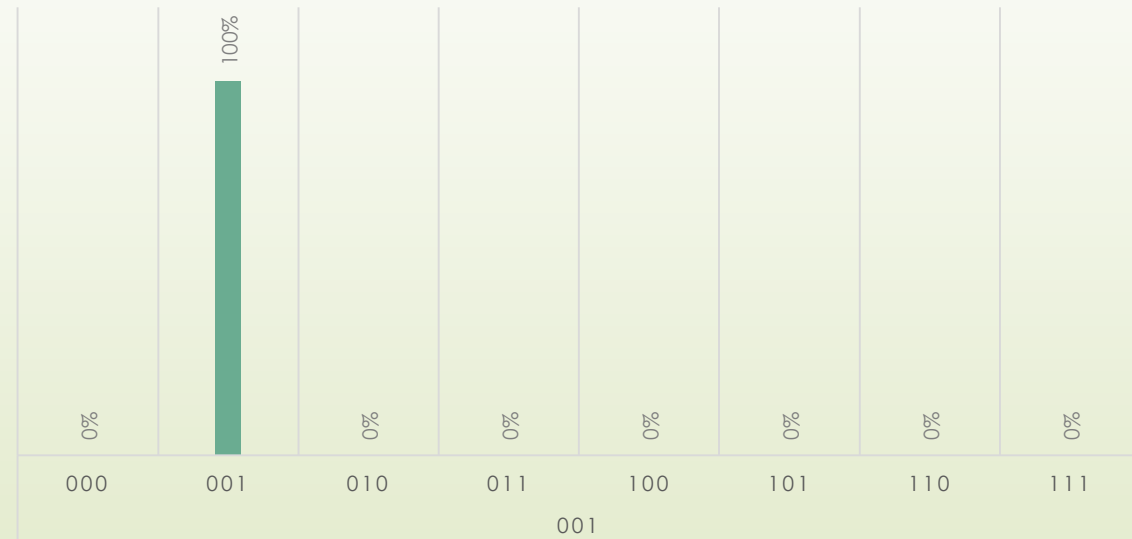
➤ Β' τρόπος



Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (4/16)

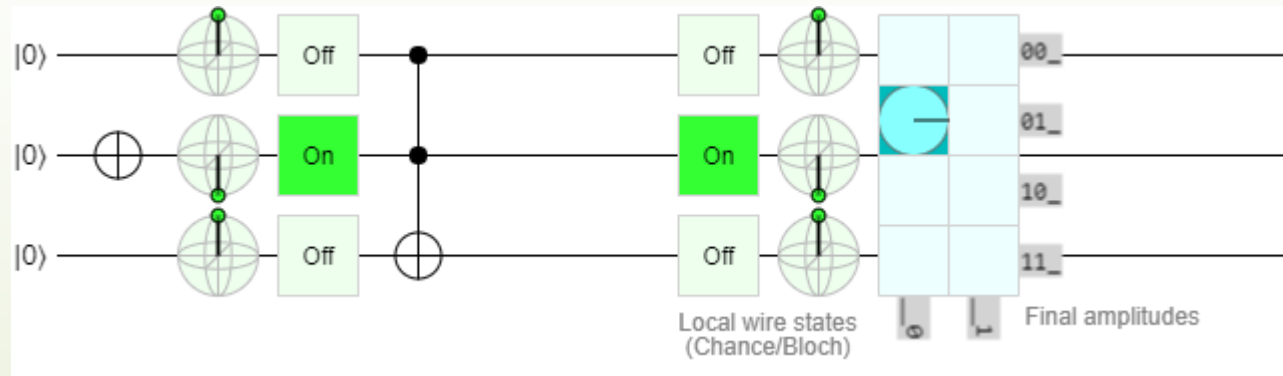
Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών	Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών	Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης
001	000	0%
	001	100%
	010	0%
	011	0%
	100	0%
	101	0%
	110	0%
	111	0%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

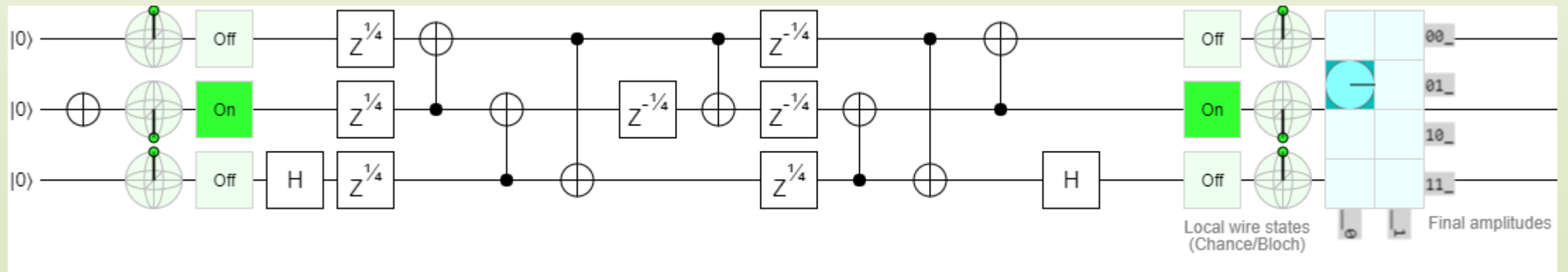


Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (5/16)

➤ Α' τρόπος



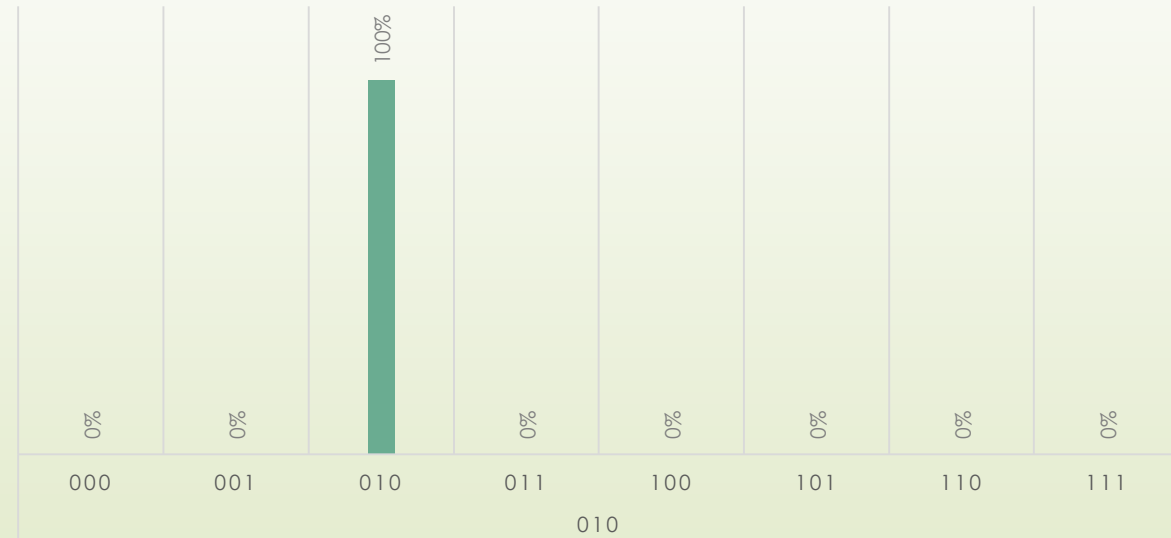
➤ Β' τρόπος



Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (6/16)

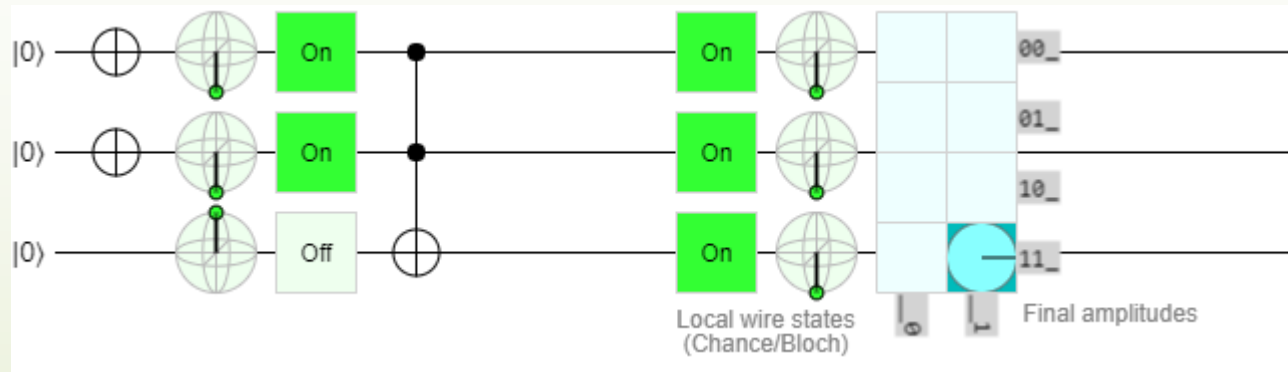
Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών	Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών	Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης
010	000	0%
	001	0%
	010	100%
	011	0%
	100	0%
	101	0%
	110	0%
	111	0%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

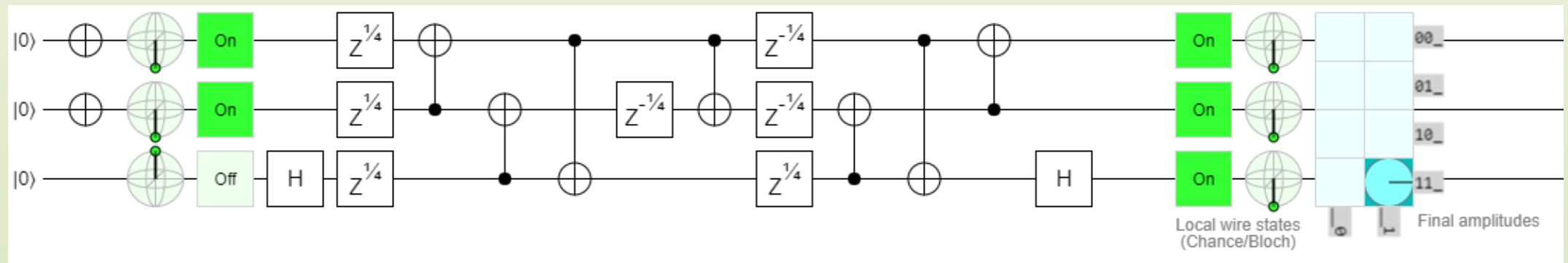


Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (7/16)

➤ Α' τρόπος



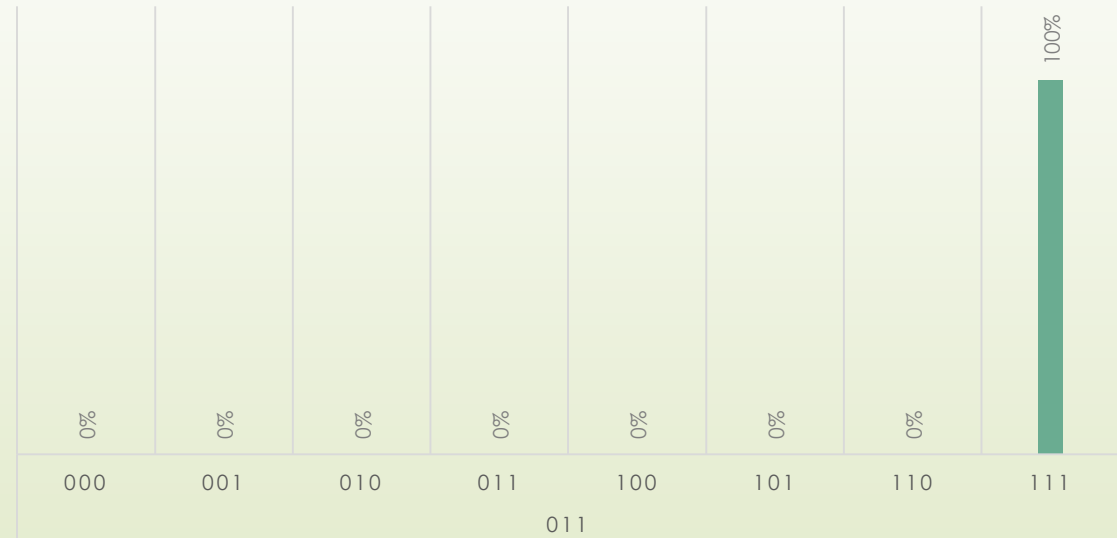
➤ Β' τρόπος



Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (8/16)

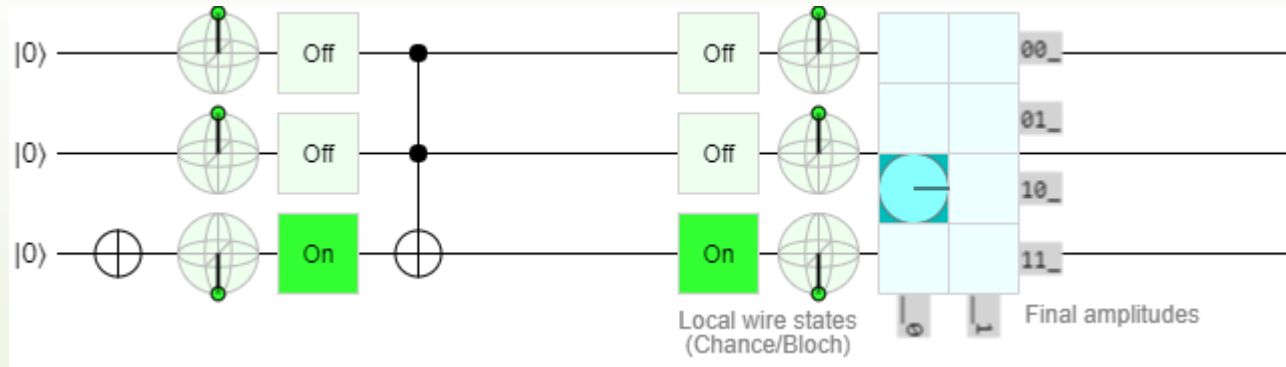
Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών	Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών	Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης
011	000	0%
	001	0%
	010	0%
	011	0%
	100	0%
	101	0%
	110	0%
	111	100%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

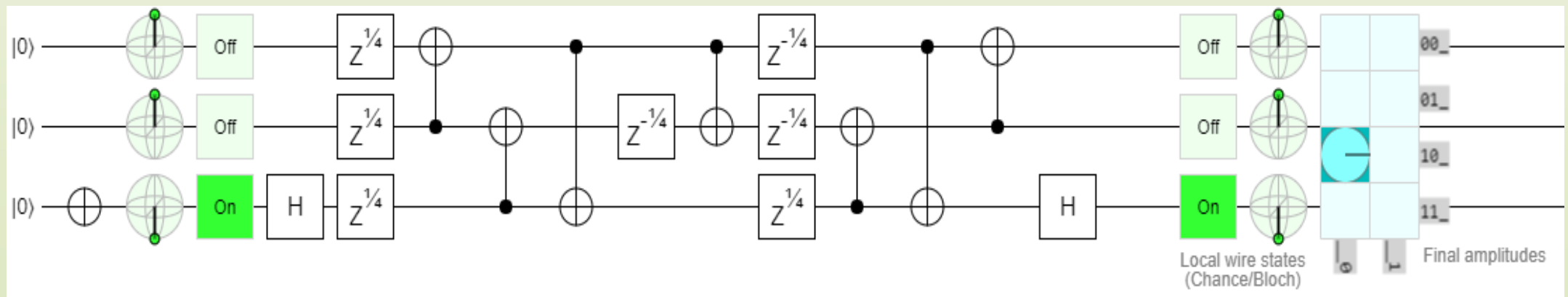


Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (9/16)

➤ Α' τρόπος



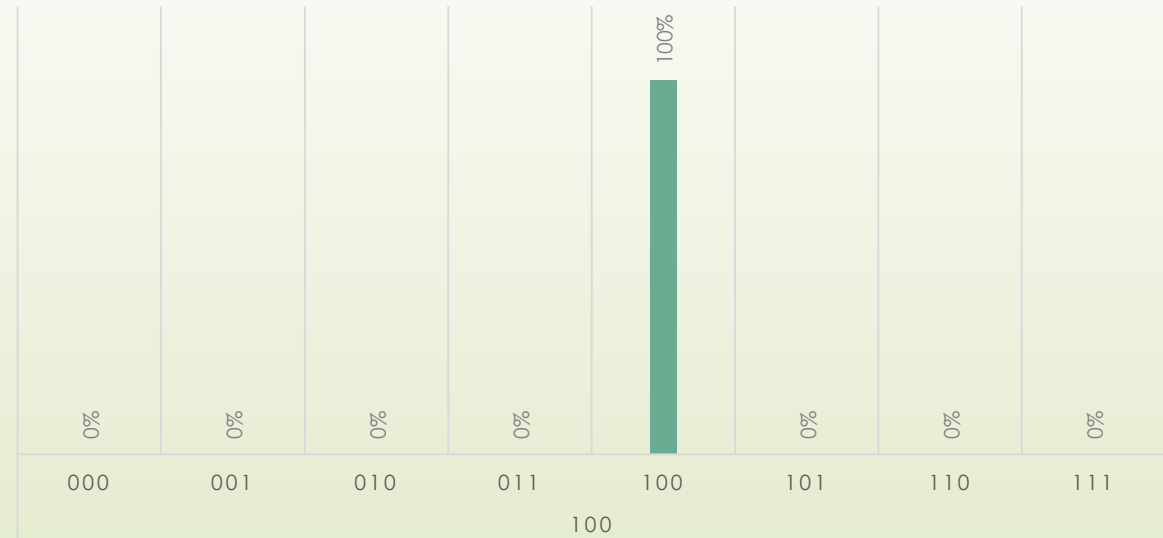
➤ Β' τρόπος



Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (10/16)

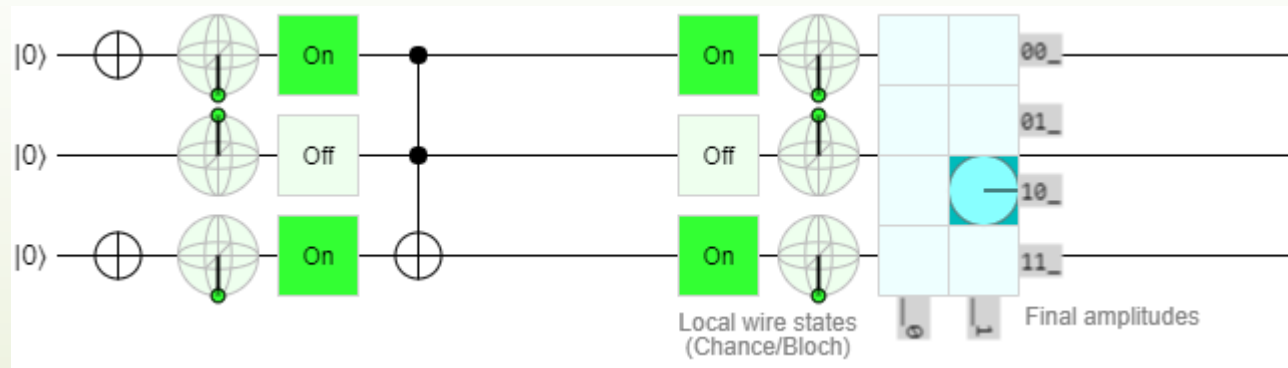
Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών	Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών	Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης
100	000	0%
	001	0%
	010	0%
	011	0%
	100	100%
	101	0%
	110	0%
	111	0%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

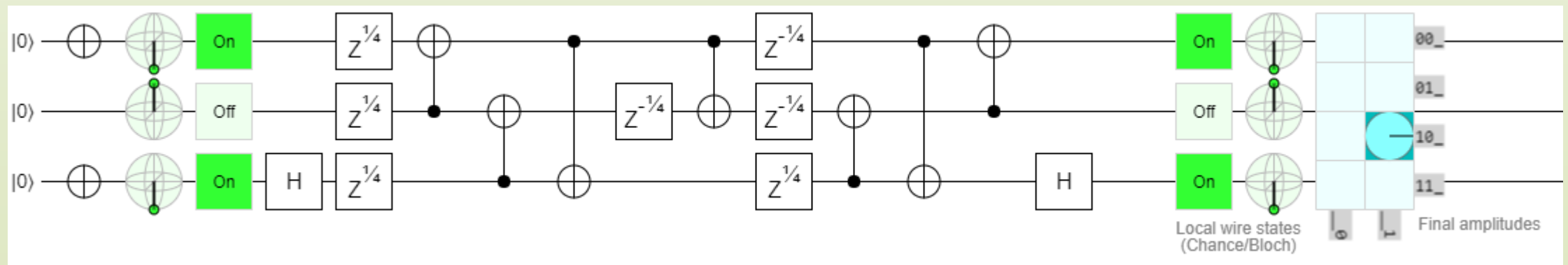


Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (11/16)

➤ Α' τρόπος



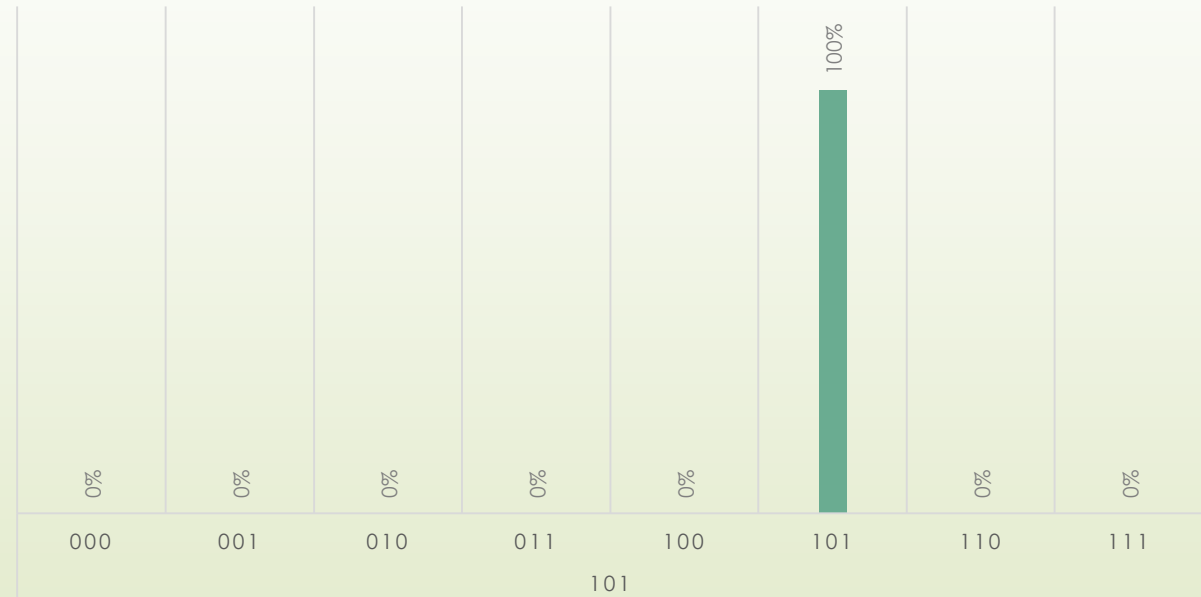
➤ Β' τρόπος



Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (12/16)

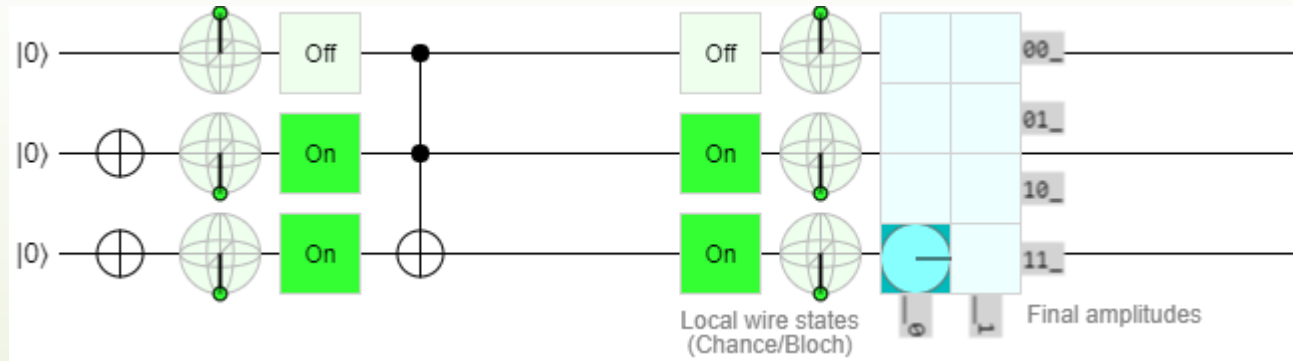
Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών	Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών	Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης
101	000	0%
	001	0%
	010	0%
	011	0%
	100	0%
	101	100%
	110	0%
	111	0%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

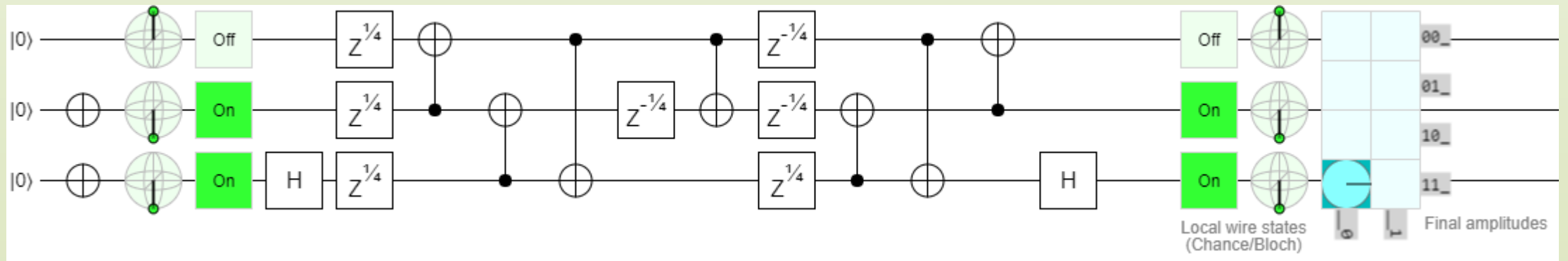


Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (13/16)

➤ Α' τρόπος



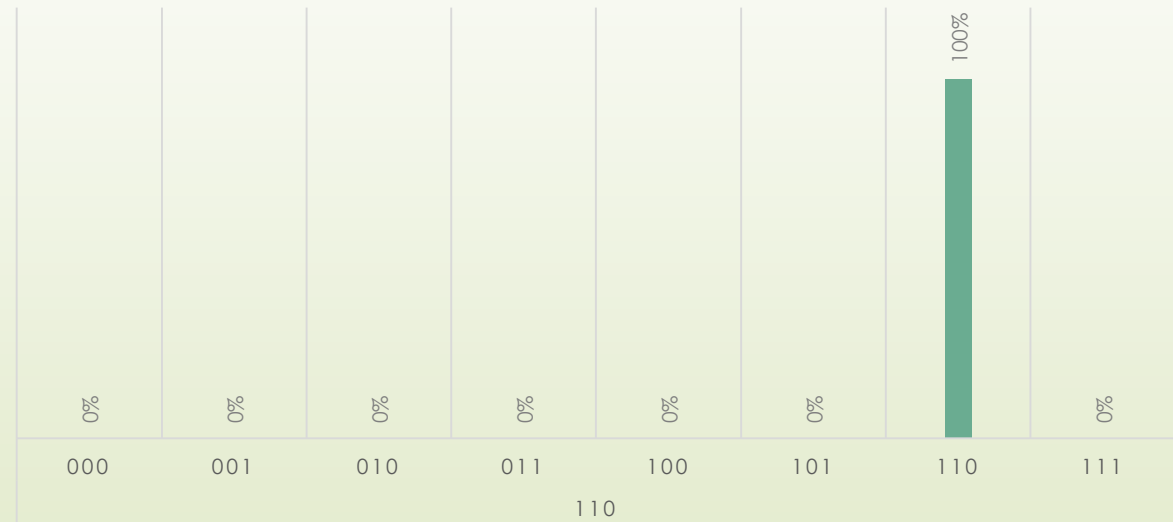
➤ Β' τρόπος



Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (14/16)

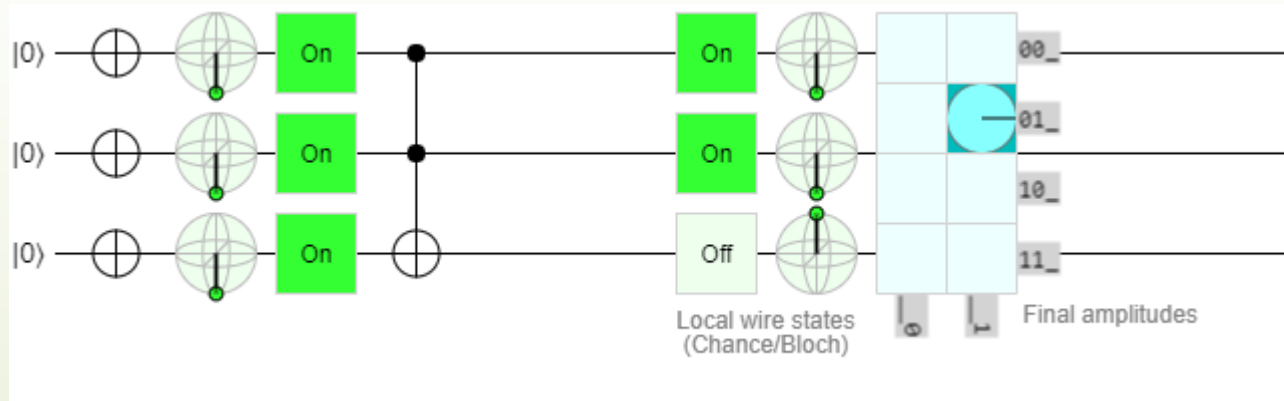
Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών	Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών	Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης
110	000	0%
	001	0%
	010	0%
	011	0%
	100	0%
	101	0%
	110	100%
	111	0%

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

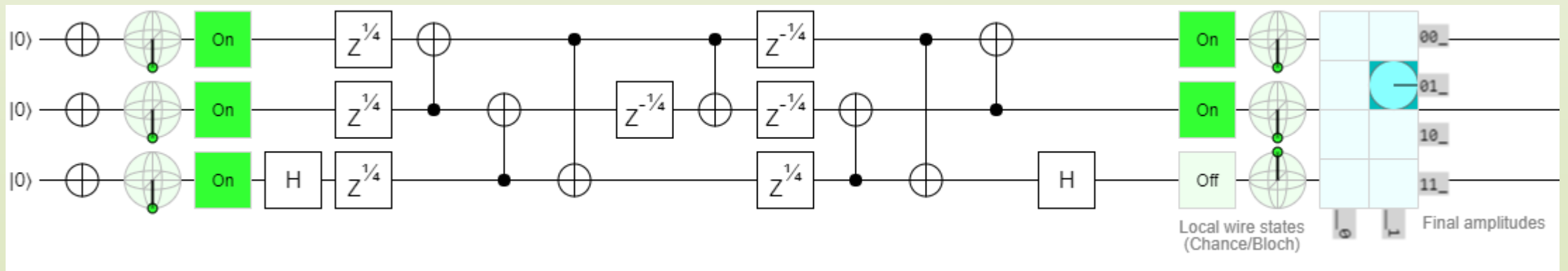


Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (15/16)

➤ Α' τρόπος



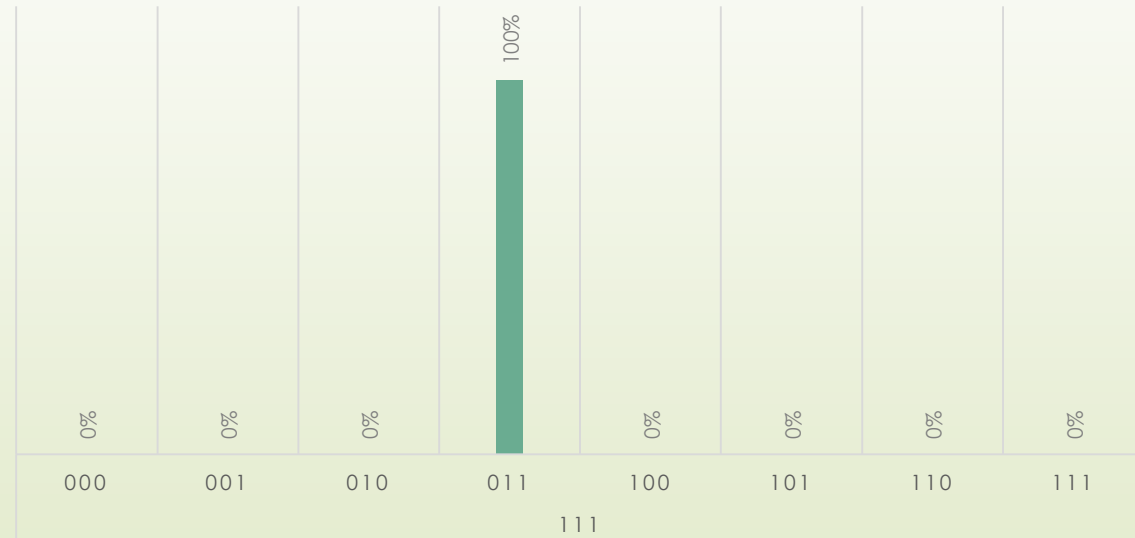
➤ Β' τρόπος



Βήμα 4^ο : Εξομοίωση Toffoli (16/16)

Αρχική Κατάσταση Καταχωρητών	Επόμενη Κατάσταση Καταχωρητών	Πιθανότητα Επόμενης Κατάστασης
111	000	0%
	001	0%
	010	0%
	011	100%
	100	0%
	101	0%
	110	0%
	111	0%

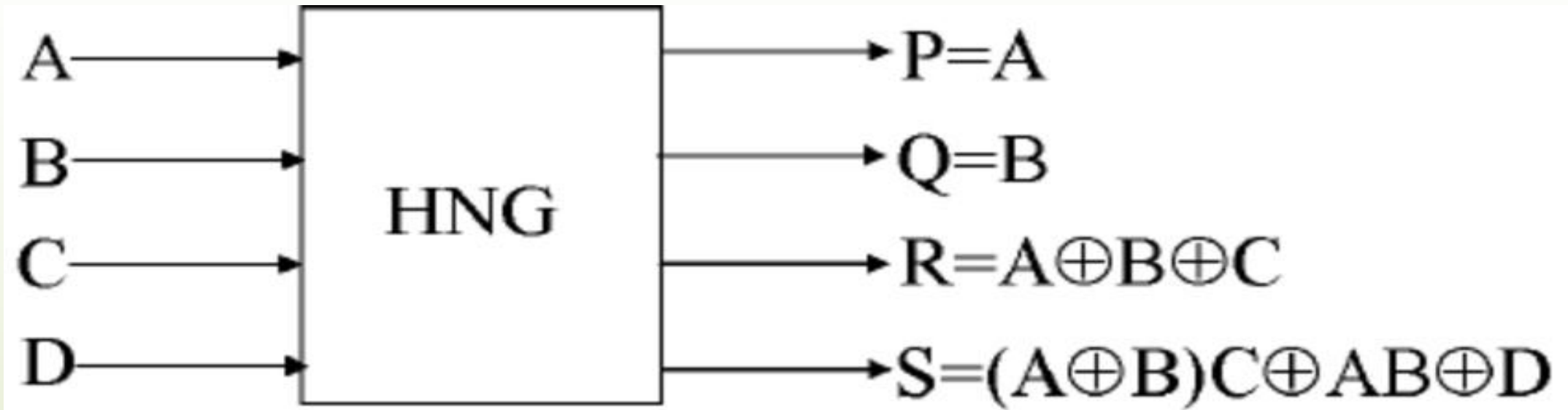
ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΟΜΕΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ



Μέρος 4^ο : Μεθοδολογία Επίλυσης

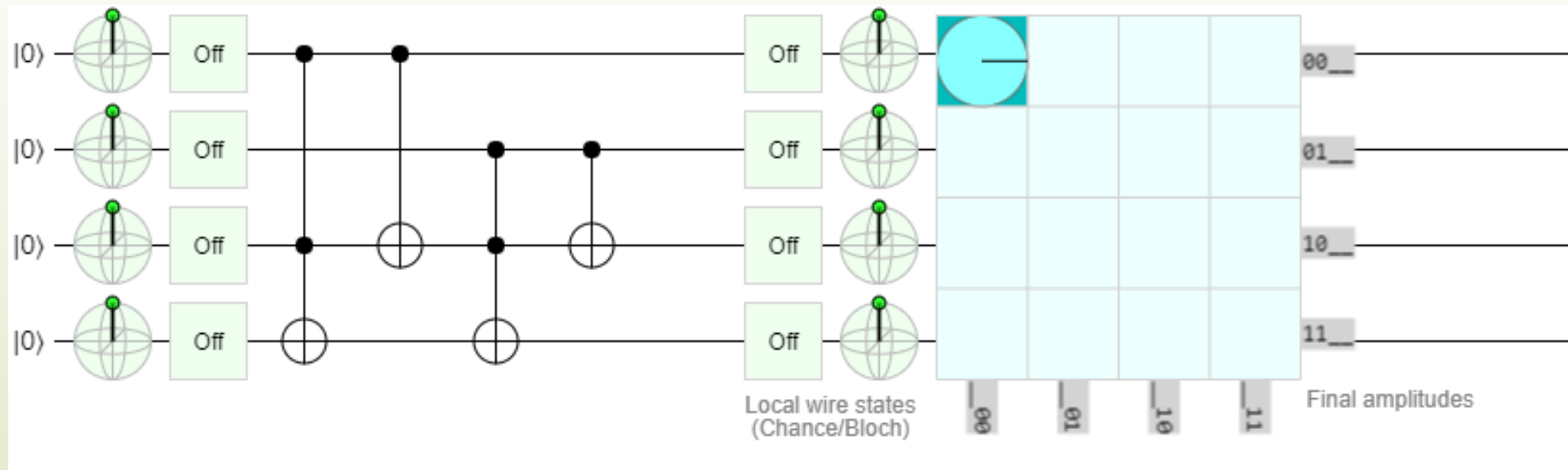
- Υλοποίηση της HNG πύλης στο Quirk
- Σύνολο πιθανών καταστάσεων που βρίσκονται οι καταχωρητές
- Καταστάσεις των καταχωρητών στο επόμενο βήμα
- Εφαρμογή κάθε φορά την HNG πύλη για κάθε της λειτουργία.

HNG GATE (1/2)



❖ Quantum circuit model of the HNG gate

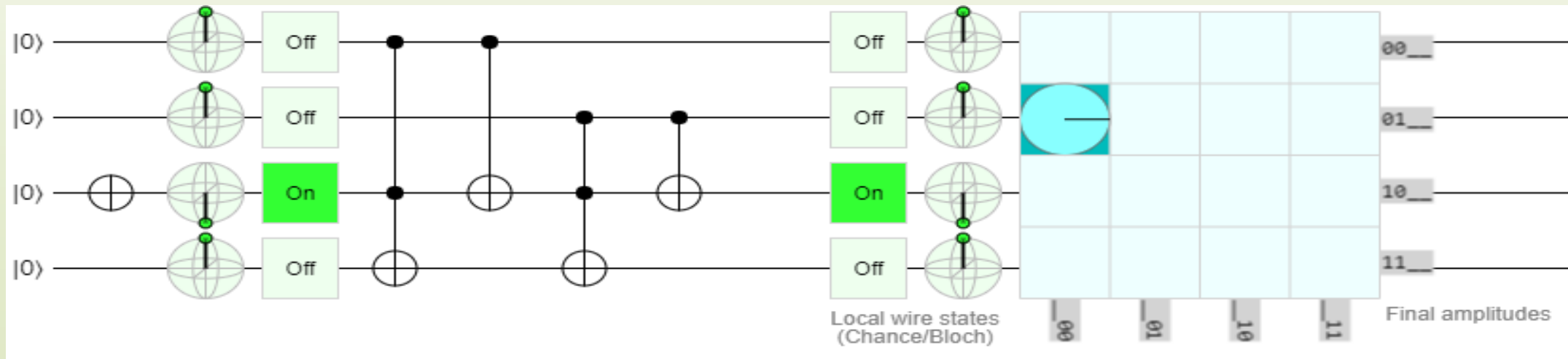
HNG GATE (2/2)



Βήμα 1^ο : Υλοποίηση HNG ως XNOR και OR

➤ Πίνακας Αληθείας

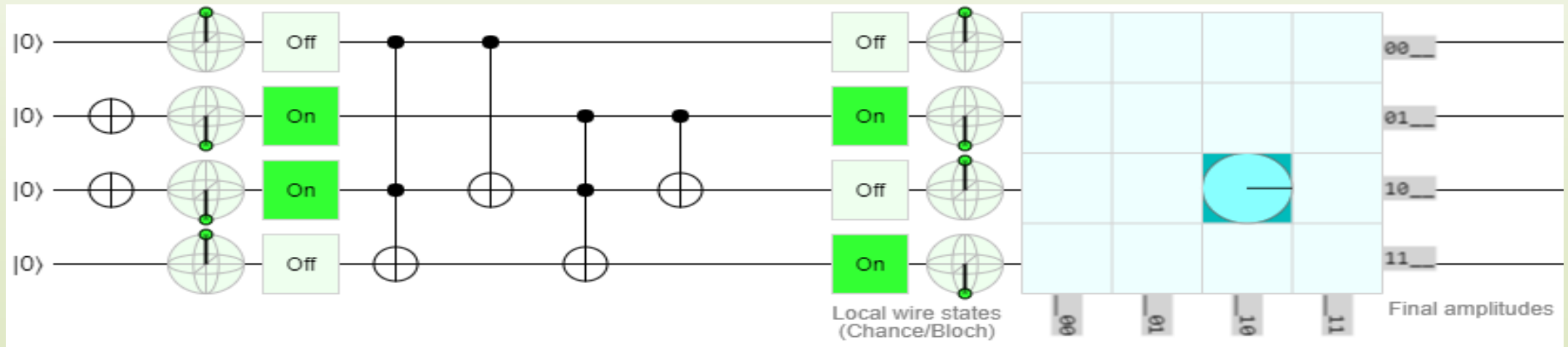
A	B	R	S
0	0	1	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1



Βήμα 1^ο : Υλοποίηση HNG ως XNOR και OR

➤ Πίνακας Αληθείας

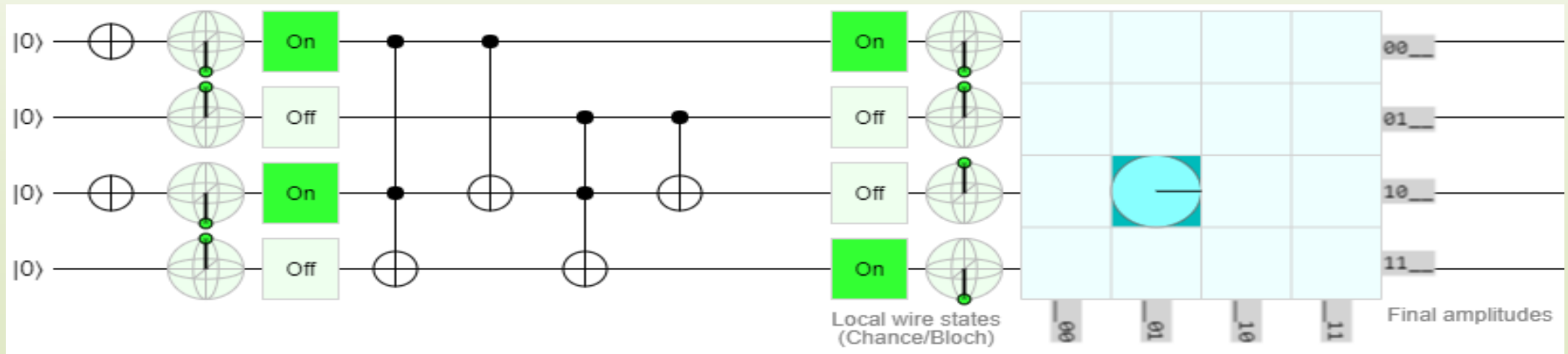
A	B	R	S
0	0	1	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1



Βήμα 1^ο : Υλοποίηση HNG ως XNOR και OR

➤ Πίνακας Αληθείας

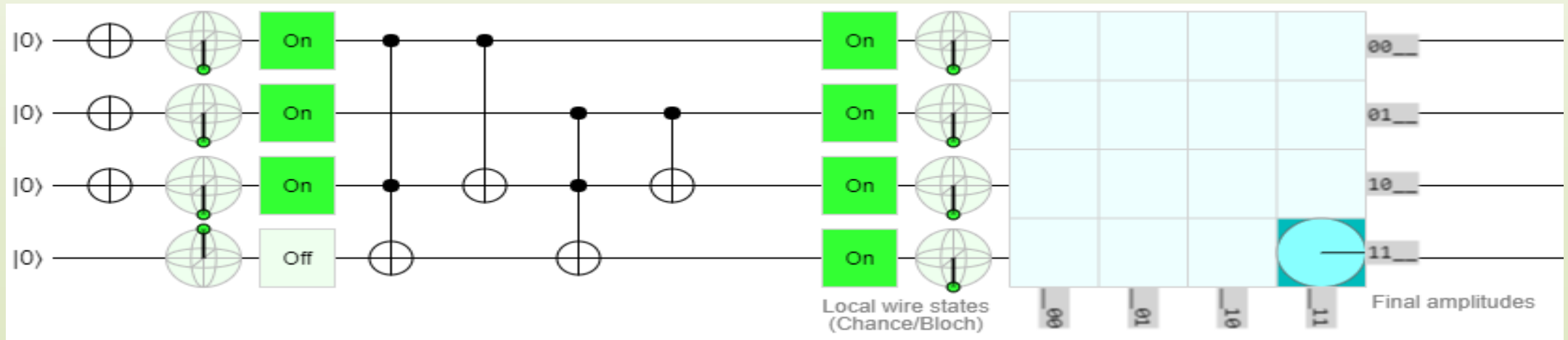
A	B	R	S
0	0	1	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1



Βήμα 1^ο : Υλοποίηση HNG ως XNOR και OR

➤ Πίνακας Αληθείας

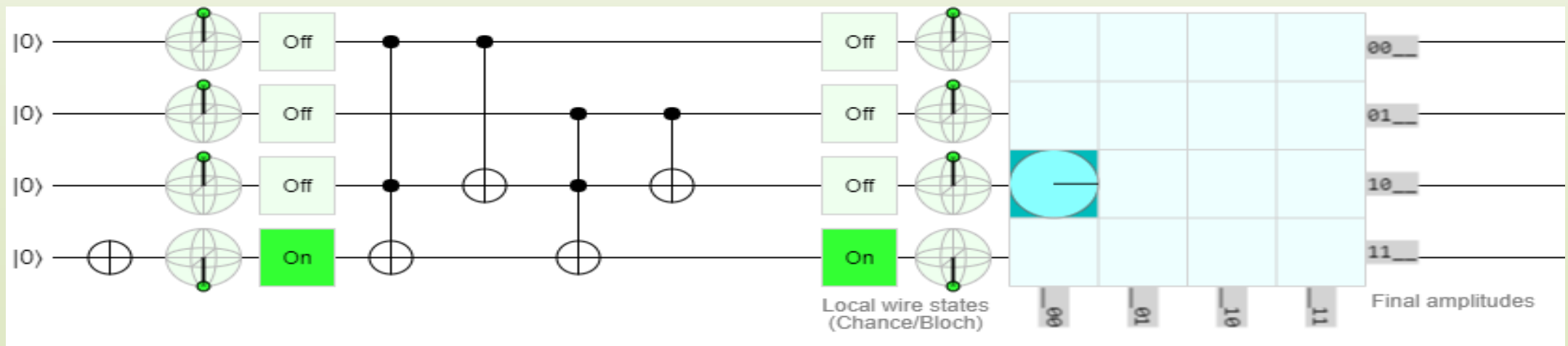
A	B	R	S
0	0	1	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	1



Βήμα 2^ο : Υλοποίηση HNG ως XNOR και NAND

➤ Πίνακας Αληθείας

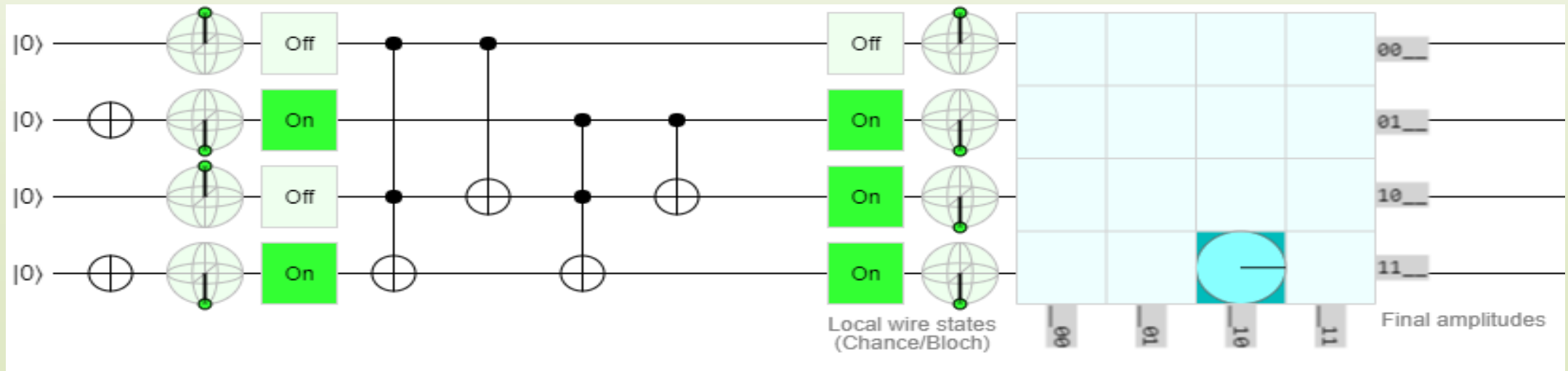
A	B	R	S
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0



Βήμα 2^ο : Υλοποίηση HNG ως XNOR και NAND

➤ Πίνακας Αληθείας

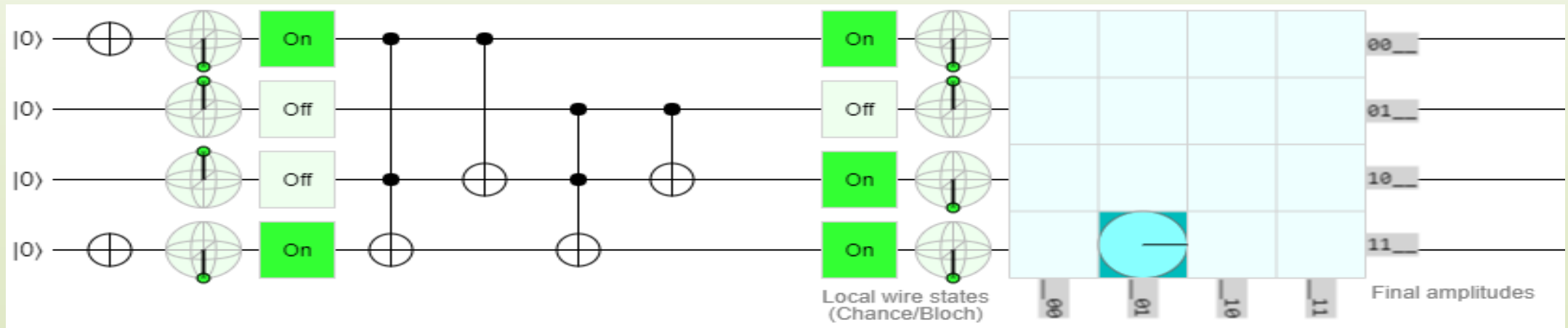
A	B	R	S
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0



Βήμα 2^ο : Υλοποίηση HNG ως XNOR και NAND

➤ Πίνακας Αληθείας

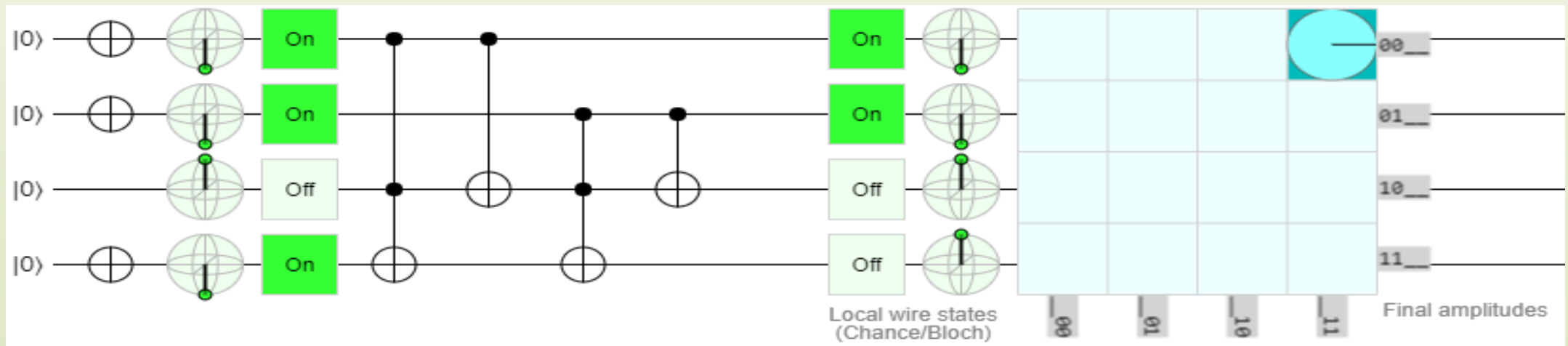
A	B	R	S
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0



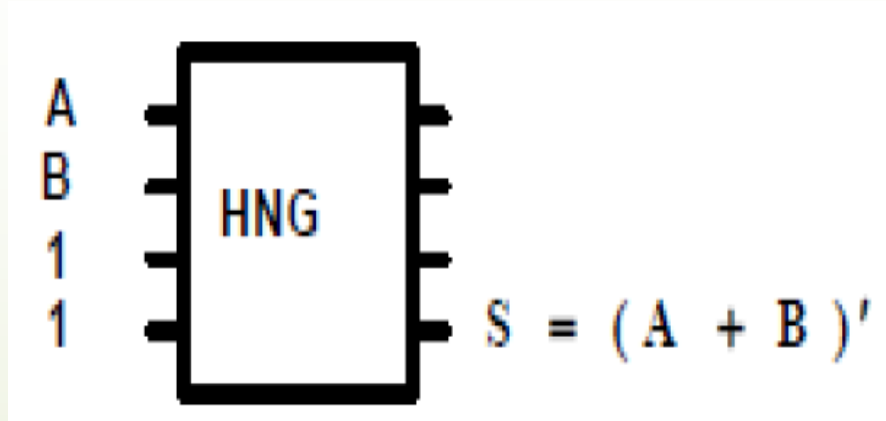
Βήμα 2^ο : Υλοποίηση HNG ως XNOR και NAND

➤ Πίνακας Αληθείας

A	B	R	S
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0



Βήμα 3^ο : Υλοποίηση HNG ως NOR



➤ Πίνακας Αληθείας

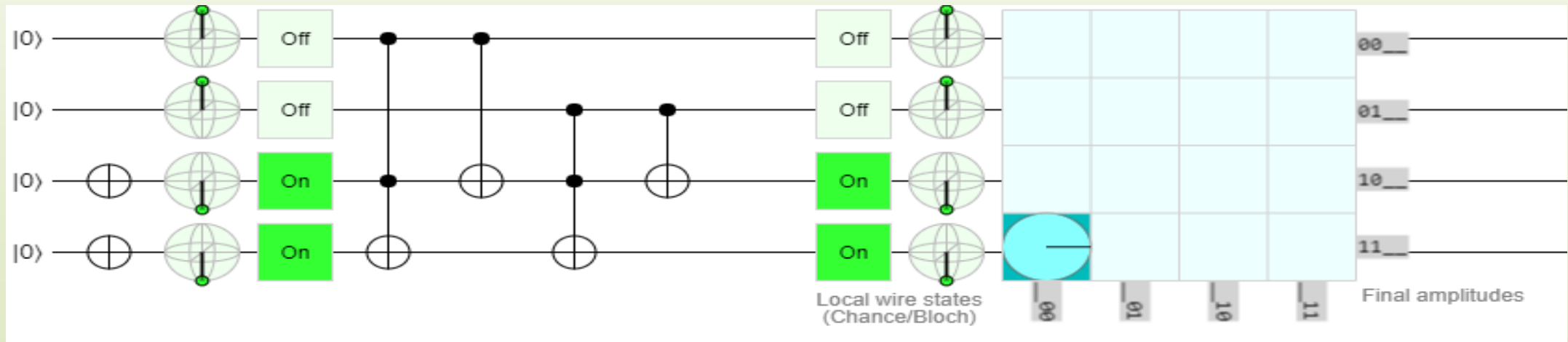
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

A	B	C	D	P	Q	R	S
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0

Βήμα 3^ο : Υλοποίηση HNG ως NOR

➤ Πίνακας Αληθείας

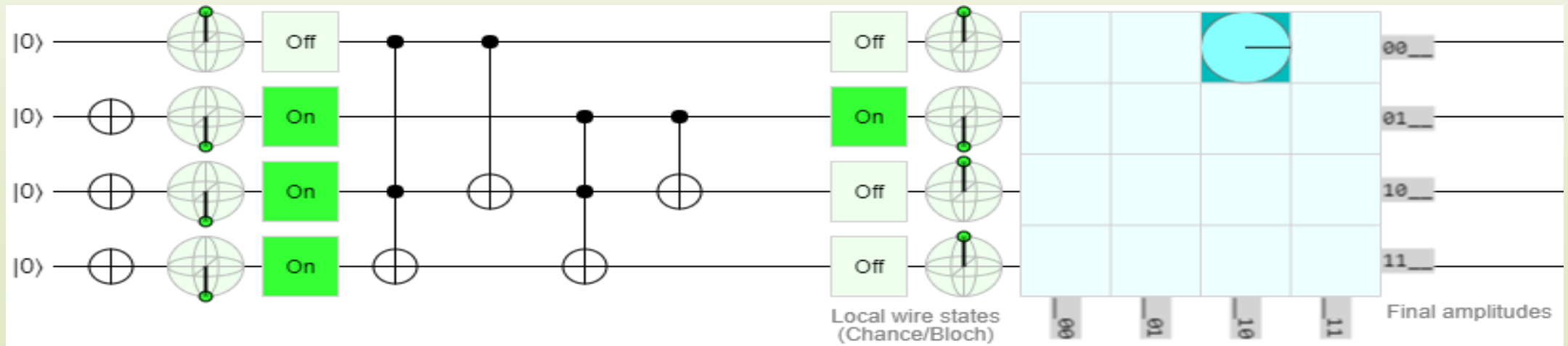
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



Βήμα 3^ο : Υλοποίηση ΗΝG ως NOR

➤ Πίνακας Αληθείας

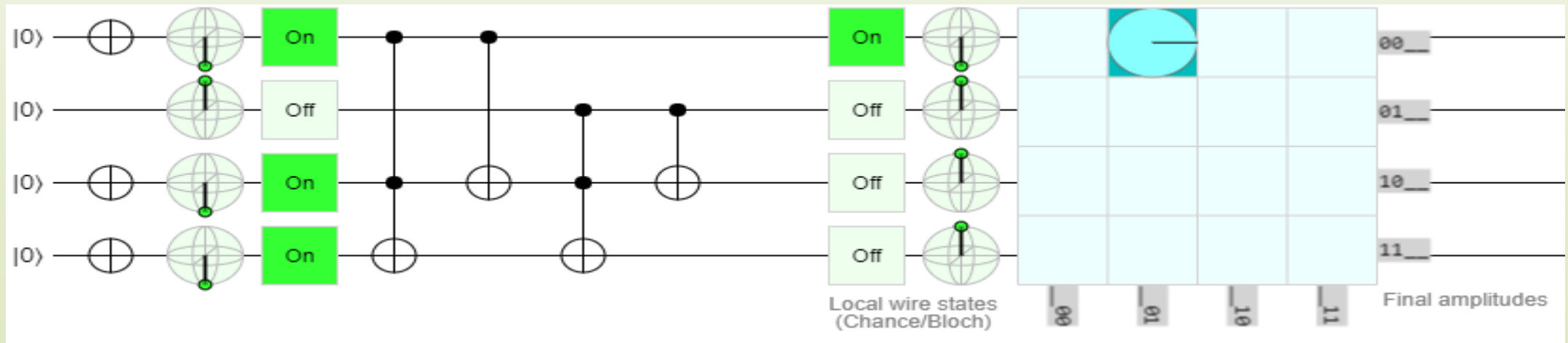
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



Βήμα 3^ο : Υλοποίηση ΗΝG ως NOR

➤ Πίνακας Αληθείας

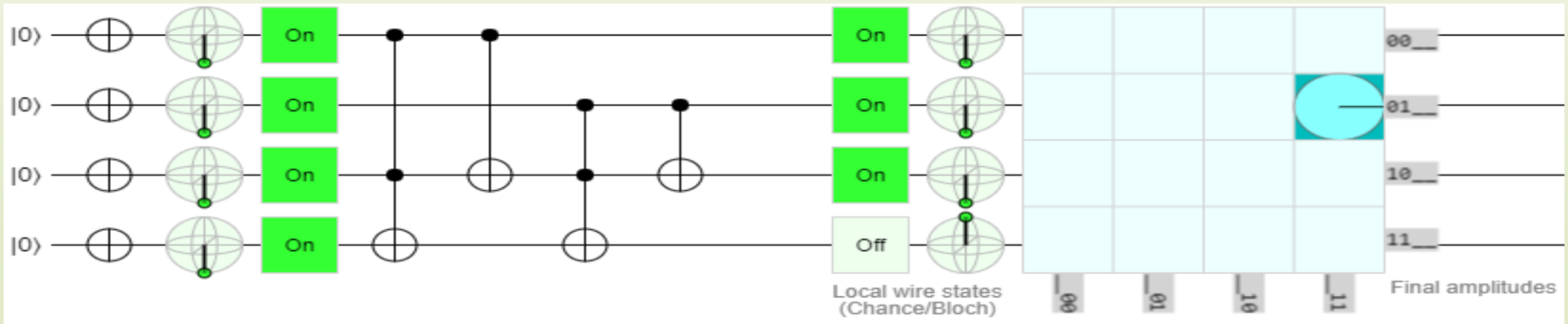
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



Βήμα 3^ο : Υλοποίηση HNG ως NOR

➤ Πίνακας Αληθείας

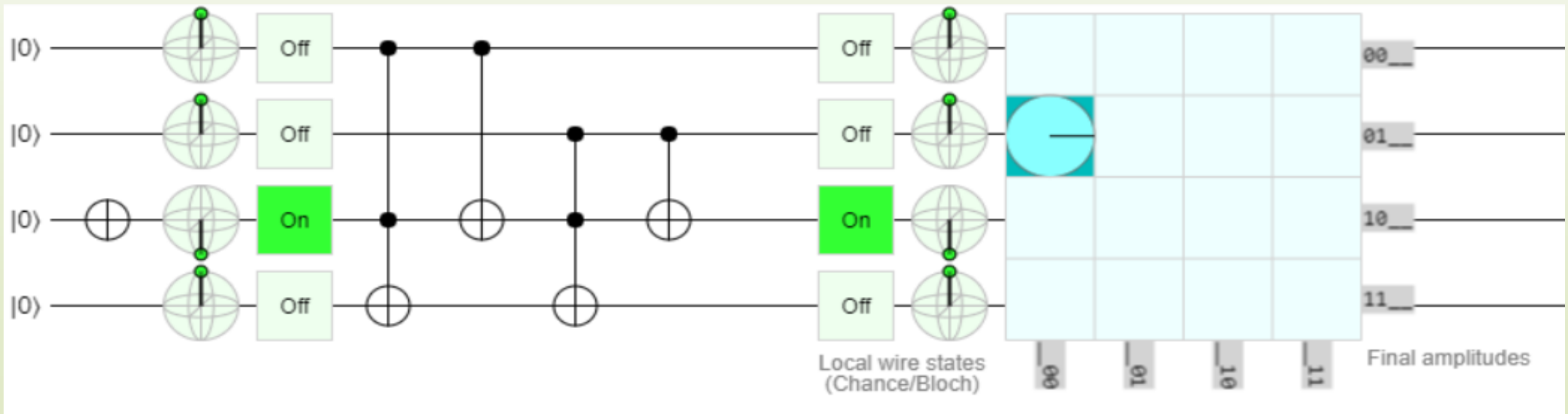
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



Βήμα 4^ο : Υλοποίηση HNG ως NOT

➤ Πίνακας Αληθείας

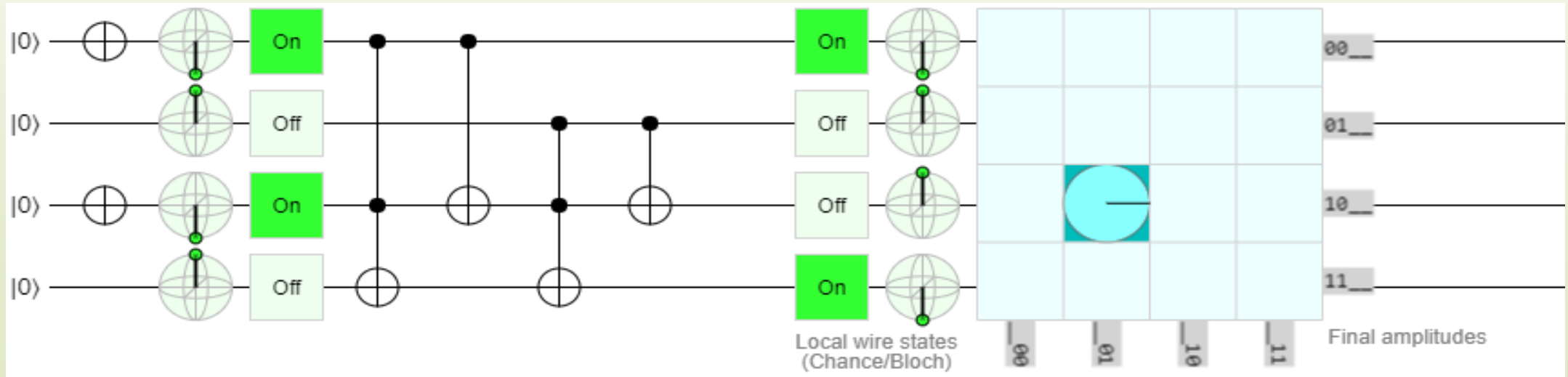
A	R
0	1
1	0



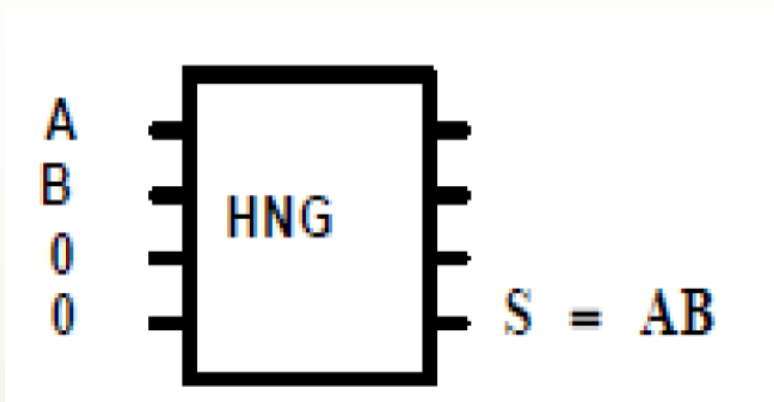
Βήμα 4^ο : Υλοποίηση HNG ως NOT

➤ Πίνακας Αληθείας

A	R
0	1
1	0



Βήμα 4^ο : Υλοποίηση HNG ως AND



➤ Πίνακας Αληθείας

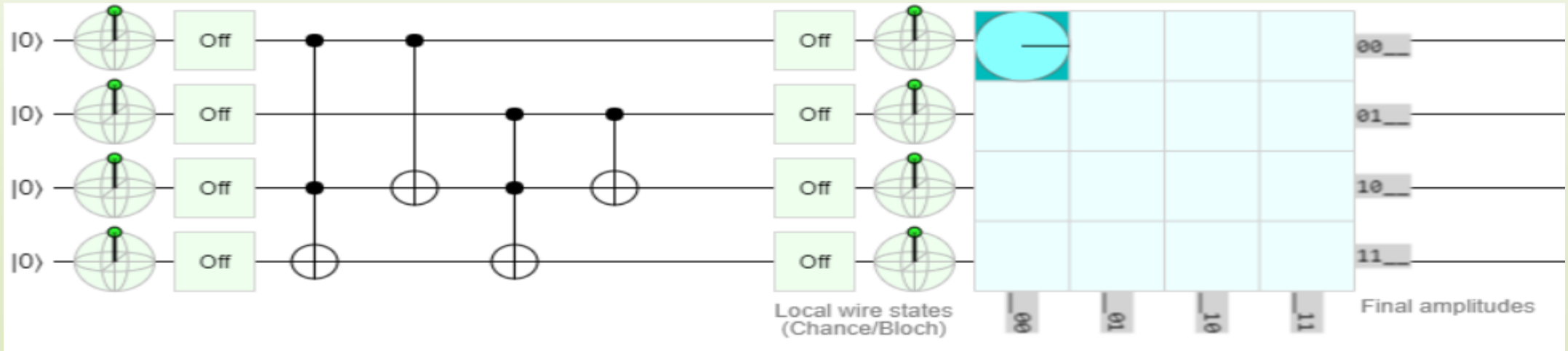
A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	C	D	P	Q	R	S
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0

Βήμα 4^ο : Υλοποίηση HNG ως AND

➤ Πίνακας Αληθείας

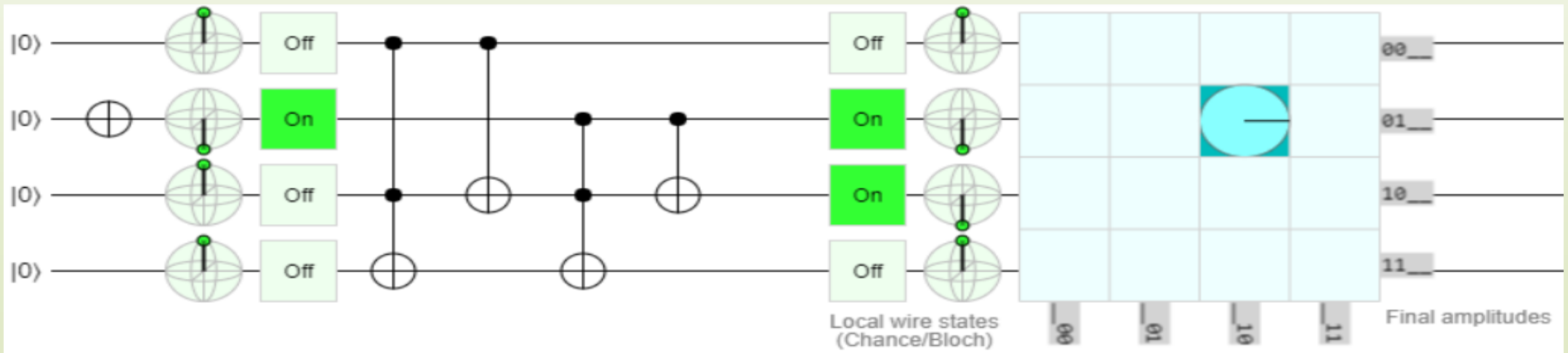
A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Βήμα 4^ο : Υλοποίηση HNG ως AND

➤ Πίνακας Αληθείας

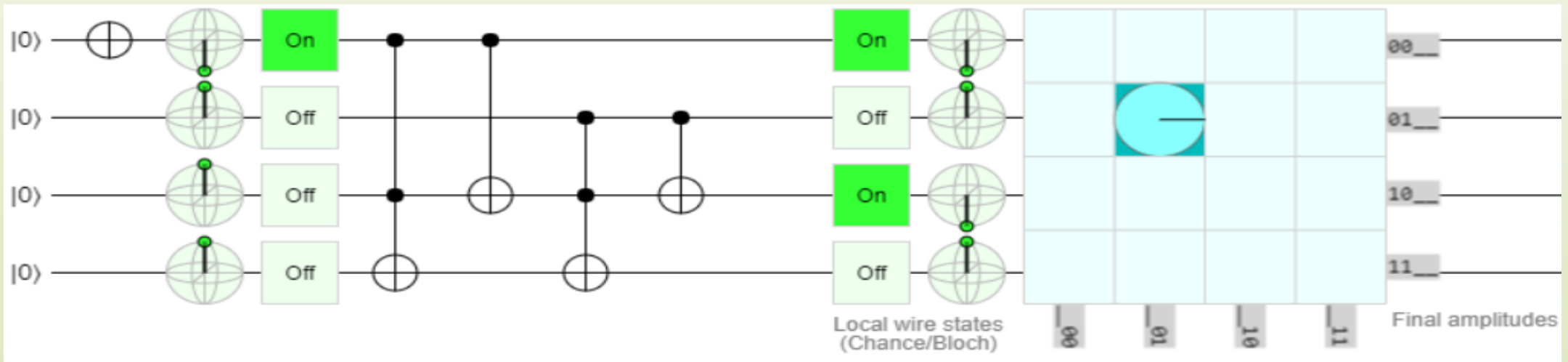
A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Βήμα 4^ο : Υλοποίηση HNG ως AND

➤ Πίνακας Αληθείας

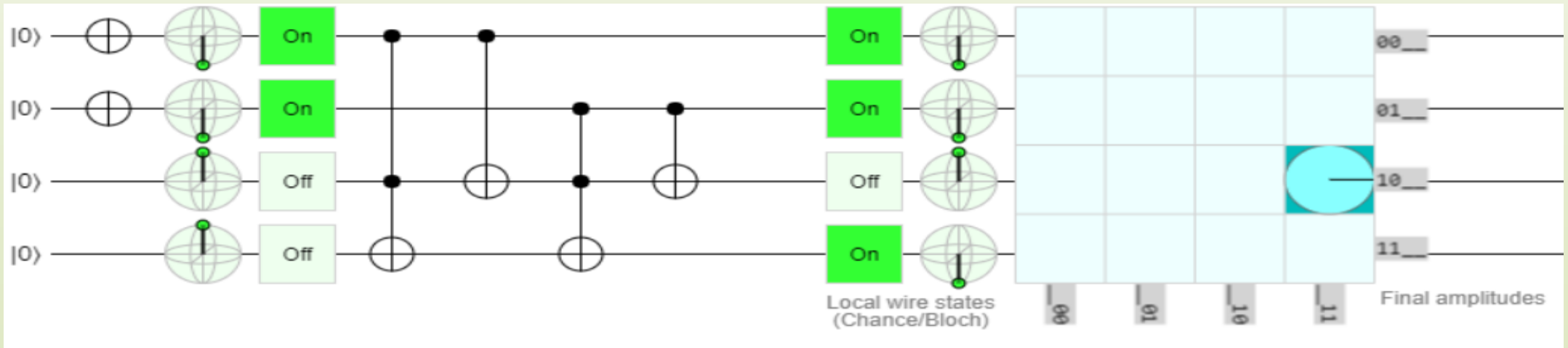
A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Βήμα 4^ο : Υλοποίηση HNG ως AND

➤ Πίνακας Αληθείας

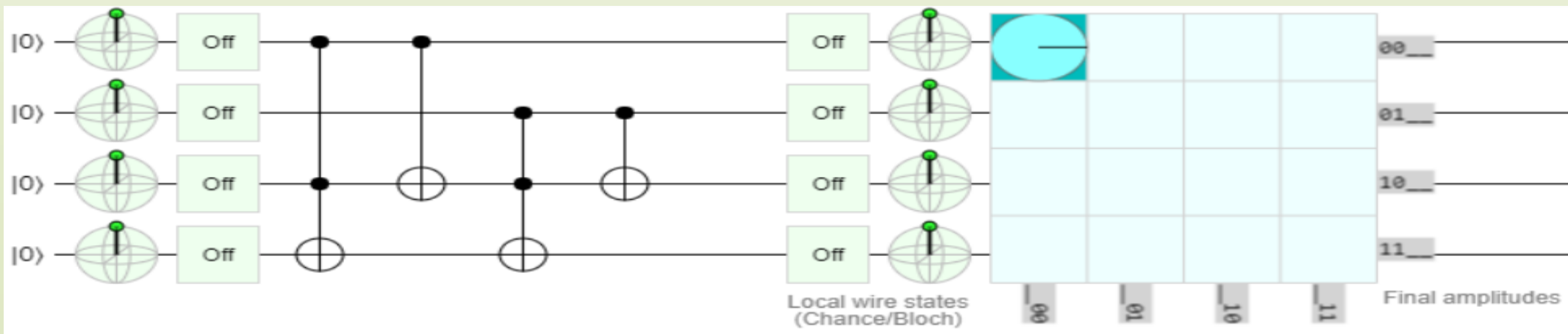
A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Βήμα 5^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder

➤ Πίνακας Αληθείας

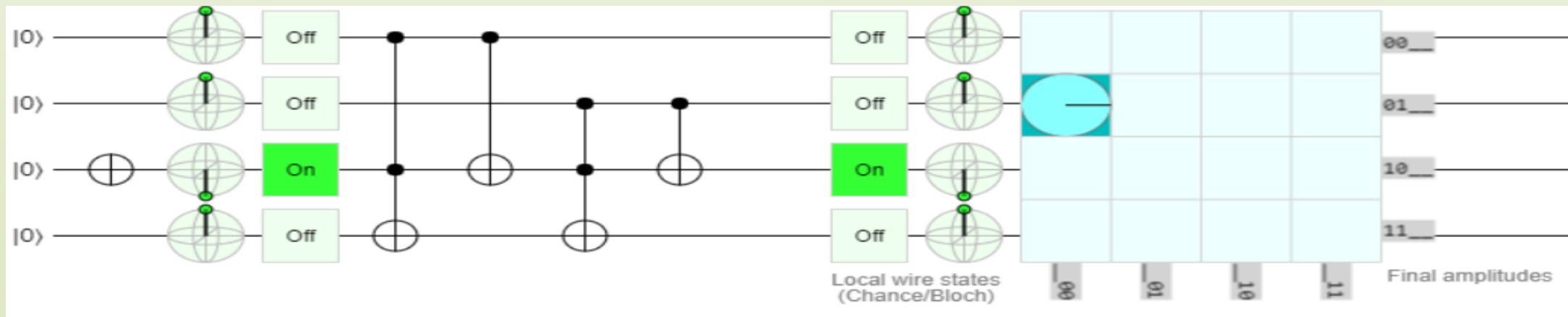
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 5^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder

➤ Πίνακας Αληθείας

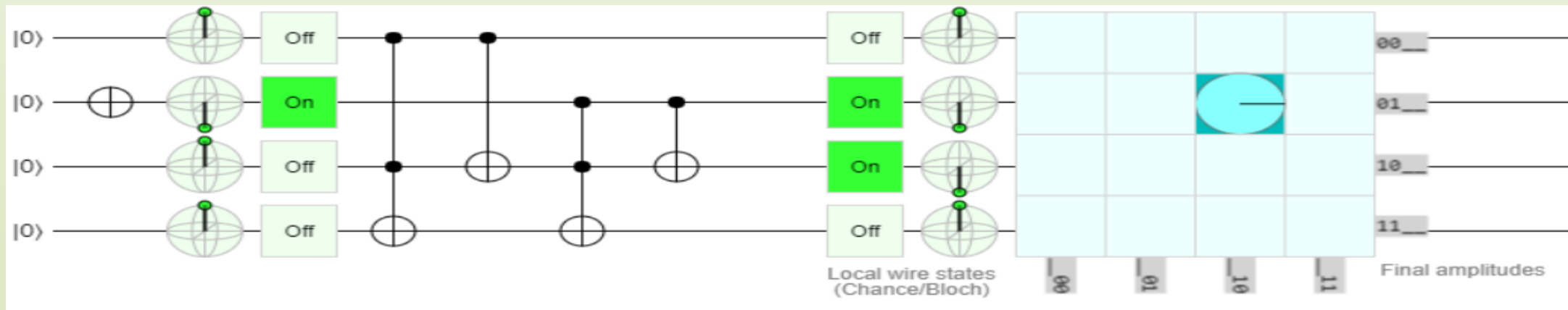
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 5^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder

➤ Πίνακας Αληθείας

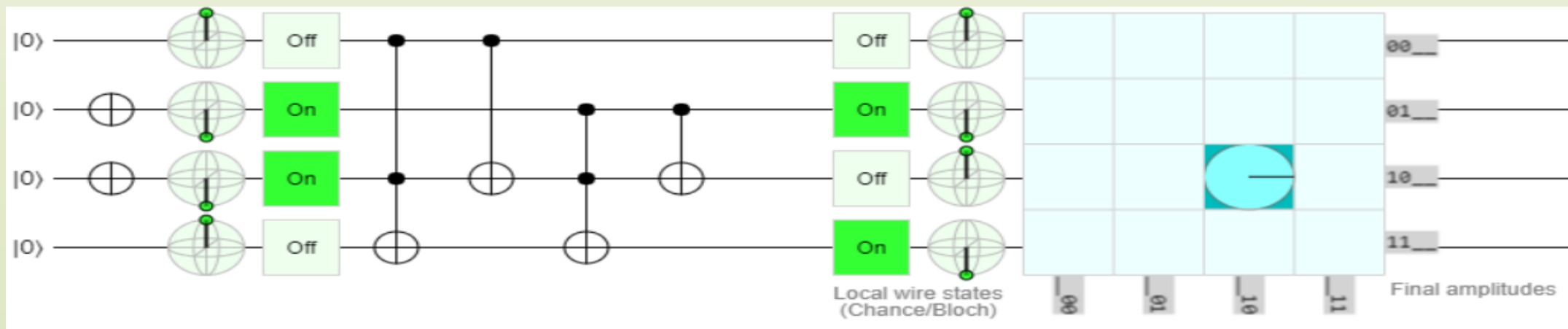
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 5^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder

➤ Πίνακας Αληθείας

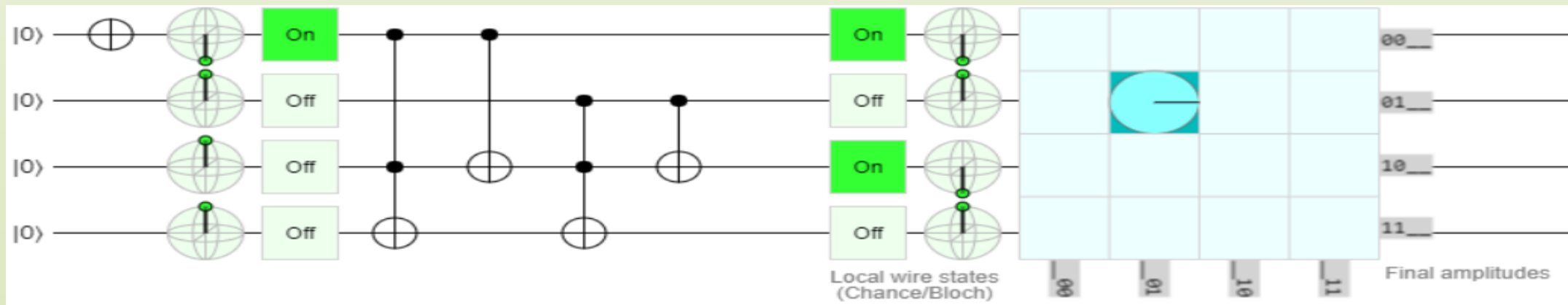
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 5^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder

➤ Πίνακας Αληθείας

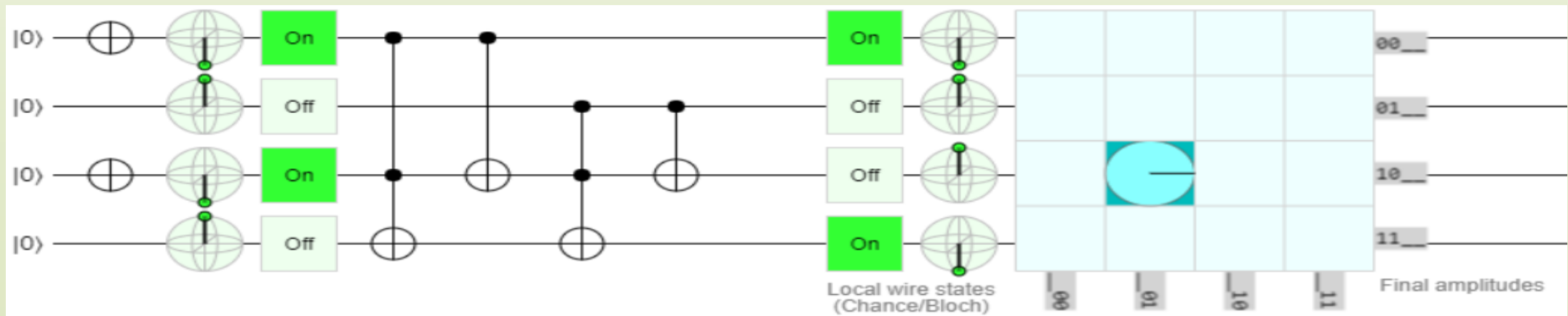
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 5^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder

➤ Πίνακας Αληθείας

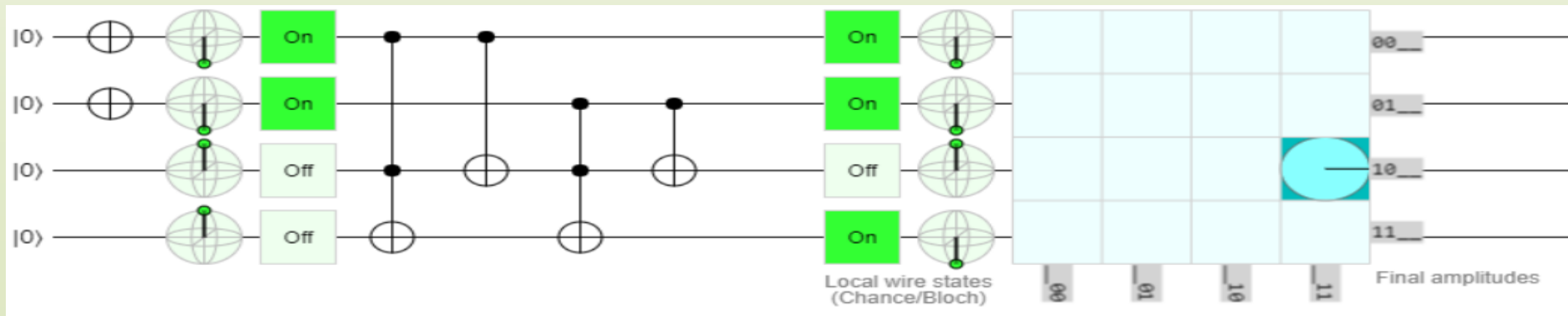
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 5^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder

➤ Πίνακας Αληθείας

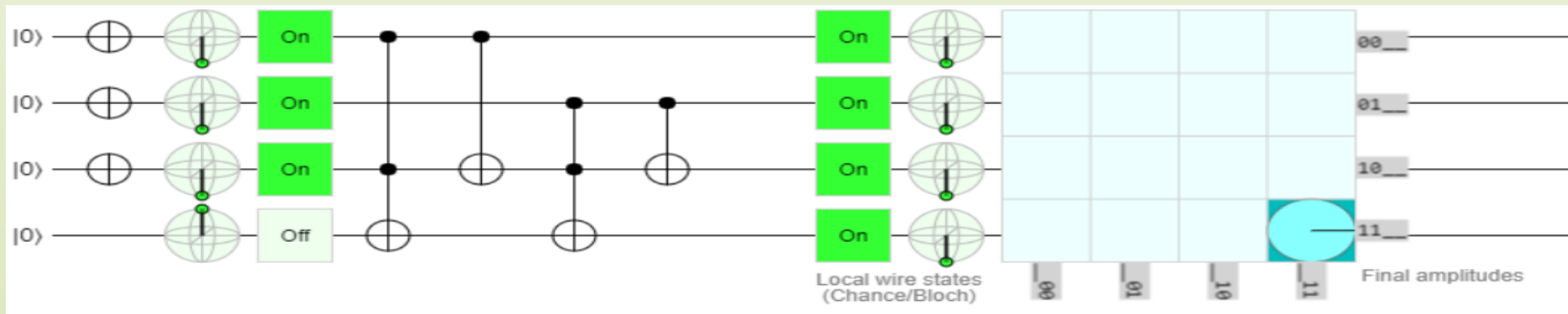
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 5^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder

➤ Πίνακας Αληθείας

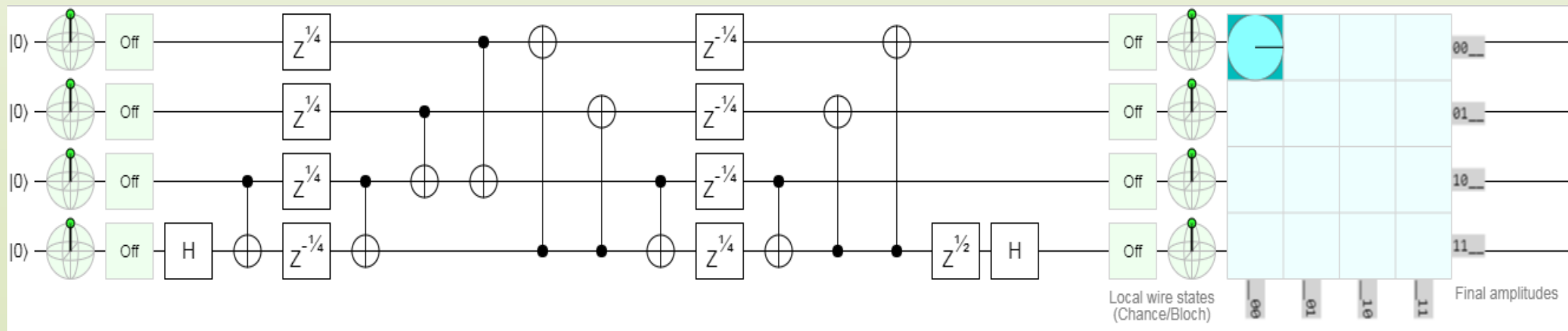
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 6^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder (Clifford + T Library)

➤ Πίνακας Αληθείας

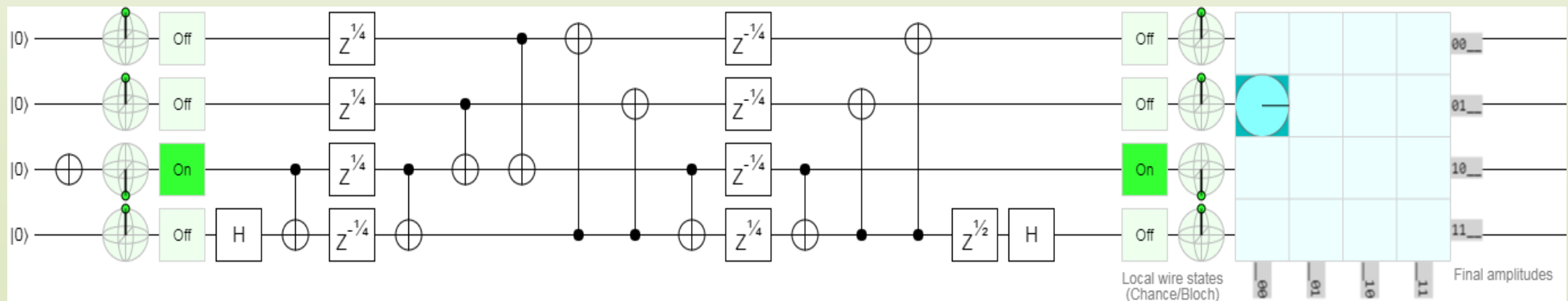
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 6^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder (Clifford + T Library)

➤ Πίνακας Αληθείας

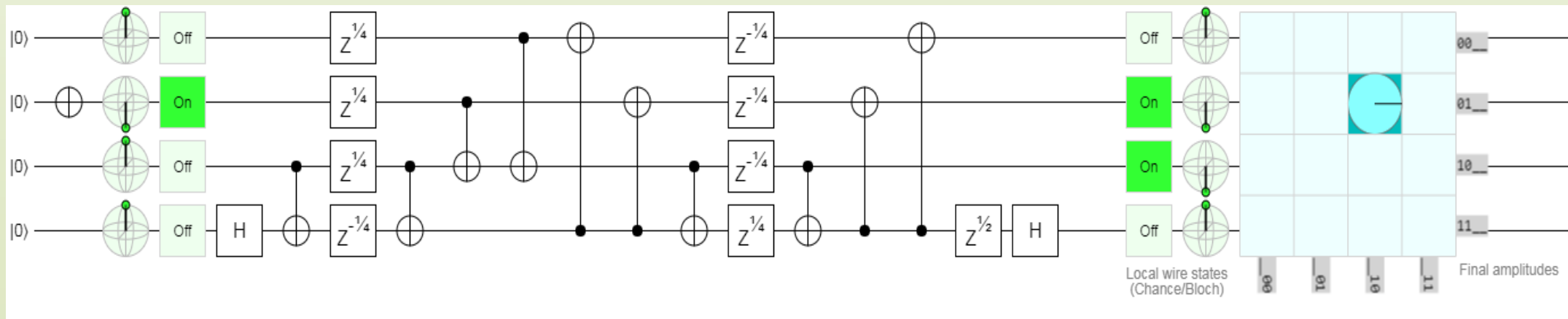
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 6^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder (Clifford + T Library)

➤ Πίνακας Αληθείας

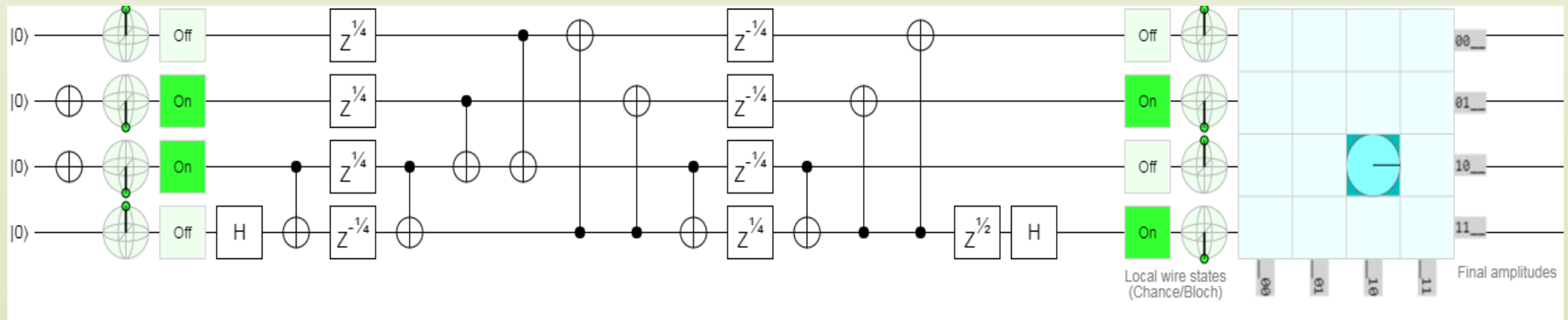
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 6^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder (Clifford + T Library)

➤ Πίνακας Αληθείας

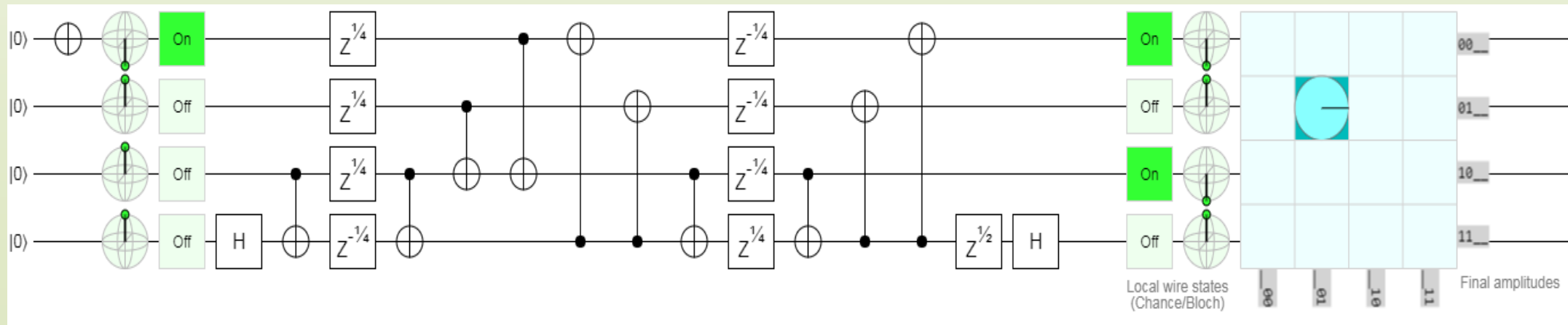
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 6^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder (Clifford + T Library)

➤ Πίνακας Αληθείας

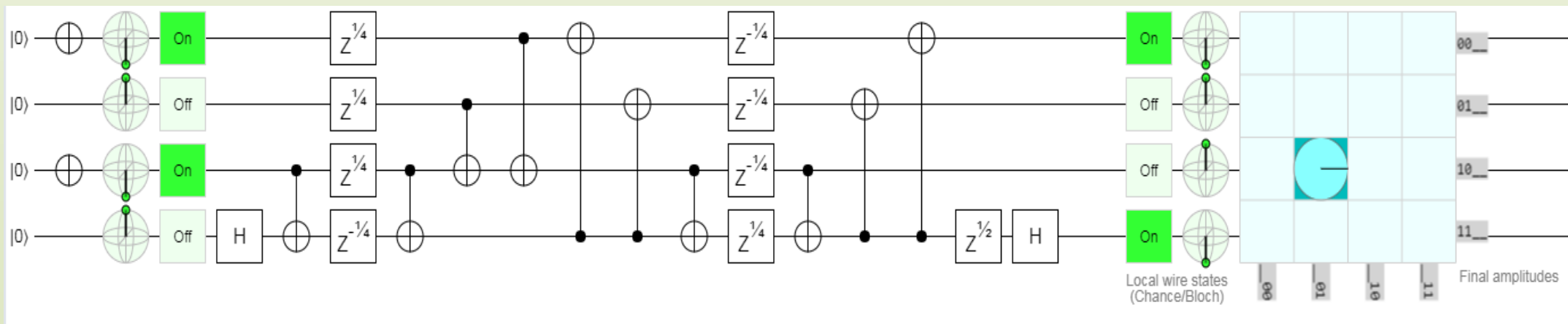
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 6^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder (Clifford + T Library)

➤ Πίνακας Αληθείας

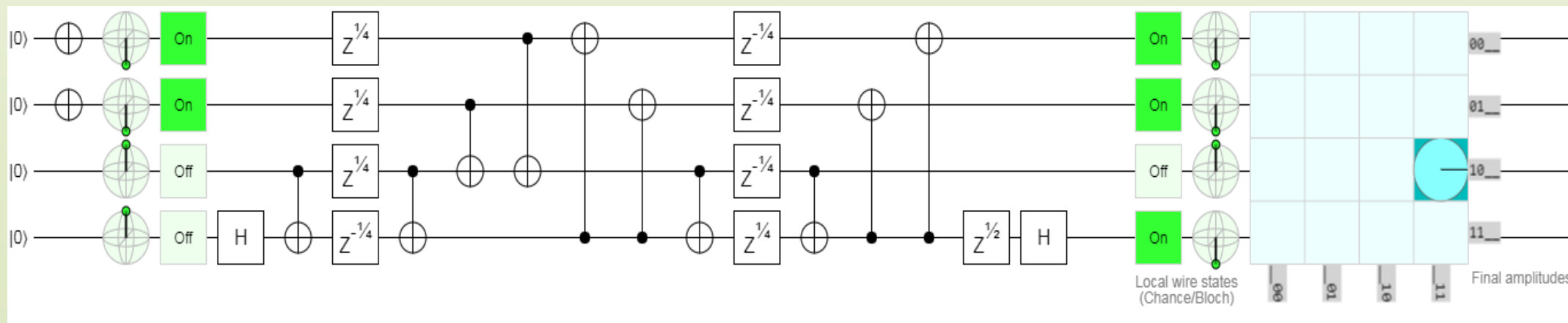
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 6^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder (Clifford + T Library)

➤ Πίνακας Αληθείας

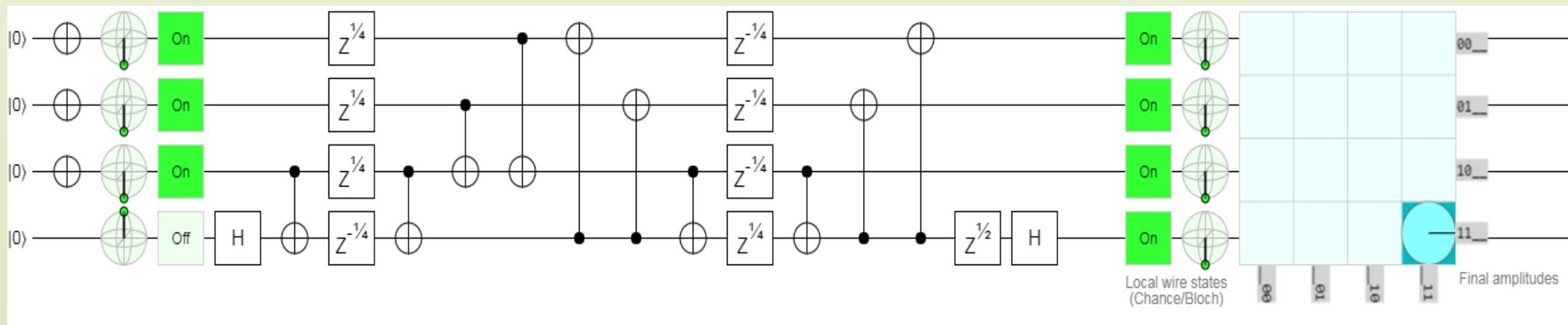
A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1



Βήμα 6^ο : Υλοποίηση HNG ως 4-bit reversible gate, full adder (Clifford + T Library)

➤ Πίνακας Αληθείας

A	B	C	P	Q	Sum	C_out
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1




5. Αποτελέσματα-Video εξομοίωσης HNG (1/3)


Δημιουργία κβαντικού κυκλώματος άθροισης με την τούλα HNG

5. Αποτελέσματα-Video εξομοίωσης HNG (2/3)

Welcome to Quirk
A drag-and-drop quantum circuit simulator.

Edit Circuit

 Tutorial Video

 Source Code

Example Circuits

- [Grover Search](#)
- [Shor Period Finding](#)
- [Bell Inequality Test \(CHSH\)](#)
- [Quantum Teleportation](#)
- [Superdense Coding](#)
- [Delayed Choice Eraser](#)
- [Symmetry Breaking](#)
- [Quantum Fourier Transform](#)
- [Reversible Addition](#)

Toolbox

Kit Probe, Gate, Frequency, Input, Arithmetic, Compare, Modular, Custom Gate

5. Αποτελέσματα-Video εξομοίωσης HNG (3/3)

➤ HNG→4-bit reversible gate running

<http://algassert.com/quirk#circuit=%7B%22cols%22%3A%5B%5B%22Counting3%22%5D%2C%5B%22Bloch%22%2C%22Bloch%22%2C%22Bloch%22%2C%22Bloch%22%5D%2C%5B%22Chance%22%2C%22Chance%22%2C%22Chance%22%5D%2C%5B%22E2%80%A2%22%2C1%2C%22%2C%22X%22%5D%2C%5B%22E2%80%A2%22%2C1%2C%22X%22%5D%2C%5B1%2C%22%2C%22%2C%22X%22%5D%5D%7D>

➤ HNG→4-bit reversible gate (Clifford +T) running

<http://algassert.com/quirk#circuit=%7B%22cols%22%3A%5B%5B%22Counting3%22%5D%2C%5B%22Bloch%22%2C%22Bloch%22%2C%22Bloch%22%2C%22Bloch%22%5D%2C%5B%22Chance%22%2C%22Chance%22%2C%22Chance%22%5D%2C%5B1%2C1%2C1%2C%22H%22%5D%2C%5B1%2C1%2C%22%2C%22%2C%22X%22%5D%2C%5B%22Z%5E%2BC%22%2C%22Z%5E%2BC%22%2C%22Z%5E%2BC%22%2C%22Z%5E-%2C%2BC%22%5D%2C%5B1%2C1%2C%22%2C%22X%22%5D%2C%5B1%2C%22%2C%22%2C%22X%22%5D%2C%5B%22X%22%2C1%2C1%2C%22%2C%22X%22%5D%2C%5B1%2C%22X%22%2C1%2C%22%2C%22X%22%5D%2C%5B%22Z%5E-%2C%2BC%22%2C%22Z%5E-%2C%2BC%22%5D%2C%5B1%2C1%2C%22%2C%22X%22%5D%2C%5B1%2C1%2C1%2C%22H%22%5D%5D%7D>

6. Βιβλιογραφία και Πηγές πληροφοριών

- Haghparast M. and K. Navi, 2008. A Novel reversible BCD adder for nanotechnology based systems. Am. J. Applied Sci., 5 (3): 282-288
- Michael A. Nielsen & Isaac L. Chuang, Quantum Computation and Quantum Information , εκδ. Cambridge, 2000.
- Καραφυλλίδης, Ι., Κβαντικοί Υπολογιστές: Βασικές Έννοιες, εκδ. Κλειδάριθμος, 2005.
- http://legacy.cup.gr/Files/files/chapters/kbanto_II_kef_15.pdf
- https://qutech.nl/wp-content/uploads/2018/01/Complexity_of_quantum_sampling_QIP2018_MichaelBremner.pdf
- <http://algassert.com/quirk>
- http://quantumcomputers-infotech.blogspot.com/p/blog-page_27.html
- https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_information
- <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/735/1/012083/pdf>
- <https://www.nature.com/articles/srep11983.pdf>

ΤΕΛΟΣ