

Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

Τεχνικές Ανάλυσης Διοικητικών Αποφάσεων

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

I_ Ανάλυση Δικτύων

2. Το Πρόβλημα της Μέγιστης Ροής

Υπεύθυνος Μαθήματος: Γιαννίκος Ιωάννης

Αναπληρωτής Καθηγητής

i.giannikos@upatras.gr

Επιμέλεια Φροντιστηρίου: Μανουσάκης Γεώργιος

Ε.ΔΙ.Π.

gemini@upatras.gr

2017 – 2018

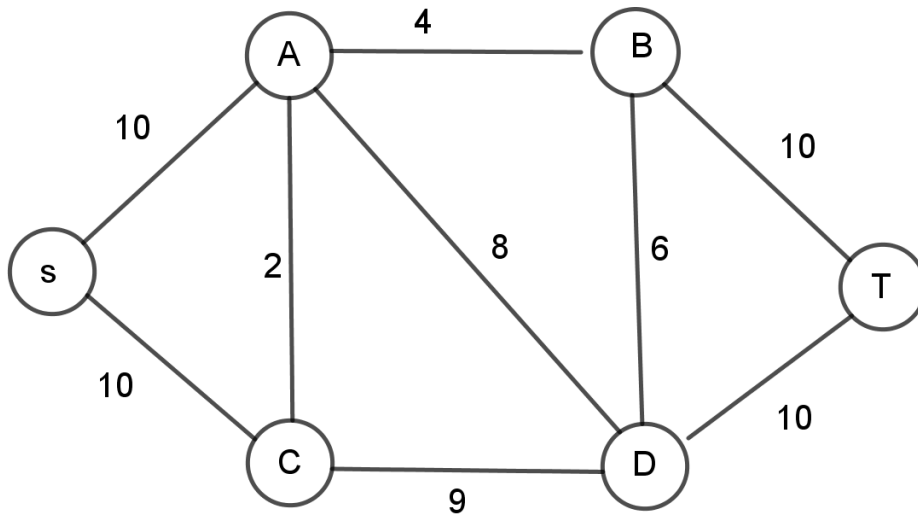
ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΡΟΗΣ

Αναζητούμε την μέγιστη ροή σε ένα δίκτυο από έναν κόμβο S (αφετηρία) προς ένα κόμβο T (τερματισμό).

Θεωρούμε ότι όλες οι ακμές έχουν μη αρνητική χωρητικότητα.

Αλγόριθμος Ford-Fulkerson

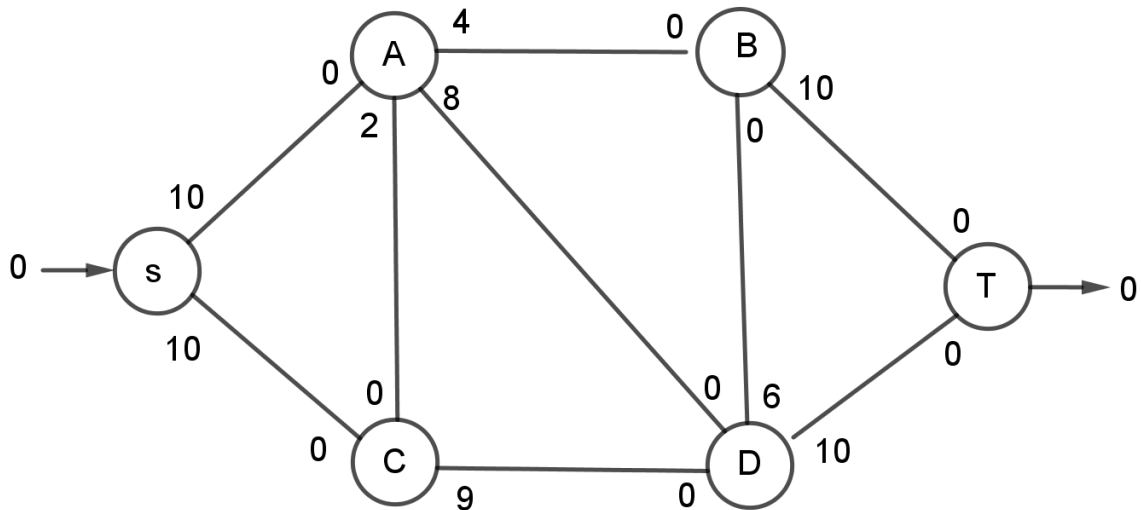
Ας θεωρήσουμε το δίκτυο:



Ο αριθμός σε κάθε ακμή δείχνει την χωρητικότητα της ακμής, δηλ. την ποσότητα ροής που μπορεί να διακινηθεί σε αυτήν την ακμή.

Κάθε ακμή χαρακτηρίζεται από δύο αριθμούς που θα σημειώνουμε δίπλα σε κάθε κόμβο, που θα δείχνει την υπολειπόμενη χωρητικότητα που μπορεί να κινηθεί από τον κόμβο αυτό προς τον άλλον.

Η αρχική ροή στο δίκτυο είναι 0.

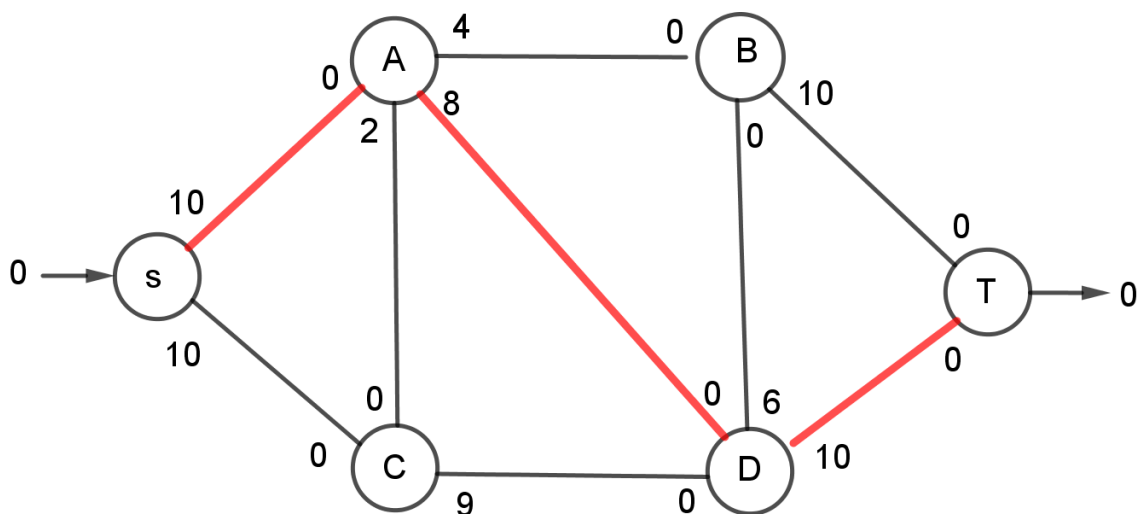


Σε κάθε επανάληψη:

- 1) Βρίσκουμε ένα επαυξημένο μονοπάτι, δηλαδή ένα μονοπάτι από την αφετηρία προς τον τερματισμό που αυξάνει τη ροή του δικτύου.
- 2) Υπολογίζουμε την υπολειπόμενη χωρητικότητα του μονοπατιού, η οποία είναι η ελάχιστη από τις υπολειπόμενες χωρητικότητες των ακμών.
- 3) αυξάνουμε τη ροή στο μονοπάτι, δηλ. αυξάνουμε τη ροή σε κάθε ακμή του μονοπατιού κατά ποσότητα ίση με την υπολειπόμενη χωρητικότητα.

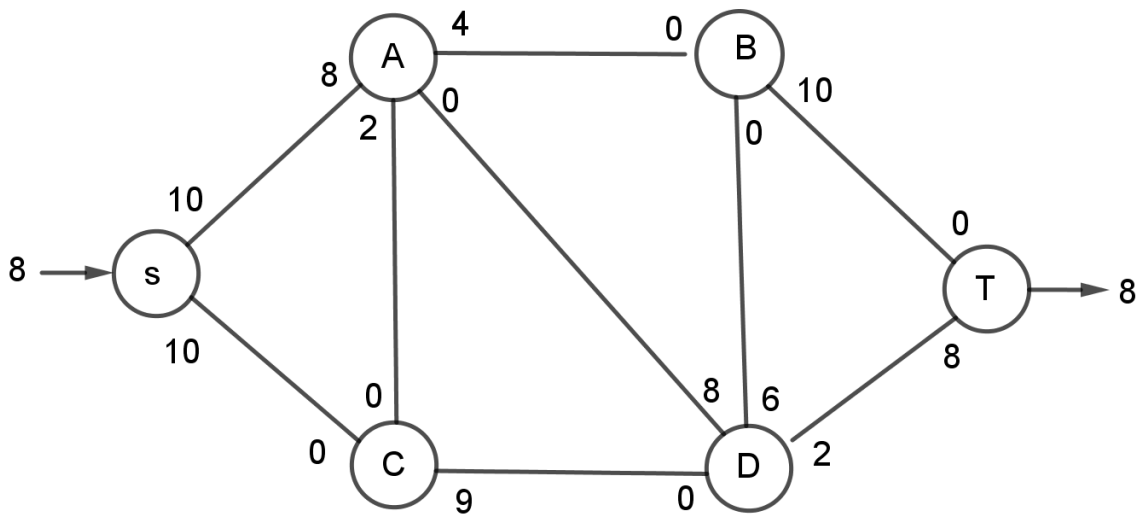
Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία μέχρι να μην μπορούμε να βρούμε επαυξημένο μονοπάτι.

Ας ξεκινήσουμε με το μονοπάτι S-A-D-T.

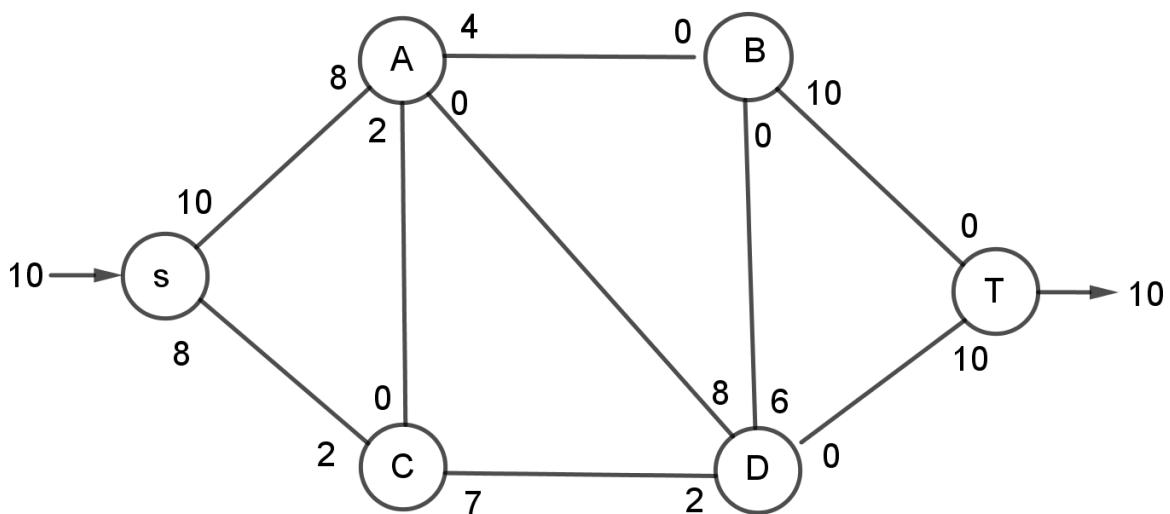


Η ελάχιστη υπολειπόμενη χωρητικότητα είναι 8 και καθορίζεται από την ακμή AD (οι υπόλοιπες ακμές SA και DT έχουν υπολειπόμενη χωρητικότητα 10 που είναι μεγαλύτερη).

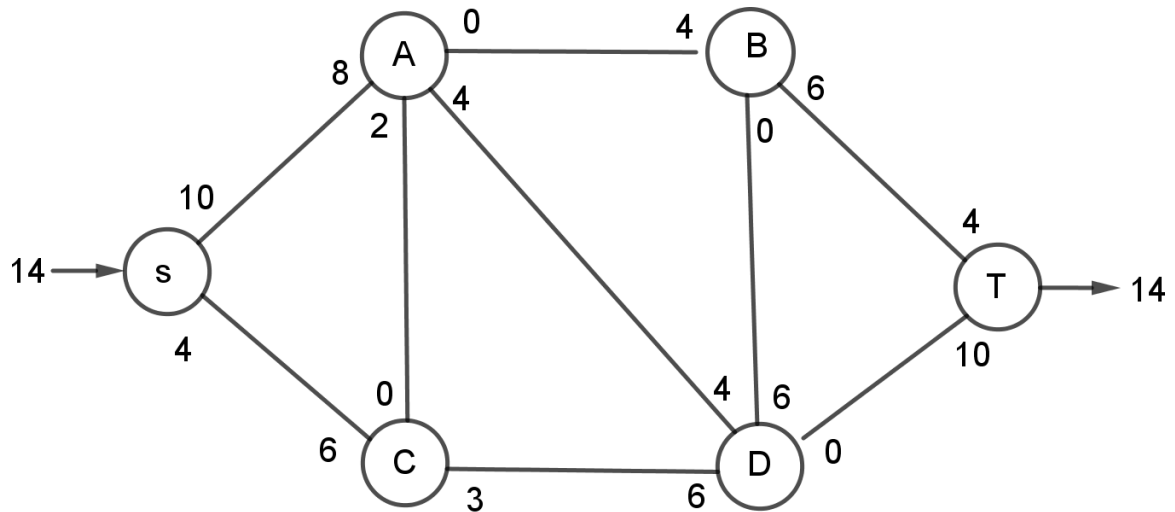
Αυξάνουμε τη ροή των ακμών του μονοπατιού κατά 8 την κάθε μία και έτσι αυξάνεται η ροή σε όλο το δίκτυο κατά 8. Η σήμανση των ακμών αλλάζει. Για παράδειγμα, στην ακμή S-A αφού θα διοχετεύσουμε 8 μονάδες ροής από τον κόμβο S, η υπολειπόμενη χωρητικότητα θα γίνει $10-8=2$. Επίσης στον κόμβο A η υπολειπόμενη χωρητικότητα θα γίνει $0+8=8$. Έτσι το άθροισμα των δύο αυτών αριθμών θα παραμείνει σταθερό και ίσο με την χωρητικότητα της ακμής (10).



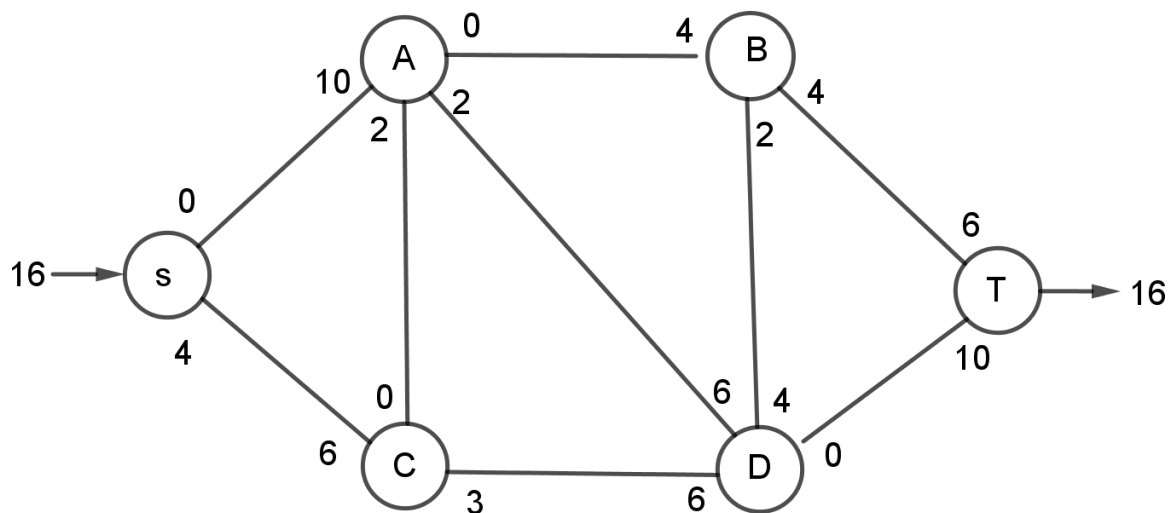
Επιλέγουμε το επόμενο επανυξημένο μονοπάτι: S-C-D-T που έχει υπολειπόμενες χωρητικότητες ακμών 10, 9 και 2, εκ των οποίων ελάχιστη είναι η 2. Διοχετεύουμε, λοιπόν ροή 2 μονάδες κατά μήκος αυτού του μονοπατιού.



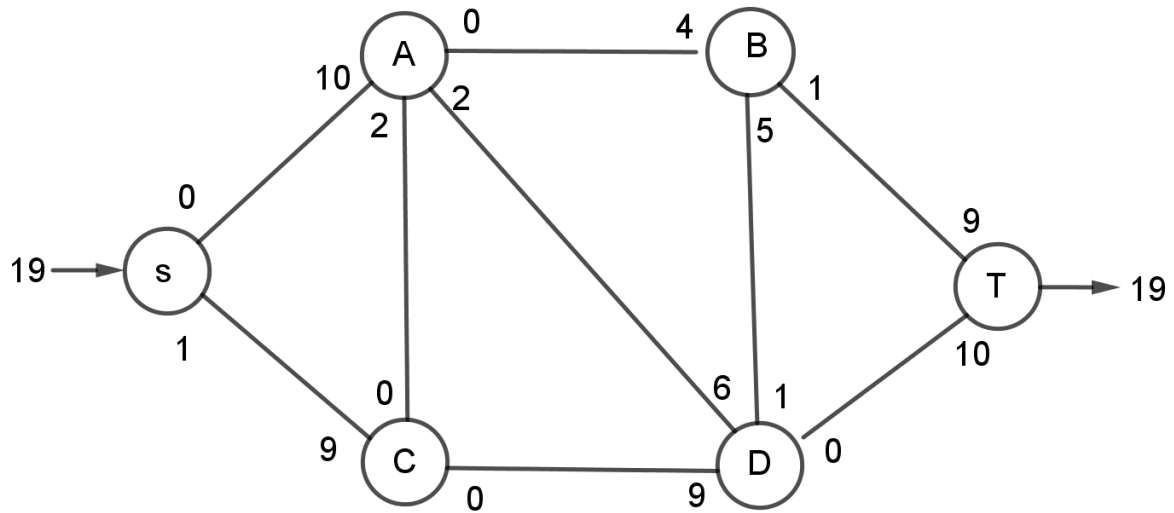
Επόμενο μονοπάτι: S-C-D-A-B-T με πρόσθετη ροή 4.



Επόμενο μονοπάτι: S-A-D-B-T με πρόσθετη ροη 2.



Επόμενο μονοπάτι: S-C-D-B-T με πρόσθετη ροη 3.



Παρατηρούμε ότι η ακμή SA είναι κορεσμένη. Αν προσπαθήσουμε να διοχετεύσουμε μια μονάδα ροής στην ακμή SC βλέπουμε ότι αυτή δεν μπορεί να διοχετευτεί ούτε στην CD ούτε αντίθετα στην CA. Επομένως, αφού δεν μπορούμε να βρούμε επαυξημένο μονοπάτι από την αφετηρία S προς τον τερματισμό T, καταλαβαίνουμε ότι ο αλγόριθμος έχει τελειώσει.

Επομένως η μέγιστη ροή σε αυτό το δίκτυο είναι 19.