

ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Ακαδημαϊκό Έτος: 2023-2024

ΑΣΚΗΣΕΙΣ II

(Ανάλυση Δικτύων-Μέρος 2)

Προτεινόμενες Λύσεις

Άσκηση 1

Η εταιρεία Giaman κατασκευάζει αποχυμωτές σε δύο εργοστάσια, στην Αθήνα και τη Θήβα. Οι αποχυμωτές αποστέλλονται οδικώς σε μια από τις δύο αποθήκες της Giaman στα Μέγαρα και την Ελευσίνα και από εκεί διανέμονται στις εγκαταστάσεις των πελατών στην Πάτρα, το Ναύπλιο και τη Σπάρτη. Μικρές ποσότητες προϊόντων μπορούν επίσης να μεταφέρονται μεταξύ των αποθηκών με χρήση των αυτοκινήτων της εταιρείας.

Η εταιρεία επιθυμεί να προγραμματίσει τη διανομή του νέου αποχυμωτή SJ3 για τον επόμενο μήνα. Κάθε εργοστάσιο μπορεί να κατασκευάσει έως 1000 τεμάχια το μήνα. Υπάρχουν παραγγελίες από πελάτες σε Πάτρα, Ναύπλιο και Σπάρτη για 450, 500 και 610 αποχυμωτές αντίστοιχα. Οι μεταφορές ανάμεσα στις αποθήκες περιορίζονται στους 25 αποχυμωτές και γίνονται χωρίς κόστος για την εταιρεία. Το κόστος ανά τεμάχιο σε ευρώ για τις άλλες μεταφορές, φαίνονται στους παρακάτω πίνακες.

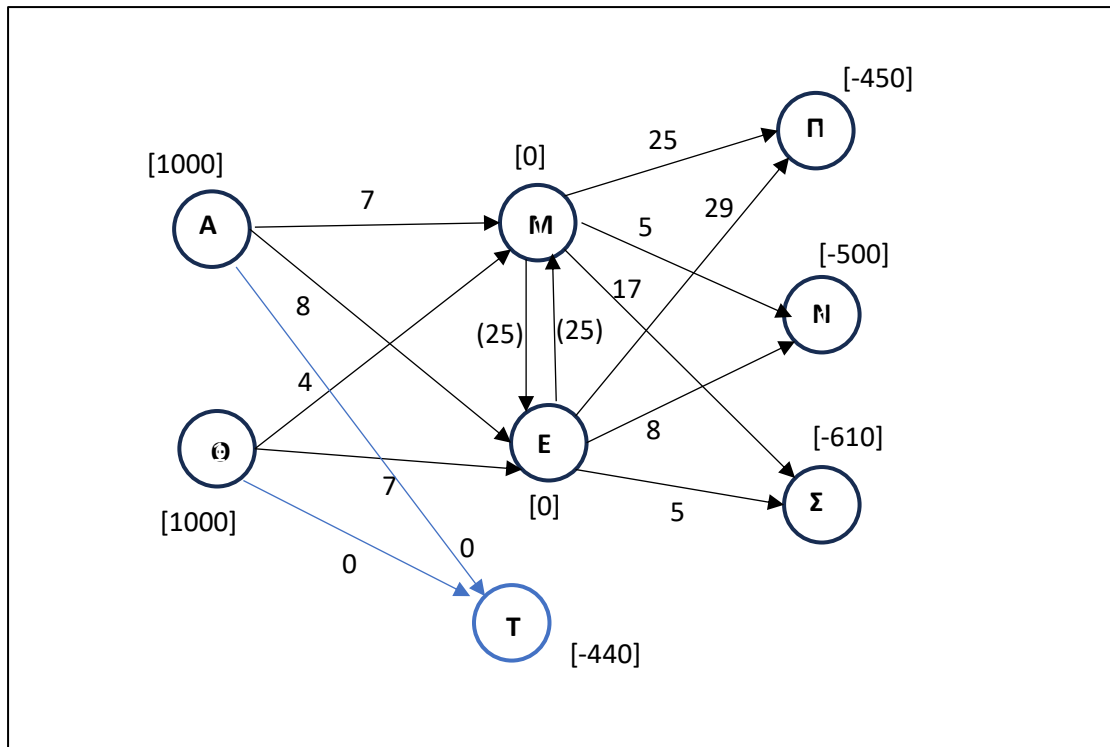
Από\Προς	Μέγαρα	Ελευσίνα
Αθήνα	7	8
Θήβα	4	7

Από\Προς	Πάτρα	Ναύπλιο	Σπάρτη
Μέγαρα	25	5	17
Ελευσίνα	29	8	5

Η εταιρεία επιθυμεί οι μεταφορές να γίνουν με το ελάχιστο δυνατό κόστος.

- Να σχεδιάσετε ένα δίκτυο για το παραπάνω πρόβλημα ροής ελάχιστου κόστους, στο οποίο θα φαίνονται ποιοι είναι οι κόμβοι προσφοράς, οι κόμβοι ζήτησης και οι διαμετακομιστικοί κόμβοι, και στο οποίο να είναι σημειωμένα και τα κόστη μεταφοράς.
- Να διαμορφώσετε ένα υπόδειγμα γραμμικού προγραμματισμού για την επίλυση του παραπάνω προβλήματος.
- Να επιλύσετε το πρόβλημα με την βοήθεια του Solver του Excel.

Λύση



Σημείωση: Επειδή το δίκτυο δεν είναι ισορροπημένο, χρησιμοποιήθηκε ένας τεχνητός κόμβος ζήτησης (T)

Έστω x_{IJ} η ποσότητα που θα μεταφερθεί από τον κόμβο I προς τον κόμβο J.

Το υπόδειγμα διαμορφώνεται ως εξής:

$$\min z = 7x_{AM} + 8x_{AE} + 4x_{\Theta M} + 7x_{\Theta E} + 25x_{M\Pi} + 5x_{M\Nu} + 17x_{M\Sigma} + 29x_{E\Pi} + 8x_{E\Nu} + 5x_{E\Sigma} + 0x_{EM} + 0x_{ME} + 0x_{AT} + 0x_{\Theta T}$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$x_{AM} + x_{AE} + x_{AT} = 1000$$

$$x_{\Theta M} + x_{\Theta E} + x_{\Theta T} = 1000$$

$$-x_{AM} - x_{\Theta M} + x_{M\Pi} + x_{M\Nu} + x_{M\Sigma} - x_{EM} + x_{ME} = 0$$

$$-x_{AE} - x_{\Theta E} + x_{E\Pi} + x_{E\Nu} + x_{E\Sigma} + x_{EM} - x_{ME} = 0$$

$$-x_{M\Pi} - x_{E\Pi} = -450$$

$$-x_{M\Nu} - x_{E\Nu} = -500$$

$$-x_{M\Sigma} - x_{E\Sigma} = -610$$

$$-x_{AT} - x_{\Theta T} = -440$$

$$x_{EM} \leq 25$$

$$x_{ME} \leq 25$$

$$x_{ij} \geq 0$$

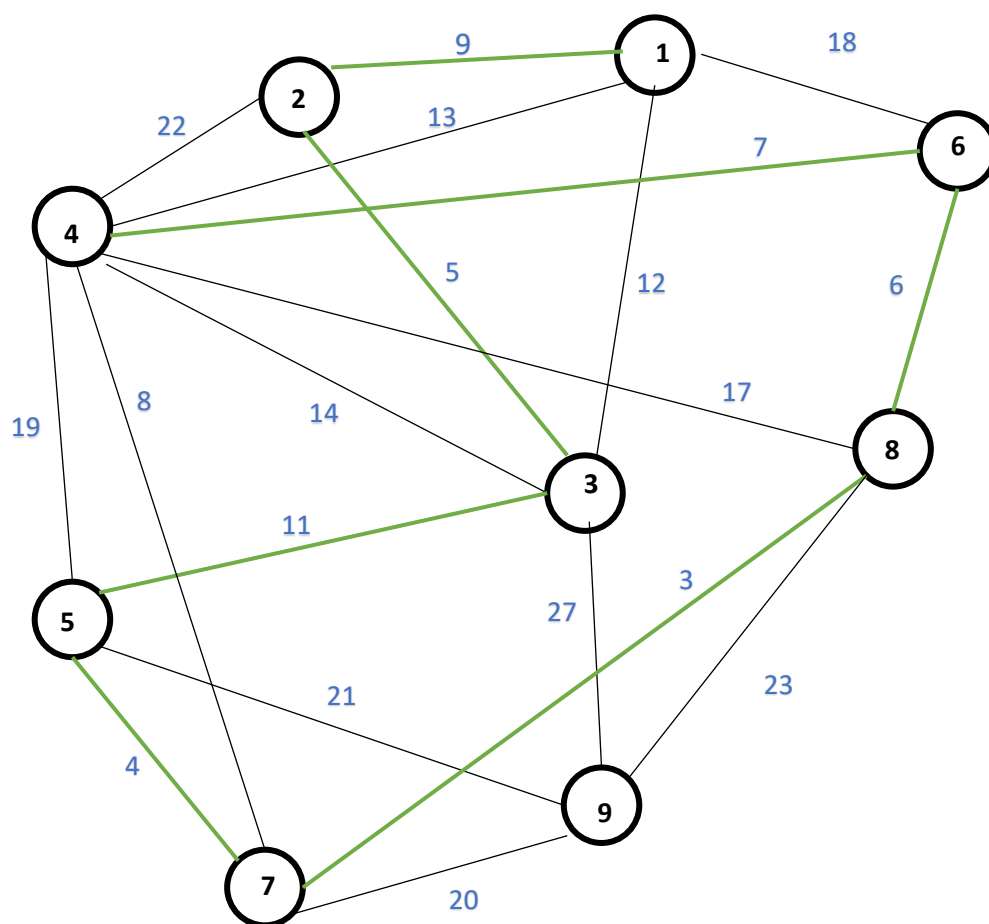
γ)

Μακροπρόθεσμα η κυκλοφορία στο δίκτυο θα οργανωθεί σε διαδρομές με ενδιάμεσες στάσεις. Προς το παρόν, ωστόσο, οι ιθύνοντες θέλουν απλώς να βρουν ένα δίκτυο ελάχιστου συνολικού κόστους, το οποίο θα παρέχει μία διαδρομή μεταξύ κάθε ζεύγους των 9 κέντρων.

α) Σχεδιάστε ένα δίκτυο, στο οποίο να φαίνονται οι δυνατές συνδέσεις και να σημειώνονται τα κόστη σύνδεσης.

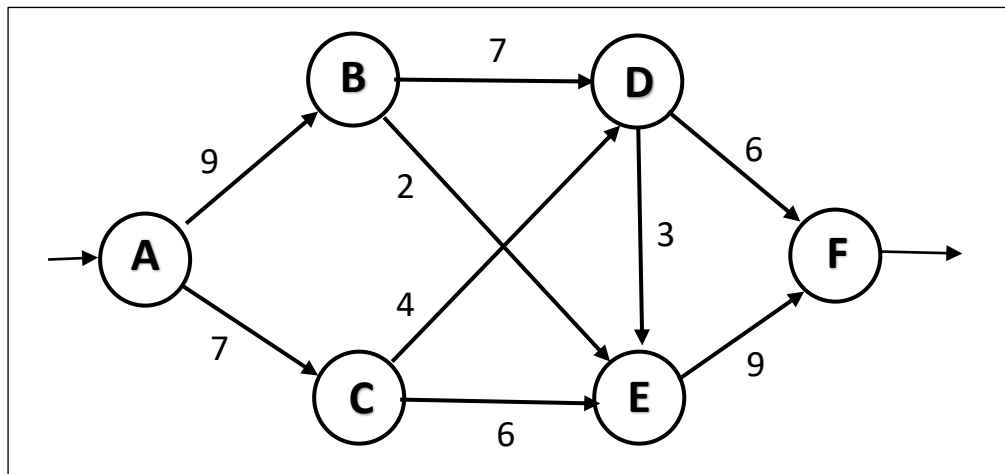
β) Προτείνετε τις συνδέσεις που πρέπει να γίνουν, αιτιολογώντας τις επιλογές σας.

Λύση



Άσκηση 3

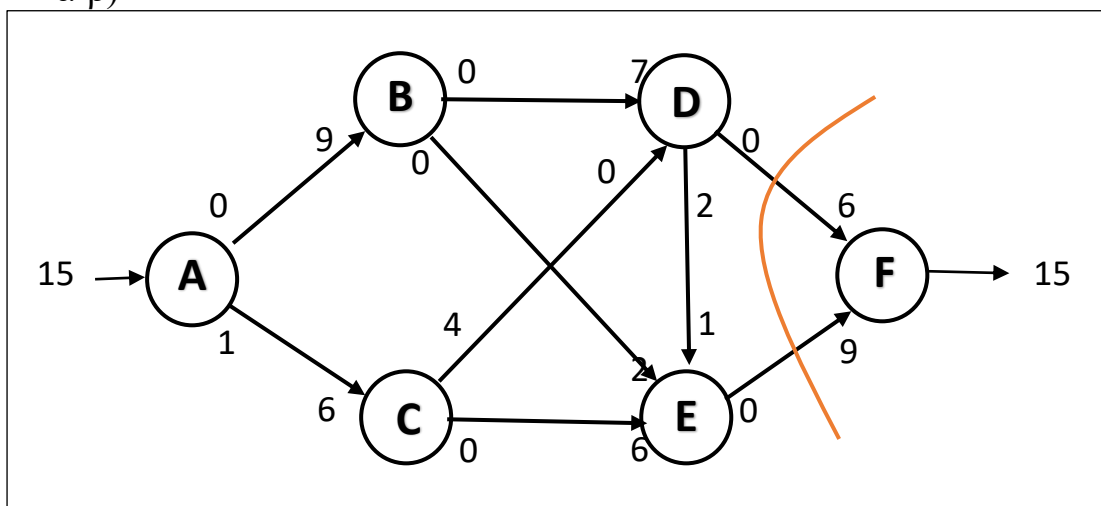
Δίνεται το παρακάτω δίκτυο.



- α) Να προσδιορίσετε τη μέγιστη ροή στο δίκτυο αυτό.
- β) Να επαληθεύσετε το θεώρημα μέγιστης ροής-ελάχιστης τομής.
- γ) Να διαμορφώσετε το παραπάνω πρόβλημα σαν πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. (Ζητείται μόνο η διαμόρφωση και όχι η επίλυση).
- δ) Αν μπορούσαμε να αυξήσουμε τη χωρητικότητα μίας και μόνο ακμής, ποια θα έπρεπε να επιλέξουμε;

Λύση

α-β)



γ)

$$\max z = x_{AB} + x_{AC} + x_{BD} + x_{BE} + x_{CD} + x_{CE} + x_{DE} + x_{DF} + x_{EF}$$

υ.τ.π.

$$x_{AB} + x_{AC} = x_{DF} + x_{EF}$$

$$x_{AB} = x_{BD} + x_{BE}$$

$$x_{AC} = x_{CD} + x_{CE}$$

$$x_{BD} + x_{CD} = x_{DE} + x_{DF}$$

$$x_{BE} + x_{CE} + x_{DE} = x_{EF}$$

$$x_{AB} \leq 9$$

$$x_{AC} \leq 7$$

$$x_{BD} \leq 7$$

$$x_{BE} \leq 2$$

$$x_{CD} \leq 4$$

$$x_{CE} \leq 6$$

$$x_{DE} \leq 3$$

$$x_{DF} \leq 6$$

$$x_{EF} \leq 9$$

$$x_{ij} \geq 0$$

δ) Αν μπορούσαμε να αυξήσουμε τη χωρητικότητα μίας και μόνο ακμής, θα έπρεπε να επιλέξουμε κάποια από τις ακμές της ελάχιστης τομής, δηλαδή της DF ή της EF.