Κανόνες De Morgan: $(A \cup B)' = A' \cap B'$ και $(A \cap B)' = A' \cup B'$.

Αξιωματικός ορισμός της πιθανότητας Έστω Ω ο δειγματικός χώρος για ένα πείραμα τύχης. Τότε η πιθανότητα είναι ένας τρόπος για να αντιστοιχίζω αριθμούς σε ενδεχόμενα που ικανοποιεί τα ακόλουθα:

1. Για κάθε ενδεχόμενο A, $0 \leq P(A) \leq 1$.
2. $P(\Omega) = 1$.
3. Για κάθε (πεπερασμένη ή άπειρη) ακολουθία ξένων ανα δύο ενδεχομένων $A_1, A_2, \ldots$ ισχύει
$$P(\cup_i A_i) = \sum_i P(A_i).$$

Δύο ενδεχόμενα A, B ονομάζονται **ξένα μεταξύ τους** ή **ασυμβίβαστα** αν η πραγματοποίηση του ενός απαγορεύει την πραγματοποίηση του άλλου ($A \cap B = \emptyset$).

Ιδιότητες πιθανοτήτων:

1. $P(\emptyset) = 0$.
2. Αν A, B ενδεχόμενα, τότε $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
3. Αν A, B ενδεχόμενα με $B \subset A$, τότε α) $P(B) \leq P(A)$, και β) $P(A \setminus B) = P(A) - P(B)$.
4. Αν A, B ασυμβίβαστα ενδεχόμενα τότε $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
5. Για κάθε ενδεχόμενο A, ισχύει $P(A') = 1 - P(A)$.
6. Αν A, B ενδεχόμενα, τότε $P(A' \cup B') = P[(A \cap B)']$.
7. Αν A, B ενδεχόμενα, τότε $P(A' \cap B') = P[(A \cup B)']$.

Διατάξεις (χωρίς επανάληψη - επανατοποθέτηση):
Έστω n διαφορετικά αντικείμενα. Αν πάρουμε k από αυτά τα αντικείμενα ($1 \leq k \leq n$) και τα κατατάξουμε σε μια σειρά, τότε λέμε ότι παίρνουμε μια **διάταξη των n αντικειμένων ανά k**. (Στις διατάξεις η σειρά έχει σημασία.)
Ο αριθμός των διατάξεων των n αντικειμένων ανά k (χωρίς επανάληψη) είναι:

$$P_{n,k} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \ldots (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

Συνδυασμοί:
Έστω ένα σύνολο με n στοιχεία. Ένα οποιοδήποτε υποσύνολο με k στοιχεία ($0 \leq k \leq n$) από αυτό το σύνολο λέγεται **συνδυασμός των n αντικειμένων ανά k**. (Στους συνδυασμούς η σειρά δεν έχει σημασία.)
Ο αριθμός των συνδυασμών των n αντικειμένων ανά k είναι:

$$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

Ανεξάρτητα ενδεχόμενα: Δύο ενδεχόμενα A και B του ίδιου πειράματος τύχης λέγονται ανεξάρτητα όταν $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$.

Δεσμευμένη πιθανότητα ενός ενδεχομένου $A \subset \Omega$, δεδομένου του B (με $P(B) > 0$),

$$P(A \,|\, B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Όταν $P(B) = 0$ η δεσμευμένη πιθανότητα $P(A \,|\, B)$ δεν ορίζεται.

Κανόνας του γινομένου: $P(A \cap B) = P(B)P(A \,|\, B) = P(A)P(B \,|\, A)$.

Θεώρημα ολικής πιθανότητας: Έστω $B_1, B_2, \ldots, B_k$ μια διαμέριση του Ω. Αν A είναι οποιοδήποτε ενδεχόμενο, τότε τα ενδεχόμενα $A \cap B_1, A \cap B_2, \ldots, A \cap B_k$ είναι ασυμβίβαστα, οπότε

$$\begin{aligned} P(A) &= \sum_{i=1}^{k} P(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^{k} P(A \,|\, B_i) P(B_i) \\ &= P(A \,|\, B_1)P(B_1) + \cdots + P(A \,|\, B_k)P(B_k). \end{aligned}$$

Τύπος του Bayes:

$$P(B_i |\, A) = \frac{P(B_i \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_i)P(A \,|\, B_i)}{\sum_{k=1}^{n} P(B_k)P(A \,|\, B_k)}.$$

Τυχαία μεταβλητή: Μια συνάρτηση $X(\cdot)$ με πεδίο ορισμού το δειγματικό χώρο Ω και τιμές στο $\mathbb{R}$.

Αθροιστική συνάρτηση κατανομής: $F(x) = P[X \leq x]$.

Διακριτές τ.μ.: Μια τ.μ. X που παίρνει διακριτές τιμές x_i, $i = 1, 2, \ldots$, λέγεται **διακριτή τ.μ.**
Συνάρτηση πιθανότητας για διακριτές τ.μ.

$$f(x) = P[X = x].$$

Μέση τιμή: $E[X] = \sum_i x_i f(x_i)$.

Διασπορά: $\mathrm{Var}\,[X] = E[(X-\mu)^2] = \sum_i (x_i - \mu)^2 f(x_i)$.

$E[g(X)] = \sum_i g(x_i) f(x_i)$.

Συνεχείς τ.μ.: Μια τ.μ. που παίρνει τιμές σε διαστήματα πραγματικών αριθμών θα λέγεται **συνεχής** τ.μ. Αν B είναι οποιοδήποτε σύνολο πραγματικών αριθμών

$$P[X \in B] = \int_B f(t)\,dt$$

Τότε η f ονομάζεται **συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας** της τ.μ. X.

$$P[a \leq X \leq b] = \int_a^b f(x)dx$$

Η f πρέπει να ικανοποιεί: $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\,dt = 1$

Μέση τιμή: $E[X] = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} x\,f(x)\,dx$.

Διασπορά: $\mathrm{Var}\,[X] = E[(X-\mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2\,f(x)\,dx$.

Τυπική απόκλιση: $\sigma = \sqrt{\mathrm{Var}\,[X]}$.

$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)\,f(x)\,dx$.

Ιδιότητες:

- $E[aX+b] = aE[X] + b$
- $E[X+Y] = E[X] + E[Y]$
- $\text{Var}\,[X] = E[X^2] - (E[X])^2$
- $\text{Var}\,[aX+b] = a^2 \text{Var}\,[X]$

Διωνυμική κατανομή με παραμέτρους (n, p)**:** $X \sim B(n, p)$
Συνάρτηση πιθανότητας:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, \ldots, n.$$
$$E[X] = np, \quad \text{Var}\,[X] = np(1-p).$$

Κατανομή Poisson: $X \sim P(\lambda)$
Συνάρτηση πιθανότητας:

$$P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \ldots.$$
$$E[X] = \text{Var}\,[X] = \lambda.$$

Προσέγγιση διωνυμικής με Poisson
Αν $X \sim B(n, p)$ και $\lambda = np$, τότε

$$P(X = k) \approx e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}.$$

Η προσέγγιση είναι ικανοποιητική για $n \geq 20$ και $np \leq 10$.

Ομοιόμορφη τ.μ. στο $[\alpha, \beta]$**:** $X \sim U(\alpha, \beta)$
Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta - \alpha} & \alpha \leq x \leq \beta \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$
$$E[X] = \frac{\alpha + \beta}{2}, \quad \text{Var}\,[X] = \frac{(\beta - \alpha)^2}{12}.$$

Αθροιστική συνάρτηση κατανομής:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < \alpha \\ \frac{x - \alpha}{\beta - \alpha} & \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 & x > \beta \end{cases}$$

Εκθετική τ.μ. με παράμετρο λ**:** $X \sim E(\lambda)$
Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & 0 \leq x < \infty \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$
$$E[X] = \frac{1}{\lambda}, \quad \text{Var}\,[X] = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Αθροιστική συνάρτηση κατανομής:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & 0 \leq x < \infty \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

Κανονική τ.μ. $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$**:**
Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty.$$

Όταν

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim \mathcal{N}(0, 1) \qquad f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

Η $\mathcal{N}(0, 1)$ λέγεται **τυπική κανονική κατανομή**.

Αθροιστική συνάρτηση τυπικής κανονικής κατανομής:

$$\Phi(z) = P[Z \leq z] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Αν $z > 0$, τότε

$$\Phi(-z) = P[Z \leq -z] = P[Z \geq z] = 1 - P[Z < z] = 1 - \Phi(z).$$

Άνω εκατοστιαίο σημείο της τυποποιημένης κανονικής κατανομής:
Αν $0 < \alpha < 1$, τότε ο αριθμός z_α για τον οποίο $P[Z > z_\alpha] = \alpha$ είναι το άνω α εκατοστιαίο σημείο της τυποποιημένης κανονικής κατανομής. Προφανώς:

$$\alpha = P[Z > z_\alpha] = 1 - \Phi(z_\alpha) \Leftrightarrow \Phi(z_\alpha) = 1 - \alpha.$$

Περιγραφική Στατιστική: Έστω ότι $x_1, x_2, \ldots, x_n$ είναι οι παρατηρήσεις μας.

Μέση τιμή ή δειγματικός ή αριθμητικός μέσος:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Για επαναλαμβανόμενες παρατηρήσεις:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} \nu_i x_i,$$

όπου ν_i είναι οι συχνότητες των τιμών x_i, $i = 1, 2, \ldots, k$.

Διάμεσος: η μεσαία παρατήρηση, αφού πρώτα τα δεδομένα διαταχθούν σε αύξουσα σειρά.

Επικρατούσα τιμή: η τιμή της παρατήρησης με τη μεγαλύτερη συχνότητα.

Εύρος: $R = x_{\max} - x_{\min}$, όπου $x_{\max}$ και $x_{\min}$ η ελάχιστη και η μέγιστη παρατήρηση αντίστοιχα.

Δειγματική διασπορά:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})^2.$$

Δειγματική τυπική απόκλιση: $s = \sqrt{s^2}$.
Για επαναλαμβανόμενες παρατηρήσεις:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{k} \nu_i (x_i - \bar{x})^2,$$

όπου ν_i είναι η συχνότητα της τιμής x_i, $i = 1, 2, \ldots, k$.

Συντελεστής μεταβολής: $CV = \frac{\text{τυπική απόκλιση}}{\text{μέση τιμή}} \cdot 100\% = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\%$

Τυπολόγιο Στατιστική, Τμήμα Ναυπηγών Μηχανικών, Παν. Δυτικής Αττικής

Διαστήματα Εμπιστοσύνης (δ.ε.) για το μέσο μ ενός πληθυσμού

Υποθέσεις για το τ.δ. $X_1, X_2, \ldots, X_n$	$(1-\alpha)100\%$ δ.ε.
Ανεξάρτητες τ.μ. από την $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ με σ^2 γνωστή	$\left[\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$
Ανεξάρτητες τ.μ. από την $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ με σ^2 άγνωστη	$\left[\overline{X} - t_{\alpha/2,n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}, \overline{X} + t_{\alpha/2,n-1}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$
Ανεξάρτητες παρατηρήσεις από κάποια κατανομή με μέσο μ, διασπορά σ^2 άγνωστη, και n μεγάλο	$\left[\overline{X} - z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}, \overline{X} + z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$

Έλεγχοι Υποθέσεων (R: η περιοχή απόρριψης της H_0)

1. Έλεγχος για τη μέση τιμή μ της $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ από δείγμα μεγέθους n

	H_0: $\mu \leq \mu_0$ H_1: $\mu > \mu_0$	H_0: $\mu \geq \mu_0$ H_1: $\mu < \mu_0$	H_0: $\mu = \mu_0$ H_1: $\mu \neq \mu_0$
σ^2 γνωστό $Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$R = \{Z > z_\alpha\}$	$R = \{Z < -z_\alpha\}$	$R = \{\lvert Z\rvert > z_{\alpha/2}\}$
σ^2 άγνωστο $Z = \frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$ $n \geq 30$	$R = \{Z > z_\alpha\}$	$R = \{Z < -z_\alpha\}$	$R = \{\lvert Z\rvert > z_{\alpha/2}\}$
σ^2 άγνωστο $T = \frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$ $n < 30$	$R = \{T > t_{n-1,\alpha}\}$	$R = \{T < -t_{n-1,\alpha}\}$	$R = \{\lvert T\rvert > t_{n-1,\alpha/2}\}$

2. Έλεγχος για τη διαφορά $\mu_1 - \mu_2$ από ανεξάρτητα κανονικά δείγματα μεγέθους n_1, n_2

	H_0: $\mu_1 \leq \mu_2$ H_1: $\mu_1 > \mu_2$	H_0: $\mu_1 \geq \mu_2$ H_1: $\mu_1 < \mu_2$	H_0: $\mu_1 = \mu_2$ H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$
σ_1^2, σ_2^2 γνωστά $Z = \frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$R = \{Z > z_\alpha\}$	$R = \{Z < -z_\alpha\}$	$R = \{\lvert Z\rvert > z_{\alpha/2}\}$
σ_1^2, σ_2^2 άγνωστα $Z = \frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}$ $n_1, n_2 \geq 30$	$R = \{Z > z_\alpha\}$	$R = \{Z < -z_\alpha\}$	$R = \{\lvert Z\rvert > z_{\alpha/2}\}$
σ_1^2, σ_2^2 άγνωστα $T = \frac{\overline{X}-\overline{Y}}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}^{(*)}$ $n_1, n_2 < 30$	$R = \{T > t_{n_1+n_2-2,\alpha}\}$	$R = \{T < -t_{n_1+n_2-2,\alpha}\}$	$R = \{\lvert T\rvert > t_{n_1+n_2-2,\alpha/2}\}$

$^{(*)}$ $S_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$.

3. Έλεγχος για το p της Bernoulli

	H_0: $p \le p_0$ H_1: $p > p_0$	H_0: $p \ge p_0$ H_1: $p < p_0$	H_0: $p = p_0$ H_1: $p \ne p_0$
$n \ge 30$ $Z = \frac{\overline{X}-p_0}{\sqrt{\frac{\overline{X}(1-\overline{X})}{n}}}$	$R = \{Z > z_\alpha\}$	$R = \{Z < -z_\alpha\}$	$R = \{\lvert Z\rvert > z_{\alpha/2}\}$

4. Έλεγχος για τη σύγκριση ποσοστών από δύο ανεξάρτητα δείγματα μεγέθους n_1, n_2 από την κατανομή Bernoulli

	H_0: $p_1 \le p_2$ H_1: $p_1 > p_2$	H_0: $p_1 \ge p_2$ H_1: $p_1 < p_2$	H_0: $p_1 = p_2$ H_1: $p_1 \ne p_2$
$n_1, n_2 \ge 30$ $Z = \frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\frac{\overline{X}(1-\overline{X})}{n_1}+\frac{\overline{Y}(1-\overline{Y})}{n_2}}}$	$R = \{Z > z_\alpha\}$	$R = \{Z < -z_\alpha\}$	$R = \{\lvert Z\rvert > z_{\alpha/2}\}$

5. Έλεγχος χ^2 καλής προσαρμογής

	H_0: $p_1 = p_{10}, p_2 = p_{20}, \ldots, p_k = p_{k0}$ H_1: $p_i \ne p_{i0}$ για κάποιο i
$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$, και $E_i = np_{i0} \ge 5$	$R = \{X^2 \ge \chi^2_{k-1,\alpha}\}$

6. Έλεγχος χ^2 ανεξαρτησίας

	H_0: τα δύο χαρακτηριστικά είναι ανεξάρτητα $\Leftrightarrow\ p_{ij} = (p_{i\cdot})(p_{\cdot j})$ για κάθε i, j H_1: τα δύο χαρακτηριστικά είναι εξαρτημένα $\Leftrightarrow\ p_{ij} \ne (p_{i\cdot})(p_{\cdot j})$ για τουλάχιστον ένα ζεύγος i, j
$X^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} \frac{(O_{ij} - \hat{E}_{ij})^2}{\hat{E}_{ij}}$ $\hat{E}_{ij} \ge 5$ για όλα τα i και j	$R = \{X^2 \ge \chi^2_{(r-1)(c-1),\alpha}\}$ r, c: αριθμός γραμμών/στηλών του πίνακα συνάφειας

Συσχέτιση – Γραμμική παλινδρόμηση

Συντελεστής γραμμικής συσχέτισης του Pearson:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \overline{X}^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n \cdot \overline{Y}^2}}.$$

Ευθεία ελαχίστων τετραγώνων: $\hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X$ με

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{X} \cdot \bar{Y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{X}^2}, \quad \hat{a} = \bar{Y} - \hat{b}\bar{X}$$

Συντελεστής προσδιορισμού: $r^2 = \frac{SSR}{SST} = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}.$

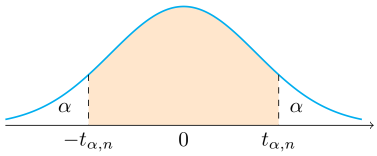
Ο πίνακας της τυπικής κανονικής κατανομής

Τα στοιχεία του πίνακα είναι οι τιμές της συνάρτησης $\Phi(z) = P(Z \leq z)$, όπου η Z είναι τυπική κανονική μεταβλητή, για $0 \leq z \leq 3.49$. Π.χ., για να βρούμε το $\Phi(1.71)$, κοιτάμε στη γραμμή που αντιστοιχεί στην τιμή 1.7 και στη στήλη που αντιστοιχεί στην τιμή 0.01, και βρίσκουμε ότι $\Phi(1.71) = 0.9564$. Όταν το $z < 0$, υπολογίζουμε την $\Phi(z)$ με τον τύπο $\Phi(z) = 1 - \Phi(-z)$.

	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

Ο πίνακας τιμών της t–κατανομής (Student)

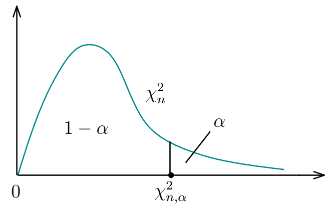
Τα στοιχεία του πίνακα είναι οι τιμές της t–κατανομής ώστε $P(T_n > t_{\alpha,n}) = P(T_n \geq t_{\alpha,n}) = \alpha$.



n	$\alpha = .10$	$\alpha = .05$	$\alpha = .025$	$\alpha = .01$	$\alpha = .005$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.474	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Ο πίνακας τιμών της χ^2–κατανομής

Τα στοιχεία του πίνακα είναι τα άνω α-ποσοστιαία σημεία της κατανομής χ^2 με n βαθμούς ελευθερίας: $P(X > \chi^2_{n,\alpha}) = \alpha$.



n	$\alpha = .995$	$\alpha = .99$	$\alpha = .975$	$\alpha = .95$	$\alpha = .05$	$\alpha = .025$	$\alpha = .01$	$\alpha = .005$
1	.0000393	.000157	.000982	.00393	3.841	5.024	6.635	7.879
2	.0100	.0201	.0506	.103	5.991	7.378	9.210	10.597
3	.0717	.115	.216	.352	7.815	9.348	11.345	12.838
4	.207	.297	.484	.711	9.488	11.143	13.277	14.860
5	.412	.554	.831	1.145	11.070	12.832	13.086	16.750
6	.676	.872	1.237	1.635	12.592	14.449	16.812	18.548
7	.989	1.239	1.690	2.167	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.484	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.520	11.524	13.120	14.611	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	40.113	43.194	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	42.557	45.772	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	43.773	46.979	50.892	53.672