

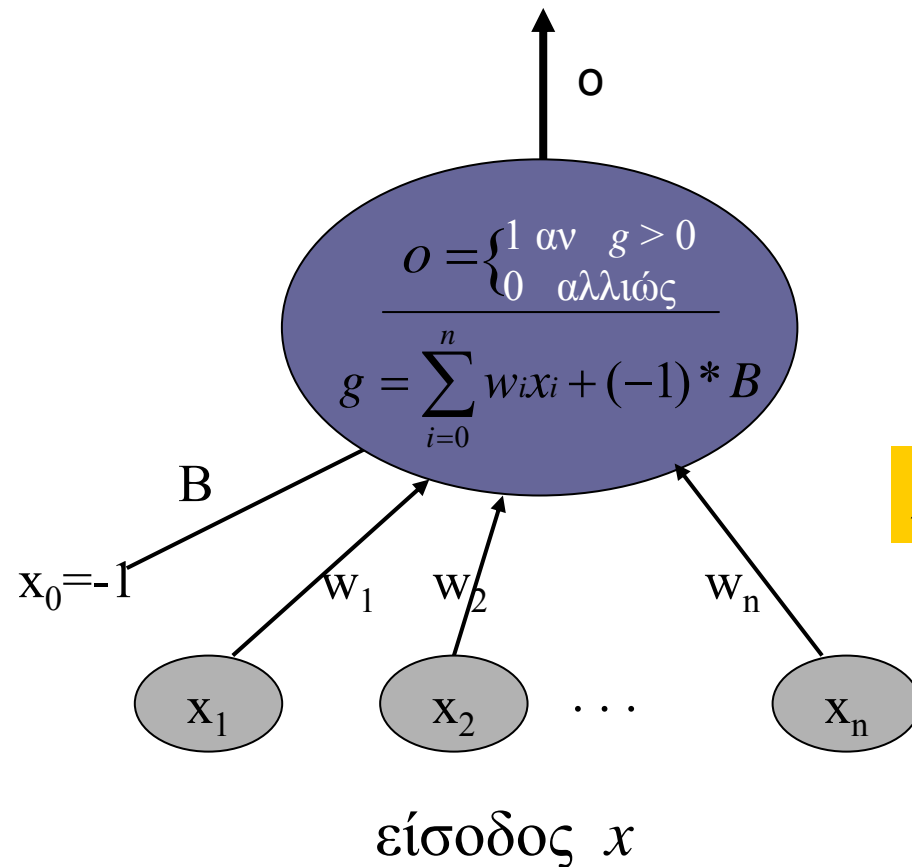


Περιοχές απόφασης

03-06-06

Εξίσωση ευθείας

$Y = A * X + B$, όπου A : Κλίση, B μετατόπιση από $(0,0)$



Perceptron

Τι συμβαίνει;;;

$$X_1 * w_1 + X_2 * w_2 + \dots + (-1) * B = g$$



Αν θέσουμε το g ίσο με το μηδέν τι προκύπτει;;

$$W_1 X_1 + \dots + W_n X_n + (-1)^* B = 0$$

$$\sum_n W_i X_i + (-1)^* B = 0$$

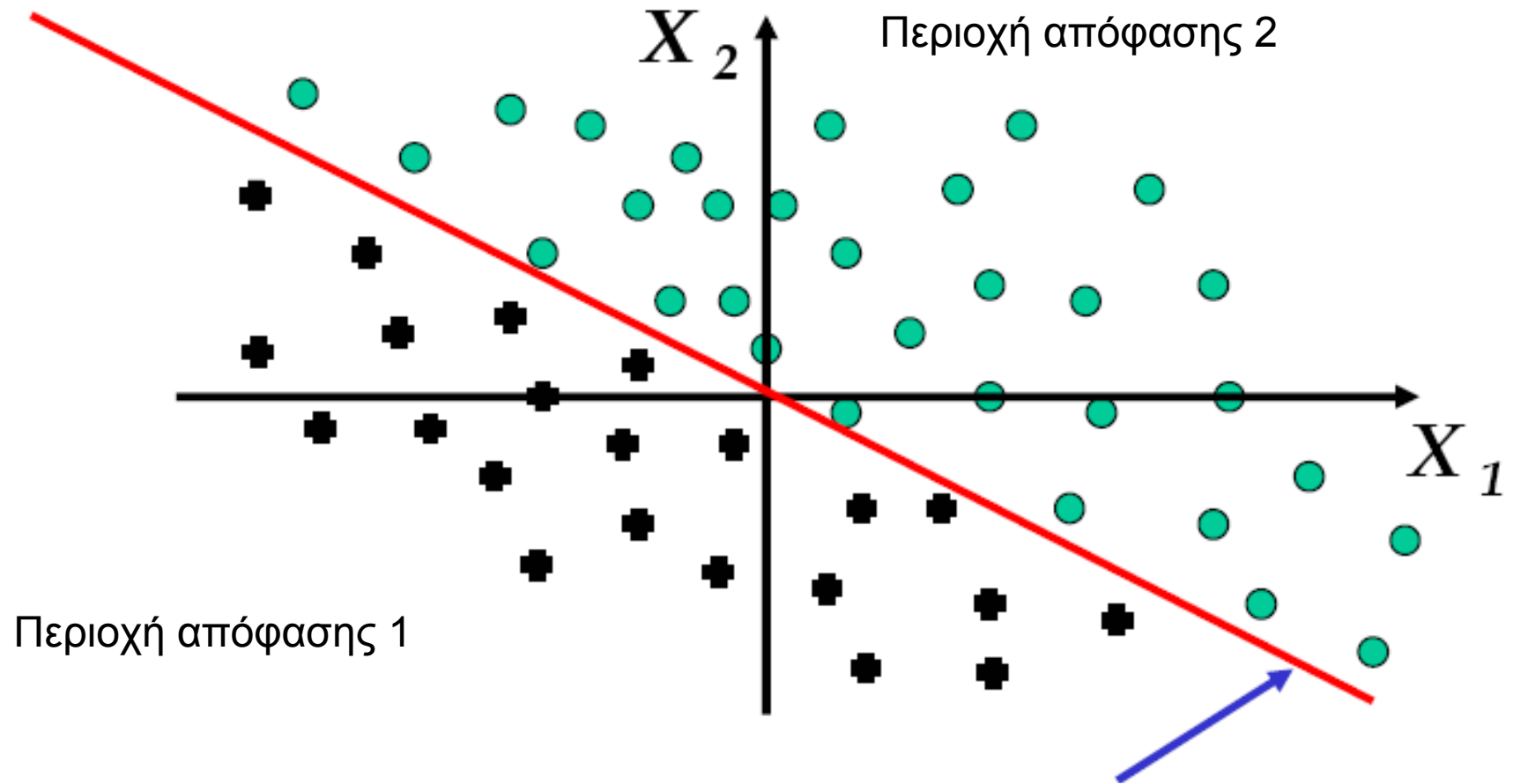
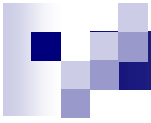
Πρόκειται σαφώς για μια εξίσωση ευθείας

Φτιάχνουμε μια επιφάνεια διαχωρισμού του χώρου

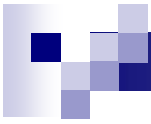
Κινούμαστε πάνω στην ευθεία (αφού $g=0$)

Για $g>0$ είμαστε πάνω από την ευθεία

Για $g<0$ είμαστε κάτω από την ευθεία

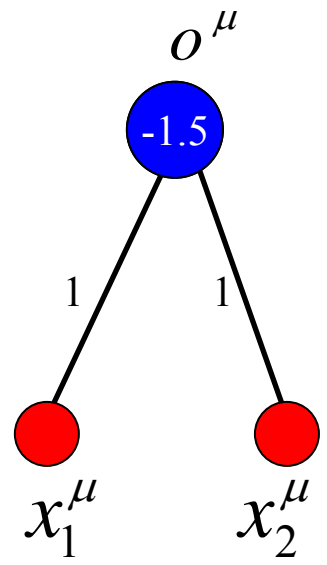
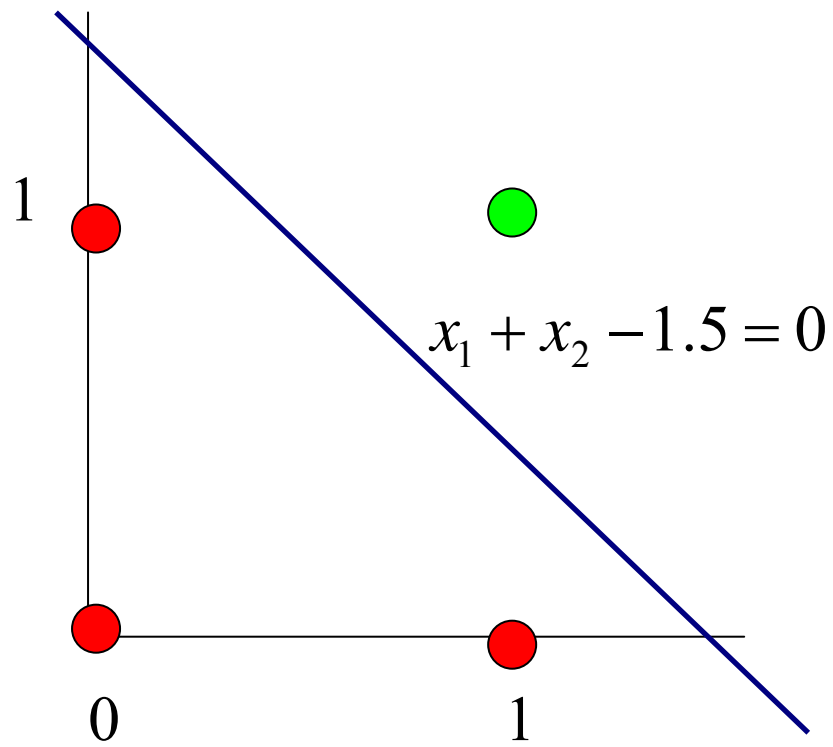


Επιφάνεια απόφασης
Είναι μια γραμμή σε 2Δ
Είναι επιφάνεια σε 3Δ

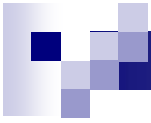


AND

x1	x2	y
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

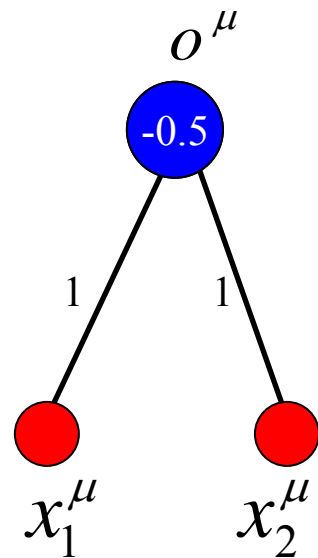
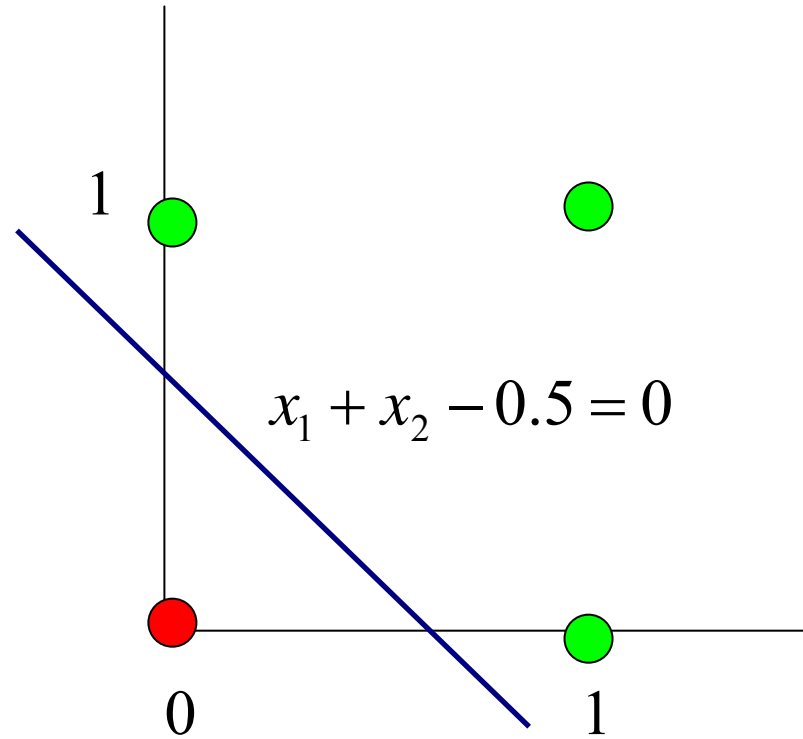


Γραμμικά διαχωρίσιμες κλάσεις

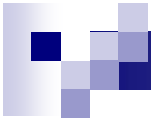


OR

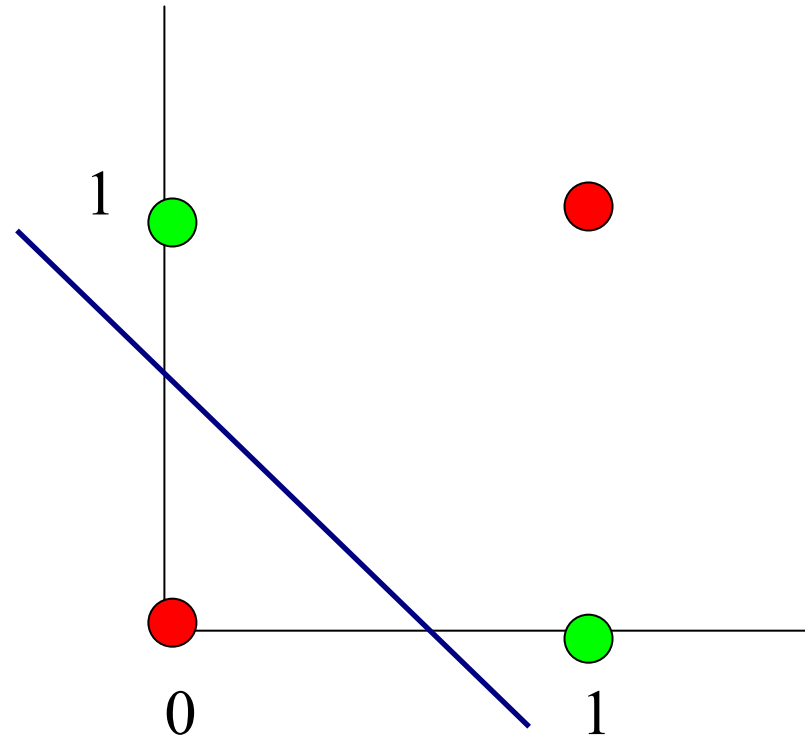
x1	x2	y
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



Γραμμικά διαχωρίσιμες κλάσεις



x1	x2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

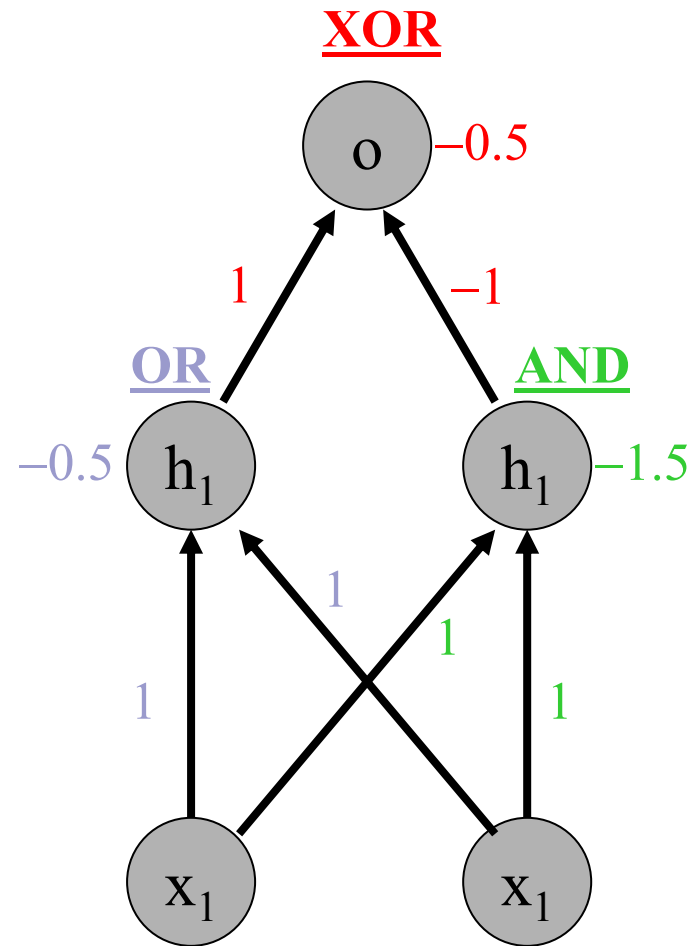


Μη γραμμικά διαχωρίσιμες κλάσεις

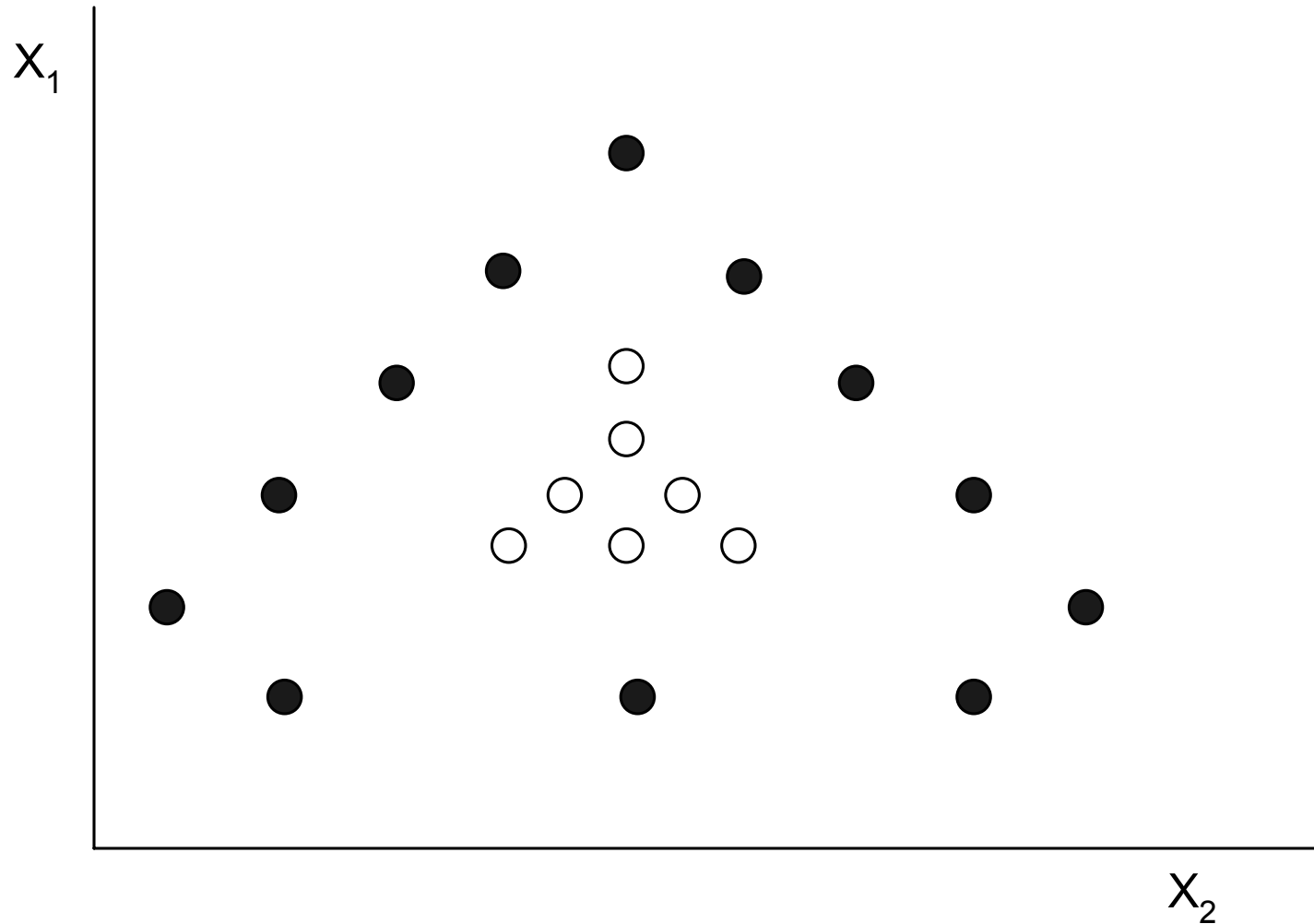
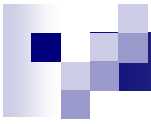
Μπορούμε με 1 μόνο ευθεία να διαχωρίσουμε τις 2 κλάσεις;;; ΟΧΙ.

Τι σημαίνει αυτό;;;

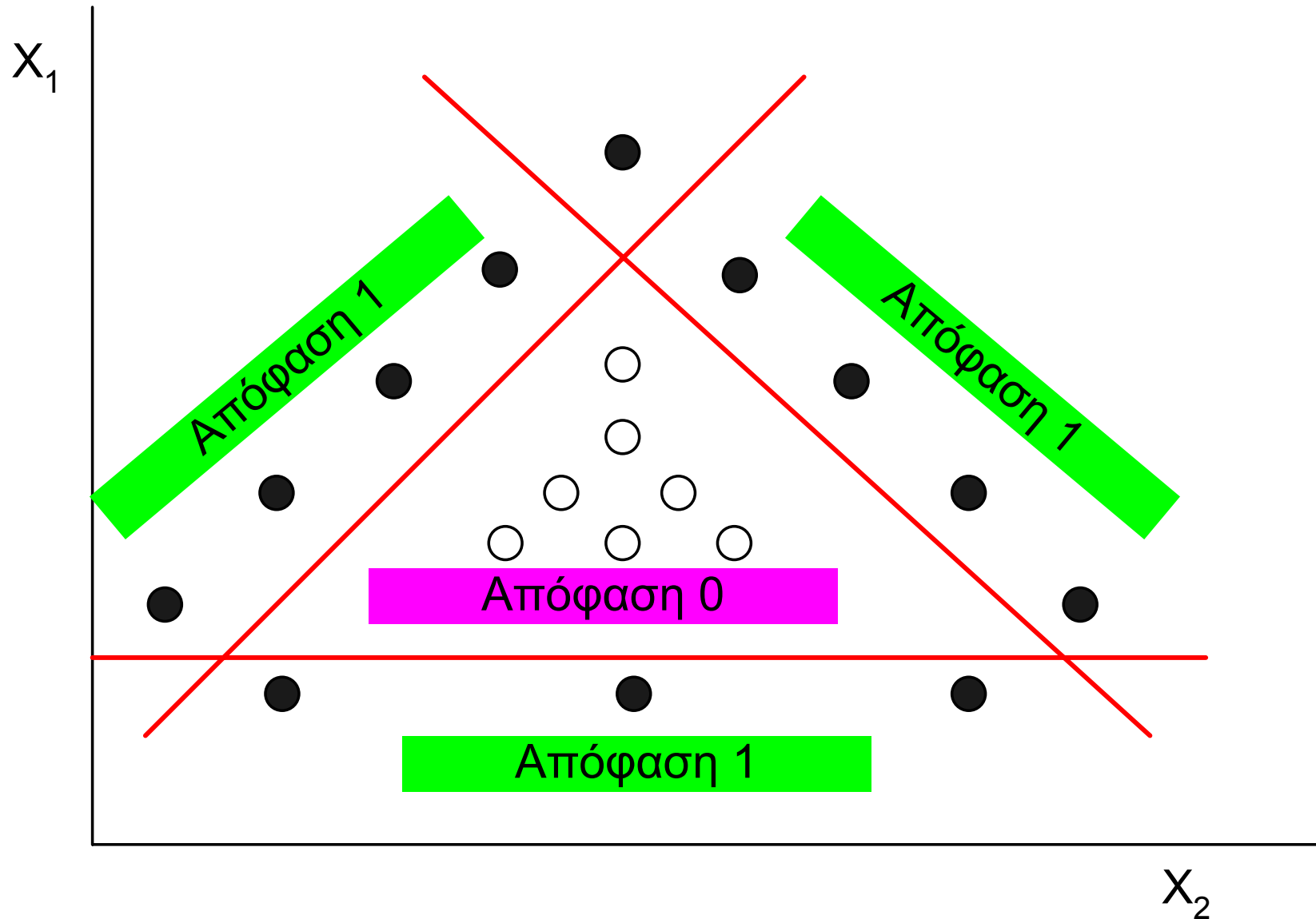
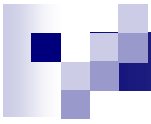
x1	x2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Σημείωση:
 XOR = OR and not AND

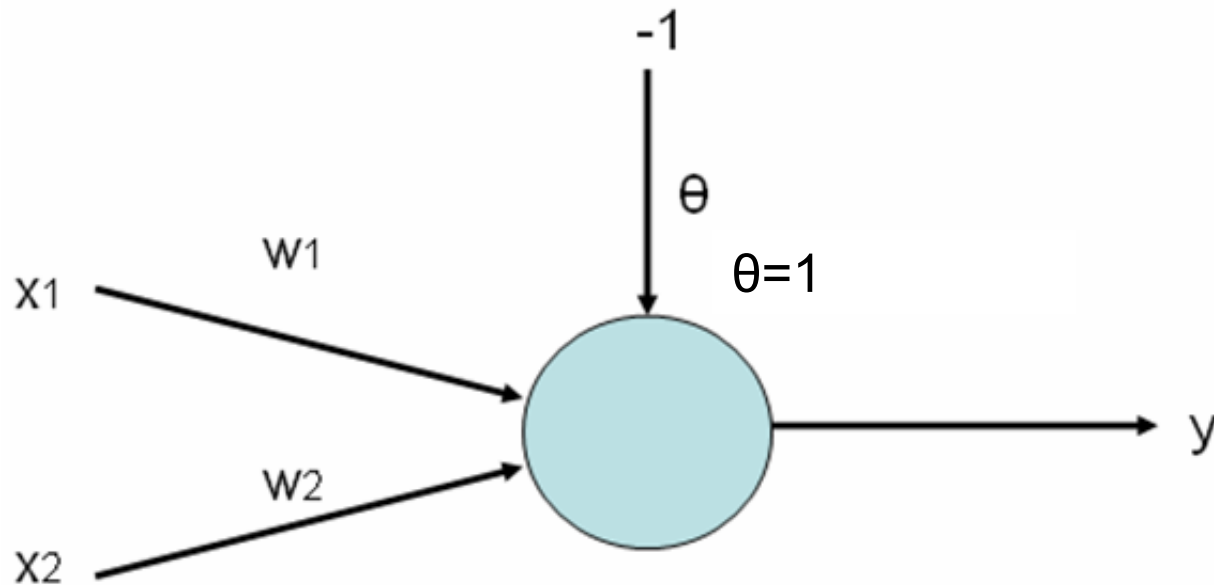


Για το παραπάνω σχήμα (όπου οι άσπρες – μαύρες κουκίδες είναι κλάσεις)
Ποια μπορεί να είναι η τοπολογία του απλούστερου ΤΝΔ;;;



Προσοχή: Περιοχή απόφασης δεν σημαίνει ξεχωριστή κλάση απαραίτητα

Πρόβλημα:



Πίνακας αποτελεσμάτων:

x_1	x_2	Έξοδος y
0.4	0.5	1 (Κλάση A)
0.6	0.9	1 (Κλάση A)
0.4	0.1	0 (Κλάση B)
0.2	0.3	0 (Κλάση B)

Ζητούμενα:

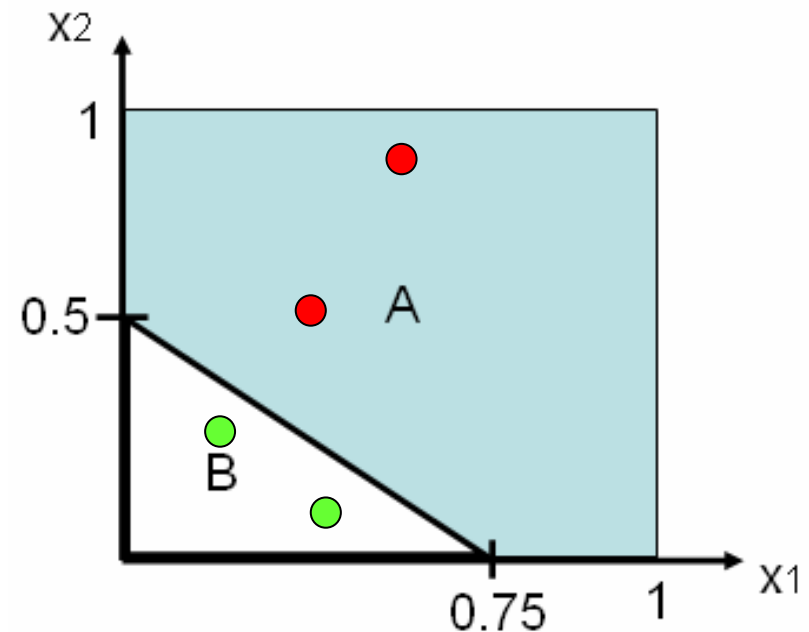
1. Σχεδιάστε τις περιοχές απόφασης
2. Βρείτε κάποια w_1, w_2 που επιλύουν το πρόβλημα



Ζητούμενο 1

Πίνακας
αποτελεσμάτων:

x_1	x_2	Έξοδος y
0.4	0.5	1 (Κλάση A)
0.6	0.9	1 (Κλάση A)
0.4	0.1	0 (Κλάση B)
0.2	0.3	0 (Κλάση B)



Είναι ο μοναδικός τρόπος σχεδίασης περιοχών απόφασης για το πρόβλημά μας;;;

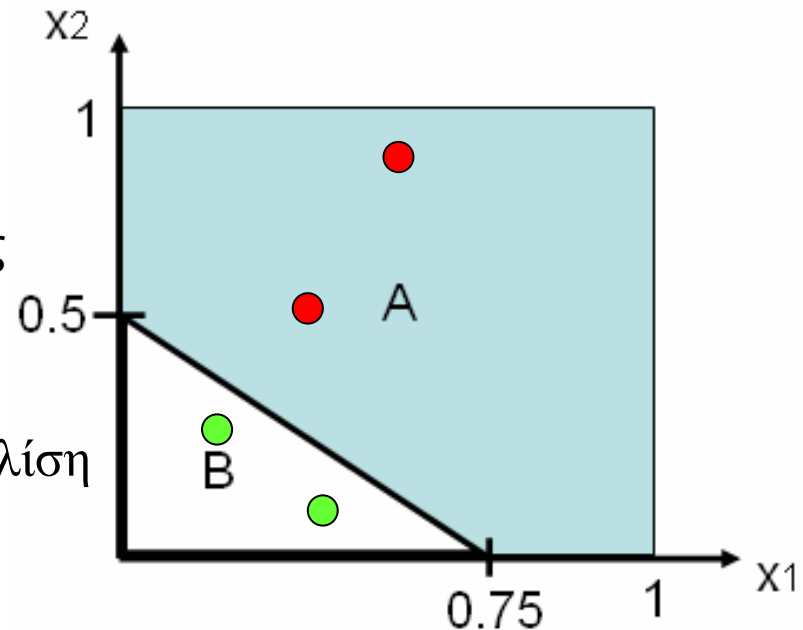
Ζητούμενο 2


Τι πρέπει να βρω;;; Τα w_1 , w_2 .

Θυμηθείτε πως τα συνδυάσαμε στις πρώτες διαφάνειες με την εξίσωση της ευθείας.

Από το διάγραμμα υπολογίζουμε την κλίση της ευθείας. Η κλίση a είναι:

$$a = -\frac{0.5}{0.75}$$

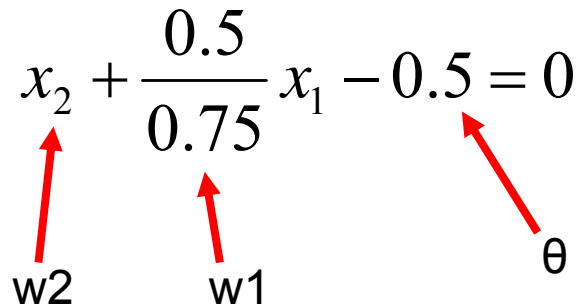




Η ευθεία έχει και μετατόπιση 0.5 κατά το y (ή το x_2 εδώ) από την αρχή των αξόνων:

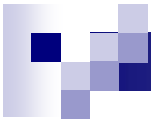
$$x_2 = -\frac{0.5}{0.75}x_1 + 0.5 \Rightarrow x_2 + \frac{0.5}{0.75}x_1 - 0.5 = 0$$

Θυμηθείτε τι λέγαμε για το $g=0$ στις πρώτες διαφάνειες. Λέγαμε ότι έτσι βρίσκουμε την γραμμή απόφασης. Αυτό κάνουμε και εδώ.

$$x_2 + \frac{0.5}{0.75}x_1 - 0.5 = 0$$


The diagram shows the equation $x_2 + \frac{0.5}{0.75}x_1 - 0.5 = 0$ with three red arrows pointing to specific terms. The first arrow points from the label w_2 to the x_2 term. The second arrow points from the label w_1 to the $\frac{0.5}{0.75}x_1$ term. The third arrow points from the label θ to the -0.5 term.

Άρα λοιπόν μια λύση είναι $w_1=0.66$, $w_2=1$ και $\theta=0.5$.
Επειδή όμως δίνεται ότι $\theta=1$, άρα:
 $w_1=1.32$, $w_2=2$.



Σύμφωνα με τη θεωρία, η έξοδος στον αισθητήρα είναι θετική όταν $\sum w_i x_i - \theta \geq 0$

και αρνητική όταν $\sum w_i x_i - \theta < 0$

Για τον αισθητήρα 2 εισόδων του προβλήματος προφανώς ισχύει:
Κλάση A όταν:

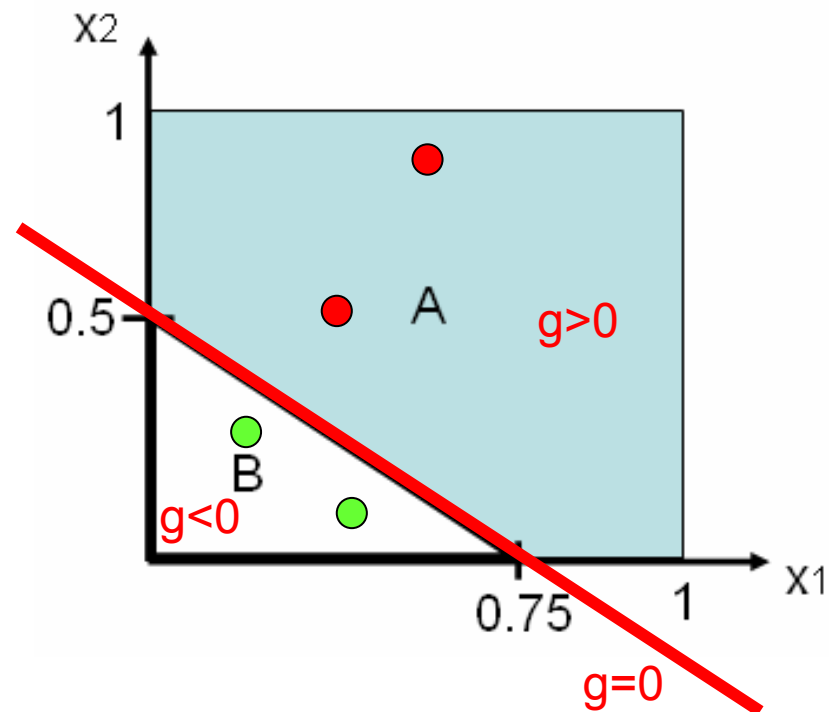
$$w_1 x_1 + w_2 x_2 - \theta \geq 0$$

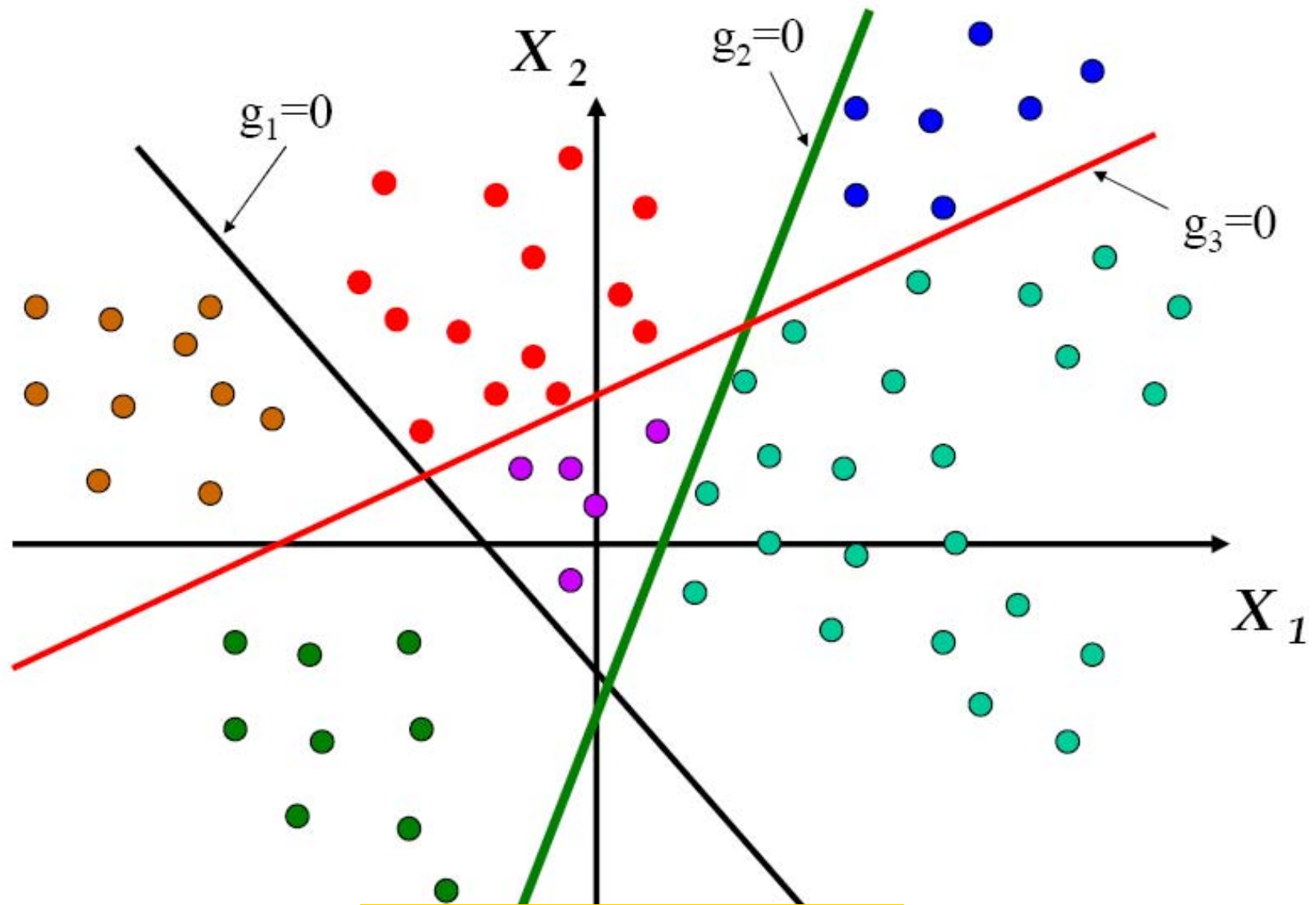
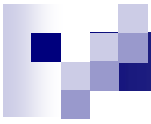
Δηλαδή $g > 0$

Κλάση B όταν:

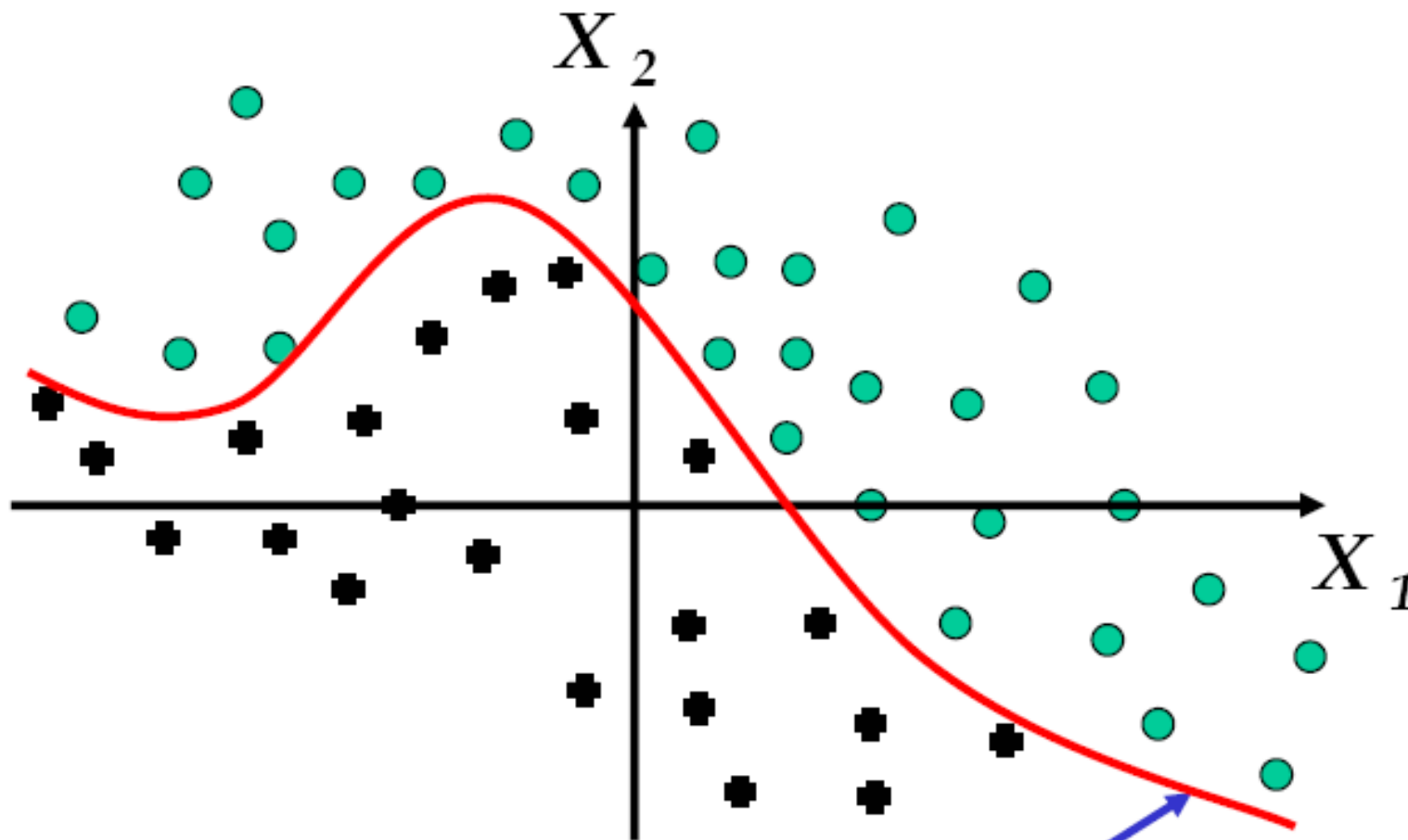
$$w_1 x_1 + w_2 x_2 - \theta < 0$$

Δηλαδή $g < 0$



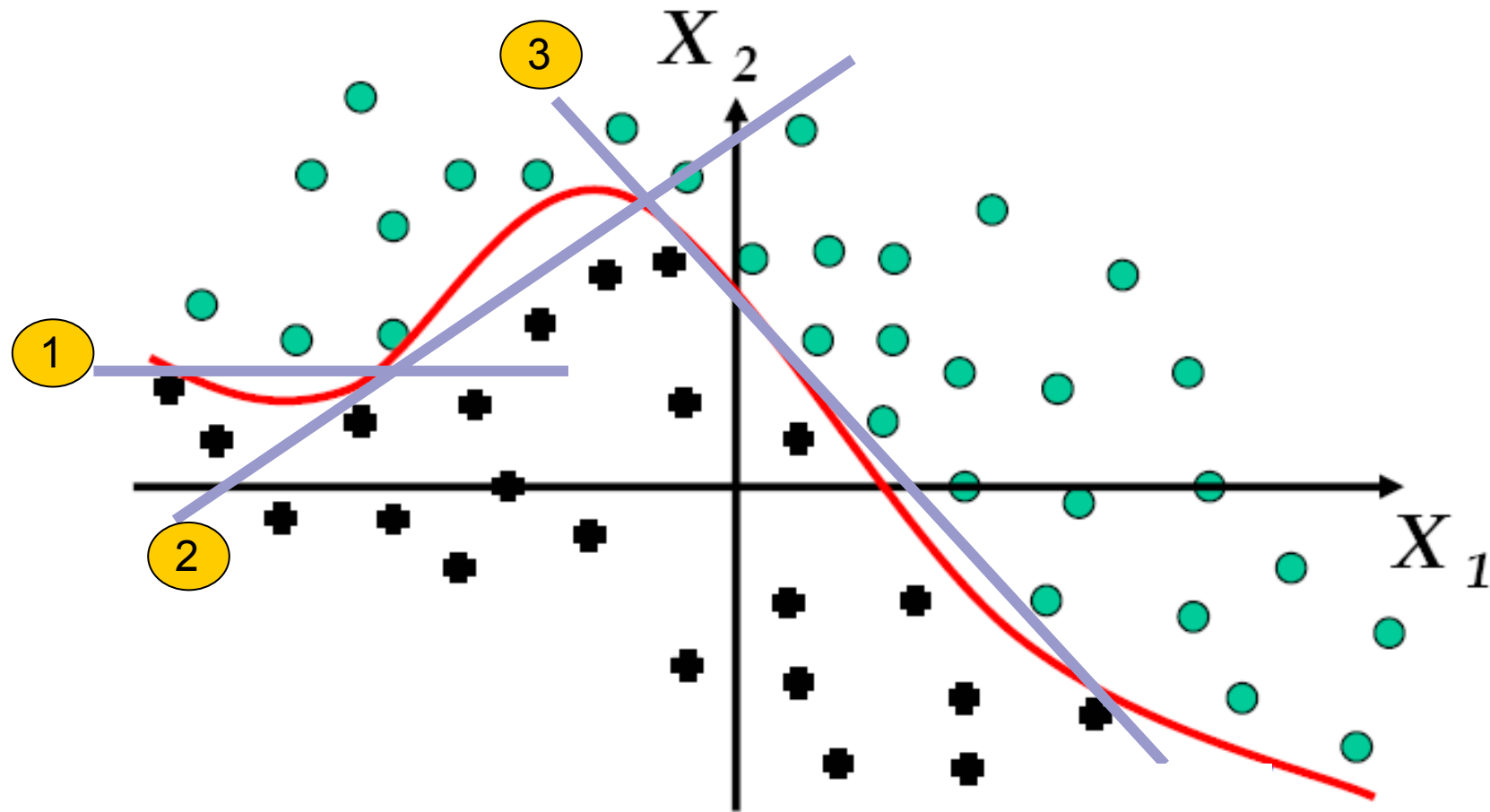


Πολλές γραμμές απόφασης



Έστω ότι υπάρχει αυτή η σύνθετη γραμμή απόφασης. Πως μπορεί να λυθεί το πρόβλημα με ευθείες (δηλαδή περιοχές απόφασης perceptron);;

Γραμμή απόφασης



Την γραμμή απόφασης την προσεγγίζουμε με 3 ευθείες. Άρα θεωρητικά θα χρειαζόμασταν 3 perceptrons.