Πανεπιστημιο Πατρων – Πολυτεχνικη Σχολη
Τμημα Μηχανικων Η/Υ & Πληροφορικης

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

2024–25

ΑΣΚΗΣΕΙΣ 4. Επίλυση συστημάτων – απαλοιφή

1. Με τη μέθοδο της απαλοιφής να επιλυθεί καθένα από τα συστήματα βρίσκοντας την ανηγμένη κλιμακωτή μορφή του αντίστοιχου επαυξημένου μητρώου

(α΄) $$\begin{aligned} x+3y-2z&=-1\\ 2x+y+z&=3\\ -x+2y+z&=-4 \end{aligned}$$

(β΄) $$\begin{aligned} 3x+y-z&=3\\ x+3y+z&=2\\ 5x-y-3z&=4 \end{aligned}$$

2. Δίνονται τα σημεία $P(1,2)$, $Q(-1,6)$, και $R(2,3)$ στο επίπεδο.

   (α΄) Να βρεθεί πολυώνυμο $p(x)=ax^2+bx+c$ του οποίου το γράφημα περιέχει τα σημεία P, Q, και R.

   (β΄) Υπάρχουν πολυώνυμα $q(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ των οποίων το γράφημα περιέχει τα σημεία P, Q, και R;

3. Για το σύστημα

$$\begin{aligned} x+y+2z&=a\\ 2x+3y+3z&=b\\ x+2y+\mu z&=c \end{aligned}$$

όπου a,b,c,μ είναι πραγματικές παράμετροι, βρείτε σχέσεις μεταξύ των παραμέτρων ώστε το σύστημα να έχει (i) μοναδική λύση, (ii) άπειρες λύσεις, ή (iii) καμία λύση (**αδύνατο**).

4. Δίνεται το σύστημα

$$\begin{aligned} x+2y+z&=a\\ 2x-2y+3z&=2\\ x+2y+a^2z&=b \end{aligned}$$

όπου a και b είναι πραγματικές παράμετροι. Βρείτε συνθήκες για τις παραμέτρους ώστε το σύστημα να έχει (i) καμία λύση, (ii) μία μόνο λύση, ή (iii) άπειρες λύσεις.

5. ♠ ♣ Να βρεθούν τα στοιχειώδη μητρώα $E_1, E_2, \ldots$ που μετασχηματίζουν το μητρώο

$$A=\begin{pmatrix}1&2&4\\3&8&14\\2&6&11\end{pmatrix}$$

στην ανηγμένη κλιμακωτή μορφή του, καθώς και η ανηγμένη κλιμακωτή μορφή του μητρώου.