Θεμελίωση των Γενετικών Αλγορίθμων

Υπολογιστική Νοημοσύνη ΙΙ

Εισαγωγικές Παρατηρήσεις

- Αν και οι Γ.Α. είναι απλοί στην περιγραφή και τον προγραμματισμό τους, η συμπεριφορά τους μπορεί να είναι πολύπλοκη και υπάρχουν πολλά ανοικτά ερωτήματα για το πως δουλεύουν και για ποίους τύπους προβλημάτων είναι οι πλέον κατάλληλοι.

Πολλή δουλειά έχει γίνει για τις θεωρητικές θεμελιώσεις των Γ.Α. μία

Σύντομη ανασκόπηση των βασικών αρχών.

Βασικά Ερωτήματα

- *Τι νόμοι περιγράφουν τη μακροσκοπική συμπεριφορά των Γ.Α.;*
  - Τι προβλέψεις μπορούν να γίνουν για την αλλαγή της καταλληλότητας (αντικειμενικής συνάρτησης) στο χρόνο και για τη δυναμική των δομών του πληθυσμού σε ένα συγκεκριμένο Γ.Α.;
- *Πως οι τελεστές χαμηλού επιπέδου (επιλογή, διασταύρωση και μετάλλαξη) βελτιώνουν την μακροσκοπική συμπεριφορά των Γ.Α.;*

Βασικά Ερωτήματα

- *Σε τι τύπους προβλημάτων οι Γ.Α. αποδίδουν καλά;*
- *Σε τι τύπους προβλημάτων οι Γ.Α. δεν αποδίδουν καλά;*
- Τι σημαίνει για ένα Γ.Α. “αποδίδει καλά”, ή “δεν αποδίδει καλά”; *Δηλαδή τι κριτήρια απόδοσης είναι κατάλληλα για τους Γ.Α.;*
- *Κάτω από ποίες συνθήκες* (τύποι Γ.Α. και τύποι προβλημάτων) *ένας Γ.Α. υπερτερεί από τις συμβατικές μεθόδους αναζήτησης;*

Έννοια του Σχήματος

- Η θεωρητική θεμελίωση των Γ.Α. βασίζεται στην αναπαράσταση των λύσεων σαν δυαδικές συμβολοσειρές, καθώς και στην **έννοια του *Σχήματος (schema)*** -δηλαδή ένα καλούπι (template) που επιτρέπει τον προσδιορισμό της ομοιότητας μεταξύ των χρωμοσωμάτων.
- Ένα σχήμα κατασκευάζεται εισάγοντας ένα ***αδιάφορο σύμβολο (don't care symbol)*** στο αλφάβητο των γονιδίων (*).

Σχήμα

- Ένα σχήμα αναπαριστά όλες τις συμβολοσειρές (ένα υπερεπίπεδο-επίπεδο ή άλλο υποσύνολο του χώρου αναζήτησης), οι οποίες ταιριάζουν σε όλες τις θέσεις εκτός από αυτές με το αδιάφορο σύμβολο

C_1	0	0	0	1	0	1	1
C_2	0	1	0	0	0	0	1
Άλλο Σχήμα	*	*	0	*	0	*	1
Σχήμα	*	*	*	*	*	*	1

Παραδείγματα Σχημάτων

Σχήμα	*	1	1	1	1	0	0	1	0	0
C_1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0
C_2	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0

Σχήμα	*	1	*	1	1	0	0	1	0	0
C_1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0
C_2	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0
C_3	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0
C_4	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0

Σχήματα

Σχήμα	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0
C_1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0
Σχήμα	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

? συμβολοσειρές!

Σχήματα

Σχήμα	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0

C_1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0

Σχήμα	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

2^{10} συμβολοσειρές!

Σχήματα

- Κάθε Σχήμα αναπαριστά 2^r συμβολοσειρές, που r αριθμός των αδιάφορων συμβόλων *
- Κάθε συμβολοσειρά μήκους m ταιριάζει σε ? Σχήματα

Σχήματα

- Κάθε Σχήμα αναπαριστά 2^r συμβολοσειρές, που r αριθμός των αδιάφορων συμβόλων *
- Κάθε συμβολοσειρά μήκους m ταιριάζει σε 2^m Σχήματα

Implicit Parallism

- Αν ένα χρωμόσωμα έχει μήκος *n* περιέχει ? σχήματα (σε κάθε θέση μπορεί να έχουμε τιμή 0, 1 or *)

Για έναν πληθυσμό από *M* άτομα υπολογίζουμε ως ? Σχήματα.

- Κάποια Σχήματα δεν θα είναι παρόντα και κάποια θα επικαλύπτονται με άλλα Σχήματα

- Αυτό που θέλουμε είναι ένας πληθυσμός που θα περιέχει πολλά κατάλληλα Σχήματα (όπως ορίζονται από την συνάρτηση καταλληλότητας) , ενώ τα ακατάλληλα Σχήματα θα έχουν εξαφανιστεί.
-
- *Τροποποιούμε M* άτομα, αλλά *?* Σχήματα
- ***Implicit Parallelism***

Implicit Parallism

- Αν ένα χρωμόσωμα έχει μήκος *n* περιέχει 3^n σχήματα (σε κάθε θέση μπορεί να έχουμε τιμή 0, 1 or *)

Για έναν πληθυσμό από *M* άτομα υπολογίζουμε ως ? Σχήματα.

- Κάποια Σχήματα δεν θα είναι παρόντα και κάποια θα επικαλύπτονται με άλλα Σχήματα

- Αυτό που θέλουμε είναι ένας πληθυσμός που θα περιέχει πολλά κατάλληλα Σχήματα (όπως ορίζονται από την συνάρτηση καταλληλότητας) , ενώ τα ακατάλληλα Σχήματα θα έχουν εξαφανιστεί.
-
- *Τροποποιούμε M* άτομα, αλλά ? Σχήματα

- ***Implicit Parallelism***

Implicit Parallism

- Αν ένα χρωμόσωμα έχει μήκος *n* περιέχει 3^n σχήματα (σε κάθε θέση μπορεί να έχουμε τιμή 0, 1 or *)

Για έναν πληθυσμό από *M* άτομα υπολογίζουμε ως $M3^n$ Σχήματα.

- Κάποια Σχήματα δεν θα είναι παρόντα και κάποια θα επικαλύπτονται με άλλα Σχήματα

- Αυτό που θέλουμε είναι ένας πληθυσμός που θα περιέχει πολλά κατάλληλα Σχήματα (όπως ορίζονται από την συνάρτηση καταλληλότητας) , ενώ τα ακατάλληλα Σχήματα θα έχουν εξαφανιστεί.
-
- *Τροποποιούμε M* άτομα, αλλά *?* Σχήματα

- ***Implicit Parallelism***

Implicit Parallism

- Αν ένα χρωμόσωμα έχει μήκος *n* περιέχει 3^n σχήματα (σε κάθε θέση μπορεί να έχουμε τιμή 0, 1 or *)

Για έναν πληθυσμό από *M* άτομα υπολογίζουμε ως $M3^n$ Σχήματα.

- Κάποια Σχήματα δεν θα είναι παρόντα και κάποια θα επικαλύπτονται με άλλα Σχήματα

- Αυτό που θέλουμε είναι ένας πληθυσμός που θα περιέχει πολλά κατάλληλα Σχήματα (όπως ορίζονται από την συνάρτηση καταλληλότητας) , ενώ τα ακατάλληλα Σχήματα θα έχουν εξαφανιστεί.
-
- *Τροποποιούμε M* άτομα, αλλά $M3^n$ Σχήματα

- ***Implicit Parallelism***

Παράδειγμα

- **1001110001** ταιριάζει στα Σχήματα:

(1001110001)

(*001110001)

(1*01110001)

(10*1110001)

⋮

(100111000*)

(**01110001)

(*0*1110001)

⋮

(10011100**)

(***1110001)

⋮

(**********).

Τάξη ενός Σχήματος

- ***Τάξη* ενός σχήματος:** ο αριθμός των θέσεων με 0 και 1 που καλούνται και *σταθερές θέσεις (fixed positions)*, δηλαδή οι θέσεις που δεν περιέχουν το αδιάφορο σύμβολο .
- Διαφορετικά: το μήκος του σχήματος μείον τον αριθμό των αδιάφορων συμβόλων .
- Η τάξη προσδιορίζει την ειδικότητα (speciality) ενός σχήματος, δηλαδή το πόσο ειδικό είναι το συγκεκριμένο σχήμα.

Παράδειγμα

$$S_1 = (***001*110)$$

$$S_2 = (****00**0*)$$

$$S_3 = (11101**001)$$

Παράδειγμα

$$S_1 = (***001*110)$$

$$S_2 = (****00**0*)$$

$$S_3 = (11101**001)$$

$$o(S_1) = 6$$

$$o(S_2) = 3$$

$$o(S_3) = 8$$

Ποιό είναι το Σχήμα με την μεγαλύτερη ειδικότητα?

Τάξη Σχήματος-Παράδειγμα

$$S_1 = (***001*110)$$

$$S_2 = (****00**0*)$$

$$S_3 = (11101**001)$$

$o(S_1) = 6$ 16 συμβολοσειρές

$o(S_2) = 3$ 128 συμβολοσειρές

$o(S_3) = 8$ 4 συμβολοσειρές

Ποιό είναι το Σχήμα με την μεγαλύτερη ειδικότητα?

Η τάξη σχετίζεται με τον υπολογισμό της πιθανότητας επιβίωσης του σχήματος κατά την διαδικασία της ...?

Τάξη Σχήματος-Παράδειγμα

$S_1 = (***001*110)$

$S_2 = (****00**0*)$

$S_3 = (11101**001)$

$o(S_1) = 6$ → 16 συμβολοσειρές

$o(S_2) = 3$ → 128 συμβολοσειρές

$o(S_3) = 8$ → 4 συμβολοσειρές

Ποιό είναι το Σχήμα με την μεγαλύτερη ειδικότητα?

Η τάξη σχετίζεται με τον υπολογισμό της πιθανότητας επιβίωσης του σχήματος κατά την διαδικασία της μετάλλαξης!

Οριστικό Μήκος

- Το *οριστικό μήκος* ενός σχήματος είναι η απόσταση μεταξύ της πρώτης και της τελευταίας σταθερής θέσης. Προσδιορίζει την πυκνότητα (compactness) της πληροφορίας που περιέχεται στο σχήμα

$$S_1 = (***001*110)$$

$$S_2 = (****00**0*)$$

$$S_3 = (11101**001)$$

Οριστικό Μήκος

- Το *οριστικό μήκος* ενός σχήματος είναι η απόσταση μεταξύ της πρώτης και της τελευταίας σταθερής θέσης. Προσδιορίζει την πυκνότητα (compactness) της πληροφορίας που περιέχεται στο σχήμα

$$S_1 = (***001*110)$$

$$S_2 = (****00**0*)$$

$$S_3 = (11101**001)$$

$$\delta(S_1) = 10 - 4 = 6$$

$$\delta(S_2) = 9 - 5 = 4$$

$$\delta(S_3) = 10 - 1 = 9$$

Ένα σχήμα με μια μοναδική σταθερή θέση έχει οριστικό μήκος...?

Οριστικό Μήκος

- Το *οριστικό μήκος* ενός σχήματος είναι η απόσταση μεταξύ της πρώτης και της τελευταίας σταθερής θέσης. Προσδιορίζει την πυκνότητα (compactness) της πληροφορίας που περιέχεται στο σχήμα

$$S_1 = (***001*110)$$

$$S_2 = (****00**0*)$$

$$S_3 = (11101**001)$$

$$\delta(S_1) = 10 - 4 = 6$$

$$\delta(S_2) = 9 - 5 = 4$$

$$\delta(S_3) = 10 - 1 = 9$$

Ένα σχήμα με μια μοναδική σταθερή θέση έχει οριστικό μήκος μηδέν

Οριστικό Μήκος

- Το *οριστικό μήκος* ενός σχήματος σχετίζεται με τον υπολογισμό της πιθανότητας επιβίωσης του σχήματος κατά την διαδικασία της ...?

Οριστικό Μήκος

- Το *οριστικό μήκος* ενός σχήματος σχετίζεται με τον υπολογισμό της πιθανότητας επιβίωσης του σχήματος κατά την διαδικασία της διασταύρωσης .

Διαδικασία Εξέλιξης Γ.Α.

Απλά αυξάνει το «ρολόι» της διαδικασίας κατά 1 (επόμενη γενιά)

1) $t \leftarrow t+1$

2) *επέλεξε νέο (προσωρινό) πληθυσμό* $P(t)$ *από τον* $P(t-1)$

3) *ανασυνδύασε τον* $P(t)$ *(με την εφαρμογή γενετικών τελεστών)*

4) *αξιολόγησε τον* $P(t)$

Υπολογισμός της συνάρτησης αξιολόγησης για τον τρέχοντα πληθυσμό

Τα σημαντικότερα βήματα της εξελικτικής διαδικασίας

Επίδραση της επιλογής στην επιβίωση του Σχήματος

- Έστω pop_size =20 και m=33 και τη στιγμή t

$v_1 = (100110100000001111111010011011111)$

$v_2 = (111000100100110111001010100011010)$

$v_3 = (000010000011001000001010111011101)$

$v_4 = (100011000101101001111000001110010)$

$v_5 = (000111011001010011010111111000101)$

$v_6 = (000101000010010101001010111111011)$

$v_7 = (001000100000110101111011011111011)$

$v_8 = (100001100001110100010110101100111)$

$v_9 = (010000000101100010110000001111100)$

$v_{10} = (000001111000110000011010000111011)$

$v_{11} = (011001111110110101100001101111000)$

$v_{12} = (110100010111101101000101010000000)$

$v_{13} = (111011111010001000110000001000110)$

$v_{14} = (010010011000001010100111100101001)$

$v_{15} = (111011101101110000100011111011110)$

$v_{16} = (110011110000011111100001101001011)$

$v_{17} = (011010111111001111010001101111101)$

$v_{18} = (011101000000001110100111110101101)$

$v_{19} = (000101010011111111110000110001100)$

$v_{20} = (101110010110011110011000101111110)$

Επίδραση της επιλογής στην επιβίωση του Σχήματος

- Έστω ξ(S,t) ο αριθμός των συμβολοσειρών στον πληθυσμό τη στιγμή t που ταιριάζουν στο Σχήμα S
- Π.χ. για το $S_0 = (****111**************************)$

$\xi(S_o,t)=$? (αριθμός των συμβολοσειρών που ταιριάζουν στο σχήμα)

$o(S_o)=$?

$\delta(S_o,t)=$?

$$v_1 = (1001101000000011111110100110111111)$$

$$v_2 = (111000100100110111001010100011010)$$

$$v_3 = (00001000000110010000001010111011101)$$

$$v_4 = (100011000101101001111000001110010)$$

$$v_5 = (0001110110010100110101111111000101)$$

$$v_6 = (0001010000100101010010101111111011)$$

$$v_7 = (0010001000000110101111011011111011)$$

$$v_8 = (100001100001110100010110101100111)$$

$$v_9 = (010000000101100010110000001111100)$$

$$v_{10} = (0000011110001100000011010000111011)$$

$$v_{11} = (01100111111011010101100001101111000)$$

$$v_{12} = (110100010111101101000101010000000)$$

$$v_{13} = (1110\boxed{111}110100010001100000001000110)$$

$$v_{14} = (0100100110000001010100111100101001)$$

$$v_{15} = (1110\boxed{111}0110111000010001111011110)$$

$$v_{16} = (1100\boxed{111}1000000111111000011010 01011)$$

$$v_{17} = (011010111111001111010001101111101)$$

$$v_{18} = (0111010000000001110100111110101101)$$

$$v_{19} = (000101010011111111110000110001100)$$

$$v_{20} = (101110010110011110011000101111110)$$

Επίδραση της επιλογής στην επιβίωση του Σχήματος

- Έστω ξ(S,t) ο αριθμός των συμβολοσειρών στον πληθυσμό τη στιγμή t που ταιριάζουν στο Σχήμα S
- Π.χ. για το $S_0 = (****111**************************)$

$\xi(S_o,t) = 3$

$o(S_o) = 3$

$\delta(S_o,t) = 7-5 = 2$

Επίδραση της επιλογής στην επιβίωση του Σχήματος

Απόδοση του Σχήματος $$eval(S,t) = (\sum_{j=1}^{p} eval(v_{i_j})) / p.$$ Αριθμός συμβολοσειρών

- Κατά τη διάρκεια της επιλογής, δημιουργείται ένας προσωρινός πληθυσμός. Κάθε συμβολοσειρά αντιγράφεται μηδέν, μία ή περισσότερες φορές, σύμφωνα με την απόδοσή της.

Για Επιλογή Ρουλέτας

Για μια συμβολοσειρά $$p_i = eval(v_i) / F(t)$$

Το άθροισμα των αποδόσεων όλου του πληθυσμού

Για **μια** συμβολοσειρά που ταιριάζει στο Σχήμα πιθανότητα επιλογής: $$eval(S,t) / F(t)$$

Επίδραση της επιλογής στην επιβίωση του Σχήματος

Πιθανότητα μιας συμβολοσειράς που ταιριάζει

Αριθμός συμβολοσειρών που ταιριάζουν στο Σχήμα τη στιγμή t+1

$$\xi(S,t+1) = \xi(S,t) \cdot pop\_size \cdot eval(S,t) / F(t)$$

Συνολικός αριθμός επιλογών

Μέση απόδοση πληθυσμού: $\overline{F(t)} = F(t) / pop\_size$

$$\xi(S,t+1) = \xi(S,t) \cdot eval(S,t) / \overline{F(t)}$$

Ο αριθμός των συμβολοσειρών στον πληθυσμό που ταιριάζει σε αυτό το Σχήμα, αυξάνεται ανάλογα με το λόγο της απόδοσης του αντίστοιχου σχήματος προς την μέση απόδοση του πληθυσμού.

Επίδραση της επιλογής στην επιβίωση του Σχήματος

- Ένα σχήμα που βρίσκεται πάνω από τον μέσο όρο όσον αφορά την απόδοση αποκτά μεγαλύτερο αριθμό συμβολοσειρών που ταιριάζουν με αυτό στην επόμενη γενιά.
- Αντίθετα, ένα σχήμα που βρίσκεται κάτω από τον μέσο όρο αναπαριστά λιγότερες συμβολοσειρές στην επόμενη γενιά.

Μακροπρόθεσμη Επίδραση

Αν το Σχήμα ε% πάνω από τον μέσο όρο απόδοσης πληθυσμού

$$eval(S,t) = \overline{F(t)} + \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \overline{F(t)})$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (eval(S,t) - \overline{F(t)}) / \overline{F(t)}$$

Ισχύει ότι: $\xi(S,t+1) = \xi(S,t) \cdot eval(S,t) / \overline{F(t)}$

$$\boxed{\xi(S,t) = \xi(S,0) \cdot (1+\boldsymbol{\varepsilon})^t}$$

Γεωμετερική Πρόοδος

- ε>0 για Σχήματα ...?
- ε<0 για Σχήματα ....?

Μακροπρόθεσμη Επίδραση

Αν το Σχήμα ε% πάνω από τον μέσο όρο απόδοσης πληθυσμού

$$eval(S,t) = \overline{F(t)} + \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \overline{F(t)})$$

Ισχύει ότι: $\xi(S,t+1) = \xi(S,t) \cdot eval(S,t) / \overline{F(t)}$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (eval(S,t) - \overline{F(t)}) / \overline{F(t)}$$

$$\boxed{\xi(S,t) = \xi(S,0) \cdot (1+\boldsymbol{\varepsilon})^t}$$

Γεωμετερική Πρόοδος

- ε>0 για Σχήματα πάνω από τον μέσο όρο
- ε<0 για Σχήματα κάτω από τον μέσο όρο

Ένα Σχήμα πάνω από τον μέσο όρο όχι μόνο αναπαριστά περισσότερες συμβολοσειρές στην επόμενη γενιά, αλλά επιπλέον ο αριθμός αυτός αυξάνεται εκθετικά.

Επιστροφή στο Παράδειγμα

Είδαμε ότι ξ(So ,t)= 3

$$eval(S_0,t) = (27.316702 + 30.060205 + 23.867227) / 3 = 27.081378$$

Ισχύει επίσης :

$$\overline{F(t)} = (\sum^{20} eval(v_i)) / pop\_size = 387.776822 / 20 = 19.388841$$

$$eval(S_0,t) / \overline{F(t)} = 1.396751$$

$$\xi(S,t+1) = \xi(S,t) \cdot eval(S,t) / \overline{F(t)}$$

Στιγμή t : 3 συμβολοσειρές

t+1: 3*1,396751=4,19 συμβολοσειρές

t+2 : $3*1,396751^2$=5,85 συμβολοσειρές

Διαισθητικά το Σχήμα S_o αποτελεί ένα υποσχόμενο τμήμα του χώρου αναζήτησης και, για το λόγο αυτό, δειγματοληπτείται με εκθετικά αυξανόμενο τρόπο

Επιστροφή στο Παράδειγμα – Νέα Γενιά

$v'_1 = (011001111110110101100001101111000)\ (v_{11})$

$v'_2 = (100011000101101001111000001110010)\ (v_4)$

$v'_3 = (001000100000110101111011011111011)\ (v_7)$

$v'_4 = (011001111110110101100001101111000)\ (v_{11})$

$v'_5 = (000101010011111111110000110001100)\ (v_{19})$

$v'_6 = (100011000101101001111000001110010)\ (v_4)$

$v'_7 = (111011101101110000100011111011110)\ (v_{15})$

$v'_8 = (000111011001010011010111111000101)\ (v_5)$

$v'_9 = (011001111110110101100001101111000)\ (v_{11})$

$v'_{10} = (000010000011001000001010111011101)\ (v_3)$

$v'_{11} = (111011101101110000100011111011110)\ (v_{15})$

$v'_{12} = (010000000101100010110000001111100)\ (v_9)$

$v'_{13} = (000101000010010101001010111111011)\ (v_6)$

$v'_{14} = (100001100001110100010110101100111)\ (v_8)$

$v'_{15} = (111001100110000101000100010100001)\ (v_{20})$

$v'_{16} = (111001100110000101000100010100001)\ (v_1)$

$v'_{17} = (111001100110000100000101010111011)\ (v_{10})$

$v'_{18} = (111011111010001000110000001000110)\ (v_{13})$

$v'_{19} = (111011101101110000100011111011110)\ (v_{15})$

$v'_{20} = (110011110000011111100001101001011)\ (v_{16})$

Επιστροφή στο Παράδειγμα – Νέα Γενιά

$$v'_1 = (011001111110110101100001101111000)\ (v_{11})$$
$$v'_2 = (100011000101101001111000001110010)\ (v_4)$$
$$v'_3 = (001000100000110101111011011111011)\ (v_7)$$
$$v'_4 = (011001111110110101100001101111000)\ (v_{11})$$
$$v'_5 = (000101010011111111110000110001100)\ (v_{19})$$
$$v'_6 = (100011000101101001111000001110010)\ (v_4)$$
$$\boxed{v'_7 = (111011101101110000100011111011110)\ (v_{15})}$$
$$v'_8 = (000111011001010011010111111000101)\ (v_5)$$
$$v'_9 = (011001111110110101100001101111000)\ (v_{11})$$

$$v'_{10} = (000010000011001000001010111011101)\ (v_3)$$
$$\boxed{v'_{11} = (111011101101110000100011111011110)\ (v_{15})}$$
$$v'_{12} = (010000000101100010110000001111100)\ (v_9)$$
$$v'_{13} = (000101000010010101001010111111011)\ (v_6)$$

$$v'_{14} = (100001100001110100010110101100111)\ (v_8)$$
$$v'_{15} = (111001100110000101000100010100001)\ (v_{20})$$
$$v'_{16} = (111001100110000101000100010100001)\ (v_1)$$
$$v'_{17} = (111001100110000100000101010111011)\ (v_{10})$$
$$\boxed{v'_{18} = (111011111010001000110000001000110)\ (v_{13})}$$
$$\boxed{v'_{19} = (111011101101110000100011111011110)\ (v_{15})}$$
$$\boxed{v'_{20} = (110011110000011111100001101001011)\ (v_{16})}$$

Επίδραση των γενετικών τελεστών στην επιβίωση ενός Σχήματος

- Π.χ η v’18 = (111011111010001000110000001000110)

Ταιριάζει σε 2^{30} Σχήματα,

Σχήματα στα οποία ταιριάζει η v’18

$S_0 = (****111**************************)$

$S_1 = (111****************************10)$

Έστω ότι η v’18 επιλέγεται για διασταύρωση με σημείο διασταύρωσης pos=20

Επιβιώνει... ?

Επιβιώνει... ?

Επίδραση των γενετικών τελεστών στην επιβίωση ενός Σχήματος

- Π.χ η v'18 = $(111011111010001000110000001000110)$

Ταιριάζει σε 2^{30} Σχήματα,

Σχήματα στα οποία ταιριάζει η v'18

$$S_0 = (****111**************************)$$

$$S_1 = (111****************************10)$$

Έστω ότι η v'18 επιλέγεται για διασταύρωση με σημείο διασταύρωσης pos=20

Επιβιώνει

Δεν επιβιώνει

Π.χ.

$$v'_{18} = (1110\mathbf{111}1101000100011|0000001000110)$$
$$v'_{13} = (00010100000100101010 0|0000001000110)$$

$$v''_{18} = (1110\mathbf{111}1101000100011|1010111111011)$$
$$v''_{13} = (000101000001001010100|0000001000110)$$

Επίδραση της διασταύρωσης στην επιβίωση ενός Σχήματος

- **Το οριστικό μήκος ενός σχήματος παίζει καθοριστικό ρόλο για την επιβίωση ή την καταστροφή του**

$S_0 = (****111**************************)$ $\delta(S_0) = 2$

$S_1 = (111****************************10)$ $\delta(S_1) = 32$

το σημείο διασταύρωσης επιλέγεται ομοιόμορφα (uniformly) από m-1 πιθανά σημεία

?

?

Πιθανότητα καταστροφής

Πιθανότητα Επιβίωσης

Επίδραση της διασταύρωσης στην επιβίωση ενός Σχήματος

- **Το οριστικό μήκος ενός σχήματος παίζει καθοριστικό ρόλο για την επιβίωση ή την καταστροφή του**

$$S_0 = (****111**************************)$$ $$\delta(S_0) = 2$$

$$S_1 = (111****************************10)$$ $$\delta(S_1) = 32$$

το σημείο διασταύρωσης επιλέγεται ομοιόμορφα (uniformly) από m-1 πιθανά σημεία

$$p_d(S) = \frac{\delta(S)}{m-1} \quad \Rightarrow \quad p_s(S) = 1 - \frac{\delta(S)}{m-1}.$$

Πιθανότητα καταστροφής — Πιθανότητα Επιβίωσης

Επίδραση της διασταύρωσης στην επιβίωση ενός Σχήματος

- Στο παράδειγμα:

$p_d(S_0) = 2/32$ $p_s(S_0) = 30/32$ $p_s(S_1) = 0$ $p_d(S_1) = 32/32$

Αναμενόμενο το αποτέλεμα να μην επιβιώσει το S_1 ....

Όμως

Μόνο μερικά χρωμοσώματα επιλέγονται για διασταύρωση, αφού η διασταύρωση έχει μια πιθανότητα p_c να εκτελεστεί

Πιθανότητα Επιβίωσης $p_s(S) = 1 - \frac{\delta(S)}{m-1}$. → ?

Επίδραση της διασταύρωσης στην επιβίωση ενός Σχήματος

- Στο παράδειγμα:

$p_d(S_0) = 2/32$ $p_s(S_0) = 30/32$ $p_s(S_1) = 0$ $p_d(S_1) = 32/32$

Αναμενόμενο το αποτέλεσμα να μην επιβιώσει το S_1 ....

Όμως

Μόνο μερικά χρωμοσώματα επιλέγονται για διασταύρωση, αφού η διασταύρωση έχει μια πιθανότητα p_c να εκτελεστεί

Πιθανότητα Επιβίωσης $p_s(S) = 1 - \frac{\delta(S)}{m-1}$ $\Rightarrow$ $p_s(S) = 1 - p_c \cdot \frac{\delta(S)}{m-1}$

για p_c=0.25 $p_s(S_0) = 1 - 0.25 \cdot \frac{2}{32} = 63/64 = 0.984375$

Επίδραση της διασταύρωσης στην επιβίωση ενός Σχήματος

Όμως

Ακόμα και αν το σημείο διασταύρωσης επιλεχθεί ανάμεσα σε σταθερές θέσεις σε ένα σχήμα, υπάρχει ακόμα πιθανότητα για το σχήμα να επιβιώσει ...Πώς?

Επίδραση της διασταύρωσης στην επιβίωση ενός Σχήματος

Όμως

Ακόμα και αν το σημείο διασταύρωσης επιλεχθεί ανάμεσα σε σταθερές θέσεις σε ένα σχήμα, υπάρχει ακόμα πιθανότητα για το σχήμα να επιβιώσει

Π.χ. Αν και οι δυο συμβολοσειρές ν'18 και ν'13 άρχιζαν με 111 και τελείωναν με 10 ⇒ Το S_1 θα επιβίωνε!

Η επίδραση της επιλογής και της διασταύρωσης στην αύξηση του αριθμού των συμβολοσειρών που ταιριάζουν σε ένα σχήμα είναι:

$$\xi(S,t+1) \geq \xi(S,t) \cdot eval(S,t) \,/\, \overline{F(t)} \cdot \left[1 - p_c \cdot \frac{\delta(S)}{m-1}\right]$$

Τα άνω του μέσου όρου Σχήματα με μικρό οριστικό μήκος θα δειγματολειπτούνται με εκθετικά αυξανόμενους ρυθμούς στις επόμενες γενιές

Επίδραση της διασταύρωσης στην επιβίωση ενός Σχήματος

Στο παράδειγμα:

$$eval(S_0, t) / \overline{F(t)} \cdot \left[1 - p_c \cdot \frac{\delta(S_0)}{m-1}\right] = 1.396751 \cdot 0.984375 = 1.374927$$

- Το άνω του μέσου όρου και με μικρό οριστικό μήκος σχήμα S_o θα αποκτήσει εκθετικά αυξανόμενο αριθμό συμβολοσειρών στις επόμενες γενιές

✓Στιγμή t : 3 συμβολοσειρές
t+1: 3*1,374927=4,12 συμβολοσειρές
t+2 : $3*1,374927^2$=5,67 συμβολοσειρές

Επίδραση της μετάλλαξης στην επιβίωση ενός Σχήματος

- Ο τελεστής μετάλλαξης αντιστρέφει ένα δυαδικό ψηφίο σε κάποια τυχαία θέση με πιθανότητα p_m.

Για να επιβιώσει κάποιο Σχήμα θα πρέπει ....?

$S_0 = (****111**************************)$

Π.χ. v'_{19} $(111011101101110000100011111011110)$

Μετάλλαξη

$v''_{10} = (1110111000101110000100011111011110)$

Πότε επιβιώνει το S_o ....?

Επίδραση της μετάλλαξης στην επιβίωση ενός Σχήματος

- Ο τελεστής μετάλλαξης αντιστρέφει ένα δυαδικό ψηφίο σε κάποια τυχαία θέση με πιθανότητα p_m.

Για να επιβιώσει κάποιο Σχήμα θα πρέπει να παραμείνουν αμετάβλητες οι σταθερές θέσεις του μετά από τη μετάλλαξη

$$S_0 = (****111**************************)$$

Π.χ. v'_{19} $(111011101101110000100011111011110)$

Μετάλλαξη

$$v''_{19} = (111011100101110000100011111011110)$$

Επιβιώνει το S_o

Επιβιώνει για θέση μετάλλαξης 1-4 και 9-33 και δεν επιβιώνει για θέση 5-8

Τα «σημαντικά» στοιχεία είναι οι σταθερές θέσεις

Σημαντική η τάξη του Σχήματος!

Επίδραση της μετάλλαξης στην επιβίωση ενός Σχήματος

- Πιθανότητα αντιστροφής ενός δυαδικού ψηφίου: p_m
- Πιθανότητα μη αλλαγής ψηφίου : $1- p_m$
- Μεταλλάξεις ανεξάρτητες μεταξύ τους

Πιθανότητα επιβίωσης ενός Σχήματος κατά την όλη διαδικασία μετάλλαξης ?

Επίδραση της μετάλλαξης στην επιβίωση ενός Σχήματος

- Πιθανότητα αντιστροφής ενός δυαδικού ψηφίου: p_m
- Πιθανότητα μη αλλαγής ψηφίου : 1- p_m
- Μεταλλάξεις ανεξάρτητες μεταξύ τους

Πιθανότητα επιβίωσης ενός Σχήματος κατά την όλη διαδικασία μετάλλαξης $p_s(S) = (1-p_m)^{o(S)}$

και επειδή $p_m \ll 1$

$$\boxed{p_s(S) \approx 1 - o(S) \cdot p_m}$$

Π.χ. Για $p_m = 0.01$ $\Rightarrow$ $p_s(S_0) \approx 1 - 3 \cdot 0.01 = 0.97$

Συνδυαστική Επίδραση στην επιβίωση ενός Σχήματος

Συνδυασμός για την επιλογή, τη διασταύρωση και την μετάλλαξη

$$\xi(S,t+1) \geq \xi(S,t) \cdot eval(S,t) / \overline{F(t)} \left[1 - p_c \cdot \frac{\delta(S)}{m-1} - o(S) \cdot p_m \right]$$

Εκθετική αύξηση στις επόμενες γενιές των συμβολοσειρών που αντιστοιχούν σε κάποιο άνω του μέσου όρου (από πλευράς απόδοσης) Σχήμα με μικρό οριστικό μήκος και μικρή τάξη

$$eval(S_0,t) / \overline{F(t)} \left[1 - p_c \cdot \frac{\delta(S)}{m-1} - o(S) \cdot p_m \right] = 1.396751 - 0.954375 = 1.333024$$

✓Στιγμή t : 3 συμβολοσειρές

t+1: 3*1,333024=4,00 συμβολοσειρές

t+2 : $3*1,333024^2$=5,33 συμβολοσειρές

Θεωρία Σχήματων – Schema Theorem

Άνω του μέσου όρου απόδοσης σχήματα με μικρό οριστικό μήκος και μικρή τάξη λαμβάνουν εκθετικά αυξανόμενες συμβολοσειρές σε διαδοχικές γενιές ενός Γενετικού Αλγορίθμου.

✓Η αναπαραγωγή κατανέμει περισσότερα αντίγραφα στα καλύτερα σχήματα και η διασταύρωση δεν διαταράσσει τα Σχήματα μικρού οριστικού μήκους και με μεγάλη συχνότητα εμφάνισης

✓Επειδή η μετάλλαξη είναι (δίκαια) σπάνια, έχει μικρή επίδραση σε αυτά τα σημαντικά σχήματα

Υπόθεση δομικών στοιχείων

Δομικά Στοιχεία: Μικρού μήκους, χαμηλής τάξης και υψηλής απόδοσης Σχήματα

Ένας Γενετικός Αλγόριθμος αναζητεί απόδοση κοντά στο βέλτιστο, τοποθετώντας δίπλα-δίπλα δομικά στοιχεία

Ο Γ.Α. ανακαλύπτει νέες λύσεις δοκιμάζοντας πολλούς συνδυασμούς των μερικών λύσεων που περιέχονται στον τρέχοντα πληθυσμό.

Το γεγονός ότι τα δομικά στοιχεία πράγματι οδηγούν σε καλύτερη απόδοση, είναι μια εν δυνάμει υπόθεση ενός απλού Γενετικού Αλγορίθμου, που καλείται υπόθεση δομικών στοιχείων

Καθαρά εμπειρική θεωρία!

Έμμεσος Παραλληλισμός-revisited

- Οι διαδικασίες ενός γενετικού αλγορίθμου εφαρμόζονται αποκλειστικά στα χρωμοσώματα, χωρίς καμία γνώση του χώρου αναζήτησης.
- Μέσω της επιλογής και της αναπαραγωγής, τα σχήματα των ανταγωνιζόμενων σχημάτων (υπερεπιπέδων) αυξάνουν ή μειώνουν την εκπροσώπησή τους στον
- πληθυσμό, σύμφωνα με τη σχετική καταλληλότητα των συμβολοσειρών που περιλαμβάνονται σε αυτά.

Έμμεσος Παραλληλισμός