Ασκήσεις Φροντιστηρίου «Υπολογιστική Νοημοσύνη Ι»
2ο Φροντιστήριο

Πρόβλημα 1ο

Ο κανόνας δέλτα που περιγράφεται από την παρακάτω ισότητα

$$\Delta w_{kj}(n) = \eta e_k(n) x_j(n)$$

και ο κανόνας του Hebb που περιγράφεται από την επόμενη ισότητα

$$\Delta w_{kj}(n) = \eta y_j(n) x_j(n)$$

αποτελούν δύο διαφορετικές μεθόδους μάθησης. Αναφέρετε τα χαρακτηριστικά τους και τα σημεία στα οποία διαφέρουν.

Λύση

Κανόνας Δέλτα:

$$\Delta w_{kj}(n) = \eta \cdot e_k(n) \cdot x_j(n)$$

Όπου :

η : παράμετρος μάθησης

*$\mathbf{e_k}$: σήμα λάθους στην έξοδο του νευρώνα κ

$\mathbf{x_j}$: σήμα εισόδου στην j-οστή σύναψη του νευρώνα κ

* όπου $e_k = d_k - y_k(n)$ με $d_k(n)$: επιθυμητή έξοδο του νευρώνα κ

$y_k(n)$: πραγματική έξοδο του νευρώνα κ

Κανόνας Hebb

$$\Delta w_{kj}(n) = \eta \cdot y_k(n) \cdot x_j(n)$$

Όπου :

η : παράμετρος μάθησης

$\mathbf{y_k}$: σήμα στην έξοδο του νευρώνα k (*μετά-συναπτικό σήμα)*

$\mathbf{x_j}$: σήμα εισόδου στην j-οστή σύναψη του νευρώνα κ *(προσυναπτικό σήμα)*

Ομοιότητες των δύο κανόνων:

- Και οι δύο περιέχουν τον παράγοντα $\eta \cdot x_j(n)$

Διαφορές των δύο κανόνων:

- Ο κανόνας δέλτα πολλαπλασιάζει το $\eta \cdot x_j(n)$ με το σφάλμα $e_k(n)$, ενώ ο Hebb το πολλαπλασιάζει με την έξοδο y_k.
- Ο κανόνας δέλτα χρειάζεται την γνώση της επιθυμητής εξόδου, ενώ κάτι παρόμοιο δεν απαιτείτε στον κανόνα Hebb

Πρόβλημα 2ο

Μια γενικευμένη μορφή του κανόνα του Hebb περιγράφεται από την παρακάτω ισότητα:

$$\Delta w_{kj}(n) = \alpha F\left(y_j(n)\right) G\left(x_j(n)\right) - \beta w_{kj}(n) F\left(y_j(n)\right)$$

όπου $x_j(n)$ και $y_j(n)$ είναι τα προ-συναπτικά και μετα-συναπτικά σήματα, αντίστοιχα. F(.) και G(.) είναι συναρτήσεις των αντίστοιχων ορισμάτων. $\Delta w_{kj}(n)$ είναι η αλλαγή που δημιουργείται στο συναπτικό βάρος w_{kj} τη χρονική στιγμή n σε σχέση με τα σήματα $x_j(n)$ και $y_j(n)$. Βρείτε:

α) το σημείο ισορροπίας (balance point).

Λύση

Γενικευμένη μορφή του κανόνα του Hebb

$$\Delta w_{kj}(n) = \alpha \cdot F(y_j(n)) \cdot G(x_j(n)) - \beta \cdot w_{kj}(n) \cdot F(y_j(n)) = F(yj(n)) \cdot (\alpha \cdot G(x_j(n)) - \beta \cdot w_{kj}(n))$$

α) Σημείο Ισορροπίας όταν $\Delta w_{kj}(n) = 0$

Άρα :

$$\alpha \cdot G(x_j(n)) - \beta \cdot w_{kj}(n) = 0 \quad \Rightarrow \quad w_{kj}(n) = \frac{\alpha}{\beta} \cdot G(x_j(n))$$

Πρόβλημα 3ο

Ένα σήμα εισόδου με μοναδιαίο πλάτος εφαρμόζεται επανειλημμένα σε μία συναπτική σύνδεση της οποίας η αρχική τιμή είναι επίσης ίση με τη μονάδα. Υπολογίστε την αλλαγή στην τιμή του συναπτικού βάρους σε σχέση με το χρόνο χρησιμοποιώντας τους δύο παρακάτω κανόνες:

α) Απλή μορφή του κανόνα του Hebb που δίνεται από την παρακάτω εξίσωση

$$\Delta w_{kj}(n) = \eta y_j(n) x_j(n)$$

θεωρώντας ότι η παράμετρος ρυθμού μάθησης είναι ίση με η=0.1.

β) Παραλλαγή του κανόνα του Hebb που δίνεται από την παρακάτω εξίσωση

$$\Delta w_{kj}(n) = \alpha y_j(n) \left[c x_j(n) - w_{kj}(n) \right]$$

θεωρώντας ότι η=0.1 και c=0.1 (c=η/α).

Λύση

Α) Κανόνας Hebb:

$$\Delta w_{kj}(n) = \eta \cdot y_k(n) \cdot x_j(n)$$

Με $\eta = 0.1$

$w_{kj}(1) = 1$

$y_k(1) = w_{kj}(1) \cdot x_j(1) = 1 \cdot 1 = 1$

$\Delta w_{kj}(n) = \eta \cdot y_k(1) \cdot x_j(1) = 0{,}1 \cdot 1 \cdot 1 = 0{,}1$

$W_{kj}(2) = w_{kj}(1) + \Delta w_{kj}(1) = 1 + 0{,}1 = 1{,}1$

$y_k(2) = w_{kj}(2) \cdot x_j(2) = 1{,}1 \cdot 1 = 1{,}1$

$\Delta w_{kj}(2) = \eta \cdot y_k(2) \cdot x_j(2) = 0{,}1 \cdot 1{,}1 \cdot 1 = 0{,}11$

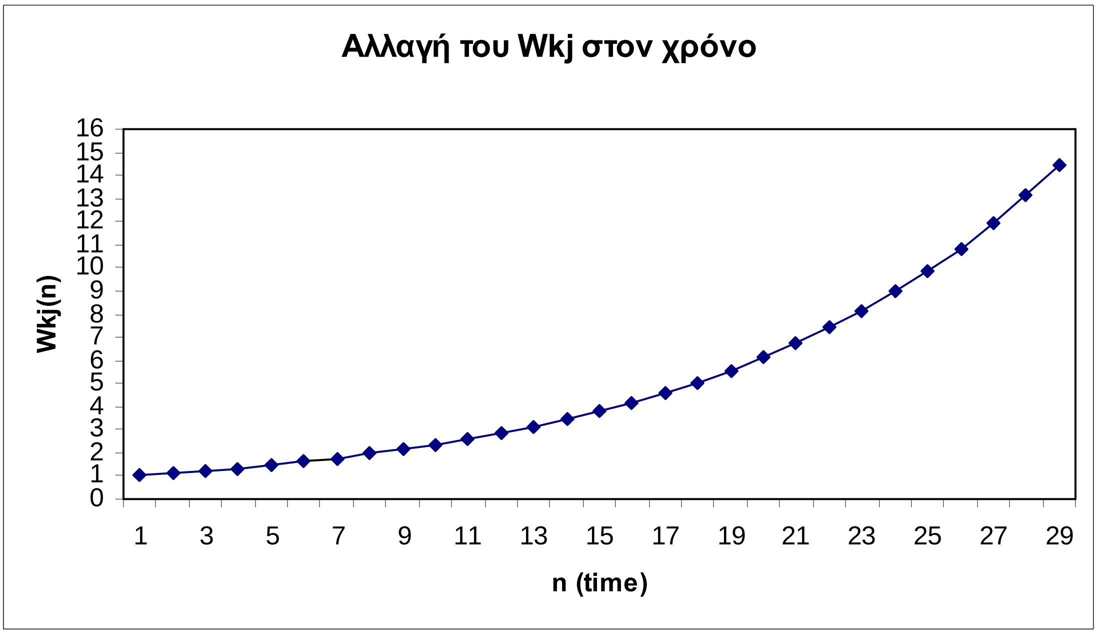
$W_{kj}(3) = w_{kj}(2) + \Delta w_{kj}(2) = 1{,}1 + 0{,}11 = 1{,}21$

$y_k(3) = w_{kj}(3) \cdot x_j(3) = 1{,}21 \cdot 1 = 1{,}21$

$\Delta w_{kj}(3) = \eta \cdot y_k(3) \cdot x_j(3) = 0{,}1 \cdot 1{,}21 \cdot 1 = 0{,}121$

$W_{kj}(4) = w_{kj}(3) + \Delta w_{kj}(3) = 1{,}21 + 0{,}121 = 1{,}331$

…



B) Παραλλαγή του κανόνα του Hebb

$\Delta w_{kj}(n) = \alpha y_k(n)\left[cx_j(n) - w_{kj}(n)\right]$

C = n/α = 0.1

Έχω : α = n/c = 0.1/0.1 = 1

Άρα:

$$\Delta w_{kj}(n) = y_k(n)\left[0.1 \cdot x_j(n) - w_{kj}(n)\right]$$

$W_{kj}(1) = 1$

$y_k(1) = 1$

$\Delta w_{kj}(1) = y_k(1)\left[0.1 \cdot x_j(1) - w_{kj}(1)\right] = 1 \cdot (0{,}1 \cdot 1 - 1) = -0{,}9$

$W_{kj}(2) = w_{kj}(2) + \Delta w_{kj}(2) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$

$y_k(2) = w_{kj}(2) \cdot x_j(2) = 0{,}1 \cdot 1 = 0{,}1$

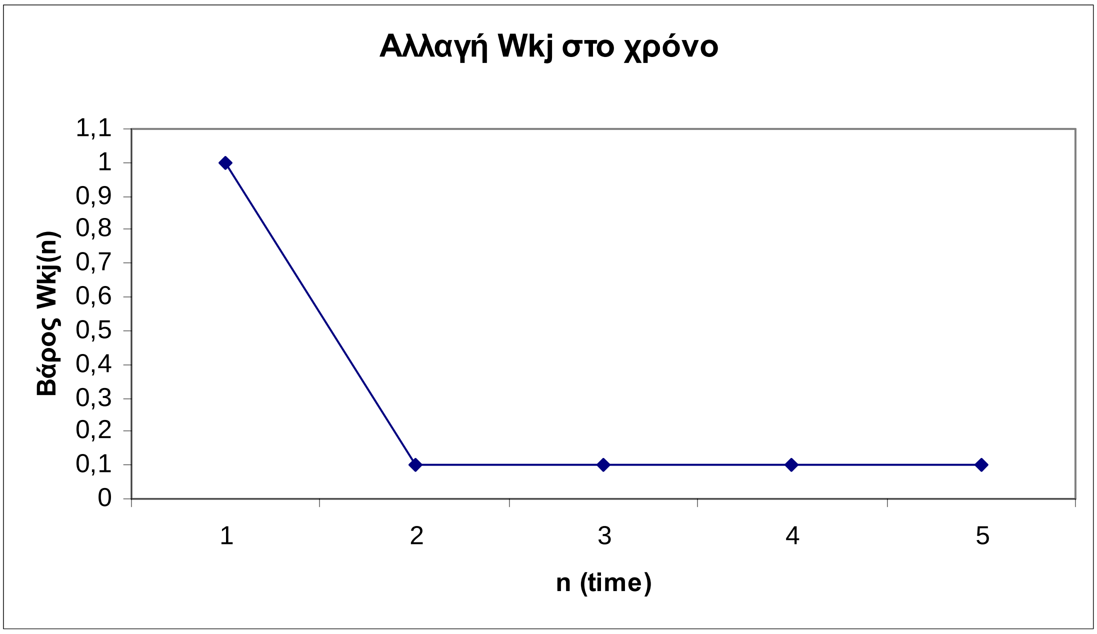
$\Delta w_{kj}(2) = y_k(2)\left[0.1 \cdot x_j(2) - w_{kj}(2)\right] = 0{,}1 \cdot (0{,}1 \cdot 1 - 0{,}1) = 0$

$W_{kj}(3) = w_{kj}(3) + \Delta w_{kj}(3) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$

$W_{kj}(4) = 0.1$

$W_{kj}(5) = 0.1$

…



Πρόβλημα 4ο

Δώστε τη σχέση που περιγράφει την έξοδο y_j του νευρώνα j στο παρακάτω νευρωνικό δίκτυο. Μπορείτε να πάρετε ως δεδομένα τα ακόλουθα στοιχεία:

x_i = το i-οστό σήμα εισόδου

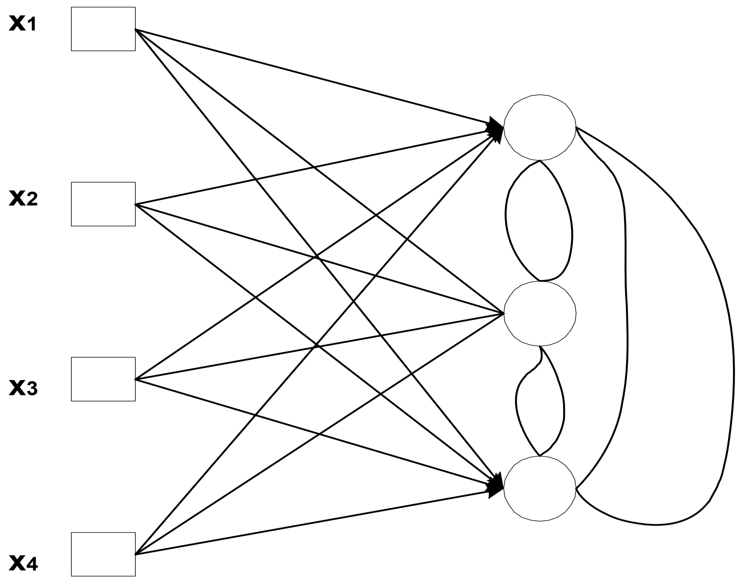
w_{ij} = το βάρος της σύναψης από την είσοδο i στο νευρώνα j

c_{kj} = το βάρος της σύνδεσης από το νευρώνα k στο νευρώνα j

υ_j = το επίπεδο ενεργοποίησης του νευρώνα j

$y_j = \varphi(\upsilon_j)$

Ποια είναι η συνθήκη που πρέπει να ικανοποιείται έτσι ώστε ο νευρώνας j να είναι ο επικρατών νευρώνας;



<u>Λύση</u>

Η έξοδος του νευρώνα j στο σχήμα δίνεται από την σχέση $y_j = \varphi(u_j)$ όπου το επίπεδο ενεργοποίησης u_j δίνεται από

$$u_j = \sum_{i=1}^{4} w_{ij} \cdot x_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{3} c_{kj} \cdot y_k \quad , \quad j = 1,2,3$$

Για να είναι ο νευρώνας j ο επικρατών θα πρέπει να ισχύει :

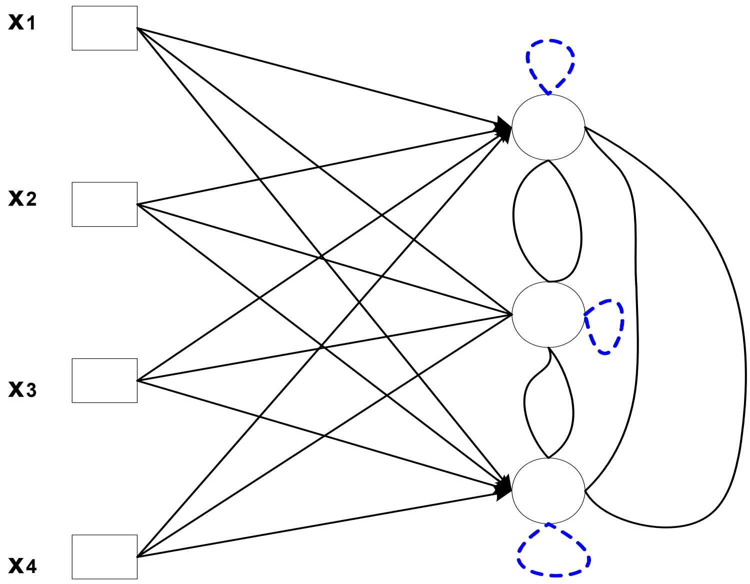
$y_j > y_k$ για όλα τα $k \neq j$

Πρόβλημα 5ο

Επαναλάβετε το προηγούμενο πρόβλημα θεωρώντας αυτή τη φορά ότι κάθε νευρώνας έχει αυτό-ανατροφοδότηση.

Λύση

Η αυτό-ανατροφοδότηση του κάθε νευρώνα στο δίκτυο φαίνεται στο σχήμα με διακεκομμένες γραμμές μπλε χρώματος.



Με ανατροφοδότηση έχουμε ότι η έξοδος του νευρώνα j γίνεται :

$$y_j = \varphi(u_j)$$

όπου $u_j = \sum_{i=1}^{4} w_{ij} \cdot x_j + \sum_{k=1}^{3} c_{kj} \cdot y_k \quad , \quad j = 1,2,3$

στην οποία το c_{jj} ορίζει το βάρος αυτοτροφοδότησης του νευρώνα j.