

Οι Υποθέσεις του Υποδείγματος CAPM

Το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων χρησιμοποιεί τις βάσεις της θεωρίας χαρτοφυλακίου ως σημείο εκκίνησης. Οι επιπρόσθετες υποθέσεις του υποδείγματος περιουσιακών στοιχείων εμφανίζονται λιγότερο ρεαλιστικές από τις υποθέσεις της θεωρίας χαρτοφυλακίου και χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες: (Α) Χαρακτηριστικά Αγορών Κεφαλαίων και, (Β) Χαρακτηριστικά επενδυτών.

(Α) Χαρακτηριστικά Αγορών Κεφαλαίων

1. Το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων υποθέτει ότι οι αγορές κεφαλαίου βρίσκονται σε κατάσταση ισορροπίας ή τουλάχιστον κινούνται προς την κατάσταση επίτευξης ισορροπίας (market equilibrium).
2. Δεν προβλέπονται μεταβολές στο δείκτη πληθωρισμού και στο επίπεδο των επιτοκίων. Με άλλα λόγια ο πληθωρισμός και τα επιτόκια παραμένουν αμετάβλητα σε όλη τη διάρκεια του επενδυτικού ορίζοντα.
3. Υπάρχει ελεύθερη και ομοιόμορφη πρόσβαση στη διαθέσιμη πληροφόρηση. Η υπόθεση της αποτελεσματικής αγοράς ορίζει ότι οι αποτελεσματικές κεφαλαιαγορές χαρακτηρίζονται από μια έλλειψη οποιονδήποτε επιδράσεων ή στοιχείων που μπορούν να προβλέψουν υπερκανονικά κέρδη.
4. Δεν υπάρχουν φόροι (taxes), κόστος συλλογής πληροφοριών και κόστος συναλλαγών (no transaction costs). Με άλλα λόγια, δεν υπάρχουν περιορισμοί (frictions) και οι αγορές είναι ανταγωνιστικές, δηλαδή οι επενδυτές έχουν ίδιες ευκαιρίες επενδύσεων (υπόθεση τέλει αγοράς -perfect market).
5. Δεν υπάρχουν περιορισμοί σχετικά με το ύψος των κεφαλαίων τα οποία οι επενδυτές μπορούν να δανειστούν ή να δανείσουν. Η λήψη και η χορήγηση δανείων γίνονται με το ίδιο επιτόκιο χωρίς κίνδυνο (riskless lending and borrowing).
6. Όλα τα χαρτοφυλάκια και όλες οι επενδύσεις είναι απεριόριστα διαιρετές (infinitely divisible) και εμπορεύσιμες (marketable), δηλαδή οι επενδυτές μπορούν να αγοράσουν ή

να πουλήσουν οποιαδήποτε αναλογία μιας επένδυσης ή ενός χαρτοφυλακίου¹ (short sales allowed).

(B) Χαρακτηριστικά επενδυτών

7. Οι επενδυτές μπορούν να επιλέξουν τα χαρτοφυλάκια τους εκτιμώντας τις αναμενόμενες αποδόσεις και τυπικές αποκλίσεις των χαρτοφυλακίων αυτών σε μοναδιαία περίοδο επένδυσης, η οποία είναι η ίδια για όλους τους επενδυτές (έχουν κοινό επενδυτικό ορίζοντα). Δηλαδή, οι επενδυτικές αποφάσεις λαμβάνονται στην αρχή και μέχρι το τέλος της περιόδου δεν γίνεται καμία μεταβολή.
8. Όλοι οι επενδυτές έχουν ταυτόσημες αντιλήψεις και προσδοκίες αναφορικά με τις αποδόσεις και τους κινδύνους (διακυμάνσεις, συνδιακυμάνσεις) των επενδύσεων και χαρτοφυλακίων, δηλαδή έχουν ομοιογενείς προσδοκίες (homogenous expectations).
9. Όλοι επενδυτές διατηρούν ικανοποιητικά διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια επενδύσεων. Κατά συνέπεια, οι αποδόσεις που απαιτούν οι επενδυτές επηρεάζονται κυρίως από το συστηματικό κίνδυνο μάλλον παρά από τον συνολικό κίνδυνο.
10. Οι επενδυτές είναι ορθολογικοί. Και προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν την απόδοση ενός χαρτοφυλακίου σε δεδομένο επίπεδο κινδύνου ή να ελαχιστοποιήσουν τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου σε δεδομένο επίπεδο απόδοσης.
11. Κανένας επενδυτής δεν μπορεί να επηρεάσει την αγορά προς την κατεύθυνση που θα ήθελε, αγοράζοντας ή πουλώντας περιουσιακά στοιχεία.

Οι επενδυτές ορίζουν το ίδιο αποτελεσματικό σύνορο χαρτοφυλακίων. Έτσι, όλοι οι επενδυτές θα έχουν τα ίδια αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια και, ο μόνος λόγος που διαφοροποιεί την τελική τους επιλογή είναι οι διαφορετικές καμπύλες αδιαφορίας.

¹ Short sales ή short selling. Αναφέρεται στην ακάλυπτη πώληση ή προπώληση ή ανοιχτή πώληση. Η ικανότητα πώλησης μετοχής χωρίς να βρίσκεται στην κατοχή του πωλητή, που δημιουργεί την υποχρέωση επαναφοράς της σε κάποια μελλοντική στιγμή για να καλύψει την πώληση. Ο επενδυτής-χρηματιστής δανείζεται τις μετοχές τις οποίες θέλει να πουλήσει καταβάλλοντας κάποια χρηματική εγγύηση για να τις παρουσιάσει την ημερομηνία εκκαθάρισης της πράξης. Συνήθως προβαίνει στην ακάλυπτη αυτή πώληση, με την προσδοκία ότι η αξία της μετοχής θα υποχωρήσει, οπότε η αντισταθμισμένη αγορά της που είναι υποχρεωμένος να κάνει για να καλύψει το άνοιγμα του και να την επιστρέψει σε όποιον του τις δάνεισε, θα γίνει με την πραγματοποίηση κέρδους.

Χαρτοφυλάκια Ενεργού και Παθητικού Δανεισμού

Επενδυτές που είναι πρόθυμοι να αναλάβουν μικρότερο κίνδυνο από το χαρτοφυλάκιο m θα συνδυάσουν μια επένδυση στο χαρτοφυλάκιο m με μια επένδυση μηδενικού κινδύνου (περίπτωση συντηρητικού επενδυτή με μεγαλύτερο βαθμό αποστροφής στον κίνδυνο). Με άλλα λόγια, οι επενδυτές θα δανείσουν με επιτόκιο μηδενικού κινδύνου ένα μέρος των κεφαλαίων (του πλούτου) που προόριζαν για επένδυση και θα περιοριστούν στο χαρτοφυλάκιο M1 χρησιμοποιώντας το απομένον μέρος των κεφαλαίων τους. Αυτά τα χαρτοφυλάκια ονομάζονται **χαρτοφυλάκια ενεργού δανεισμού** (lending portfolios).

Επενδυτές που είναι πρόθυμοι να αναλάβουν υψηλότερο κίνδυνο από το χαρτοφυλάκιο M προκειμένου να επιτύχουν υψηλότερη προσδοκώμενη απόδοση από εκείνη του χαρτοφυλακίου M θα δανειστούν με το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου και θα επενδύσουν στο χαρτοφυλάκιο M2 χρησιμοποιώντας τόσο τα δικά τους κεφάλαια όσο και το δάνειο. Αυτά τα χαρτοφυλάκια ονομάζονται **χαρτοφυλάκια παθητικού δανεισμού** (borrowing portfolios).

Η υπόθεση εδώ, είναι ότι, ο επενδυτής μπορεί να δανειστεί και να δανείσει στο ίδιο επιτόκιο. Δηλαδή, είτε δανείσει είτε δανειστεί οποιοδήποτε ποσό, το επιτόκιο είναι το ίδιο.

Το υπόδειγμα CAPM μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην τιμολόγηση των αξιόγραφων. Ας υποθέσουμε ότι μια μετοχή αγοράστηκε στην τιμή P_t και θα πουληθεί, αργότερα, στην τιμή P_{t+1} .

Η απόδοση είναι $\frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$, όπου η τιμή P_{t+1} είναι άγνωστη. Με τη βοήθεια του CAPM,

υπολογίζουμε:

$$\frac{\bar{P}_{t+1} - P_t}{P_t} = rf + \beta[E(R_m) - rf] \Rightarrow P_t = \frac{\bar{P}_{t+1}}{1 + rf + \beta[E(R_m) - rf]}$$

////////////////////////////////////

Παράδειγμα. Ένα αμοιβαίο κεφάλαιο επενδύει το 10% των κεφαλαίων του σε έντοκα γραμμάτια δημοσίου με επιτόκιο 7% και το υπόλοιπο σε ένα διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, που προσεγγίζει το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου της

αγοράς είναι 15%. Ο συστηματικός κίνδυνος του αμοιβαίου κεφαλαίου ισούται με 0.9. Η αναμενόμενη τιμή μιας μετοχής του αμοιβαίου κεφαλαίου ένα έτος αργότερα είναι 110€. Ποια είναι η δίκαιη τιμή μιας μετοχής του αμοιβαίου κεφαλαίου σήμερα; **101.94€**

ΛΥΣΗ

$$P_t = \frac{\bar{P}_{t+1}}{1 + rf + \beta[E(R_m) - rf]} = \frac{110}{1 + 7\% + 0.9 * (15 - 8)\%} = \frac{110}{1.142} = 96.3 \text{ €}.$$

4.13 Υποδείγματα ενός παράγοντα (μονοπαράγοντικά) και υποδείγματα πολλαπλών παραγόντων (πολυπαράγοντικά)

Ας θεωρήσουμε n περιουσιακά στοιχεία με τις αντίστοιχες αποδόσεις τους, R_i και, ένα παράγοντα, f , που σχετίζεται γραμμικά με τις μεταβολές τους, όπως το επίπεδο του πληθωρισμού, το επιτόκιο της αγοράς κ.ά. Συγκεκριμένα, έστω:

$$R_i = \underbrace{a_i}_{\text{σταθερά}} + \underbrace{b_i}_{\text{σταθερά}} * f + \underbrace{e_i}_{\text{τυχαία}}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Με τις γνωστές υποθέσεις του γραμμικού υποδείγματος για τα τυχαία σφάλματα. Οι παράγοντες αυτοί θεωρούνται είτε *εξωτερικοί* των περιουσιακών στοιχείων και των αποδόσεών τους- όπως πληθωρισμός, ανεργία, ΔTK κλπ- είτε προέρχονται από γνωστή, *δημοσιοποιημένη*, πληροφόρηση γύρω από τις αποδόσεις- όπως οι αποδόσεις του δείκτη της αγοράς είτε αναφέρονται σε κάποιο χαρακτηριστικό της επιχείρησης- όπως μερισματική απόδοση, λόγος τιμή προς κέρδη κλπ. Βέβαια, για την επιλογή των παραγόντων αυτών δεν υπάρχει συγκεκριμένη μέθοδος ούτε κανόνες που ακολουθούνται. Εξαρτάται, κυρίως, από την εκτίμηση του διαχειριστή ή του αναλυτή. Θα μπορούσαμε πάντως, να χρησιμοποιήσουμε τεχνικές ανάλυσης δεδομένων (όπως η μέθοδος των Κυριότερων Συνιστωσών, PCA) ή τα χρηματοοικονομικά χαρακτηριστικά της μετοχής, της οικονομικής δραστηριότητας (παραγωγή, ΑΕΠ κλπ) ή μακροοικονομικά στοιχεία (πληθωρισμός).

Θα μπορούσαμε να έχουμε και περισσότερους παράγοντες. Για παράδειγμα:

$$R_i = \underbrace{a_i}_{\text{σταθερά}} + \underbrace{b_{1i}}_{\text{σταθερά}} * f_1 + \underbrace{b_{2i}}_{\text{σταθερά}} * f_2 + \dots + \underbrace{e_i}_{\text{τυχαία}}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Γενικά, θα είναι:

$$R_i = a_i + \sum_{j=1}^k b_{ji} * f_j + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Εάν οι παράγοντες αναφέρονται σε μακροοικονομικά στοιχεία, των οποίων η εξέλιξη δεν είναι γνωστή, τότε ο συστηματικός κίνδυνος της μετοχής, m_i , συνδέεται με τα μη-αναμενόμενα σόκ της οικονομίας. Οι συντελεστές βήτα μετρούν την ανταπόκριση των μη-αναμενόμενων αποδόσεων της μετοχής, $(R_i - \bar{R})$, στις μη-αναμενόμενες μεταβολές των παραγόντων. Θα είναι:

$$R_i - \bar{R} = \beta_{iF1} F_{i1} + \beta_{iF2} F_{i2} + \dots + \varepsilon_i = m_i + \varepsilon_i$$

όπου m_i είναι ο συστηματικός κίνδυνος της μετοχής i .

////////////////////////////////////

Παράδειγμα. Ας υποθέσουμε ότι ένα υπόδειγμα 3-παραγόντων περιγράφει τις αποδόσεις μιας μετοχής. Οι παράγοντες αυτοί είναι το Α.Ε.Π., το επίπεδο του πληθωρισμού και το επιτόκιο της αγοράς. Ο παρακάτω πίνακας δίνει τις σχετικές πληροφορίες.

Παράγοντας	Συντελεστής β	Αναμενόμενη τιμή	Πραγματική τιμή
ΑΕΠ	0.042	4,416 εκ.€	4,480 εκ.€
Πληθωρισμός	-1.40	3.1%	4.3%
Επιτόκιο αγοράς	-0.67	9.5%	11.8%

(α). Ποιος είναι ο συστηματικός κίνδυνος της μετοχής;

ΑΠ. Ο συστηματικός κίνδυνος της μετοχής είναι ο μη-διαφοροποιήσιμος κίνδυνος:

$$m_i = \beta_{\text{ΑΕΠ}} F_{\text{ΑΕΠ}} + \beta_{\pi} F_{\pi} + \beta_r F_r = 0.042(4480 - 4416) + (-1.40)(4.3 - 3.1) + (-0.67)(11.8 - 9.5) = -53\%$$

(β). Ας υποθέσουμε ότι αναπάντεχα κακά νέα για την κερδοφορία της εταιρίας μειώνουν τις αποδόσεις της κατά 2.6%. Εάν η αναμενόμενη απόδοση της μετοχής είναι 9.5%, τότε με τι ισούται η συνολική απόδοση της μετοχής;

ΑΠ. Αφού οι αποδόσεις μειώνονται κατά 2.6%, τότε ο μη-συστηματικός κίνδυνος, ε , θα ισούται με -2.6%. Έτσι, θα είναι:

$$Total(R) = E(R_{stock}) + m + \varepsilon = 9.5 - 0.53 - 2.6 = 6.37\%$$

////////////////////////////////////

Παράδειγμα. Η απλή περίπτωση είναι, όταν $f = r_M$, όπου r_M είναι η απόδοση του δείκτη της αγοράς. Θα είναι, τότε, κατά τα γνωστά:

$$\begin{aligned} r_i &= a_i + b_i f + e_i \\ r_i &= a_i + b_i r_M + e_i \\ r_i - r_f &= a_i - (1 - b_i)r_f + b_i(r_M - r_f) + e_i \\ &= \alpha_i + b_i(r_M - r_f) + e_i \\ E[r_i] &= r_f + \alpha_i + b_i(E[r_M] - r_f) \\ cov[r_i, r_M] &= b_i var[r_M] \\ b_i &= \frac{cov[r_i, r_M]}{var[r_M]} \text{ and } \alpha_i = 0 \Rightarrow b_i = \beta_i \end{aligned}$$

////////////////////////////////////

Δυνατότητα ή μη εξισορροπητικής κερδοσκοπίας (arbitrage). Θέσαμε ότι, κάτω από την υπόθεση ορθολογικών επενδυτών και αποτελεσματικής αγοράς δεν υφίσταται δυνατότητα εξισορροπητικής κερδοσκοπίας.

Αυτό σημαίνει ότι, εάν το όφελος ενός χρηματοοικονομικού προϊόντος μπορεί να προκύψει συνθετικά από ένα συνδυασμό άλλων χρηματοοικονομικών προϊόντων, η τιμή του συνδυασμού των προϊόντων και η τιμή του συνθετικού προϊόντος πρέπει να είναι ίσες.

////////////////////////////////////

Παράδειγμα. Εξισορροπητική Κερδοσκοπία. Έστω οι μετοχές A, B και Γ με τα χαρακτηριστικά που παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Μετοχή	Τιμή σε €	Κέρδος σε € υπό κατάσταση 1	Κέρδος σε € υπό κατάσταση 2
A	70	50	100
B	60	30	120
Γ	80	38	112

Ζητείται η κατασκευή χαρτοφυλακίου που να συνδυάζει τις μετοχές A και B με τέτοιο τρόπο, ώστε να «αντιγράψει» τη μετοχή Γ κάτω από οποιαδήποτε κατάσταση. Τέλος, εάν το κόστος του συνθετικού προϊόντος είναι μικρότερο από το κόστος επένδυσης στη μετοχή Γ, τότε υπάρχει ευκαιρία εξισορροπητικής κερδοσκοπίας. Πράγματι, στην περίπτωση αυτή θα μπορούσαμε να αγοράσουμε το συνθετικό προϊόν {A και B} και να πουλήσουμε ανοικτά τη μετοχή Γ και, να αποκομίσουμε όφελος.

Αν υποθέσουμε ότι επενδύουμε W_i σε κάθε μετοχή, θα βρούμε ότι $W_A = 0.4$ και $W_B = 0.6$.

Το κόστος απόκτησης του «χαρτοφυλακίου» αυτού είναι ίσο με:

$$0.4 * 70 + 0.6 * 60 = 64€$$

Το κόστος της μετοχής Γ είναι 80€.

Συνεπώς, υπάρχει δυνατότητα εξισορροπητικής κερδοσκοπίας.

Εάν, για παράδειγμα, ο διαχειριστής έχει under management 1,000,000€ και επενδύσει {400,000€ στην A και 600,000€ στη B} και πουλήσει ανοικτά 1εκ.€ στη Γ, θα είναι:

Αγορά A = $400/70 = 5,714$ μετοχές και, Αγορά B = $600/60 = 10,000$ μετοχές. Ανοικτή πώληση Γ = $1\text{εκ.}/80 = 12,500$ μετοχές.

Κάτω από την κατάσταση της οικονομίας 1 προκύπτει κέρδος 110,700€, ενώ κάτω από την κατάσταση 2 το όφελος είναι 371,400€.

Θεωρία Τιμολόγησης Εξισορροπητικής Αγοραπωλησίας (Arbitrage Pricing Theory)

Την περίοδο αμφισβήτησης του Υποδείγματος Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (CAPM) ακολούθησε μια περίοδος επανεξέτασης και απόρριψής του. Η φτωχή απόδοση του μονοπαραγοντικού Υποδείγματος Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων ώθησε τους ερευνητές προς δύο κατευθύνσεις, με σκοπό να βελτιώσουν τη μέχρι τότε υπάρχουσα θεωρία για την ερμηνεία των αποδόσεων των αξιογράφων.

Η *πρώτη προσέγγιση* έθετε ως σκοπό την δημιουργία εμπειρικά ωθούμενων υποδειγμάτων τα οποία προτείνουν κάποιες ειδικές μεταβλητές των επιχειρήσεων ως επεξηγήσεις των διαστρωματικών διαφορών των αναμενόμενων αποδόσεων.

Η *δεύτερη προσέγγιση* έθετε ως σκοπό να αναθεωρήσει τη θεωρητική βάση του μοντέλου, δίνοντας ώθηση σε άλλα θεωρητικά υποδείγματα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων. Μια τέτοια θεωρητική προσέγγιση είναι Θεωρία Τιμολόγησης Εξισορροπητικής Αγοραπωλησίας (Arbitrage Pricing Theory, APT) του Ross (1976).

Ο Ross (1976) πρότεινε μία εναλλακτική θεωρία που εξηγεί τη συμπεριφορά των αποδόσεων και καθορίζει τις τιμές των μετοχών. Η θεωρία αυτή αποτελεί το υπόδειγμα τιμολόγησης με Arbitrage (Arbitrage Pricing Theory – APT), είναι πιο γενική και συμπεριλαμβάνει το CAPM ως μία ειδική περίπτωση. Σύμφωνα με τον Ross οι αναμενόμενες αποδόσεις των μετοχών καθορίζονται από ένα υπόδειγμα παρόμοιο με το CAPM, με τη διαφορά ότι συμπεριλαμβάνει πολλούς παράγοντες αντί για έναν. Οι αρχικές υποθέσεις πάνω στις οποίες στήριξε τη θεωρία είναι πολύ πιο ελαστικές από αυτές του CAPM.

Οι παράγοντες πρέπει να είναι γενικοί παράγοντες (π.χ. πληθωρισμός, επιτόκια, βιομηχανική παραγωγή, κ.λπ.) και πρέπει να μετρούν μη-αναμενόμενες μεταβολές. Σύμφωνα με τη θεωρία μόνο μη αναμενόμενες μεταβολές στους παράγοντες πρέπει να συμπεριλαμβάνονται στην εξίσωση του υποδείγματος.

Σύμφωνα με την APT η απόδοση ενός αξιογράφου μπορεί να εκφραστεί ως μία γραμμική συνάρτηση ενός συνόλου k παραγόντων. Επομένως, οι αναμενόμενες αποδόσεις ενός χαρτοφυλακίου δίνονται από την ακόλουθη σχέση:

$$E(R_i) = \lambda_0 + \lambda_1\beta_{i1} + \lambda_2\beta_{i2} + \lambda_3\beta_{i3} + \dots + \lambda_k\beta_{ik} \quad (1)$$

Όπου,

1. $E(R_i)$: η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου.
2. β_{ij} : η ευαισθησία της απόδοσης του περιουσιακού στοιχείου i στην επιρροή του παράγοντα j , όπου $j = 1, 2, 3, \dots, k$.
3. λ_0 : η απόδοση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο.
4. $\lambda_1, \dots, \lambda_k$: η επιπλέον απόδοση (το ασφάλιστρο κινδύνου) που απαιτείται λόγω της ευαισθησίας του περιουσιακού στοιχείου i στον παράγοντα $j = 1, 2, \dots, k$. Δηλαδή, είναι: $\lambda_j = E(\text{παραγοντας } j) - rf$, (που είναι το risk premium)

Όπου *παραγοντας* είναι η απόδοση του επικίνδυνου περιουσιακού στοιχείου i επί του παράγοντα j . Στην περίπτωση αυτή ο συντελεστής βήτα για τον παράγοντα j ισούται με τη μονάδα και όλοι οι άλλοι συντελεστές βήτα που αντιστοιχούν στους υπόλοιπους παράγοντες είναι μηδενικοί.

Άρα οι συντελεστές βήτα είναι συστηματικοί κίνδυνοι, όπως και στο CAPM, λόγω των οποίων οι επενδυτές απαιτούν μία επιπλέον απόδοση ή αλλιώς ένα ασφάλιστρο κινδύνου. Εάν έχουμε μόνο έναν παράγοντα και ο παράγοντας αυτός είναι η αγορά, τότε η APT ισούται με το CAPM.

Οι κυριότερες αδυναμίες της θεωρίας APT είναι ότι:

- i) η προσέγγιση είναι πολύ γενική και,
- ii) η θεωρία δεν παρέχει ούτε μια ένδειξη για το ποιοι μπορεί να είναι οι παράγοντες.

Η APT προσέλκυσε το ενδιαφέρον πολλών ερευνητών οι οποίοι πραγματοποίησαν εμπειρικές έρευνες για να δουν κατά πόσο είναι καλύτερο μοντέλο από το CAPM. Μία από τις πιο σημαντικές είναι και αυτή των Roll και Ross (1980) οι οποίοι εφάρμοσαν ανάλυση παραγόντων (factor analysis) για δεδομένα μεμονωμένων μετοχών για την περίοδο 1962-1972. Βρήκαν ότι τουλάχιστον τρεις ή πιθανώς τέσσερις παράγοντες συνδέονται με τη διαδικασία της τιμολόγησης και οι οποίοι επεξηγούν τις αποδόσεις. Ουσιαστικά κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η APT αποτελεί σε θεωρητική και εμπειρική βάση μία ελκυστική εναλλακτική του υποδείγματος CAPM.