



Τεχνικές Ανάλυσης Διοικητικών Αποφάσεων

Ενότητα 7: Εισαγωγή στο Δυναμικό Προγραμματισμό

Καθηγητής Γιάννης Γιαννίκος

Σχολή Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων

Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Σκοποί ενότητας

- Ανάλυση προβλημάτων Δυναμικού Προγραμματισμού

Εισαγωγή στο Δυναμικό Προγραμματισμό

Γενικά

- Δυναμικός Προγραμματισμός
 - Χρησιμοποιείται όταν πρέπει να ληφθεί μια σύνθετη απόφαση
 - Σύνθετη απόφαση: αποτελείται από επιμέρους αποφάσεις
- Αλληλεξάρτηση
 - Χρονική
 - Άλλη
- Προβλήματα
 - Ντετερμινιστικά
 - Στοχαστικά



Χαρακτηριστικά Προβλημάτων ΔΠ

- Οι αποφάσεις λαμβάνονται διαδοχικά
- Το πρόβλημα μπορεί να διαιρεθεί σε στάδια και σε κάθε στάδιο πρέπει να ληφθεί μία απόφαση
- Κάθε στάδιο έχει ένα ορισμένο αριθμό καταστάσεων που το χαρακτηρίζουν
- Το αποτέλεσμα μίας απόφασης που λαμβάνεται σε ένα στάδιο είναι να μετατρέπεται η τρέχουσα κατάσταση σε μία νέα κατάσταση που συνδέεται με το επόμενο στάδιο
- Κάθε απόφαση συνεπάγεται ένα συγκεκριμένο κέρδος ή ζημιά
- Οι αποφάσεις που θα ακολουθήσουν κάθε στάδιο εξαρτώνται μόνο από την κατάσταση στην οποία βρισκόμαστε σ' αυτό το στάδιο και όχι από το πώς φτάσαμε σ' αυτή την κατάσταση.



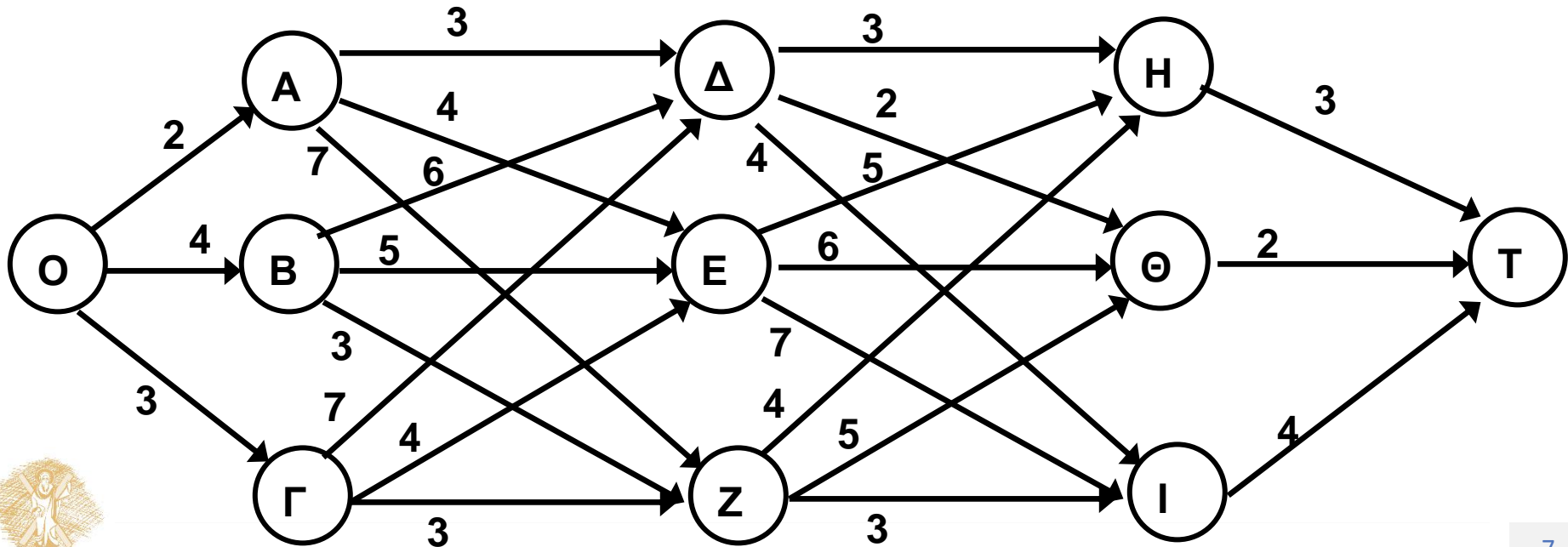
Αρχή του Bellman

- *Μία βέλτιστη πολιτική έχει την ιδιότητα ότι οποιαδήποτε και αν είναι η αρχική κατάσταση και η αρχική απόφαση, οι εναπομένουσες αποφάσεις πρέπει να συνιστούν μία βέλτιστη πολιτική αναφορικά με την κατάσταση που προέκυψε από την αρχική απόφαση*
- Ερμηνεία
 - Δεν έχει σημασία πώς φτάσαμε στην υπάρχουσα κατάσταση
 - Από την υπάρχουσα κατάσταση και πέρα πρέπει να επιλέξουμε τη βέλτιστη πολιτική



Παράδειγμα

- Ένας ταξιδιώτης θέλει να ταξιδέψει από μια πόλη Ο σε μια πόλη Τ μέσα σε 4 μέρες. Στο διάγραμμα δίνονται οι αποστάσεις μεταξύ των πόλεων που μπορούν να καλυφθούν σε μια μέρα. Σε ποιες πόλεις πρέπει να διανυκτερεύσει ώστε να διανύσει τη μικρότερη δυνατή συνολική απόσταση;



Ανάλυση Παραδείγματος

- Υπάρχουν 4 στάδια
- Συνολικά υπάρχουν $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ δρομολόγια
- Αν είχαμε 10 ημέρες και 3 πόλεις κάθε μέρα, θα υπήρχαν 3^9 δρομολόγια
- Αυτό είναι ένα πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης (combinatorial optimization)



Μαθηματική Διατύπωση

- n : ο αριθμός των σταδίων που απομένουν
- x_n : η μεταβλητή που καθορίζει την απόφαση στο στάδιο n από το τέλος
- s : η μεταβλητή που δίνει την παρούσα κατάσταση
- $r_{x_n}(s)$: το όφελος (ή κόστος) που απορρέει από την απόφαση x_n όταν βρισκόμαστε στην κατάσταση s στο στάδιο n από το τέλος
- $T(x_n, s)$: η κατάσταση στο στάδιο $n-1$ από το τέλος, στην οποία μετασχηματίζεται η παρούσα κατάσταση s του σταδίου n με την απόφαση x_n



Μαθηματική Διατύπωση (συνέχεια)

- $x_n^*(s)$: η βέλτιστη απόφαση όταν βρισκόμαστε στο στάδιο n στην κατάσταση s
- $f_n(s, x_n)$: το μέγιστο (ή ελάχιστο) όφελος στα επόμενα n στάδια όταν βρισκόμαστε στην κατάσταση s και πάρουμε την απόφαση x_n

$$f_n(\mathbf{s}) = \max_{x_n} \{f_n(\mathbf{s}, x_n)\}$$

- Η παραπάνω σχέση ονομάζεται Συναρτησιακή Αναδρομική Εξίσωση (Functional Recursive Equation).
- (Αν έχουμε πρόβλημα ελαχιστοποίησης, τότε από όλα τα $f_n(s, x_n)$ επιλέγουμε το ελάχιστο)



Παράδειγμα 2

- Ο πίνακας που ακολουθεί δείχνει το βαθμό ρύπανσης σε 4 θαλάσσιες περιοχές Α, Β, Γ, Δ όταν 0, 1, 2, 3 σκάφη ακτοφυλακής έχουν διατεθεί σε κάθε μία περιοχή αντίστοιχα για επιθεώρηση. Πρόκειται να κατανεμηθούν 3 σκάφη στις 4 αυτές περιοχές.
 - (α) Πώς πρέπει να γίνει η κατανομή ώστε να ελαχιστοποιείται ο αθροιστικός δείκτης ρύπανσης και για τις τέσσερις περιοχές;
 - (β) Πώς πρέπει να γίνει η κατανομή ώστε να ελαχιστοποιείται το μέγιστο επίπεδο ρύπανσης

	A	B	Γ	Δ
0	100	150	200	130
1	80	100	100	100
2	70	80	90	70
3	50	70	80	60



Πιθανολογικά Πρότυπα ΔΠ

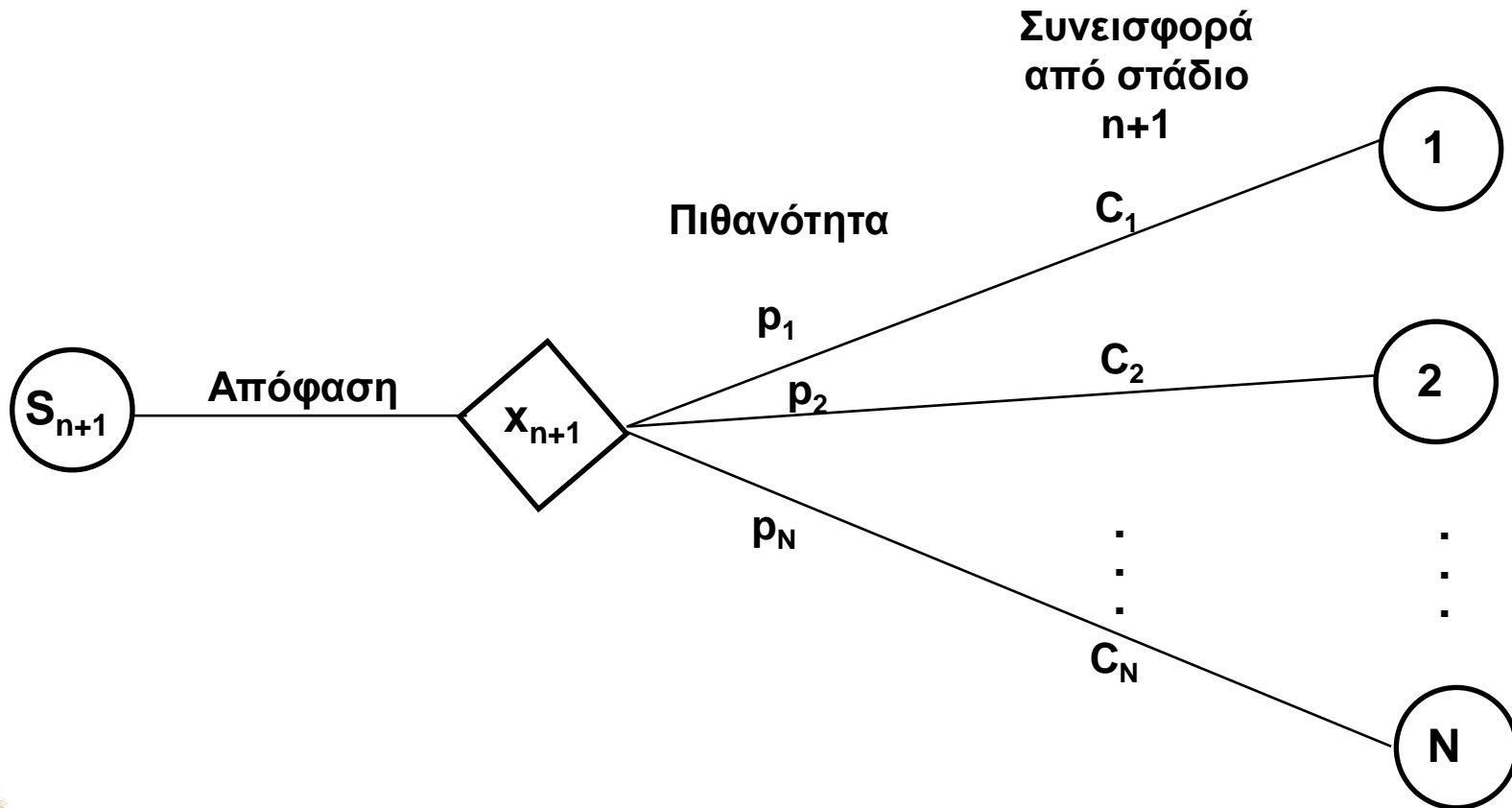
- Η κατάσταση στο στάδιο n από το τέλος δεν προσδιορίζεται πλήρως από την κατάσταση και την απόφαση στο στάδιο $(n+1)$ από το τέλος
- Υπάρχει μια κατανομή πιθανότητας για το τι θα είναι η κατάσταση στο στάδιο n
- Η κατανομή πιθανότητας προσδιορίζεται πλήρως από την κατάσταση και την απόφαση στο στάδιο $(n+1)$



Πιθανολογικά Πρότυπα ΔΠ (Διαγραμματική Απεικόνιση)

Στάδιο $n+1$

Στάδιο n



Παράδειγμα

- Ένας παίκτης συμμετέχει σε ένα τυχερό παιχνίδι ξεκινώντας με 3 χρηματικές μονάδες. Το παιχνίδι παίζεται σε 3 επαναλήψεις. Σε κάθε επανάληψη ο παίκτης ποντάρει ένα χρηματικό ποσό, το οποίο το κερδίζει ή το χάνει. Σε κάθε επανάληψη ο παίκτης κερδίζει με πιθανότητα $2/3$. Ποια στρατηγική πρέπει να ακολουθήσει ώστε στο τέλος των 3 επαναλήψεων του παιχνιδιού να έχει συγκεντρώσει 5 χρηματικές μονάδες;



Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.0**.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Γιάννης Γιαννίκος 2015. «Τεχνικές Ανάλυσης Διοικητικών Αποφάσεων. Εισαγωγή στο Δυναμικό Προγραμματισμό». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:<https://eclass.upatras.gr/courses/BMA417/>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.