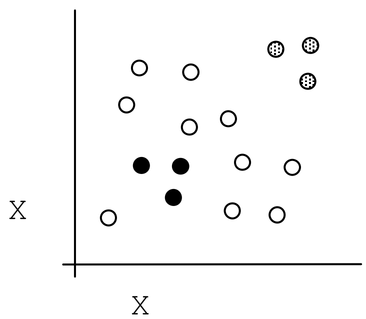
Ασκήσεις Φροντιστηρίου «Υπολογιστική Νοημοσύνη Ι»
7ο Φροντιστήριο
15/1/2008

Πρόβλημα 1ο

Στα παρακάτω ερωτήματα επισημαίνουμε ότι perceptron είναι ένας νευρώνας και υποθέτουμε, όπου χρειάζεται, τη χρήση δικτύων από perceptrons με ένα κρυμμένο επίπεδο. Επιπλέον, διαφορετικά σχέδια σημαίνουν διαφορετικές κλάσεις δεδομένων (π.χ. άσπρα, μαύρα, γκρι, κλπ).

Δίνεται το ακόλουθο σύνολο δεδομένων.



α. Πόσα perceptrons χρειαζόμαστε στο κρυμμένο επίπεδο και γιατί;

β. Αν χρησιμοποιήσουμε δύο (2) perceptrons στο επίπεδο εξόδου μπορούμε να κάνουμε διαχωρισμό και γιατί;

γ. Ας υποθέσουμε πως μας ενημερώνουν «μυστικά» ότι είμαστε υποχρεωμένοι να χρησιμοποιήσουμε 7 perceptrons στο κρυμμένο επίπεδο. Πόσο αλλάζει αυτό το σχεδιασμό μας για το επίπεδο εξόδου;

Λύση

α. 3 (αφού με 3 γραμμές επιτυγχάνουμε διαχωρισιμότητα – χρειάζεται βέβαια προσοχή στη σχεδίαση).

β. Ναι, αφού έχουμε 3 κλάσεις δεδομένων, και 2 perceptrons μπορούν να συνδυαστούν με 2^2 τροπους.

γ. Δεν το αλλάζει. Κατά ένα σενάριο, πάντα μετά από εκπαίδευση, μπορούμε να καταλήξουμε σε 3 perceptrons του κρυμμένου επιπέδου που θα συνδέονται με μεγάλα βάρη (κατ’ απόλυτη τιμή) με το επίπεδο εξόδου (ενώ τα υπόλοιπα 4 perceptrons μάλλον θα έχουν σχεδόν μηδενικές τιμές).

Πρόβλημα 2^{o}

Έστω ότι θέλουμε να αποθηκεύσουμε τις παρακάτω βασικές μνήμες σε ένα δίκτυο Hopfield με 5 νευρώνες.

$$X_1 = \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}^T$$
$$X_2 = \begin{bmatrix} +1 & -1 & +1 & -1 & +1 \end{bmatrix}^T$$
$$X_3 = \begin{bmatrix} -1 & +1 & -1 & +1 & -1 \end{bmatrix}^T$$

Θεωρείστε ότι τα κατώφλια είναι ίσα με το μηδέν.

a. Εφαρμόστε τα βήματα του αλγορίθμου εκπαίδευσης του δικτύου Hopfield προκειμένου να αποθηκεύσετε τα παραπάνω διανύσματα.
b. Προσπαθήστε να ανακαλέσετε τη βασική μνήμη που αντιστοιχεί στο φθαρμένο διάνυσμα $X = \begin{bmatrix} +1 & +1 & -1 & +1 & +1 \end{bmatrix}^T$ και επαληθεύστε το αποτέλεσμα του παραδείγματος.
c. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός διανυσμάτων που μπορούμε να αποθηκεύσουμε σε ένα τέτοιο δίκτυο Hopfield με 5 νευρώνες (δεν ενδιαφερόμαστε για την ικανότητα ανάκλασης).
d. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός διανυσμάτων που μπορούμε να αποθηκεύσουμε στο δίκτυο αυτό εάν επιθυμούμε τα αποθηκευμένα διανύσματα (βασικές μνήμες) να ανακαλούνται τέλεια – χωρίς κανένα σφάλμα.

<u>Λύση</u>

a. Αρχικά υπολογίζουμε τον πίνακα των βαρών του δικτύου Hopfield:

$$\mathbf{W} = \sum_{\mathbf{m=1}}^{3} \mathbf{X_m} \times \mathbf{X_m^T} - \mathbf{M} \times \mathbf{I} = \mathbf{X}_1 \times \mathbf{X}_1^{\mathbf{T}} + \mathbf{X}_2 \times \mathbf{X}_2^{\mathbf{T}} + \mathbf{X}_3 \times \mathbf{X}_3^{\mathbf{T}} - 3 \times \mathbf{I} \Rightarrow$$

$$\mathbf{W}=\begin{bmatrix}+1\\+1\\+1\\+1\\+1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}+1 & +1 & +1 & +1 & +1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}+1\\-1\\+1\\-1\\+1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}+1 & -1 & +1 & -1 & +1\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}-1\\+1\\-1\\+1\\-1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1 & +1 & -1 & +1 & -1\end{bmatrix}-3\cdot\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix}\Rightarrow$$

$$\mathbf{W}=\begin{bmatrix}0&-1&+3&-1&+3\\-1&0&-1&+3&-1\\+3&-1&0&-1&+3\\-1&+3&-1&0&-1\\+3&-1&+3&-1&0\end{bmatrix}$$

Εν συνεχεία ελέγχουμε αν τα τρία διανύσματα αποθηκεύτηκαν σωστά:

<u>Εισάγουμε το διάνυσμα $\mathbf{X_1}$:</u>

1η Επανάληψη:

$$\mathbf{Y_1}(0)=sign(\mathbf{W}\times\mathbf{X_1}(0)-\boldsymbol{\theta})=sign(\begin{bmatrix}0&-1&+3&-1&+3\\-1&0&-1&+3&-1\\+3&-1&0&-1&+3\\-1&+3&-1&0&-1\\+3&-1&+3&-1&0\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}+1\\+1\\+1\\+1\\+1\end{bmatrix})=sign(\begin{bmatrix}+4\\0\\+4\\0\\+4\end{bmatrix})=\begin{bmatrix}+1\\0\\+1\\0\\+1\end{bmatrix}$$

2η επανάληψη:

$$\mathbf{Y_1}(1)=sign(\mathbf{W}\times\mathbf{X_1}(1)-\boldsymbol{\theta})=sign(\begin{bmatrix}0&-1&+3&-1&+3\\-1&0&-1&+3&-1\\+3&-1&0&-1&+3\\-1&+3&-1&0&-1\\+3&-1&+3&-1&0\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}+1\\0\\+1\\0\\+1\end{bmatrix})=sign(\begin{bmatrix}+6\\-3\\+6\\-3\\+6\end{bmatrix})=\begin{bmatrix}+1\\-1\\+1\\-1\\+1\end{bmatrix}$$

<u>Εισάγουμε το διάνυσμα $\mathbf{X_2}$:</u>

1η επανάληψη:

$$\mathbf{Y}_2(0) = sign(\mathbf{W} \times \mathbf{X}_2(0) - \boldsymbol{\theta}) = sign(\begin{bmatrix} 0 & -1 & +3 & -1 & +3 \\ -1 & 0 & -1 & +3 & -1 \\ +3 & -1 & 0 & -1 & +3 \\ -1 & +3 & -1 & 0 & -1 \\ +3 & -1 & +3 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix}) = sign(\begin{bmatrix} +8 \\ -6 \\ +8 \\ -6 \\ +8 \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix}$$

<u>Εισάγουμε το διάνυσμα $\mathbf{X}_3$:</u>

1η επανάληψη:

$$\mathbf{Y}_3(0) = sign(\mathbf{W} \times \mathbf{X}_3(0) - \boldsymbol{\theta}) = sign(\begin{bmatrix} 0 & -1 & +3 & -1 & +3 \\ -1 & 0 & -1 & +3 & -1 \\ +3 & -1 & 0 & -1 & +3 \\ -1 & +3 & -1 & 0 & -1 \\ +3 & -1 & +3 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \end{bmatrix}) = sign(\begin{bmatrix} -8 \\ +6 \\ -8 \\ +6 \\ -8 \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Παρατηρούμε ότι το X_1 δεν αποθηκεύτηκε σωστά αφού βάζοντας το ως είσοδο παράγεται το X_2. Αντίθετα τα X_2 και X_3 αποθηκεύτηκαν σωστά.

b. Εισάγουμε στο δίκτυο το X=X(0)= $\begin{bmatrix} +1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ +1 \end{bmatrix}$ και υπολογίζουμε τη βασική μνήμη στην οποία καταλήγει το δίκτυο.

$$\mathbf{Y}(0) = sign(\mathbf{W} \times \mathbf{X}(0) - \boldsymbol{\theta}) = sign(\begin{bmatrix} 0 & -1 & +3 & -1 & +3 \\ -1 & 0 & -1 & +3 & -1 \\ +3 & -1 & 0 & -1 & +3 \\ -1 & +3 & -1 & 0 & -1 \\ +3 & -1 & +3 & -1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ +1 \end{bmatrix}) = sign(\begin{bmatrix} -2 \\ +2 \\ +4 \\ +2 \\ -2 \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ +1 \\ +1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}(1) = sign(\mathbf{W} \times \mathbf{X}(1) - \boldsymbol{\theta}) = sign(\begin{bmatrix} 0 & -1 & +3 & -1 & +3 \\ -1 & 0 & -1 & +3 & -1 \\ +3 & -1 & 0 & -1 & +3 \\ -1 & +3 & -1 & 0 & -1 \\ +3 & -1 & +3 & -1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ +1 \\ +1 \\ -1 \end{bmatrix}) = sign(\begin{bmatrix} -2 \\ +4 \\ -8 \\ +4 \\ -2 \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Παρατηρούμε ότι το δίκτυο ισορροπεί στην κατάσταση X_3 και όχι στη X_1 όπως αναμενόταν. Όπως όμως είδαμε και στο προηγούμενο ερώτημα το διάνυσμα X_1 δεν αποθηκεύτηκε σωστά.

c. Ο μέγιστος αριθμός διανυσμάτων (βασικές μνήμες) που μπορούμε να αποθηκεύσουμε σε ένα δίκτυο Hopfield 5 νευρώνων χωρίς να ενδιαφερόμαστε για την ικανότητα ανάκλησης (αν έχουμε λάθη ή όχι) είναι:

$$M_{\max} = 0.15 \cdot n \overset{n=5}{=} 0.15 \cdot 5 = 0.75$$

d. Ο μέγιστος αριθμός διανυσμάτων (βασικές μνήμες) που μπορούμε να αποθηκεύσουμε σε ένα δίκτυο Hopfield 5 νευρώνων εξασφαλίζοντας τέλεια ανάκληση (χωρίς κανένα λάθος) είναι:

$$M_{\max} = \frac{n}{4 \cdot \ln n} \overset{n=5}{=} \frac{5}{4 \cdot \ln 5} = 0.7767$$

Πρόβλημα 3^{ο}

Θεωρείστε ένα δίκτυο Kohonen με τρεις εισόδους και δύο νευρώνες Kohonen. Θεωρείστε ότι υπάρχουν συνδέσεις μόνο μεταξύ των εισόδων και των νευρώνων Kohonen. Η δομή του δικτύου αυτού απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.

Έστω ότι θέλουμε να εκπαιδεύσουμε το δίκτυο χρησιμοποιώντας τα ακόλουθα τέσσερα διανύσματα εκπαίδευσης:

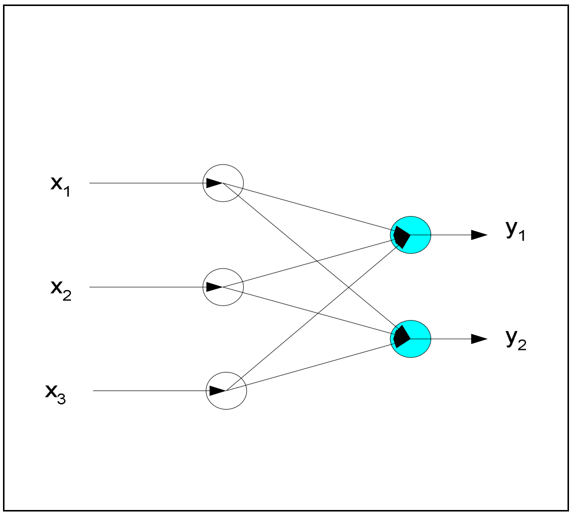
$$\mathbf{X_1} = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.7 \\ 0.4 \end{bmatrix}, \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.9 \\ 0.9 \end{bmatrix}, \mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.4 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \mathbf{X}_4 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

Έστω, επίσης, ότι τα αρχικά βάρη που ενώνουν τους νευρώνες εισόδου με τους νευρώνες Kohonen είναι:

$$\mathbf{W_1} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.6 \\ 0.8 \end{bmatrix} \text{ και } \mathbf{W_2} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.2 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

Θεωρείστε επίσης ότι η ακτίνα της γειτονιάς του νικητή νευρώνα είναι 0 (η γειτονιά περιλαμβάνει μόνο το νικητή νευρώνα) και ο ρυθμός μάθησης είναι 0.5.

Υπολογίστε τις μεταβολές και τις τιμές των συναπτικών βαρών κατά τη διάρκεια του πρώτου κύκλου εκπαίδευσης χρησιμοποιώντας τα διανύσματα εισόδου με τη σειρά με την οποία δίνονται.



Λύση

Για το διάνυσμα X_1 υπολογίζουμε τις Ευκλείδειες αποστάσεις.

Για τον 1ο νευρώνα Kohonen: $d_1 = \sqrt{(0.5-0.8)^2 + (0.6-0.7)^2 + (0.8-0.4)^2} = 0.51$

Για τον 2ο νευρώνα Kohonen: $d_2 = \sqrt{(0.4-0.8)^2 + (0.2-0.7)^2 + (0.5-0.4)^2} = 0.65$

Παρατηρούμε ότι ο νευρώνας 1 είναι πλησιέστερα (με βάση την Ευκλείδεια απόσταση) στο διάνυσμα X_1, οπότε αυτός είναι και ο νικητής νευρώνας σε αυτή την πρώτη φάση. Οπότε:

$$\mathbf{W_1(1) = W_1}(0) + 0.5\cdot\left(\mathbf{X_1} - \mathbf{W_1(}0\mathbf{)}\right) = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.6 \\ 0.8 \end{bmatrix} + 0.5\cdot(\begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.7 \\ 0.4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.6 \\ 0.8 \end{bmatrix}) =$$

$$= \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.6 \\ 0.8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.05 \\ -0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0.65 \\ 0.60 \end{bmatrix}$$

Οπότε μετά την παρουσίαση του διανύσματος X_1 τα συναπτικά βάρη του δικτύου έχουν ως εξής:

$$\mathbf{W_1}(1) = \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0.65 \\ 0.60 \end{bmatrix} \text{ και } \mathbf{W_2}(1) = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.2 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

Παρουσιάζουμε το <u>διάνυσμα X_2</u> και υπολογίζουμε τις Ευκλείδειες αποστάσεις.

Για τον 1ο νευρώνα Kohonen: $d_1 = \sqrt{(0.65-0.6)^2 + (0.65-0.9)^2 + (0.60-0.9)^2} = 0.39$

Για τον 2ο νευρώνα Kohonen: $d_2 = \sqrt{(0.4-0.6)^2 + (0.2-0.9)^2 + (0.5-0.9)^2} = 0.83$

Παρατηρούμε ότι ο νευρώνας 1 είναι πλησιέστερα (με βάση την Ευκλείδεια απόσταση) στο διάνυσμα X_2, οπότε αυτός είναι και ο νικητής νευρώνας σε αυτή τη δεύτερη φάση. Οπότε:

$$\mathbf{W_1(2) = W_1(1)} + 0.5 \cdot \left(\mathbf{X}_2 \text{ - } \mathbf{W_1}(1)\right) = \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0.65 \\ 0.60 \end{bmatrix} + 0.5 \cdot \left(\begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.9 \\ 0.9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0.65 \\ 0.60 \end{bmatrix} \right) =$$

$$= \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0.65 \\ 0.60 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.025 \\ 0.125 \\ 0.15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.625 \\ 0.775 \\ 0.750 \end{bmatrix}$$

Οπότε μετά την παρουσίαση και του διανύσματος X_2 τα συναπτικά βάρη του δικτύου έχουν ως εξής:

$$\mathbf{W_1}(2) = \begin{bmatrix} 0.625 \\ 0.775 \\ 0.750 \end{bmatrix} \text{ και } \mathbf{W_2}(2) = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.2 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

Παρουσιάζουμε το <u>διάνυσμα X_3</u> και υπολογίζουμε τις Ευκλείδειες αποστάσεις.

Για τον 1ο νευρώνα Kohonen: $d_1 = \sqrt{(0.625-0.3)^2 + (0.775-0.4)^2 + (0.75-0.1)^2} = 0.82$

Για τον 2ο νευρώνα Kohonen: $d_2 = \sqrt{(0.4-0.3)^2 + (0.2-0.4)^2 + (0.5-0.1)^2} = 0.46$

Παρατηρούμε ότι αυτή τη φορά ο νευρώνας 2 είναι αυτός που είναι πλησιέστερα (με βάση την Ευκλείδεια απόσταση) στο διάνυσμα X_3, οπότε αυτός είναι και ο νικητής νευρώνας σε αυτή την τρίτη φάση. Οπότε:

$$\mathbf{W}_2\mathbf{(}3\mathbf{)} = \mathbf{W}_2\mathbf{(}2\mathbf{)} + 0.5\cdot\left(\mathbf{X}_3 - \mathbf{W}_2\mathbf{(}2\mathbf{)}\right) = \begin{bmatrix}0.4\\0.2\\0.5\end{bmatrix} + 0.5\cdot\left(\begin{bmatrix}0.3\\0.4\\0.1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0.4\\0.2\\0.5\end{bmatrix}\right) =$$

$$= \begin{bmatrix}0.4\\0.2\\0.5\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-0.05\\0.1\\-0.2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0.35\\0.30\\0.30\end{bmatrix}$$

Οπότε μετά την παρουσίαση και του διανύσματος X_3 τα συναπτικά βάρη του δικτύου έχουν ως εξής:

$$\mathbf{W_1}(3) = \begin{bmatrix}0.625\\0.775\\0.750\end{bmatrix} \text{ και } \mathbf{W_2}(3) = \begin{bmatrix}0.35\\0.30\\0.30\end{bmatrix}$$

Παρουσιάζουμε το <u>διάνυσμα X_4</u> και υπολογίζουμε τις Ευκλείδειες αποστάσεις.

Για τον 1^o νευρώνα Kohonen:

$$d_1 = \sqrt{(0.625-0.1)^2 + (0.775-0.1)^2 + (0.75-0.3)^2} = 0.96$$

Για τον 2^o νευρώνα Kohonen: $d_2 = \sqrt{(0.35-0.1)^2 + (0.3-0.1)^2 + (0.3-0.3)^2} = 0.32$

Παρατηρούμε ότι ο νευρώνας 2 είναι αυτός που είναι πλησιέστερα (με βάση την Ευκλείδεια απόσταση) στο διάνυσμα X_4, οπότε αυτός είναι και ο νικητής νευρώνας σε αυτή την τέταρτη φάση. Οπότε:

$$\mathbf{W}_2\mathbf{(}4\mathbf{)} = \mathbf{W}_2\mathbf{(}3\mathbf{)} + 0.5\cdot\left(\mathbf{X}_4 - \mathbf{W}_2\mathbf{(}3\mathbf{)}\right) = \begin{bmatrix}0.35\\0.30\\0.30\end{bmatrix} + 0.5\cdot\left(\begin{bmatrix}0.1\\0.1\\0.3\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0.35\\0.30\\0.30\end{bmatrix}\right) =$$

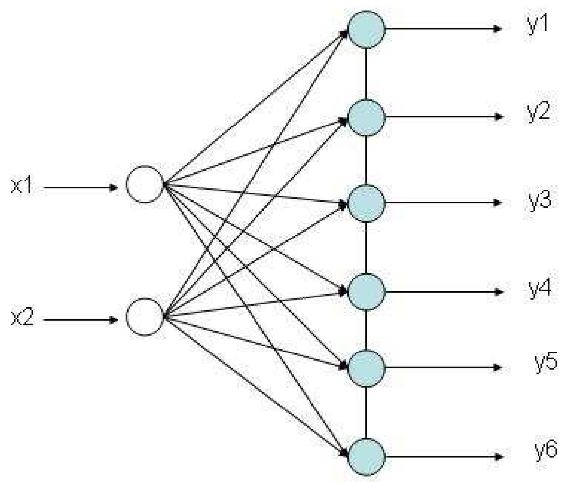
$$= \begin{bmatrix}0.35\\0.30\\0.30\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}-0.125\\-0.1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0.225\\0.200\\0.300\end{bmatrix}$$

Οπότε μετά την παρουσίαση και του διανύσματος X_4 (οπότε και έχουμε συμπληρώσει έναν κύκλο εκπαίδευσης) τα συναπτικά βάρη του δικτύου έχουν ως εξής:

$$\mathbf{W_1}(4) = \begin{bmatrix} 0.625 \\ 0.775 \\ 0.750 \end{bmatrix} \text{ και } \mathbf{W_2}(4) = \begin{bmatrix} 0.225 \\ 0.200 \\ 0.300 \end{bmatrix}$$

Πρόβλημα 4ο

Θεωρείστε ένα δίκτυο Kohonen με δύο εισόδους και έξι νευρώνες Kohonen, στο οποίο υπάρχουν συνδέσεις μεταξύ των εισόδων και των νευρώνων Kohonen αλλά και πλήρεις παράπλευρες συνδέσεις. Η δομή του δικτύου αυτού απεικονίζεται στο σχήμα 1.



Σχήμα 1

Έστω ότι θέλουμε να εκπαιδεύσουμε το δίκτυο χρησιμοποιώντας τα ακόλουθα τρία διανύσματα εκπαίδευσης:

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.7 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.8 \end{bmatrix}, \quad X_3 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

Έστω, επίσης, ότι τα αρχικά βάρη που ενώνουν τους νευρώνες εισόδου με τους νευρώνες Kohonen είναι:

$$W_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.6 \end{bmatrix}, \quad W_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}, \quad W_3 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad W_4 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.7 \end{bmatrix}, \quad W_5 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.7 \end{bmatrix}, \quad W_6 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.6 \end{bmatrix}$$

Θεωρείστε επίσης ότι η ακτίνα της γειτονιάς του νικητή νευρώνα καθορίζεται από τη σχέση (1), όπου p είναι ο τρέχοντας κύκλος εκπαίδευσης και P ο συνολικός αριθμός των κύκλων εκπαίδευσης και d(0)=3. Επίσης ο ρυθμός μάθησης του δικτύου Kohonen καθορίζεται από τη σχέση (2) με α(0)=0.5.

$$d(p) = d(0) * (1 - \frac{p}{P}) \text{ (σχέση 1)}$$

$$a(p) = a(0) * (1 - \frac{p}{P}) \text{ (σχέση 2)}$$

Υπολογίστε τις μεταβολές και τις τιμές των συναπτικών βαρών κατά τη διάρκεια των τριών κύκλων εκπαίδευσης χρησιμοποιώντας τα διανύσματα εισόδου με τη σειρά με την οποία δίνονται και θεωρώντας ότι:

- κάθε διάνυσμα εισόδου αντιστοιχεί σε έναν κύκλο εκπαίδευσης και
- ότι η εκπαίδευση του δικτύου τερματίζεται με την παρουσίαση των 3 διανυσμάτων.

<u>Λύση</u>

<u>1ο διάνυσμα – 1ος κύκλος εκπαίδευσης (σύμφωνα με εκφώνηση)</u>

Υπολογίζω d1, d2, …., d6 με βάση την Ευκλείδεια απόσταση του X_1 με τα αρχικά βάρη:

$$d = \left\| x - w \right\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - w_{ji})^2}$$

Οπότε:

$$d_1 = \sqrt{(0.5 - 0.8)^2 + (0.6 - 0.7)^2} = 0.316$$

Ομοίως και τα υπόλοιπα.

d_2=0.806

d_3=0.632

d_4=0.200

d_5=0.400

d_6=0.608

Προκύπτει ότι το d_4 είναι το μικρότερο, οπότε ενεργοποιείται ο νευρώνας 4 στο επίπεδο Kohonen.

Βρίσκω την γειτονιά που θα ενεργοποιήσει τις παράπλευρες συνδέσεις με τη σχέση (1): (όπου p=1,P=3 και d(0)=3)

d(1)=d(0)*(1-1/3)=3*2/3=2.

Άρα η ακτίνα της γειτονιάς είναι 2. Συνεπώς μεταβάλλονται τα βάρη του νευρώνα 4 και των 2 γειτονικών του εκατέρωθεν (5,6 και 2,3)

Υπολογίζω και το α(1) με τη σχέση (2): α(1)=α(0)*(1-1/3)=0.333 (όπου α(0)=0.5)

Μένει να υπολογίσω τις ανανεώσεις των βαρών για τους νευρώνες 2,3,4,5 και 6.

$W_1(1) = W_1(0) = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.6 \end{bmatrix}$ (το βάρος του νευρώνα 1 παραμένει αναλλοίωτο)

$$W_2(1) = W_2(0) + a(1) * (X_1 - W_2(0)) = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix} + 0.333 * (\begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} 0.333 \\ 0.433 \end{bmatrix}$$

Ομοίως υπολογίζονται και τα υπόλοιπα:

$$W_3(1) = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.567 \end{bmatrix},\ W_4(1) = \begin{bmatrix} 0.667 \\ 0.7 \end{bmatrix}, W_5(1) = \begin{bmatrix} 0.533 \\ 0.7 \end{bmatrix},\ W_6(1) = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.633 \end{bmatrix}$$

2ο διάνυσμα – 2ος κύκλος εκπαίδευσης (σύμφωνα με εκφώνηση)

Υπολογίζω d1, d2, …., d6 με βάση την Ευκλείδεια απόσταση του X_2 με τα ανανεωμένα βάρη (του κύκλου 1, δηλ. $W_1(1)$, $W_2(1)$ κτλ:

$$d = \|x - w\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - w_{ji})^2}$$

Προκύπτει:

$d_1 = 0.200$

d_2=0.403

d_3=0.254

d_4=0.194

d_5=0.105

d_6=0.194

Προκύπτει λοιπόν ότι το d_5 είναι το μικρότερο, οπότε ενεργοποιείται ο νευρώνας 4 στο επίπεδο Kohonen. Βρίσκω την γειτονιά που θα ενεργοποιήσει τις παράπλευρες συνδέσεις με τη σχέση (1): (όπου p=2,P=3 και d(0)=3)

d(2)=d(0)*(1-2/3)=3*1/3=1.

Άρα η ακτίνα της γειτονιάς είναι 1. Συνεπώς μεταβάλλονται τα βάρη του νευρώνα 5 και των αμέσως γειτονικών του (6 και 4).

Υπολογίζω και το α(2) με τη σχέση (2): α(2)=α(0)*(1-2/3)=0.167 (όπου α(0)=0.5)

Μένει να υπολογίσω τις ανανεώσεις των βαρών για τους νευρώνες 4,5 και 6.

$W_1(2) = W_1(1) = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.6 \end{bmatrix}$,

$W_2(2) = W_2(1) = \begin{bmatrix} 0.333 \\ 0.433 \end{bmatrix}$

$W_3(2) = W_3(1) = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.567 \end{bmatrix}$

Και αρχίζω τον υπολογισμό του νευρώνα 4.

$$W_4(2) = W_4(1) + a(2) * (X_2 - W_4(1)) = \begin{bmatrix} 0.667 \\ 0.7 \end{bmatrix} + 0.167 * (\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.667 \\ 0.7 \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} 0.639 \\ 0.717 \end{bmatrix}$$

Ομοίως υπολογίζονται και τα υπόλοιπα:

$W_5(2) = \begin{bmatrix} 0.528 \\ 0.717 \end{bmatrix}$, $W_6(2) = \begin{bmatrix} 0.416 \\ 0.661 \end{bmatrix}$

<u>3ο διάνυσμα – 3ος κύκλος εκπαίδευσης (σύμφωνα με εκφώνηση)</u>

Υπολογίζω d1, d2, …., d6 με βάση την Ευκλείδεια απόσταση του X_3 με τα ανανεωμένα βάρη (του κύκλου 2, δηλ. $W_1(2)$, $W_2(2)$ κτλ:

$$d = \| x - w \| = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - w_{ji})^2}$$

Προκύπτει:

$d_1 = 0.316$

$d_2=0.149$

$d_3=0.267$

$d_4=0.480$

$d_5=0.436$

$d_6=0.361$

Προκύπτει λοιπόν ότι το d_2 είναι το μικρότερο, οπότε ενεργοποιείται ο νευρώνας 2 στο επίπεδο Kohonen. Βρίσκω την γειτονιά που θα ενεργοποιήσει τις παράπλευρες συνδέσεις με τη σχέση (1): (όπου p=3,P=3 και d(0)=3)

d(3)=d(0)*(1-3/3)=3*0=0.

Άρα η ακτίνα της γειτονιάς είναι 0. Συνεπώς μεταβάλλονται τα βάρη του νευρώνα 2 μόνο.

Υπολογίζω και το α(3) με τη σχέση (2): α(3)=α(0)*(1-3/3)=0 (όπου α(0)=0.5)

Συνεπώς αν και κανονικά έπρεπε να μεταβληθεί το βάρος του νευρώνα 2, αφού ο ρυθμός εκπαίδευσης μηδενίστηκε, δεν θα μεταβληθεί ούτε αυτό το βάρος. Άρα τα βάρη των νευρώνων στον κύκλο 3 είναι τα ίδια με αυτά του κύκλου 2.