ΘΕΩΡΙΑ ΟΜΟΛΟΓΙΩΝ.
ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗ ,ΔΙΑΧΕΙΡΗΣΗ, ΕΙΔΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ.

- Πανεπιστήμιο Πατρών,
  Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων
- Ευγενίδης Α., και Συριόπουλος Κ., 5/2012

Αξία του χρήματος. Βασικές έννοιες και τυπολόγιο.

- Θα συμβολίζουμε με P=PV=αρχικό κεφάλαιο, r=επιτόκιο, n=αριθμός ετών επένδυσης, S_n=FV= αξία του κεφαλαίου στο τέλος του έτους n.

- Μελλοντική αξία : $S_n = P(1+r)^n$

- Παρούσα αξία: $P = \frac{S_n}{(1+r)^n}$

- Παρούσα αξία ράντας: $A_{n,r} = a\left[\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}\right]$

όπου α είναι η αξία των σταθερών περιοδικών πληρωμών.

- Αν ο αριθμός των περιοδικών πληρωμών είναι άπειρος, τότε η ράντα γίνεται:

- $\lim_{n\to\infty} A_{n,r} = \frac{a}{r}$ γιατί το όριο του $(1+r)^{-n}$ όταν το n τείνει στο άπειρο είναι ίσο με 0.

- Μελλοντική αξία ράντας: $S_{n,r} = a\left[\frac{(1+r)^n - 1}{r}\right]$, όπου $S_{n,r}$ το μελλοντικό άθροισμα της ράντας για n χρόνια.

Αξία του χρήματος. Βασικές έννοιες και τυπολόγιο.

- όταν ο ανατοκισμός είναι μικρότερος το έτους:

$S_n = P\left[1+\frac{r}{m}\right]^{nm}$ όπου m ο αριθμός των ανατοκισμών μέσα στο έτος.

- όταν ο ανατοκισμός είναι συνεχής (continuous compounding), τότε:

$S_n = P_0 e^{rn}$ και $P = S_n e^{-rn}$

- Για συνεχή ανατοκισμό μίας ράντας, η σχέση $A_{n,r} = a\left[\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}\right]$, θα γίνει

$$A_{n,r} = a_0\left[\frac{1-e^{-rn}}{r}\right]$$

- Τέλος, μέχρι τώρα υποθέταμε στις ράντες ότι ο αριθμός των περιοδικών πληρωμών είναι σταθερός. Αν α μεταβάλλεται σύμφωνα με $a_n = a_0 e^{gt}$, δηλαδή οι περιοδικές πληρωμές αυξάνονται με ένα σταθερό ρυθμό g, τότε :

$$A_{n,r} = a_0\left[\frac{1-e^{-(r-g)n}}{r-g}\right]$$

Αξία του χρήματος. Παραδείγματα

1. Αρχίζοντας με κεφάλαιο 1000 €, επιτόκιο 10% και n= 7 χρόνια, ποια θα είναι η αξία του κεφαλαίου μας στο τέλος του 7^{ου} έτους. **ΑΠ: 1949€**
2. Με βάση την προηγούμενη απάντηση, αποδείξτε ότι η παρούσα αξία της επένδυσης μας θα είναι 1000€.
3. Μία επιχείρηση κάνει επένδυση η οποία προβλέπει μία σειρά περιοδικών πληρωμών 2000€ ανά χρόνο για 15 έτη με επιτόκιο 10%. Ποια είναι η παρούσα αξία αυτής της σειράς των πληρωμών. **ΑΠ: 15212€**
4. Η ίδια επιχείρηση έστω ότι λαμβάνει περιοδικές πληρωμές 2000€ ανά έτος για 10 έτη με επιτόκιο 8%.Ποια θα είναι η μελλοντική αξία αυτής της ράντας στο τέλος του 10ου έτους. **ΑΠ: 28973€**
5. Ποια θα είναι η μελλοντική αξία κεφαλαίου 500€ με συνεχή ανατοκισμό 10% για 10 έτη. **ΑΠ: 1359€**
6. Με δεδομένη την απάντηση του προηγουμένου, δείξτε ότι η παρούσα αξία της επένδυσης αυτής είναι 500€.

Ομόλογα /ομολογίες

- Ορισμός ομολογίας:
  Πρόκειται για αξιόγραφα σταθερού εισοδήματος με γνωστό επιτόκιο, που εκδίδονται από το δημόσιο (government bonds) και επιχειρήσεις (corporate bonds) και έχουν διάρκεια από 3 μήνες μέχρι 30 χρόνια. Οι ομολογιούχοι είναι οι κάτοχοι των ομολόγων ή αλλιώς οι δανειστές(lenders) του ομολόγου. Ο εκδότης (issuer) του ομολόγου έχει την υποχρέωση να πληρώσει τον δανειστή για το ποσό που δανείστηκε συν τον τόκο ανάλογα με το χρονικό διάστημα δανεισμού.

  Ομολογίες με ληκτότητα (term to maturity) από 1 ως 5 έτη θεωρούνται βραχυπρόθεσμες (short term bonds), μεταξύ 5 και 12 χρόνων είναι μεσοπρόθεσμες, ενώ άνω των 12 χρόνων είναι μακροχρόνιες(long term bonds).
- Στην Ελλάδα τα ομολογιακά δάνεια εκδίδουν το δημόσιο, τα νομικά πρόσωπα Δημοσίου δικαίου, οι κρατικές επιχειρήσεις, οι τράπεζες και οι ανώνυμες εταιρείες.

Χαρακτηριστικά ομολογιών

- Ονομαστική αξία (face or par value). Είναι το ποσό που θα εισπράξει ο κάτοχος της ομολογίας στην ημερομηνία λήξης της (maturity).

- Ονομαστικό επιτόκιο (coupon rate ή nominal rate). Είναι το επιτόκιο με το οποίο δανείστηκε ο εκδότης του ομολογιακού δανείου το κεφάλαιο. Η διαφορετικά είναι το επιτόκιο που πληρώνει ο εκδότης στον κάτοχο του ομολογιακού δανείου. Το ονομαστικό επιτόκιο μπορεί να είναι σταθερό ή να μεταβάλλεται ανά τακτά χρονικά διαστήματα. Ανάλογα με τη συχνότητα καταβολής του τοκομεριδίου, έχουμε τις παρακάτω κατηγορίες ομολόγων:
  - Ομόλογα με μηδενικό τοκομερίδιο. (zero coupon bonds)
  - Ομόλογα με σταθερό (περιοδικό) τοκομερίδιο (coupon bond)
  - Ομόλογα με κυμαινόμενο επιτόκιο (floating rate bonds).

- Ληκτότητα (date to maturity): Η ημερομηνία λήξης της ομολογιακής σύμβασης όπου ο εκδότης είναι υποχρεωμένος να καταβάλλει στον δανειστή την ονομαστική αξία της ομολογίας.

Ειδικές κατηγορίες ομολόγων

- Μετατρέψιμες ομολογίες (convertible bonds): Παρέχουν στον κάτοχο τους, την ευκαιρία μετατροπής του ομολόγου σε κοινές μετοχές. Ο ομολογιούχος έχει δικαίωμα συμμετοχής στα κεφαλαιακά κέρδη των μετοχών του εκδότη.
- Ομολογίες με πιστοποιητικά αγοράς μετοχών (warrants): δίνουν στον κάτοχό τους το δικαίωμα απόκτησης αριθμού μετοχών ή άλλων τίτλων σε καθορισμένη τιμή μέχρι και τη λήξη τους.
- Ομόλογα με δικαίωμα ανάκλησης (callable bonds): Δίνει το δικαίωμα στον εκδότη του ομολόγου να επαναγοράσει τις ομολογίες σε προκαθορισμένη τιμή, πριν την λήξη τους. Αυτό συμβαίνει όταν ο εκδότης, θέλει να εξασφαλίσει μικρότερο κόστος δανεισμού.
- Special case: ομολογίες υψηλού κινδύνου (junk bonds). Ομολογίες με υψηλό κίνδυνο (άρα και απόδοση), που εκδίδονται για να χρηματοδοτήσουν είτε επιχειρήσεις υψηλού κινδύνου , είτε εξαγορές και συγχωνεύσεις επιχειρήσεων.

Αποτίμηση αξίας ομολόγων σύμφωνα με τους διεθνείς οίκους

Moody's	S&P	Quality of Issue
Aaa	AAA	Υψηλότατη ποιότητα. Πολύ μικρή πιθανότητα πτώχευσης.
Aa	AA	Υψηλή ποιότητα. Μικρή πιθανότητα πτώχευσης.
A	A	Μέτρια προς υψηλή ποιότητα. Δυνατά χαρακτηριστικά, αλλά ενδεχομένως ευαίσθητα.
Baa	BBB	Μέτρια ποιότητα. Προσωρινά επαρκή, αλλά ενδεχομένως αναξιόπιστα.
Ba	BB	Οι μακροπρόθεσμες οικονομικέ προσδοκίες είναι υπό αμφισβήτηση.
B	B	Ικανή για πληρωμή επί του παρόντος, με κίνδυνο πτώχευσης στο μέλλον.
Caa	CCC	Φτωχή ποιότητα. Ευδιάκριτος κίνδυνος πτώχευσης.
Ca	CC	Ενδεχομένως σε πτώχευση.
C	C	Χαμηλότερη αξιολόγηση. Μηδαμινές προσδοκίες για πληρωμή του χρέους.
D	-	Σε πτώχευση.

Τιμολόγηση ομολογιών (pricing of bonds)

- Η τρέχουσα τιμή μιας ομολογίας, είναι το άθροισμα των παρουσών αξιών των ετήσιων πληρωμών των τόκων σε όλη τη διάρκεια της ομολογίας, καθώς επίσης και της ονομαστικής αξίας της ομολογίας που καταβάλλεται στη λήξη της.

- $$B = \sum_{t=1}^{T} \frac{c}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^T} \qquad (1)$$

όπου, B είναι η τρέχουσα τιμή της ομολογίας, c το τοκομερίδιο, r το προεξοφλητικό επιτόκιο που καταβάλλεται στον κάτοχο της ομολογίας, F η ονομαστική αξία της ομολογίας, T ο αριθμός περιόδων μέχρι την λήξη. Το τοκομερίδιο βρίσκεται από την σχέση:

coupon rate in euros : c*F

Τιμολόγηση ομολογιών (pricing of bonds)

- Η διαφορετικά, μπορούμε να γράψουμε την σχέση (1), με τη μορφή ράντας (annuity), ως:

$$B = C\left[\frac{1-\dfrac{1}{(1+r)^T}}{r}\right] + \frac{F}{(1+r)^T}$$

- Για μία ομολογία χωρίς τοκομερίδια, η (1) γίνεται:

$$B = \frac{coupon}{(1+r)^t}$$

- Σε ορισμένες περιπτώσεις, οι ομολογίες πληρώνουν τόκους δύο φορές το χρόνο. Συνεπώς η (1) γίνεται:

$$B = \sum_{t=1}^{2T} \frac{c/2}{(1+r/2)^t} + \frac{F}{(1+r/2)^{2T}}$$

Τιμολόγηση ομολογιών (pricing of bonds)

Παράδειγμα:

Ποια είναι η τιμή μιας 10 ετούς ομολογίας, με 6% τοκομερίδιο, ονομαστική αξία 1000€ και προεξοφλητικό επιτόκιο 18%.

- $$B = \sum_{t=1}^{10} \frac{60}{(1+0{,}18)^t} + \frac{1000}{(1+0{,}18)^{10}} = 258.18 + 202.53 = 460.71$$

Αν πειραματιστούμε, χρησιμοποιώντας r < 18%, τότε B > 460.71.

Ομοίως, αν r >18%, τότε B < 460.71

Παρατηρούμε ότι απαιτούμενη απόδοση r, μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με την τιμή του ομολόγου B. Θα αναφερθούμε εκτενέστερα στην συνέχεια για την σχέση τιμής –απόδοσης, μέσω ενός αναλυτικού παραδείγματος στο φύλλο excel.

- Ακολουθεί αναλυτικός υπολογισμός στο excel για καθεμία από τις παραπάνω περιπτώσεις:

Microsoft Excel - XI0000007 [Μόνο για ανάγνωση]

Αρχείο Επεξεργασία Προβολή Εισαγωγή Μορφή Εργαλεία Δεδομένα Παράθυρο Βοήθεια

E18 | Price

Annual coupon payments

	Period	Cash flow	Present value	
	1	60,00	50,85	
Coupon rate 6%	2	60,00	43,09	
Face value 1000	3	60,00	36,52	
Maturity 10	4	60,00	30,95	
Interest rate 18%	5	60,00	26,23	
	6	60,00	22,23	
	7	60,00	18,84	
	8	60,00	15,96	
	9	60,00	13,53	258,18
	10	1060,00	202,53	
		Price	**460,71**	

=F*C

=CF/(1+r)^t

=ΣCF/(1+r)^t

Price of the bond with annual payments

$$B = \sum_{i}^{T} \frac{c}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^T}$$

Τιμολόγηση ομολογιών (pricing of bonds) παράδειγμα annuity

			Period	Cash flow	Present value	
6			Period	Cash flow	Present value	
7			1	60,00	50,85	
8	**Coupon rate**	6%	2	60,00	43,09	
9	**Face value**	1000	3	60,00	36,52	
10	**Maturity**	10	4	60,00	30,95	
11	**Interest rate**	18%	5	60,00	26,23	=ΣCF/(1+
12			6	60,00	22,23	
13			7	60,00	18,84	
14			8	60,00	15,96	
15			9	60,00	13,53	258,18
16			10	1060,00	202,53	
17						
18				Price	**460,71**	
19						
20						
21						
22						
23	**Price of Bond using annuity**					
24						
25		**460,71**	**Price of bond using annuity**			
26						
27						
28						

$$B = C\left[\frac{1-\frac{1}{(1+r)^T}}{r}\right] + \frac{F}{(1+r)^T}$$

Τιμολόγηση ομολογιών (pricing of bonds)

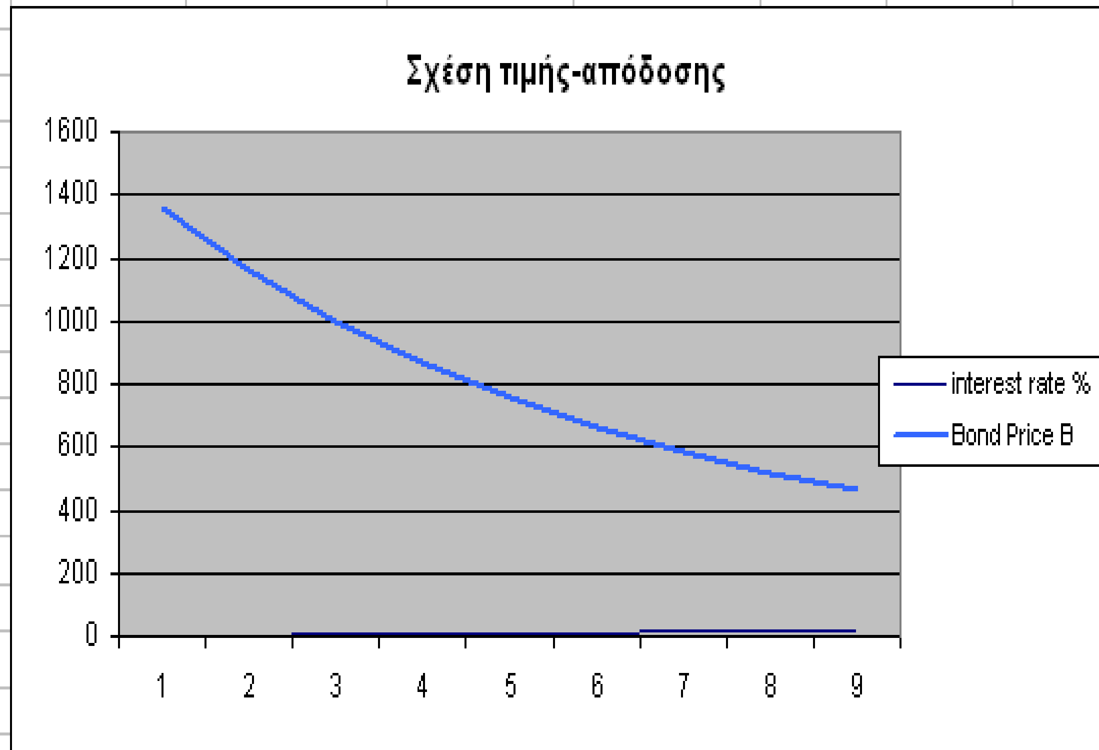
- Μέχρι τώρα, έχουμε χρησιμοποιήσει το ίδιο προεξοφλητικό επιτόκιο r στην αποτίμηση του ομολόγου μας, το οποίο καλείται επίσης και απόδοση στην λήξη (yield to maturity). Πέρα από την παραδοσιακή προσέγγιση τιμολόγησης, υπάρχει και η arbitrage- free (χωρίς περιθώριο κερδοσκοπίας) προσέγγιση, η οποία χρησιμοποιεί διαφορετικό προεξοφλητικό επιτόκιο για κάθε ταμειακή ροή χωριστά.
- Ο τύπος δίνεται από την σχέση :

$$B=\frac{c}{(1+r_1)}+\frac{c}{(1+r_2)^2}+\ldots+\frac{c}{(1+r_{n-1})^{n-1}}+\frac{B}{(1+r_n)^n}$$

- Τα μεμονωμένα επιτόκια $r_1, r_2 .. r_n$ ονομάζονται τρέχοντα επιτόκια (spot rates), και ουσιαστικά είναι το επιτόκιο προεξόφλησης κάθε μίας ταμειακής ροής χωριστά.

Τιμολόγηση ομολογιών (pricing of bonds) σχέση τιμής-απαιτούμενης απόδοσης

30	Μεταβολή τιμής και απαιτούμενης απόδοσης	
31		
32	Coupon rate	6%
33	Face value	1000
34	Maturity	10
35	Interest rate	8%
36		
37	interest rate %	Bond Price B
38	2	1359,30
39	4	1162,22
40	6	1000,00
41	8	865,80
42	10	754,22
43	12	660,99
44	14	582,71
45	16	516,68
46	18	460,71
47		
48		



Τιμολόγηση ομολογιών (pricing of bonds)

- Πέρα από την θεμελιώδη ιδιότητα των ομολογιών που είναι η αντιστρόφως ανάλογη σχέση μεταξύ τιμής και απόδοσης, παρατηρώντας προσεκτικά το προηγούμενο παράδειγμα, μπορούμε να διακρίνουμε τρεις (3) περιπτώσεις, ανάλογα με την σχέση μεταξύ του τοκομεριδίου c της απαιτούμενης απόδοσης r και της τιμής της ομολογίας B.

- Μία ομολογία πωλείται at par όταν $r = c = 6\%$ στο παράδειγμα μας. Αυτό σημαίνει ότι η τιμή της ομολογίας ισούται με την ονομαστική της αξία. Δηλαδή $B=1000$.

- Μία ομολογία πωλείται at premium όταν $r<c=6\%$. Η τιμή της ομολογίας είναι μεγαλύτερη από την ονομαστική της αξία. Παρατηρήστε πως το B αυξάνεται για τιμές του r μικρότερες του 6%.

- Μία ομολογία πωλείται at discount όταν $r>c$. Η τιμή της ομολογίας είναι μικρότερη από την ονομαστική της αξία. Στο παράδειγμα μας, παρατηρείστε πως η τιμή του B φθίνει με την αύξηση του r πάνω από 6%.

Price quotes

- Όπως ήδη έχουμε δει η ονομαστική αξία μιας ομολογίας είναι συνήθως 1000€. Υπάρχει όμως ενδεχόμενο η τιμή να είναι υψηλότερη ή χαμηλότερη. Για να υπάρχει μέτρο σύγκρισης, οι traders αναφέρονται στην τιμή του ομολόγου ως ποσοστό της ονομαστικής του αξίας. Μία ομολογία που πωλείται στην τιμή της ονομαστικής της αξίας, θα λέμε ότι πωλείται στο άρτιο και θα δίνεται ως 100(100% της ονομαστικής της αξίας). Μία ομολογία που πωλείται κάτω από 100 θα λέμε ότι πωλείται at discount, ενώ πάνω από 100 at premium.
- Στο παράδειγμα που ακολουθεί, παρουσιάζεται ο τρόπος μετατροπής από τα price quotes σε αξία σε ευρώ.

Price quote/100

=C110*D110

106								
107	**Price quotes:**							
108								
109		Price quote		converted to a decimal	Par value	Bond value in €		
110		78	78	0,78	5000	3900		
111		83	83	0,83	12000	9960		
112		90 1/4	90,25	0,9025	8000	7220		
113		94 1/8	94,125	0,94125	90000	84712,5		
114		100	100	1	110000	110000		
115		110 3/4	110,75	1,1075	800000	886000		
116		120 3/8	120,375	1,20375	33000	39723,75		

Τρέχουσα Απόδοση (current yield) και Απόδοση στη Λήξη(Yield to Maturity)

- Ως τρέχουσα απόδοση ορίζουμε το ετήσιο τοκομερίδιο ενός ομολόγου διαιρούμενο με την τιμή του. Έστω ομόλογο 20ετίας, με 12% ετήσιο τοκομερίδιο ονομαστικής αξίας 1000€ με τιμή 1392,73. Το current yield θα ισούται με:

  current yield= 120/1392,73= 8,62%

- Ένα δεύτερο μέτρο μέτρησης της απόδοσης του ομολόγου (yield measure) είναι η απόδοση στη λήξη. Η απόδοση στη λήξη είναι ουσιαστικά ο εσωτερικός βαθμός της επένδυσης (internal rate of return), ο οποίος θα συμβολίζεται με y. Άρα ο ΕΒΑ είναι αυτός που ικανοποιεί τη συνθήκη:

$$B = \sum_{t=1}^{T} \frac{c}{(1+y)^t} + \frac{F}{(1+y)^T}$$

- Δύο απαραίτητες προϋποθέσεις για την ισχύ της θεωρίας είναι :

  1) Ο κάτοχος της ομολογίας την κρατά ως τη λήξη της.
  2) Κάθε τοκομερίδιο επανεπενδύεται έως την λήξη με την ίδια απόδοση y.

Απόδοση στη Λήξη(Yield to Maturity)

- Για να βρούμε το y εφαρμόζουμε την μέθοδο των διαδοχικών προσεγγίσεων (trial and error).
- Παράδειγμα:

Έστω μία ομολογία διάρκειας 20 ετών, με 12% τοκομερίδιο ετησίως, ονομαστική αξία F =1000 € και τρέχουσα αξία B = 1392.73 €.

Δοκιμάζοντας για διάφορες τιμές του YTM, βρίσκουμε ότι η προηγούμενη σχέση εξισώνεται για YTM=8%.

must be equal to 1392,73, for the appropriate YTM . Use the annuity formula for the present value of coupon payments

r annual	bond price
6%	1688,2
7%	1529,7
8%	**1392,73**
9%	1273,86
10%	1170,27

PV of cash flows equal to current bond price

Πηγές συνολικής απόδοσης από την κατοχή ενός ομολόγου/εισόδημα επανεπένδυσης.

- Η συνολική απόδοση από την κατοχή ενός ομολόγου προκύπτει από τις 3 παρακάτω πηγές: α) το περιοδικό τοκομερίδιο (coupon interest payments), β) το κεφαλαιακό όφελος/ ζημία όταν το ομόλογο φτάσει στη λήξη του και γ) το εισόδημα που προκύπτει από την επανεπένδυση των περιοδικών πληρωμών (reinvestment income ή interest on interest component).
- Αν θέλουμε να βρούμε το εισόδημα που προκύπτει καθαρά από την επανεπένδυση των πληρωμών, τότε ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

- Θυμηθείτε ότι η μελλοντική αξία μιας ράντας (διαφάνεια 1) δίνεται από τον τύπο:

$$S_{n,r} = c\left[\frac{(1+r)^n - 1}{r}\right]$$

- Σύμφωνα με τον τύπο αυτό μπορούμε να υπολογίσουμε την απόδοση του ομολόγου από την πρώτη και την τρίτη πηγή εισοδήματος συνολικά. Έπειτα, προκειμένου να απομονώσουμε την απόδοση που οφείλεται μόνο στο reinvestment income πρέπει να αφαιρέσουμε την ποσότητα n*C που είναι η απόδοση που προκύπτει από τις περιοδικές πληρωμές τοκομεριδίου (1η πηγή).

Πηγές συνολικής απόδοσης από την κατοχή ενός ομολόγου/εισόδημα επανεπένδυσης.

- Παράδειγμα: Έστω ομολογία διάρκειας 20 ετών, τοκομεριδίου 7%, YTM 9% και ονομαστικής αξίας 1000. Η συνολική απόδοση που οφείλεται στην πληρωμή τοκομεριδίων και το εισόδημα που προκύπτει από την επανεπένδυση θα είναι:

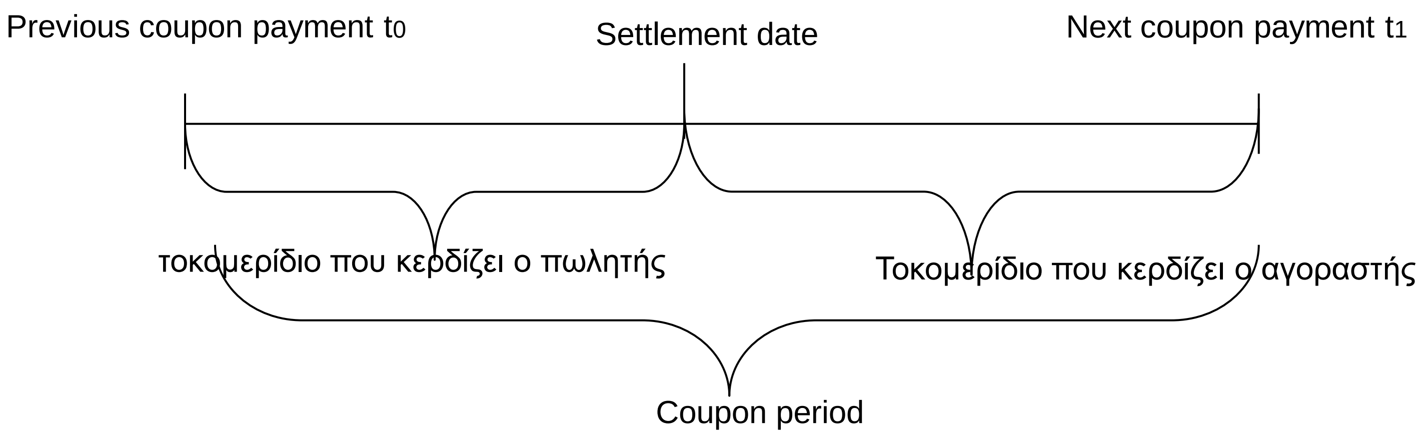
- Return from c. interest and reinvest. income= $c\left[\frac{(1+r)^n-1}{r}\right]=70\left[\frac{(1+0{,}09)^{20}-1}{0{,}09}\right]=3581{,}20$

- Το εισόδημα που προκύπτει από τα περιοδικά τοκομερίδια είναι ίσο με n*C = 1400€. Επομένως το εισόδημα που αποκτάται μόνο από την επανεπένδυση του τοκομεριδίου σε κάθε έτος με 9% επιτόκιο θα είναι : 3581,20€- 1400€= 2180,20€.

- Ο κίνδυνος που αντιμετωπίζει ο επενδυτής , είναι ότι το εισόδημα επανεπένδυσης μπορεί να μειωθεί δραστικά αν τα επιτόκια πέσουν κάτω από το YTM. Αυτό ονομάζεται κίνδυνος επανεπένδυσης(reinvestment risk).
- Το κεφαλαιακό όφελος θα είναι: 1000€ – 817,43€ (τιμή αγοράς ομολόγου)= 182,57€
- Επομένως η συνολική απόδοση και από τις 3 πηγές θα είναι: 3581,20€+182,57€ = 3763,77€

Accrued interest

- Όταν ο επενδυτής αγοράζει ένα ομόλογο μεταξύ δύο περιοδικών πληρωμών (coupon payments) t_0 και t_1, πρέπει να αποζημιώσει τον πωλητή του ομολόγου για το τοκομερίδιο που έχει κερδίσει (ο πωλητής) από τη στιγμή της τελευταίας περιοδικής πληρωμής έως την τρέχουσα ημερομηνία πώλησης του ομολόγου (ημέρα εκκαθάρισης ή settlement date). Αυτή η ποσότητα ονομάζεται accrued interest (AI).



- Ο τύπος για την εύρεση του AI είναι ο εξής:

$$AI = \frac{annual \cdot coupon}{2} * \frac{Days \cdot in \cdot AI \cdot period}{Days \cdot in \cdot coupon \cdot period}$$

Accrued interest

- Παράδειγμα:

Έστω ένα ομόλογο που η προηγούμενη πληρωμή τοκομεριδίου του ήταν στις 15/01/2012 και η επόμενη στις 15/06/2012. Ας υποθέσουμε ότι το ομόλογο αυτό πωλείται με ημερομηνία εκκαθάρισης 10/04/2012. Το ετήσιο τοκομερίδιο είναι 80 € για ονομαστική αξία 1000€.

Το πρώτο που πρέπει να υπολογίσουμε είναι οι ημέρες που αντιστοιχούν στην πληρωμή του accrued interest. Το διάστημα αυτό είναι από την t_0 μέχρι την settlement date. Στο παράδειγμα μας είναι 86 ημέρες. Έπειτα βρίσκουμε τις μέρες που αντιστοιχούν σε ολόκληρη την περίοδο πληρωμής του τοκομεριδίου, που είναι 152. Επομένως αντικαθιστώντας στον τύπο, έχουμε: AI = 22,63.

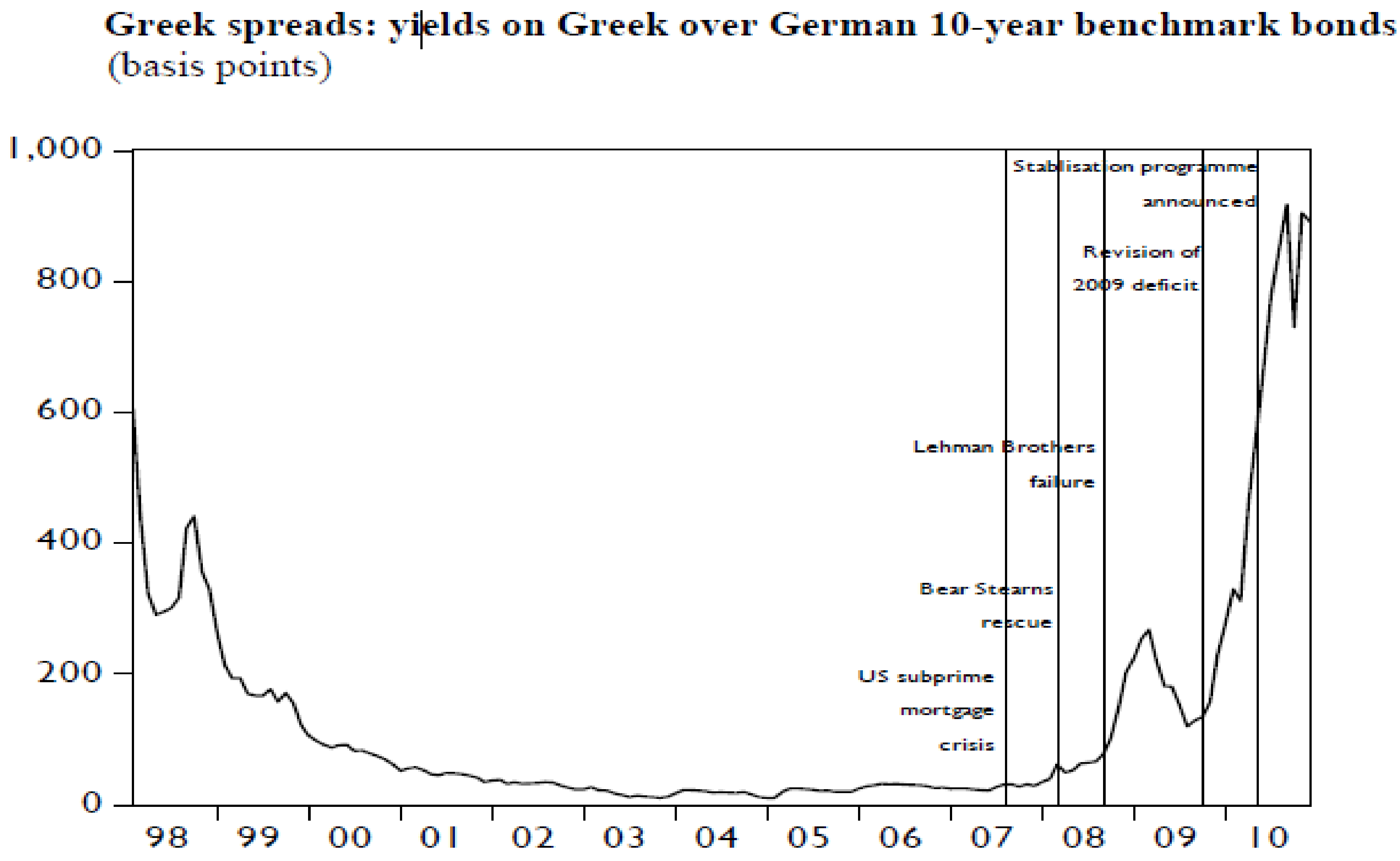
- Η τιμή του ομολόγου συν το εισόδημα από το accrued interest είναι η συνολική τιμή που ο αγοραστής πληρώνει για να αγοράσει το ομόλογο και ονομάζεται dirty price. Η τιμή του ομολόγου χωρίς το AI ονομάζεται καθαρή τιμή (clean price).

92	**Calculation of accrued interest**		
93	annual coupon:	80	
94	previous coupon payment:	15/1/2012	
95	next coupon payment:	15/6/2012	
96	settlement date:	10/4/2012	
97			
98	days in AI period:	86	B96-B94
99	days in coupon period:	152	B95-B94
100			
101	AI	22,63157895	AI:
102			
103			

Yield spreads

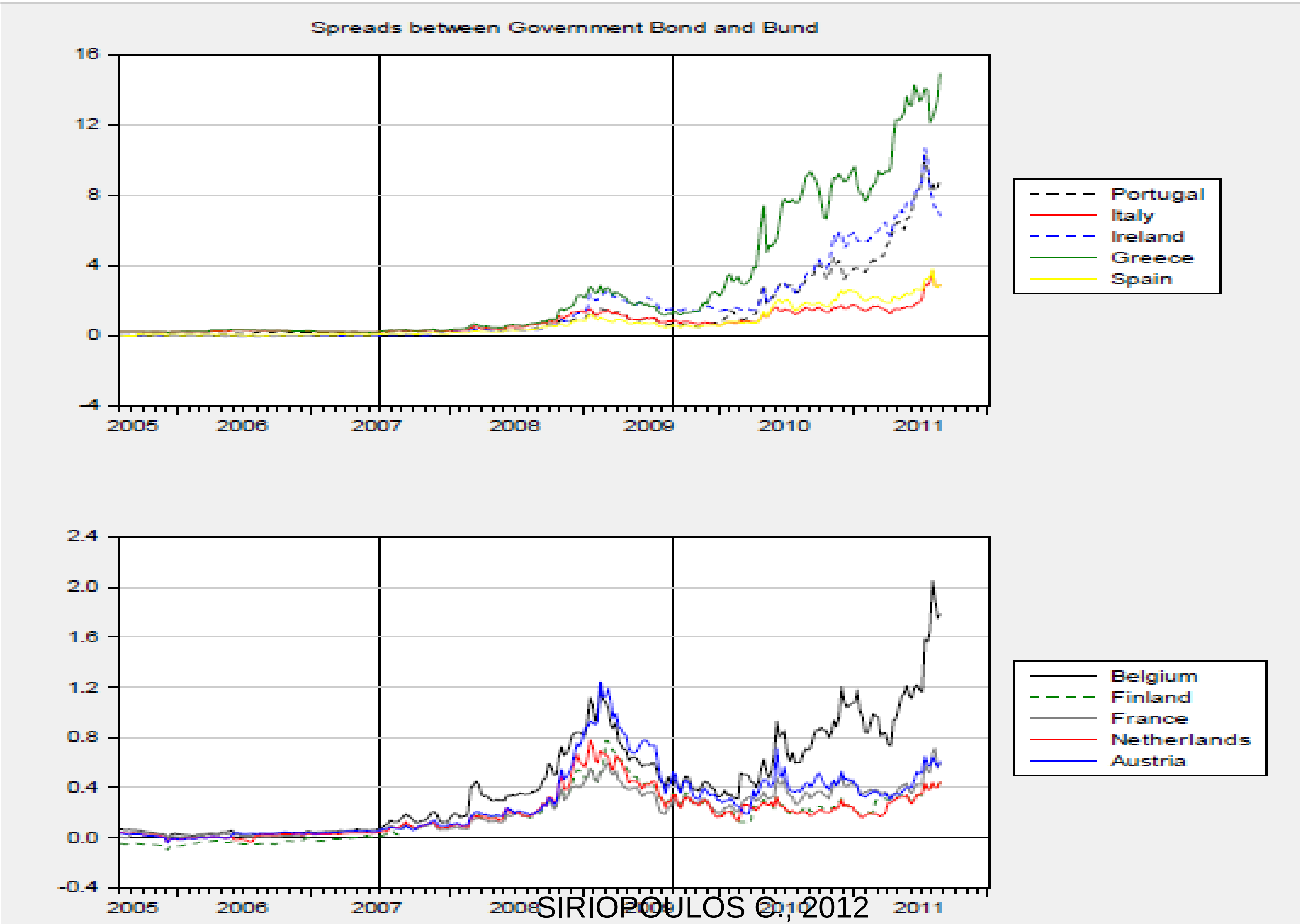
- Το ελάχιστο επιτόκιο το οποίο απαιτούν οι επενδυτές προκειμένου να επενδύσουν σε μία μη-κρατική ομολογία ονομάζεται επιτόκιο αναφοράς(base or benchmark interest rate). Με άλλα λόγια, το ελάχιστο επιτόκιο που θα απαιτεί ο επενδυτής μας, είναι ίσο με το YTM για μία κυβερνητική ομολογία ίσης διάρκειας με αυτής του αξιογράφου που θέλουμε να επενδύσουμε.
- Η διαφορά που παρουσιάζει το επιτόκιο ενός οποιουδήποτε ομολόγου(κρατικού ή μη) από το benchmark επιτόκιο ενός άλλου ομολόγου (που συνήθως είναι τα US Treasuries και τα German bonds, για τις ΗΠΑ και την Ευρώπη αντίστοιχα), ονομάζεται spread ή yield spread. Για παράδειγμα, στις 30 Μάρτιου του 2012 η απόδοση ενός 10ετους (ΑΑ) corporate bond είναι 3,30% ενώ η αντίστοιχη απόδοση του 10ετούς Treasury bond είναι 2,17%. Άρα, το yield spread θα είναι 3,30-2,17= 1,13% ή 113 πόντους βάσης(basis points). Αυτή η διαφορά καλείται risk premium, και ουσιαστικά αντανακλά τον πρόσθετο κίνδυνο που αναλαμβάνει ο επενδυτής αγοράζοντας το συγκεκριμένο ομόλογο. Προφανώς, όσο μεγαλύτερο είναι το risk premium τόσο πιο αναξιόπιστος είναι ο εκδότης του αντίστοιχου ομολόγου.

Yield spreads της Ελλάδας σε b.p, πριν και μετά την κρίση.



Source: ECB Statistical Data Warehouse

Yield spreads %, των χωρών της Ευρωπαϊκής Ένωσης, πριν και μετά την κρίση.



πηγή: Datastream/Thomson financial

Δομή λήξεων επιτοκίων και καμπύλη αποδόσεων(term structure and yield curve)

- Η δομή λήξεων επιτοκίων είναι η σχέση μεταξύ των τρεχόντων αποδόσεων (spot rates) των ομολόγων και της διάρκειας λήξης (time to maturity) τους, ή διαφορετικά η σχέση μεταξύ βραχυχρόνιων και μακροχρόνιων επιτοκίων.

- Ως τρέχων επιτόκιο μιας n περιόδου, ορίζουμε το παρών επιτόκιο για ένα δάνειο που έχει σκοπό να αποπληρωθεί σε n περιόδους. Τα spot rates προσδιορίζονται από τις τιμές των ομολογιών χωρίς τοκομερίδιο.

- Η καμπύλη αποδόσεων είναι η γραφική απεικόνιση της δομής λήξεων επιτοκίων.

- Η κανονική καμπύλη (normal) έχει ανοδική κλίση (upward sloping). Οι μακροπρόθεσμες αποδόσεις ομολόγων (long term yields) είναι μεγαλύτερες από τις βραχυπρόθεσμες (short term yields). Αυτό δικαιολογείται από το γεγονός ότι τα βραχυχρόνια αξιόγραφα είναι λιγότερο επικίνδυνα από τα μακροχρόνια.

Δομή λήξεων επιτοκίων και καμπύλη αποδόσεων(term structure and yield curve)

- Η ανεστραμμένη καμπύλη (inverted) έχει καθοδική κλίση (downward sloping). Οι αποδόσεις ομολόγων μεγάλης ληκτότητας είναι μικρότερες από τα βραχυχρόνια λήξης αξιόγραφα. Πρόκειται για την σπάνια περίπτωση.

- ❑ Η καμπύλη αποδόσεων που υποθέσαμε δεν λαμβάνει υπ όψιν δύο ισχυρά χαρακτηριστικά των ομολόγων, τα οποία είναι α) τα περιοδικά τοκομερίδια και β) τις διάφορες κατηγορίες του ρίσκου που είναι συνδεδεμένες με τα ομόλογα (π.χ κίνδυνος πτώχευσης).

- ❑ Συνεπώς, η καμπύλη αποδόσεων έχει ισχύ για όλα τα ομόλογα μηδενικού τοκομεριδίου τα οποία ανήκουν στην ίδια κατηγορία ρίσκου.

- ❑ Όμως τι είναι αυτό που προσδιορίζει το σχήμα της καμπύλης αποδόσεων. Για να απαντήσουμε θα πρέπει να εξετάσουμε από ποιους παράγοντες προσδιορίζεται το επιτόκιο της αγοράς.

Παράγοντες που οδηγούν το επιτόκιο αγοράς(market interest rate)

- Το ονομαστικό επιτόκιο(nominal interest rate) προσδιορίζεται από την παρακάτω σχέση:
- r= r*+IP+DRP+LP+MRP, όπου:
- r* : πραγματικό επιτόκιο. Ουσιαστικά είναι το επιτόκιο για ένα αξιόγραφο μηδενικού κινδύνου (π.χ US Treasury), χωρίς να λαμβάνεται υπ ’όψιν το επίπεδο του πληθωρισμού.
- IP (inflation premium): μέσο αναμενόμενο επίπεδο του πληθωρισμού κατά τη διάρκεια ζωής του αξιογράφου.
- DRP(default risk premium):Αντανακλά την πιθανότητα ότι ο εκδότης του ομολόγου δεν θα πληρώσει το τοκομερίδιο ή ακόμα και ολόκληρο το κεφάλαιο στη λήξη του. Το DRP είναι μηδέν για τα US treasuries, Όσο πιο αφερέγγυος είναι ο εκδότης του ομολόγου τόσο περισσότερο αυξάνεται και το default premium.
- LP (liquidity premium): Είναι το premium που χρεώνει ο δανειστής, όταν το αξιόγραφο δεν μπορεί να μετατραπεί σε μετρητά σε μία λογική τιμή. Το premium αυτό είναι πολύ μικρό για ομόλογα που εκδίδονται από κράτη ή μεγάλες επιχειρήσεις, αλλά αυξάνει όσο πιο μικρή είναι η επιχείρηση.
- MRP(maturity risk premium): Τα μακροχρόνια ομόλογα εμπεριέχουν μεγαλύτερο κίνδυνο από τα βραχυχρόνια και αυτό γιατί μία αύξηση στο επίπεδο του πληθωρισμού θα οδηγήσει σε αύξηση των επιτοκίων επομένως σε μείωση της τιμής του ομολόγου. Το premium αυτό αντανακλά τον κίνδυνο αυτό.

- Το MRP είναι πάντα θετικό, επομένως τα μακροπρόθεσμα ομόλογα θα έχουν μεγαλύτερο επιτόκιο από τα βραχυπρόθεσμα (κάτι που συνεπάγεται ανοδική καμπύλη). Ωστόσο, από την προηγούμενη σχέση είδαμε ότι το MRP είναι ένας μόνο από τους παράγοντες που επηρεάζουν τα επιτόκια.

- Θα εξετάσουμε την περίπτωση των κρατικών ομολόγων όπου το DRP και το LP είναι μηδέν. Επομένως, το επίπεδο των επιτοκίων εξαρτάται εκτός από το MRP και από το αναμενόμενο επίπεδο πληθωρισμού (IP), δηλαδή θα είναι:

  T-bond yield=r* + IP + MRP.

- Αν το επίπεδο του πληθωρισμού αναμένεται να αυξηθεί, τότε τα μακροπρόθεσμα ομόλογα θα έχουν υψηλότερες αποδόσεις, επομένως θα έχουμε μία ανοδική καμπύλη αποδόσεων. Αντίθετα, αν αναμένεται να υπάρξει αρνητικός ρυθμός ανάπτυξης στην οικονομία, το επίπεδο του πληθωρισμού θα αναμένεται να μειωθεί, επομένως τα μακροπρόθεσμα ομόλογα θα έχουν χαμηλότερες αποδόσεις από τα βραχυπρόθεσμα (ανεστραμμένη καμπύλη αποδόσεων).

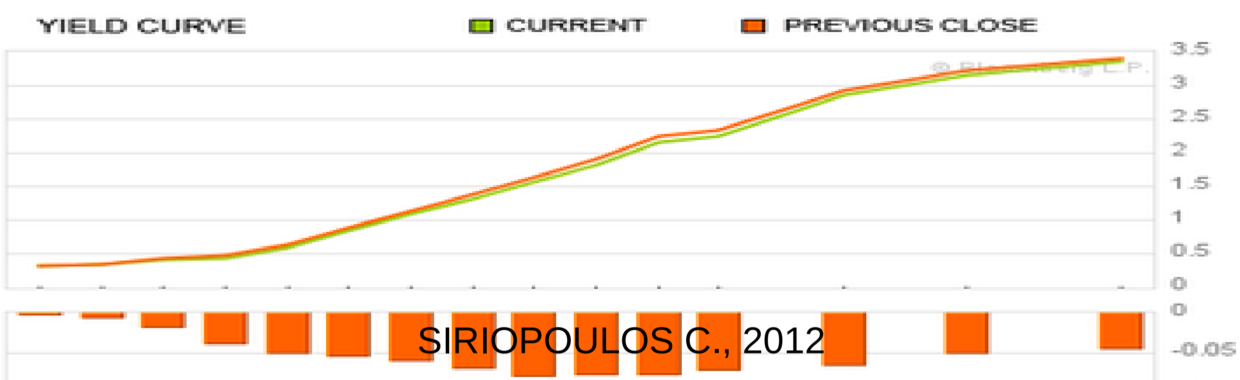
Απεικόνιση της καμπύλης αποδόσεων για τα βρετανικά κυβερνητικά ομόλογα (πηγή Bloomberg).

Government Bonds

U.S. | UK | Germany | Japan | Hong Kong | Australia | Brazil

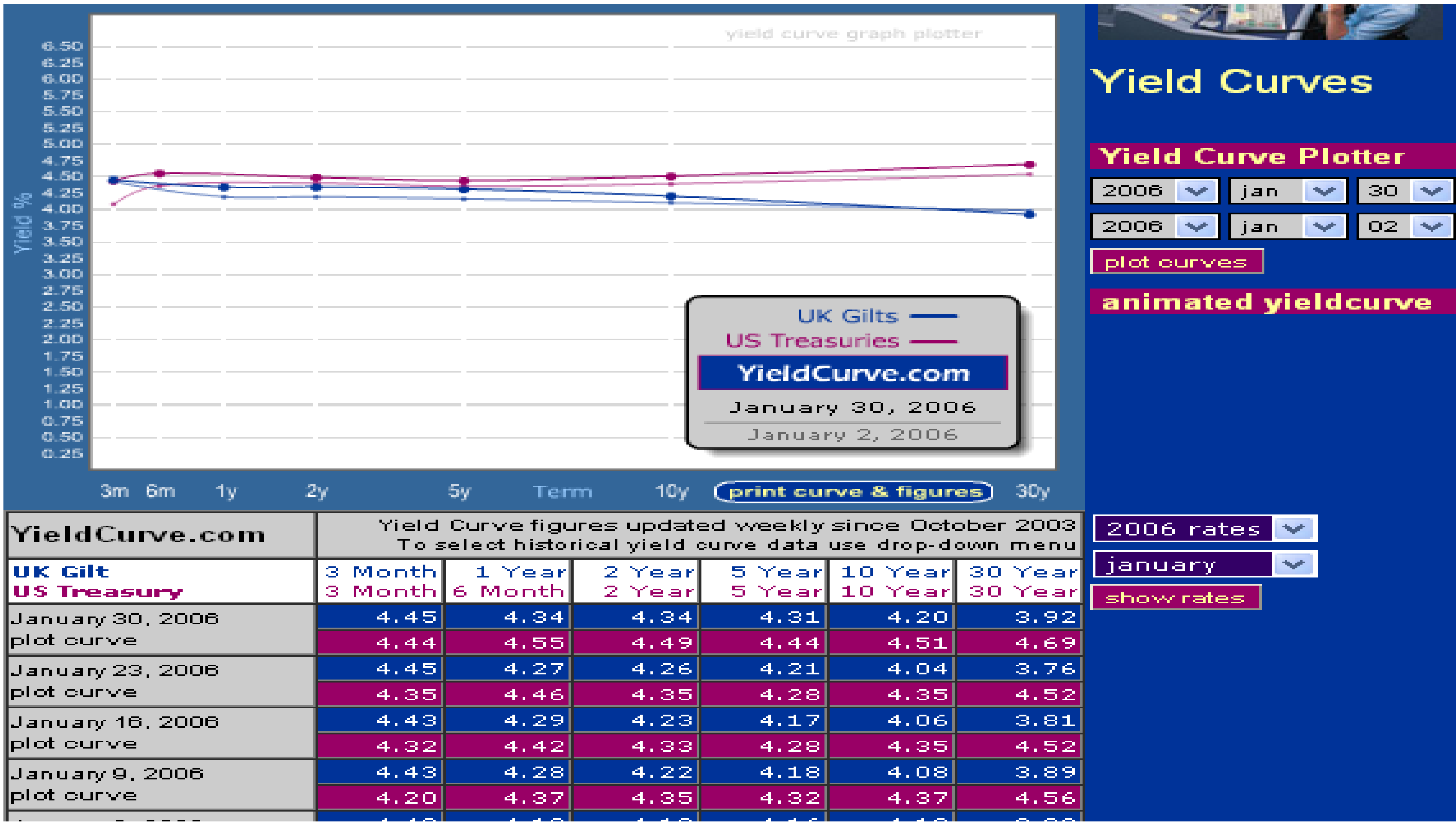
U.K. Government Bonds

	COUPON	MATURITY	PRICE/YIELD	PRICE/YIELD CHANGE	TIME
3-Month	0.000	06/25/2012	99.92 / 0.37	0.002 / -0.003	16:00
6-Month	0.000	09/24/2012	99.82 / 0.39	0.003 / -0.005	16:00
1-Year	4.500	03/07/2013	103.83 / 0.44	0.010 / -0.022	11:59
2-Year	2.250	03/07/2014	103.49 / 0.45	0.070 / -0.038	11:59
3-Year	2.750	01/22/2015	106.03 / 0.59	0.140 / -0.050	12:00
4-Year	2.000	01/22/2016	104.35 / 0.84	0.205 / -0.054	11:59
5-Year	1.750	01/22/2017	103.10 / 1.09	0.285 / -0.060	11:59
6-Year	5.000	03/07/2018	120.99 / 1.32	0.440 / -0.071	11:59
7-Year	4.500	03/07/2019	119.24 / 1.57	0.570 / -0.080	11:59
8-Year	4.750	03/07/2020	121.49 / 1.83	0.620 / -0.076	11:59
9-Year	3.750	09/07/2021	113.44 / 2.17	0.685 / -0.076	11:59
10-Year	4.000	03/07/2022	115.42 / 2.26	0.685 / -0.072	11:59
15-Year	4.250	12/07/2027	117.27 / 2.88	0.905 / -0.066	11:59
20-Year	4.250	06/07/2032	116.02 / 3.17	0.805 / -0.050	11:59
30-Year	4.500	12/07/2042	121.49 / 3.37	0.960 / -0.044	11:59



Εδώ παρουσιάζεται η καμπύλη αποδόσεων για τα US Treasuries και τα UK gilts για το έτος 2006. Παρατηρήστε ότι τα βρετανικά ομόλογα παρουσιάζουν μία **<u>ανεστραμμένη καμπύλη αποδόσεων</u>**, κάτι το οποίο μπορεί να ερμηνευθεί <u>ενδεχομένως</u> και ως αρνητικές προσδοκίες σχετικά με το επίπεδο της οικονομίας στο μέλλον (από θεωρία προσδοκιών), οι οποίες επιβεβαιώθηκαν 2 χρόνια αργότερα.

(πηγή διαγράμματος: www.yieldcurve.com)



YieldCurve.com	Yield Curve figures updated weekly since October 2003 To select historical yield curve data use drop-down menu					
UK Gilt US Treasury	3 Month 3 Month	1 Year 6 Month	2 Year 2 Year	5 Year 5 Year	10 Year 10 Year	30 Year 30 Year
January 30, 2006 plot curve	4.45 4.44	4.34 4.55	4.34 4.49	4.31 4.44	4.20 4.51	3.92 4.69
January 23, 2006 plot curve	4.45 4.35	4.27 4.46	4.26 4.35	4.21 4.28	4.04 4.35	3.76 4.52
January 16, 2006 plot curve	4.43 4.32	4.29 4.42	4.23 4.33	4.17 4.28	4.06 4.35	3.81 4.52
January 9, 2006 plot curve	4.43 4.20	4.28 4.37	4.22 4.35	4.18 4.32	4.08 4.37	3.89 4.56

Διάρκεια(Duration)

Για τον υπολογισμό της μεταβολής της τιμής για μικρές μεταβολές του y, παραγωγίζουμε την (1) ως προς y. Δηλαδή:

$$B = \frac{c}{1+y} + \frac{c}{(1+y)^2} + \ldots \frac{M}{(1+y)^n} \Rightarrow \frac{dB}{dy} = \frac{(-1)*c}{(1+y)^2} + \frac{(-2)*c}{(1+y)^3} + \ldots \frac{(-n)*M}{(1+y)^{n+1}} = \frac{-1}{1+y}\left[\frac{1c}{1+y} + \frac{2c}{(1+y)^2} + \ldots \frac{n*M}{(1+y)^n}\right]$$

Διαιρώντας με B και τα δύο μέλη, έχουμε:

$$\frac{dB}{dy} * \frac{1}{B} = \frac{-1}{1+y}\left[\frac{1c}{1+y} + \frac{2c}{(1+y)^2} + \ldots \frac{n*M}{(1+y)^n}\right] * \frac{1}{B}$$

Η σχέση στις αγκύλες είναι γνωστή ως Macaulay Duration. Με αναδιάταξη των όρων από την προηγούμενη ισότητα προκύπτει ότι

$$\frac{dB}{B} = -\left[\sum_{t=1}^{n} \frac{tc}{(1+y)^t} + \frac{n*M}{(1+y)^n}\right] * \frac{dy}{1+y}$$

Διάρκεια(Duration)

- Θα θεωρούμε την μετατόπιση της καμπύλης αποδόσεων(yield curve) ως την αλλαγή στις μελλοντικές προσδοκίες σχετικά με το επίπεδο των επιτοκίων. Η αλλαγή αυτή του επιτοκίου έχει ως αποτέλεσμα την αλλαγή της τιμής του ομολόγου.
- Ονομάζουμε duration, το μέτρο της ευαισθησίας της τιμής του ομολόγου (πόσο γρήγορα ή όχι αλλάζει η τιμή), σε μία μεταβολή των επιτοκίων και το εκφράζουμε όπως δείξαμε προηγουμένως ως:
- $$\frac{dB_0}{B_0} = -D\frac{dy}{1+y} \qquad (2)$$

το πρώτο μέλος συμβολίζει τη μεταβολή στην τιμή εξαιτίας της μεταβολής των επιτοκίων, ενώ με D συμβολίζεται η Macaulay duration.

- Επίσης υπάρχει και ο τύπος της τροποποιημένης διάρκειας(modified duration), που συμβολίζεται ως:

$$D_{\mathrm{mod}} = \frac{D}{1+y}$$

Διάρκεια(Duration)

- Η διάρκεια μετριέται σε χρόνια. Για όλα τα ομόλογα, εκτός από τα μηδενικού τοκομεριδίου (όπου D=maturity), η διάρκεια είναι μικρότερη της ημερομηνίας λήξης του ομολόγου.

Παράδειγμα 1:

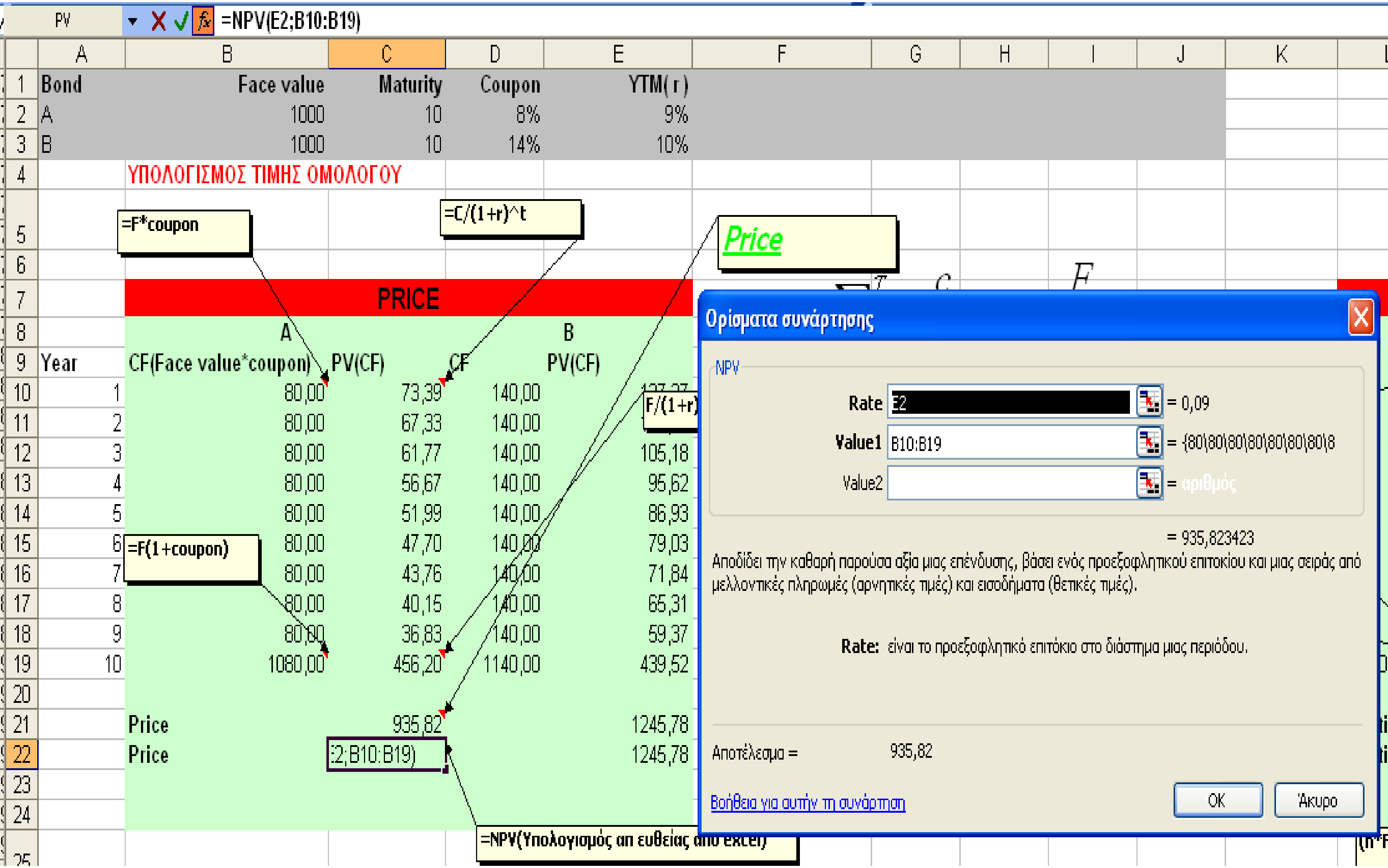
Ποια θα είναι η μεταβολή της τιμής ενός ομολόγου B=935.82, Macaulay διάρκεια 7.15, και YTM=9% δεδομένου ότι το επίπεδο των επιτοκίων αυξάνει κατά 70 πόντους βάσης (basis points)? Λύνοντας την (2) ως προς dB θα έχουμε:

$$dB_0 = \frac{-D * dy * Bo}{1+y} = -42{,}95$$

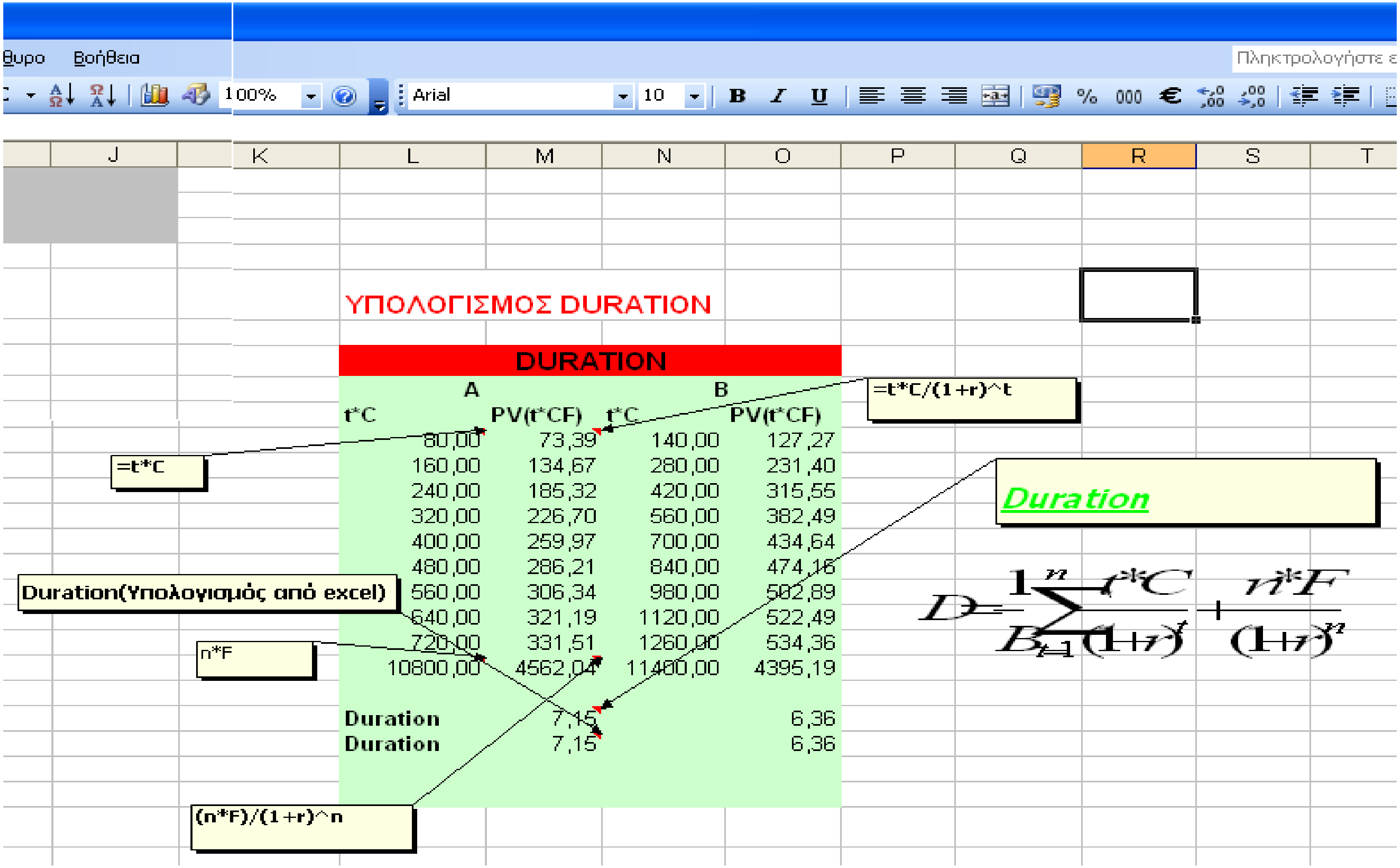
Παράδειγμα 2:

Ποια θα είναι η μεταβολή της τιμής ενός ομολόγου B=935.82, Modified διάρκεια 7.15, δεδομένου ότι το επίπεδο των επιτοκίων μειώνεται κατά 70 πόντους βάσης (basis points). Ή απόδοση στη λήξη ισούται με 9%. Λύνοντας την (2) και αντικαθιστώντας όπου $D=D_{mod}(1+y)$, θα έχουμε:

$$dB_0 = -D_{\mathrm{mod}} dy * B_o = 46{,}84$$



=NPV(E2;B10:B19)
Bond Face value Maturity Coupon YTM(r)
A 1000 10 8% 9%
B 1000 10 14% 10%
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΙΜΗΣ ΟΜΟΛΟΓΟΥ
=F*coupon
=C/(1+r)^t
Price
PRICE
A
B
Year CF(Face value*coupon) PV(CF) CF PV(CF)
1 80,00 73,39 140,00
2 80,00 67,33 140,00
3 80,00 61,77 140,00 105,18
4 80,00 56,67 140,00 95,62
5 80,00 51,99 140,00 86,93
6 80,00 47,70 140,00 79,03
7 80,00 43,76 140,00 71,84
8 80,00 40,15 140,00 65,31
9 80,00 36,83 140,00 59,37
10 1080,00 456,20 1140,00 439,52
=F(1+coupon)
F/(1+r)
Price 935,82 1245,78
Price :2;B10:B19) 1245,78
=NPV(Υπολογισμός απ ευθείας από excel)
Ορίσματα συνάρτησης
NPV
Rate E2 = 0,09
Value1 B10:B19 = {80\80\80\80\80\80\80\8
Value2 = αριθμός
= 935,823423
Αποδίδει την καθαρή παρούσα αξία μιας επένδυσης, βάσει ενός προεξοφλητικού επιτοκίου και μιας σειράς από μελλοντικές πληρωμές (αρνητικές τιμές) και εισοδήματα (θετικές τιμές).
Rate: είναι το προεξοφλητικό επιτόκιο στο διάστημα μιας περιόδου.
Αποτέλεσμα = 935,82
Βοήθεια για αυτήν τη συνάρτηση
OK
Άκυρο



ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ DURATION

DURATION			
A		B	
t*C	PV(t*CF)	t*C	PV(t*CF)
80,00	73,39	140,00	127,27
160,00	134,67	280,00	231,40
240,00	185,32	420,00	315,55
320,00	226,70	560,00	382,49
400,00	259,97	700,00	434,64
480,00	286,21	840,00	474,16
560,00	306,34	980,00	502,89
640,00	321,19	1120,00	522,49
720,00	331,51	1260,00	534,36
10800,00	4562,04	11400,00	4395,19
Duration	7,15		6,36
Duration	7,15		6,36

$$D=\frac{1}{B}\sum_{t=1}^{n}\frac{t^{*}C}{(1+r)^{t}}+\frac{n^{*}F}{(1+r)^{n}}$$

- Δοκιμάζοντας στο excel, για διαφορετικά coupon rates και YTM θα παρατηρήσετε ότι η D επηρεάζεται από τους προηγούμενους παράγοντες με τον ακόλουθο τρόπο:
  - τοκομερίδιο. Μία αύξηση (μείωση)του τοκομεριδίου συνεπάγεται μείωση (αύξηση) της D.
  - επιτόκιο. Μία αύξηση (μείωση)του επιτοκίου συνεπάγεται μείωση (αύξηση) της D.
  - maturity. Όσο μεγαλύτερη είναι η διάρκεια λήξης του ομολόγου τόσο μεγαλύτερο είναι το D.

- Ένα σημαντικό μειονέκτημα του D, είναι ότι στηρίζεται στην υπόθεση της μεταβολής των επιτοκίων κατά 1 + i (δηλαδή κατά ένα μικρό ποσοστό).
- Το μέτρο D γίνεται εξαιρετικά αναποτελεσματικό για μεγάλες μεταβολές των επιτοκίων. Ένα μέτρο που έχει αναπτυχθεί για το λόγο αυτό είναι η κυρτότητα(convexity).

Κυρτότητα(Convexity)

- Ο όρος αυτός προκύπτει από το γεγονός ότι η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής προσεγγίζει μία μάλλον κυρτή (convex) παρά γραμμική συνάρτηση της μορφής 1+y όπως υποθέτει το D.
- Η δεύτερη παράγωγος της τιμής του ομολόγου ως προς y διαιρούμενη με την τιμή B ονομάζεται μέτρο κυρτότητας (convexity measure), και συμβολίζεται ως:
- Convexity measure= $\dfrac{d^2B}{dB^2} * \dfrac{1}{P}$
- ενώ η ποσοστιαία μεταβολή εξαιτίας της κυρτότητας ισούται με

$$\frac{dB}{B} = \frac{1}{2}(convexity \cdot measure)(dy)^2$$

- Η δεύτερη παράγωγος της σχέσης (1), γίνεται:

$$\frac{d^2B}{dB^2} = \sum_{t=1}^{n} \frac{t(t+1)C}{(1+y)^{t+2}} + \frac{n(n+1)F}{(1+y)^{n+2}} \qquad (6)$$

Ακολουθεί παράδειγμα για τον αναλυτικό υπολογισμό του convexity μιας ομολογίας με coupon 14%, YTM 8%,maturity 10 χρόνια και face value 1000€.

Αρχείο Επεξεργασία Προβολή Εισαγωγή Μορφή Εργαλεία Δεδομένα Παράθυρο Βοήθεια

H32

	A	B	C	D	E	F	G
1	**YTM**	8,00%					
2	**Coupon rate**	14,00%					
3	**Maturity**	10					
4	**Face value**	1000,00					
5							
6					**formula για duration**	**formula για convexity(με t)**	**formula για convexity(με t+2)**
7	**Year**	**CF**	**PV(CF)**	**C/(1+r)^t+2**	**t*PV(CF)**	**t*(t+1)*PV(CF)**	
8	1	140,00	129,63	131,63	129,63	259,26	263,26
9	2	140,00	120,03	122,03	240,05	720,16	732,16
10	3	140,00	111,14	113,14	333,41	1333,64	1357,64
11	4	140,00	102,90	104,90	411,62	2058,08	2098,08
12	5	140,00	95,28	97,28	476,41	2858,45	2918,45
13	6	140,00	88,22	90,22	529,34	3705,40	3789,40
14	7	140,00	81,69	83,69	571,82	4574,56	4686,56
15	8	140,00	75,64	77,64	605,10	5445,91	5589,91
16	9	140,00	70,03	72,03	630,31	6303,14	6483,14
17	10	1140,00	528,04	530,04	5280,41	58084,46	58304,46
18			**Price**		**Duration**	**Convexity**	**Convexity 2**
19							
20			1402,60		6,57	60,85	61,47
21						30,42	30,74

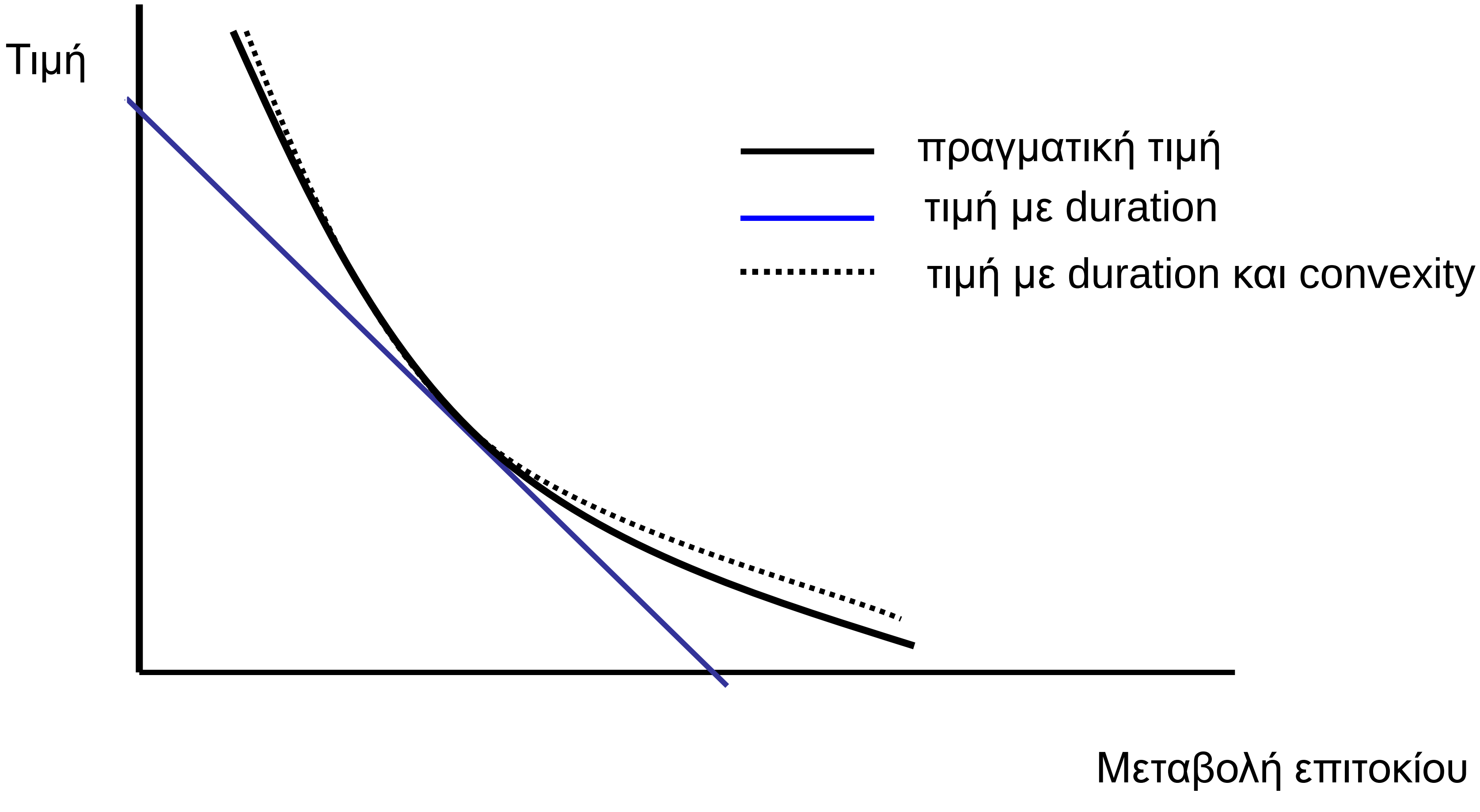
χρησιμεύει για την εύρεση του convexity από G6 μέχρι G17.

=D8*A8*(A8+1)

convexity formula:

$$\frac{dB}{B}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{B}\sum_{t=1}^{n}\frac{t(t+1)*C}{(1+r)^{t+2}}+\frac{n(N+1)*F}{(1+r)^{n+2}}\right]$$

Κυρτότητα(Convexity)

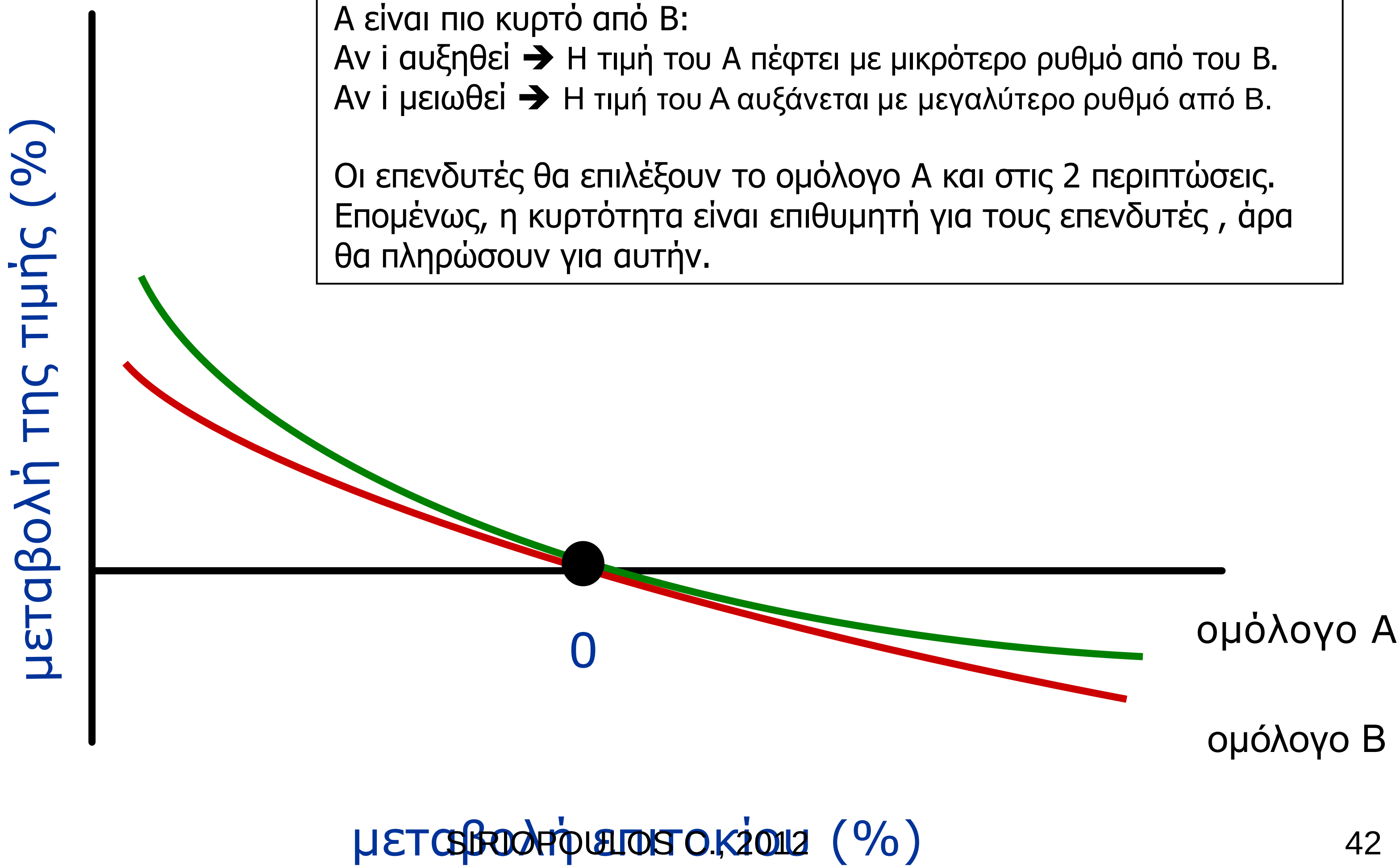


Στρατηγική βασισμένη στην κυρτότητα

Κυρτότητα για δύο ομόλογα. Ποιο είναι προτιμότερο?

Α είναι πιο κυρτό από Β:
Αν i αυξηθεί ➔ Η τιμή του Α πέφτει με μικρότερο ρυθμό από του Β.
Αν i μειωθεί ➔ Η τιμή του Α αυξάνεται με μεγαλύτερο ρυθμό από Β.

Οι επενδυτές θα επιλέξουν το ομόλογο Α και στις 2 περιπτώσεις. Επομένως, η κυρτότητα είναι επιθυμητή για τους επενδυτές , άρα θα πληρώσουν για αυτήν.



Term structure theories
Θεωρία προσδοκιών(expectations theory)

- Ας υποθέσουμε ότι ένας επενδυτής επιθυμεί να κάνει μία επένδυση διάρκειας ενός έτους. Οι επιλογές που έχει είναι οι εξής:

1. να αγοράσει μια 6-μηνη ομολογία τον με τρέχων επιτόκιο r_{01}, και να ψάξει για άλλη μία 6-μηνη ομολογία r_{12} με επιτόκιο που δεν γνωρίζει από σήμερα. Έστω r_{01}=10% και r_{12} το επιτόκιο που προεξοφλεί (περιμένει) ο επενδυτής μας ότι θα είναι ίσο με $E(r_{12})$=16%.

2. να αγοράσει μία ομολογία ενός έτους με επιτόκιο r_{02}= 0.12%.

- Σύμφωνα με την 1η στρατηγική θα έχουμε:
  $(1+ r_{01}/2)(1+ E(r_{12})/2) -1 = (1+ 0.10/2)(1+0,16/2) -1 = 13.4\%$

  Σύμφωνα με την 2η στρατηγική θα έχουμε:
  $(1+ r_{02}/2)^2 -1 = (1+ 0.12/2)^2 -1 = 12.4\%$.

Term structure theories
Θεωρία προσδοκιών(expectations theory)

Οι επενδυτές είναι αδιάφοροι προς το ρίσκο(risk neutrals), επομένως το μόνο για το οποίο ενδιαφέρονται είναι η υψηλότερη απόδοση. Στο παράδειγμα μας, $(1+ r_{02})^2 < (1+ r_{01})(1+ E(r_{12}))$, άρα ο επενδυτής μας θα διαλέξει την 1η στρατηγική που είναι πιο επικερδής

- Η απόλυτη ισορροπία κάτω από την θεωρία των προσδοκιών(<u>neutral expectations theory</u>), επιτυγχάνεται όταν

$$(1+ r_{02} /2)^2 = (1+ r_{01} /2)(1+ E(r_{12}) /2)$$

Δηλαδή, η απόδοση από την μακροχρόνια επένδυση r_{02} πρέπει να ισούται με την απόδοση που επιτυγχάνεται από την επένδυση στο ομόλογο του πρώτου εξαμήνου(r_{01}) και του δεύτερου εξαμήνου(r_{12}) <u>συνολικά.</u>

Υπολογισμός προθεσμιακών επιτοκίων

- Σύμφωνα με την θεωρία των προσδοκιών $E(r_{12})$= προθεσμιακό επιτόκιο = f_{12}. Η προηγούμενη σχέση επομένως μπορεί να γίνει κάτω από αυτήν την ισότητα:

  $(1+ r_{02} /2)^2 = (1+ r_{01} /2)(1+ f_{12} /2)$. (3)

  Λύνοντας ως προς f_{12}, μπορούμε να βρούμε το προθεσμιακό επιτόκιο (forward rate), βασιζόμενοι στα τρέχοντα επιτόκια.

- Τα προθεσμιακά επιτόκια μπορούν να υπολογιστούν για n περιόδους ως εξής;

$$f_n = \frac{(1+r_n)^n}{(1+r_{n-1})^{n-1}} - 1$$

Term structure theories
Θεωρία προσδοκιών(expectations theory)

- Η σχέση (3) υποδηλώνει ότι όταν οι αποδόσεις των μακροχρόνιων επιτοκίων είναι μικρότερες από τις βραχυχρόνιες ($r_{02} < r_{01}$), τότε $f_{12} > r_{01}$, δηλαδή τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια στο μέλλον αναμένεται να πέσουν, οδηγώντας σε μία ανεστραμμένη καμπύλη αποδόσεων.

  Όταν οι αποδόσεις των μακροχρόνιων επιτοκίων είναι μεγαλύτερες από αυτές των βραχυχρόνιων ($r_{02} > r_{01}$), τότε $f_{12} < r_{01}$, δηλαδή τα επιτόκια στο μέλλον αναμένεται να αυξηθούν, οδηγώντας σε μία ανοδική (κανονική) καμπύλη αποδόσεων.

- Όπως είδαμε, παρόλο που η θεωρία μπορεί να εξηγήσει οποιοδήποτε σχήμα της καμπύλης αποδόσεων, εντούτοις κάτω από τη συνθήκη ισορροπίας προβλέπει μία επίπεδη (flat) καμπύλη αποδόσεων (βραχυπρόθεσμα επιτόκια = μακροπρόθεσμα).

Term structure theories
Θεωρία της ρευστότητας(liquidity theory)

- Σύμφωνα με την θεωρία αυτή, οι επενδυτές απαιτούν μία επιπλέον απόδοση (risk premium) για να κρατήσουν ένα ομόλογο με χρονικό ορίζοντα διαφορετικό από αυτόν που προτιμούσαν κάτω από την θεωρία των προσδοκιών.
- Στην σχέση (3), υποθέτουμε τώρα ότι οι επενδυτές με βραχυπρόθεσμο ορίζοντα (2^o σκέλος της εξίσωσης) αποτελούν πλεόνασμα στην αγορά, λόγω του ότι οι βραχυπρόθεσμες επενδύσεις παρέχουν πολύ μικρό βαθμό οικονομικής αβεβαιότητας συγκριτικά με τις μακροπρόθεσμες. Επομένως, για να επιτευχθεί ισορροπία πρέπει να υπάρχει ένα κίνητρο που θα κάνει μέρος από αυτούς να αφήσουν το χαρτοφυλάκιο 2 και προτιμήσουν αυτό με μακροπρόθεσμο ορίζοντα (σκέλος 1^o).
- Επομένως η σχέση (3) κάτω από την θεωρία της ρευστότητας, και με την προσθήκη ενός παράγοντα λ που ονομάζεται liquidity premium, θα γίνει:

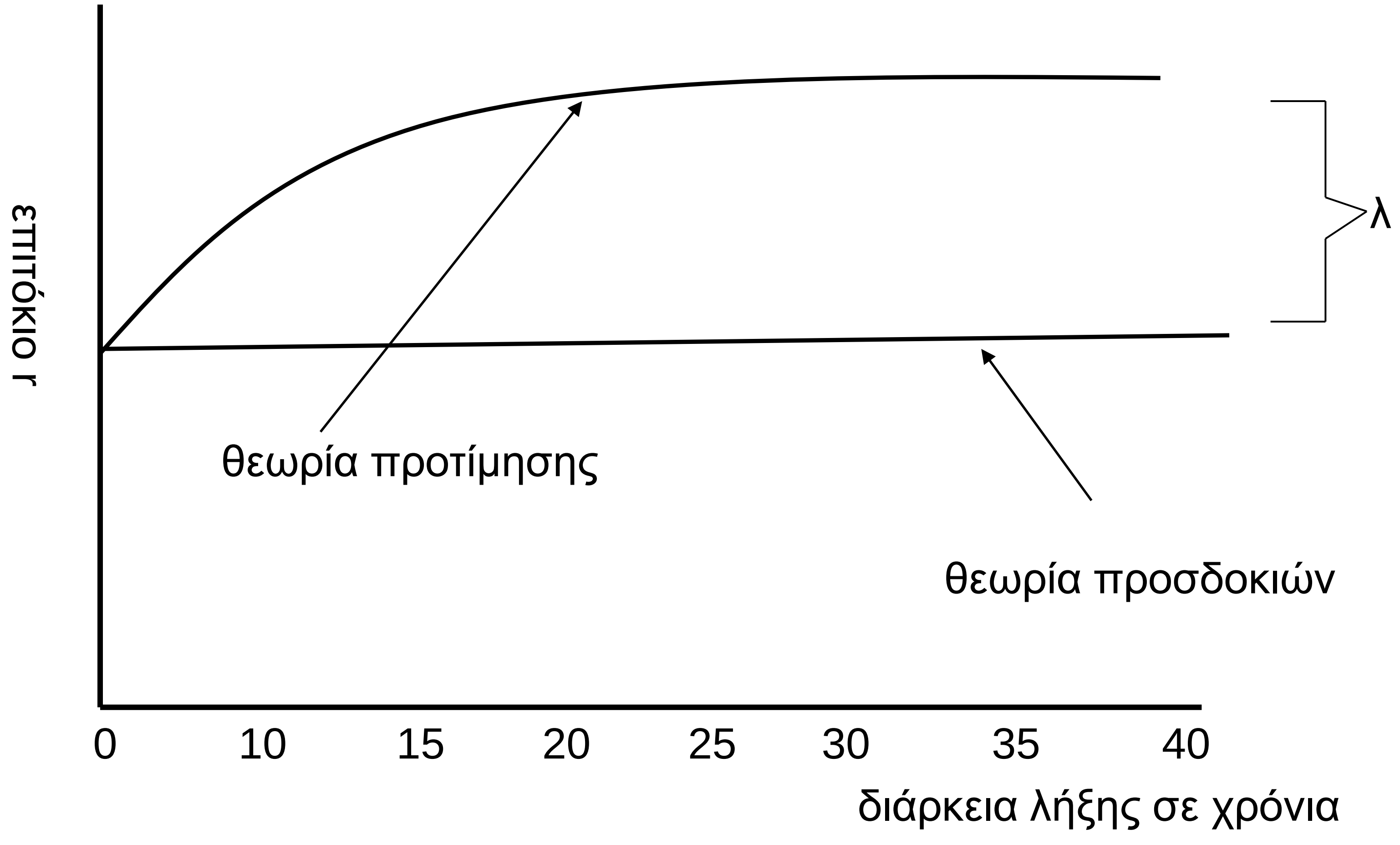
$$(1+ r_{02} /2)^2 = (1+ r_{01} /2)(1+ f_{12} /2) +\lambda.$$

Term structure theories
Θεωρία της ρευστότητας(liquidity theory)

- Όσο αυξάνεται η διάρκεια της λήξης του ομολόγου, τόσο μεγαλύτερος γίνεται και ο κίνδυνος σχετικά με τη μεταβολή των επιτοκίων και τον πληθωρισμό (interest rate and inflation risk), επομένως τόσο μεγαλύτερο premium θα απαιτούν οι επενδυτές.
- Συνεπώς, η θεωρία της προτίμησης διαφοροποιεί τα προηγούμενα συμπεράσματα-κάτω από τη θεωρία των προσδοκιών- σχετικά με το σχήμα της καμπύλης αποδόσεων. Αν υποθέσουμε ότι οι μελλοντικές προσδοκίες σχετικά με τα αναμενόμενα επιτόκια είναι ενθαρρυντικές (αύξηση επιτοκίων), και σε συνδυασμό με την παρουσία του παράγοντα λ (που είναι πάντα θετικός), θα έχουμε μία ανοδική καμπύλη αποδόσεων.

  Αν οι προσδοκίες της αγοράς προβλέπουν χαμηλότερο επίπεδο επιτοκίων, τότε αν η αύξηση του liquidity premium είναι μεγαλύτερη από την μείωση των επιτοκίων, θα έχουμε μία ανοδική καμπύλη, Σε αντίθετη περίπτωση, η καμπύλη θα είναι καθοδική.
- Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η διαφορετική μορφή της καμπύλης αποδόσεων κάτω από τις δύο προαναφερθείσες θεωρίες (υποθέτουμε μία αναμενόμενη αύξηση των επιτοκίων):

Term structure theories
Θεωρία της ρευστότητας(liquidity theory)



Term structure theories
Θεωρία της προτίμησης(preferred habitat)

- Σύμφωνα με την θεωρία αυτή, οι επενδυτές θα επιζητούν επιπλέον αποδόσεις (premiums), όπου υπάρχει ανεπαρκής ζήτηση.
- Επομένως, εάν υπάρχει έλλειμμα στους μακροπρόθεσμους επενδυτές, ένα premium θα πρέπει να υπάρχει ώστε να τους προσελκύσει. Κάτω από αυτήν τη υπόθεση, η θεωρία συμπίπτει με την θεωρία της ρευστότητας και η σχέση που ισχύει είναι η :

$(1+ r_{02} /2)^2 = (1+ r_{01} /2)(1+ f_{12} /2) +\lambda \qquad$ με $\lambda>0$

- Αντίθετα, εάν υπάρχει έλλειμμα στους βραχυπρόθεσμους επενδυτές, τότε premium θα πρέπει να δοθεί ώστε να τους προσελκύσει. Με άλλα λόγια, το να κρατήσει ένας επενδυτής το ομόλογο r_{02} θα είναι ζημιογόνο σε σχέση με το ομόλογο δύο διαδοχικών περιόδων (r_{01} και f_{12}). Κάτω από αυτήν τη υπόθεση, η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$(1+ r_{02} /2)^2 = (1+ r_{01} /2)(1+ f_{12} /2) +\lambda \qquad$ με $\lambda<0$

Term structure theories
Θεωρία τμηματοποίησης της αγοράς(Segmented Market Theory)

- Αν η θεωρία της προτίμησης ισχύει, τότε τα premiums μπορεί να είναι είτε αρνητικά είτε θετικά, επομένως δεν μπορεί να υπάρξει ασφαλές συμπέρασμα για τα μελλοντικά επιτόκια παρατηρώντας την καμπύλη αποδόσεων.

- Οι τρεις προηγούμενες θεωρίες έχουν ως κοινό στοιχείο το γεγονός ότι εξηγούν το σχήμα της καμπύλης αποδόσεων με βάση τα τρέχοντα επιτόκια μίας περιόδου και τις μεταβολές στις αποδόσεις των χαρτοφυλακίων. Αντίθετα, στην παρούσα θεωρία, οι επενδυτές/εκδότες ομολόγων δείχνουν αποστροφή στο κίνδυνο (risk averse) και επομένως η επιλογή της στρατηγικής τους εξαρτάται καθαρά από την διάρκεια λήξης του ομολόγου (i.e ανάλογα με το αν προτιμούν βραχυπρόθεσμο ή μακροχρόνιο ορίζοντα επένδυσης). Οποιαδήποτε μεταβολή στις αποδόσεις των χαρτοφυλακίων (όπως αυτές που είδαμε προηγουμένως) θα τους αφήσει αδιάφορους.
- Ακολουθεί ένα παράδειγμα τόσο από την πλευρά των μακροπρόθεσμων όσο και από αυτήν των βραχυπρόθεσμων επενδυτών.

Term structure theories
Θεωρία τμηματοποίησης της αγοράς(Segmented Market Theory)

- Ας εξετάσουμε πρώτα την θεωρία από την σκοπιά των εκδοτών μακροχρόνιου χρέους. Η κατασκευή μιας βιομηχανικής μονάδας η γενικά οποιασδήποτε φυσικής εγκατάστασης, αποτελεί ένα τεράστιο έξοδο για οποιαδήποτε επιχείρηση. Αυτές οι κατασκευές έχουν μακρά διάρκεια ζωής επομένως η επιχείρηση θα θέλει να πληρώνει για αυτές τις κατασκευές για μία αντίστοιχα μακρά περίοδο. Αυτό μπορούν να το επιτύχουν εκδίδοντας δάνειο πολλών ετών, κάτι το οποίο καθιστά τα κόστη τους γνωστά εκ των προτέρων.
- Αντίθετα, οι επιχειρήσεις έχουν επίσης ένα μεγάλο αριθμό βραχυπρόθεσμων υποχρεώσεων όπως πληρωμές φόρων, μισθούς κ.τ.λ. Οι επιχειρήσεις αυτές μπορούν να επιτύχουν την περιοδική πληρωμή των υποχρεώσεων αυτών αγοράζοντας βραχυπρόθεσμα ομόλογα με διάρκεια λήξης την ημερομηνία πληρωμής των υποχρεώσεων τους (συνήθως μέχρι ένα έτος). Αγοράζοντας βραχυπρόθεσμο χρέος απαλλάσσονται από τον κίνδυνο μεταβολής των επιτοκίων (που θα ήταν αναγκασμένοι να υποστούν αν επέλεγαν μακροπρόθεσμο δανεισμό), επομένως είναι σίγουροι ότι θα είναι συνεπείς στις υποχρεώσεις τους.
- Και στις δύο περιπτώσεις οι επενδυτές αδιαφορούν για την επιπλέον απόδοση που μπορεί να προσφέρει ένα χαρτοφυλάκιο και το μόνο για το οποίο ενδιαφέρονται είναι ο χρονικός ορίζοντας του λήξης του ομολόγου να ανταποκρίνεται στις ανάγκες των υποχρεώσεων τους.

Διαχείριση Χαρτοφυλακίου. Ανοσοποίηση(Immunization)

- Οι μετατοπίσεις της καμπύλης αποδόσεων , ως αποτέλεσμα της μεταβολής των επιτοκίων, θεωρείται από τους διαχειριστές χαρτοφυλακίου ομολόγων ως μία τεράστια πηγή κινδύνου. Προκειμένου να εξασφαλίσουν ότι το χαρτοφυλάκιο ομολόγων μένει ανεπηρέαστο από τις αλλαγές στα επιτόκια, ακολουθούν μία συγκεκριμένη στρατηγική που καλείται ανοσοποίηση (immunization).
- Είδαμε προηγουμένως ότι η διάρκεια είναι το μέτρο ευαισθησίας της τιμής του ομολόγου σε μία μεταβολή των επιτοκίων. Η τεχνική της ανοσοποίησης επιχειρεί να εξαλείψει την ευαισθησία της τιμής σε αλλαγές των επιτοκίων, <u>αντιστοιχώντας (matching) την διάρκεια του χαρτοφυλακίου ομολόγων με την διάρκεια της υποχρέωσης μας(obligation).</u>
- Ας υποθέσουμε ότι πρέπει να ανταποκριθούμε σε μία υποχρέωση σε n=5 , αγοράζοντας ένα ομόλογο λήξης άνω των 5 ετών. Αν υποθέσουμε μία αύξηση (μείωση) των επιτοκίων , τότε στο τέλος του n=5, η αξία του εισοδήματος από επανεπένδυση των κουπονιών θα έχει αυξηθεί (ευνοϊκότερα επιτόκια), αλλά η αξία του ομολόγου θα έχει πέσει (ανέβει). Επομένως, οι δύο πηγές εισοδήματος δρουν σε αντίθετες κατευθύνσεις, με αποτέλεσμα να υπάρχει ο κίνδυνος (ανάλογα με το ποια επιρροή είναι πιο ισχυρή), η υποχρέωση μας να μην καλυφθεί.
- Επιλέγοντας ένα χαρτοφυλάκιο ομολόγων σύμφωνα με την αρχή που περιγράψαμε προηγουμένως, εξασφαλίζει ότι οι δύο προηγούμενες επιρροές αλληλοεξουδετερώνονται. Ας δούμε αναλυτικά πως δουλεύει η τεχνική της ανοσοποίησης στο παράδειγμα που ακολουθεί:

immunization (παράδειγμα)

Έστω ότι ένας ασφαλιστικός οργανισμός που έχει 10-ετής υποχρέωση αξίας 2200€,με τρέχον επιτόκιο (YTM) 8%. Ο σκοπός μας είναι η ανοσοποίηση της υποχρέωσης αυτής σε αυτό το επιτόκιο, με συνδυασμό ομολόγων διαφορετικής ληκτότητας, έτσι ώστε να προστατευτεί από μία μεταβολή των επιτοκίων στο μέλλον.

Θεωρούμε ότι έχουμε 3 ομόλογα:

1^{ο} ομόλογο θα έχει coupon rate 7%,maturity 10 χρόνια, το 2^{ο} θα έχει coupon rate 5,40% και maturity 15 χρόνια ενώ το 3^{ο} θα έχει coupon rate 4% και maturity 30 χρόνια. Για κάθε ομόλογο το face value είναι 1000€.

Η διαδικασία έχει ως εξής:

1)Υπολογίζουμε την τιμή κάθε ομολόγου με το γνωστό τύπο.

2)Προκειμένου να βρούμε την ποσότητα του ομολόγου που αντιστοιχεί στην παρούσα αξία της υποχρέωσης μας (1019,03€ στο παράδειγμα μας), διαιρούμε την παρούσα αξία της υποχρέωσης μας με την τιμή του ομολόγου και ο συντελεστής που θα προκύψει πολλαπλασιάζεται επί την ονομαστική άξια του ομολόγου. Στο παράδειγμα μας, για το ομόλογο 1 χρειάζεται να αγοράσουμε 1092,32€ προκειμένου να αγοράσουμε 1019,03€ της υποχρέωσης μας.

3)Βρίσκουμε το duration κάθε ομολόγου.

4) Βρίσκουμε την αξία κάθε ομολόγου στην λήξη της υποχρέωσης μας (n=10 χρόνια στο παράδειγμα μας)

immunization (παράδειγμα)

Έστω για παράδειγμα ότι θέλουμε να βρούμε το συνολικό εισόδημα που προκύπτει από το 2 ομόλογο (με n=15) στο έτος n=10. θα έχουμε :

$$\sum_{t=1}^{t=10} 54(1+0,08)^t + \left[\sum_{t=1}^{t=5} \frac{54}{(1+0,08)^t} + \frac{1000}{(1+0,08)^5}\right] = 896,19 + 782,27 = 1678,46$$

Ο πρώτος όρος είναι η μελλοντική αξία από την επανεπένδυση των περιοδικών κουπονιών και ο δεύτερος όρος είναι η τιμή του ομολόγου στον έτος 10, δηλαδή 5 χρόνια πριν την λήξη του ομολόγου αυτού. Παρατηρήστε ότι η τιμή του ομολόγου όπως δηλώνεται από τον δεύτερο όρο είναι μικρότερη της ονομαστικής αξίας του καθώς coupon rate < YTM.

5)Βρίσκουμε το συνολικό εισόδημα που θα έχουμε στην λήξη της υποχρέωσης μας, πολλαπλασιάζοντας το συντελεστή του βήματος 2 με το αποτέλεσμα του βήματος 4. Για το ομόλογο 2 η ποσότητα που θα έχουμε στο 10 έτος θα είναι ίση με 1,311*1678,46=2200.€

6)Προκειμένου να φτιάξουμε ένα χαρτοφυλάκιο ομολόγων που να προστατεύει την επιχείρηση μας από ενδεχόμενη μεταβολή των επιτοκίων , πρέπει το duration του χαρτοφυλακίου μας να είναι ίσο με την διάρκεια της υποχρέωσης. Στο παράδειγμα μας, έστω ότι θέλουμε να συμπεριλάβουμε στο χαρτοφυλάκιο μας τα ομόλογα 1 και 3. Επομένως θα έχουμε:

$w_1 * D_1 + (1-w_1) * D_3 = 10$ όπου $w_1 + w_3 = 1$ και βρίσκουμε τα weights 1 και 3.

7)Αντικαθιστούμε στην προηγούμενη σχέση προκειμένου να βρούμε την αξία του χαρτοφυλακίου μας στο έτος 10.

Διαδικασία ανοσοποίησης με YTM αμετάβλητο στο 8%. Παρατηρήστε ότι οποιοδήποτε από τα 3 ομόλογα αγοράσουμε σήμερα, παρέχει απόλυτη κάλυψη της υποχρέωσης μας μετά από 10 χρόνια καθώς η αξία που θα μας δίνει θα ισούται με την αξία της υποχρέωσης μας (2200€).

3	BOND PRICE			
4		Bond 1	Bond 2	Bond 3
5	Coupon rate	7,00%	5,40%	4,00%
6	Maturity	10	15	30
7	Face value	1000,00	1000,00	1000,00
8	Yield to maturity	8,00%	8,00%	8,00%
9				
10	PV of the bond	469,71 €	462,21 €	450,31 €
11	Bond price	932,90	777,45	549,69
12	συντελεστης(PV of obligation/bond price)	1,092	1,311	1,854
13	συντελεστης * face value of the bond	1092,32	1310,72	1853,82
14				
15				
16	Duration	7,42	10,00	13,77

B_0=PV + F/(1+r)^n

=DURATION(TODAY(),EDATE(TODAY(),12*B3),B2,B5,1)

=τιμή του ομολόγου στην λήξη της υποχρέωσης n=10

23	V_0=Present value of obligation at 8%	1019,03		
24	Obligation maturity	10		
25	YIELD TO MATURITY	8,00%		
26	future value of Q_0 (Obligation)	2200,00		
30		Bond 1	Bond 2	Bond 3
31	Bond price at maturity of obligation(n=10)	1000,00	896,19	607,27
32	Future value of reinvested coupons	1014,06	782,27	579,46
33	Total value of bond investment at n=10	2014,06	1678,46	1186,74
34				
35	multiply total value by percent of face value bought	2200,00	2200,00	2200,00
36	compare with future value of Q	2200,00	2200,00	2200,00

=B25+B26

=-FV(B19,B18,B2*B4)

=B12*B33

amount we have at the end of 10 years

Παρατηρήστε τι συμβαίνει. όταν το YTM α) αυξάνεται σε 9% και β) μειώνεται σε 7%. Και στις δύο περιπτώσεις το 2^{ο} ομόλογο ανταποκρίνεται ιδανικά στην υποχρέωση μας μετά από 10 χρόνια (αναμενόμενο αν σκεφτούμε ότι έχει D=10).Τα ομόλογα 1 και 3 είτε θα υπερκαλύπτουν είτε θα υστερούν της αξίας της υποχρέωσης μας. Για αυτό το λόγο θα φτιάξουμε ένα χαρτοφυλάκιο αυτών τον δύο με D=10.

22				
23	Vo=Present value of obligation at 8%	1019,03		
24	Obligation maturity	10		
25	YIELD TO MATURITY	9,00%		
26	future value of Qo (Obligation)	2200,00		
27				
28				
29				
30		Bond 1	Bond 2	Bond 3
31	Bond price at maturity of obligation(n=10)	1000,00	859,97	543,57
32	Future value of reinvested coupons	1063,51	820,42	607,72
33	Total value of bond investment at n=10	2063,51	1680,39	1151,29
34				
35	multiply total value by percent of face value bought	2254,01	2202,53	2134,29
36	compare with future value of Q	2200,00	2200,00	2200,00
37				
38				
39				
40				

=B25+B26

=-FV(B19,B18,B2*B4)

=B12*B33

amount we have at the end of 10 years

22				
23	Vo=Present value of obligation at 8%	1019,03		
24	Obligation maturity	10		
25	YIELD TO MATURITY	7,00%		
26	future value of Qo (Obligation)	2200,00		
27				
28				
29				
30		Bond 1	Bond 2	Bond 3
31	Bond price at maturity of obligation(n=10)	1000,00	934,40	682,18
32	Future value of reinvested coupons	967,15	746,09	552,66
33	Total value of bond investment at n=10	1967,15	1680,49	1234,84
34				
35	multiply total value by percent of face value bought	2148,76	2202,65	2289,17
36	compare with future value of Q	2200,00	2200,00	2200,00
37				

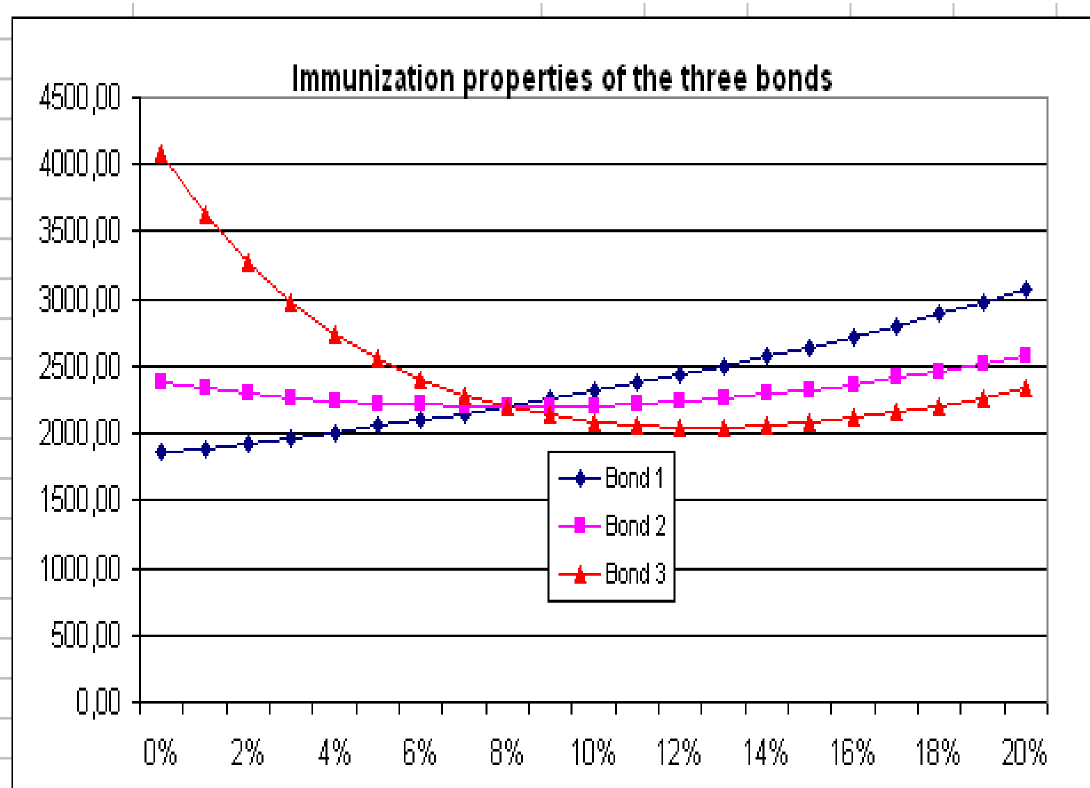
=B25+B26

=-FV(B19,B18,B2*B4)

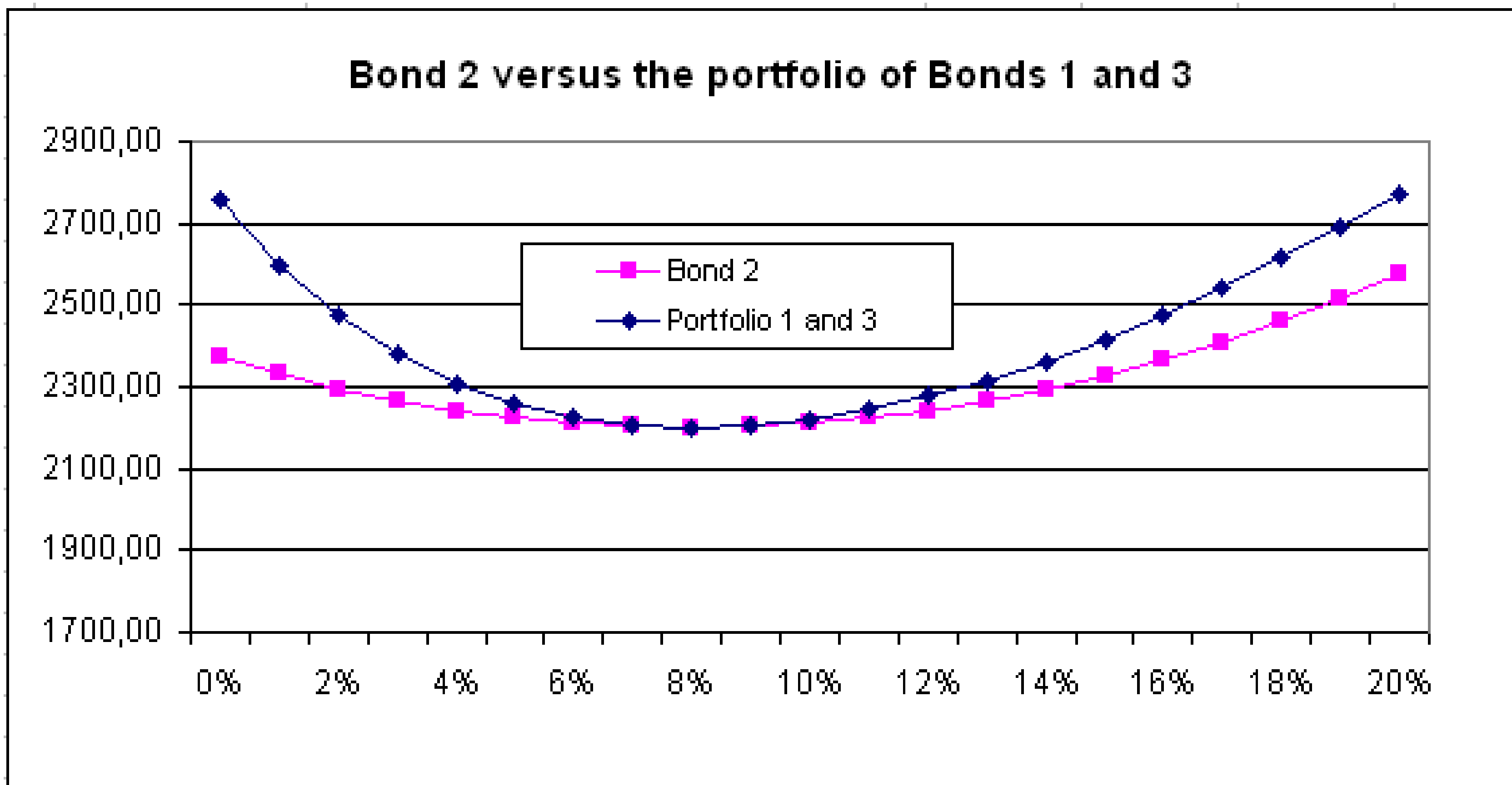
=B12*B33

Τα αποτελέσματα και η γραφική απεικόνιση της απόδοσης των ομολόγων, δοκιμάζοντας διάφορες τιμές του YTM.Το πλέον κατάλληλο ομόλογο για την διαδικασία ανοσοποίησης, είναι το δεύτερο.

43	Sensitivity analysis		Bond 1	Bond 2	Bond 3
44			2148,76	2202,65	2289,17
45		0%	1856,95	2372,41	4078,41
46		1%	1892,29	2331,13	3633,23
47		2%	1929,56	2295,79	3272,03
48		3%	1968,88	2266,19	2979,71
49		4%	2010,34	2242,19	2744,11
50		5%	2054,06	2223,67	2555,48
51		6%	2100,16	2210,52	2405,95
52		7%	2148,76	2202,65	2289,17
53		8%	2200,00	2200,00	2200,00
54		9%	2254,01	2202,53	2134,29
55		10%	2310,94	2210,20	2088,67
56		11%	2370,93	2223,01	2060,43
57		12%	2434,14	2240,96	2047,35
58		13%	2500,74	2264,09	2047,66
59		14%	2570,90	2292,41	2059,93
60		15%	2644,79	2326,00	2083,00
61		16%	2722,61	2364,92	2115,95
62		17%	2804,55	2409,24	2158,06
63		18%	2890,82	2459,08	2208,77
64		19%	2981,62	2514,54	2267,64
65		20%	3077,19	2575,75	2334,36



Απεικόνιση της αξίας του χαρτοφυλακίου μας στη λήξη της υποχρέωσης μας με α) αρχικό YTM=8% β) μεταβολή YTM στο 7% και 9%. Η απόδοση του χαρτοφυλακίου μας είναι καλύτερη ακόμα και από την απόδοση του ομολόγου 2 (more convex). Αυτό σημαίνει ότι οποιαδήποτε και να είναι η μεταβολή του YTM, το χαρτοφυλάκιο των ομολόγων πάντα θα χρηματοδοτεί περισσότερο την μελλοντική μας υποχρέωση απ'ότι το ομόλογο 2.



- www.siriopoulos.tk

- Βασιλείου, Δ. και Ηρειώτης, Ν. 2008.Χρηματοοικονομική Διοίκηση. Θεωρία και Πρακτική,1η έκδοση, Rosili.
- Αρτίκης Γ,2002. Χρηματοοικονομική Διοίκηση. Αποφάσεις Χρηματοδοτήσεων,Interbooks.
- Fabozzi: Bond Markets, Analysis and Strategies,4th edition, Prentice Hall.
- Elton, Gruber, Brown, Goetzmann: Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, 7th Edition, John Wiley & Sons.
- Copeland,Weston,Shastri,Financial Theory and Corporate Policy,Fourth edition,Pearson Addison Wesley.