ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΩΝ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Ακαδημαϊκό Έτος: 2023-2024

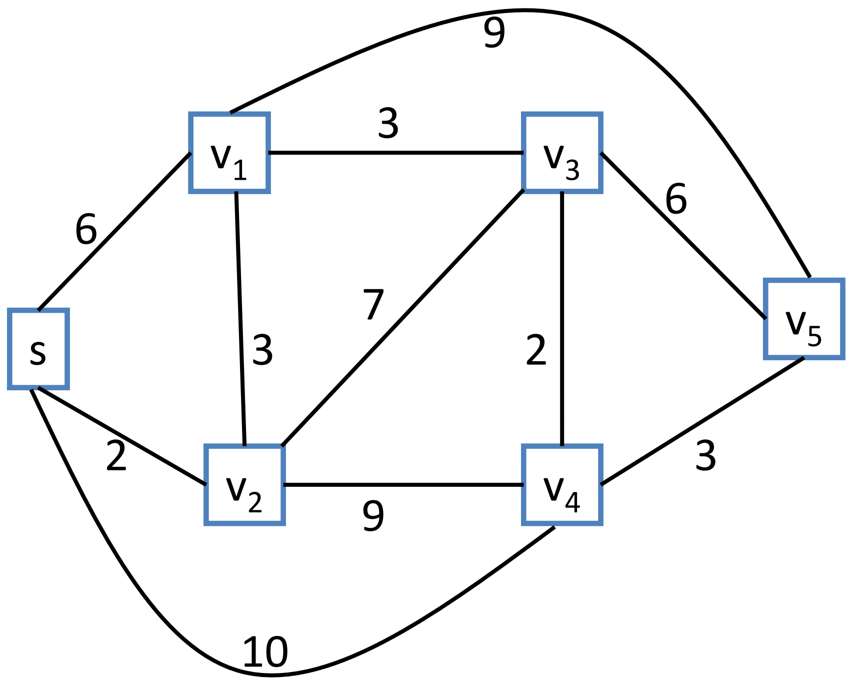
ΑΣΚΗΣΕΙΣ Ι

(Ανάλυση Δικτύων)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Ο κόμβος s του παρακάτω γραφήματος παριστάνει το κέντρο διανομής μιας εταιρείας ταχυμεταφορών (courier) και οι κόμβοι v1 έως v5 τους πελάτες στους οποίους πρέπει να γίνουν παραδόσεις. Ο αριθμός δίπλα σε κάθε ακμή παριστάνει την απόσταση (σε χιλιόμετρα) από τον αρχικό στον τελικό κόμβο της ακμής.



(α) Να βρείτε την ελάχιστη απόσταση από το κέντρο διανομής s προς τον πελάτη v5 καθώς και τη διαδρομή που πρέπει να ακολουθηθεί.

(β) Να κάνετε έναν πίνακα με το μήκος της συντομότερης διαδρομής από κάθε κόμβο του γραφήματος προς οποιονδήποτε άλλο.

<u>Υπόδειξη:</u>

(α) Για τη συντομότερη διαδρομή από μία συγκεκριμένη αφετηρία (s) προς ένα συγκεκριμένο προορισμό (v5) μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον αλγόριθμο Dijkstra.

Λυμένοι κόμβοι	Πλησιέστερος Μη Λυμένος	Απόσταση από αρχή	Νέος Λυμένος κόμβος	Ελάχιστη απόσταση από αρχή	Σύνδεση
S	V2	2	V2	2	S-V2
S V2	V1 V1	6 2+3=5	V1	5	V2-V1
S V1 V2	V4 V3 V3	10 5+3=8 2+7=9	V3	8	V1-V3
S V1 V2 V3	V4 V5 V4 V4	10 5+9=14 2+9=11 8+2=10	V4	10	S-V4 ή V3-V4
V1 V3 V4	V5 V5 V5	5+9=14 8+6=14 10+3=13	V5	13	V4-V5

Το μήκος της συντομότερης διαδρομής ισούται με 13. Υπάρχουν δύο (ισοδύναμες) συντομότερες διαδρομές: S-V2-V1-V3-V4-V5 και S-V4-V5.

(β) Για να βρούμε το μήκος της συντομότερης διαδρομής από κάθε κόμβο προς οποιονδήποτε άλλο εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο Floyd. Ο αλγόριθμος υλοποιείται σε n βήματα, όπου n είναι το πλήθος των κόμβων. Σε κάθε βήμα k του αλγορίθμου θεωρείται ως οδηγός ένας κόμβος και για οποιοδήποτε ζεύγος κόμβων εξετάζουμε αν η μεταξύ τους απόσταση μπορεί να μειωθεί αν κινηθούμε μέσω του κόμβου-οδηγού.

Στη συγκεκριμένη άσκηση, μετά την υλοποίηση των n =6 βημάτων του αλγορίθμου, ο τελικός πίνακας των αποστάσεων είναι:

	S	V1	V2	V3	V4	V5
S	0	5	2	8	10	13
V1	5	0	3	3	5	8
V2	2	3	0	6	8	11
V3	8	3	6	0	2	5

V4	10	5	8	2	0	3
V5	13	8	11	5	3	0

(Για κάθε ζεύγος κόμβων ζητείται μόνο το μήκος της συντομότερης διαδρομής και όχι η ίδια η διαδρομή).

<u>ΑΣΚΗΣΗ 2</u>

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι πιθανότητες (%) να συμβεί κάποιο σοβαρό ατύχημα στους επαρχιακούς δρόμους που συνδέουν κάποια χωριά στην Αγγλία. Η έλλειψη αριθμού στον πίνακα δείχνει ότι τα συγκεκριμένα χωριά δεν συνδέονται μεταξύ τους. Ο Leon είναι οδηγός φορτηγού και πρέπει να μεταφέρει ένα επικίνδυνο φορτίο από το Royton στο Ashton. Να βρείτε την ασφαλέστερη διαδρομή που μπορεί να ακολουθήσει ο Leon για να μεταφέρει το φορτίο στον προορισμό του.

	Ashton	Chadderton	Dukinfield	Lees	Mossley	Royton	Shaw
Ashton	0	-	7%	-	3%	-	-
Chadderton	-	0	6%	5%	-	3%	-
Dukinfield	7%	6%	0		3%		10%
Lees	-	5%	-	0	6%	-	3%
Mossley	3%	-	3%	6%	0	-	-
Royton	-	3%	-	-	-	0	4%
Shaw	-	--	10%	3%	-	4%	0

<u>Υπόδειξη:</u>

(Η άσκηση αυτή είναι παρόμοια με την Άσκηση 3 των λυμένων ασκήσεων του eclass).

Το πρόβλημα μπορεί να μορφοποιηθεί ως πρόβλημα συντομότερης διαδρομής αν θέσουμε ως βάρος σε κάθε ακμή e την ποσότητα $w(e) = -\ln[1 - p(e)]$, όπου $p(e)$ είναι η πιθανότητα να συμβεί ατύχημα κατά μήκος της ακμής e. Έτσι, ο νέος πίνακας με τα βάρη των ακμών θα έχει ως εξής:

	Ashton	Chadderton	Dukinfield	Lees	Mossley	Royton	Shaw
Ashton	0,0000	-	0,0726	-	0,0305	-	-
Chadderton	-	0,0000	0,0619	0,0513	-	0,0305	-
Dukinfield	0,0726	0,0619	0,0000	-	0,0305	0,0000	0,1054
Lees	-	0,0513	-	0,0000	0,0619	-	0,0305
Mossley	0,0305	-	0,0305	0,0619	0,0000	-	-
Royton	-	0,0305	-	-	-	0,0000	0,0408
Shaw	-	-	0,1054	0,0305	-	0,0408	0,0000

Αν εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο Dijkstra στο γράφημα με αυτά τα βάρη ακμών, προκύπτει η βέλτιστη λύση ως εξής:

Λυμένοι κόμβοι	Πλησιέστερος Μη Λυμένος	Απόσταση από αρχή	Νέος Λυμένος κόμβος	Ελάχιστη απόσταση από αρχή	Σύνδεση
Royton	Chadderton	0,0305	Chadderton	0,0305	Roy-Chad
Royton Chadderton	Shaw Lees	0,0408 0,0305+0,0513	Shaw	0,0408	Roy-Shaw
Chadderton Shaw	Lees Lees	0,0305+0,0513 0,0408+0,0305	Lees	0,0713	Shaw-Lees
Chadderton Shaw Lees	Dukinfield Dukinfield Mossley	0,0305+0,0619 0,0408+0,1054 0,0713+0,0619	Dukinfield	0,0924	Chad-Duk
Dukinfield Lees	Mossley Mossley	0,0924+0,0305 0,0713+0,0619	Mossley	0,1229	Duk-Mos
Dukinfield Mossley	Ashton Ashton	0,0924+0,0726 0,1229+0,0305	Ashton	0,1534	Mos-Ash

Επομένως η βέλτιστη διαδρομή είναι Royton-Chadderton-Dukinfield-Mossley-Ashton. Η αξιοπιστία της ισούται με $e^{-0,1534}$=85,79%.

<u>ΑΣΚΗΣΗ 3</u>

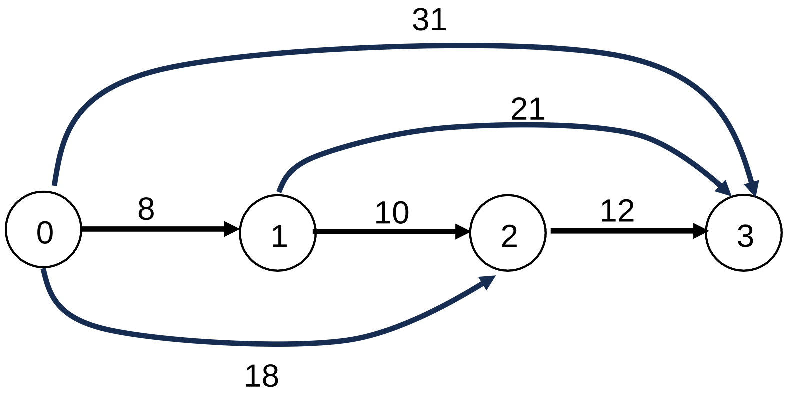
Η διοίκηση ενός τοπικού αεροδρομίου επιθυμεί να αγοράσει ένα νέο ηλεκτρικό όχημα (EV) για τη μεταφορά των αποσκευών των επιβατών από και προς το αεροσκάφος. Σε 3 χρόνια, θα εγκατασταθεί στο αεροδρόμιο ένας νέος αυτόματος ιμάντας για τη μεταφορά των αποσκευών των επιβατών, καθιστώντας έτσι το EV παρωχημένο. Λόγω της εκτεταμένης χρήσης, το κόστος λειτουργίας και συντήρησης του EV αυξάνεται ραγδαία ως συνάρτηση του χρόνου, οπότε μπορεί να είναι προτιμότερο να αντικατασταθεί το EV μετά από 1 ή δύο χρόνια. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει το καθαρό κόστος αγοράς του EV στο τέλος του έτους i και αντικατάστασής του στο τέλος του έτους j (σήμερα είναι το έτος 0).

		j		
		1	**2**	**3**
i	**0**	8	18	31
	1		10	21
	2			12

Να βρείτε εάν πρέπει να αντικατασταθεί το EV (και πότε) κατά τη διάρκεια των επόμενων τριών ετών, ώστε να ελαχιστοποιηθεί το συνολικό κόστος του συστήματος.

<u>Υπόδειξη:</u>

Το πρόβλημα μπορεί να μορφοποιηθεί ως πρόβλημα ανάλυσης δικτύων αν ορίσουμε ένα κόμβο για κάθε έτος. Το κόστος κάθε ακμής (i, j) θα είναι το καθαρό κόστος αγοράς του EV στο τέλος του έτους i και αντικατάστασής του στο τέλος του χρόνου j, δηλαδή τα δεδομένα του πίνακα. Το γράφημα θα έχει ως εξής:



Ουσιαστικά έχουμε να λύσουμε ένα πρόβλημα συντομότερης διαδρομής με αφετηρία τον κόμβο 0 και προορισμό τον κόμβο. Με εφαρμογή του αλγόριθμου Dijkstra προκύπτει ότι η συντομότερη διαδρομή είναι 0-1-3 με συνολικό κόστος 29 χρηματικές μονάδες. Επομένως, η βέλτιστη πολιτική είναι να αντικατασταθεί το EV στο τέλος του 1ου χρόνου και το νέο όχημα να διατηρηθεί μέχρι το τέλος της τριετίας.