



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Τεχνικές Ανάλυσης Διοικητικών Αποφάσεων

Ενότητα 1: Ανάλυση Δικτύων - Εισαγωγή

Καθηγητής Γιάννης Γιαννίκος

Σχολή Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων

Τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

# Σκοποί ενότητας

- Πληροφορίες μαθήματος και εισαγωγή στην ανάλυση δικτύων

# Διαδικαστικά

- Τρόπος διεξαγωγής μαθήματος
  - 2 ώρες Θεωρίας
  - 1 ώρα φροντιστήριο
  - 1 ώρα εργαστήριο
- Σημείωση: Συνιστάται η παρακολούθηση των παραδόσεων και των εργαστηριακών ασκήσεων
  - (Περισσότερο απ' ό,τι στην Επιχ. Έρευνα)
  - Εργασίες στη διάρκεια του εξαμήνου



# Διαδικαστικά (συνέχεια)

- Ώρες Γραφείου: Θα ανακοινωθούν στο e-class
- e-mail: [I.Giannikos@upatras.gr](mailto:I.Giannikos@upatras.gr)



# Ανάλυση Δικτύων

# Γενικά για την Ανάλυση Δικτύων (Network Analysis)

The screenshot shows the website of the Organization of Urban Transport of Athens (OASA). The main navigation bar includes links for 'Όροι Χρήσης' and 'Συχνές Ερωτήσεις'. Below this, there are language options for 'Ελληνικά' and 'English'. A secondary navigation bar lists various services: 'Εταιρικό Προφίλ', 'Δράσεις', 'Μετακίνηση', 'Για τον Επιβάτη', 'Εισιτήρια - Κάρτες', 'ΑΜΕΑ', 'Νέα', 'Προκηρύξεις', and 'Επικοινωνία'. The main content area features a large image of a train and a building, with a sidebar containing a 'ΚΙΝΗΘΕΙΤΕ' section with categories like 'ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ', 'ΟΙΚΟΛΟΓΙΚΑ', 'ΜΕ ΑΣΦΑΛΕΙΑ', and 'ΜΕ ΤΙΣ ΑΣΤΙΚΕΣ ΣΥΓΚΟΙΝΩΝΙΕΣ'. A 'Σταθμοί μετεπιβίβασης' section lists stations like 'Αεροδρ. Ελ. Βενιζέλος', 'ΚΤΕΛ : Κηφισού', 'ΚΤΕΛ : Λιοσίων', 'Σταθμός Λαρίσης', and 'Λιμένας Πειραιά'. A 'Εύρεση' section has input fields for 'Όνομασία Γραμμής:', 'Αριθμός Γραμμής:', 'Όνομασία Στασης:', 'Δήμος/Περιοχή:', and 'Οδός:'. A 'Επιλογή Φόντου:' section offers 'Α', 'Α', 'Α', 'Α' options and 'Επαναφορά'. A 'Γραμμές' section prompts users to 'Επιλέξτε γραμμή με βάση: Το Δήμο που εξυπηρετούν, Τον Αριθμό Γραμμής, Την Ονομασία Γραμμής, Αναζήτηση Διαδρομών'. A 'Εταιρείες Οριλου' section lists 'ΟΣΥ ΟΑΔΕΕ ΕΥΚΟΙΝΩΝΙΕΣ Α.Ε.' and 'ΣΤΑΣΥ ΣΤΑΘΕΡΕΣ ΣΥΓΚΟΙΝΩΝΙΕΣ Α.Ε.'. A 'Προτείνετε μας' section lists 'Επικοινωνία', 'Παράπονα', and 'Ερωτηματολόγια'. A 'Πληροφοριακό Κέντρο ΟΑΣΑ' section displays '11 185' and 'Δρομολόγια, Διαδρομές, Εισιτήρια, Υποδείξεις, Παράπονα'. A 'Βέλτιστη Διαδρομή' section is circled in red and includes 'Googlemaps' and 'OPTITRAN' options.

Εικόνα 1

Πηγή: [www.oasa.gr](http://www.oasa.gr)

# Γενικά για την Ανάλυση Δικτύων /2

- Ιστοσελίδα του ΟΑΣΑ ([www.oasa.gr](http://www.oasa.gr))
- Εφαρμογή: Βέλτιστη Διαδρομή
- Πώς προσδιορίζεται η βελτιστότητα;
  - Ελάχιστη απόσταση
  - Συντομότερος χρόνος
  - Ελάχιστος αριθμός μετεπιβιβάσεων
  - κ.α.
- (Αυτά είναι αντιπροσωπευτικά προβλήματα Ανάλυσης Δικτύων)



# Γενικά για την Ανάλυση Δικτύων /3

- Πρακτικές Εφαρμογές
  - Δίκτυα μεταφορών
  - Δίκτυα τηλεπικοινωνιών
  - Χρονικός Προγραμματισμός Έργων
- Σημαντικές Εξελίξεις
  - Αλγόριθμοι
  - Τεχνολογία
- Παρατήρηση
  - Πολλά προβλήματα δικτύων μπορούν να μορφοποιηθούν ως προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού
  - Π.χ. πρόβλημα μεταφοράς, πρόβλημα ανάθεσης





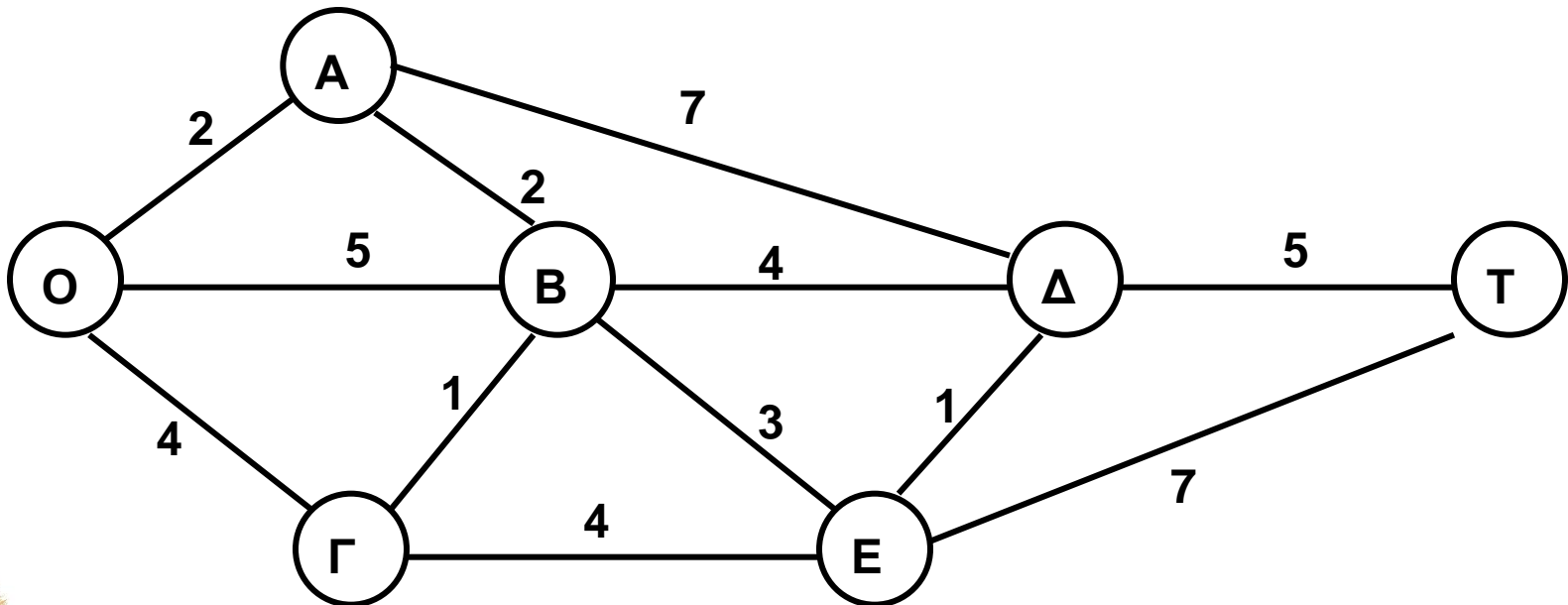
# Χαρακτηριστικά Προβλήματα Δικτύων

- Συντομότερης διαδρομής
- Μέγιστης ροής
- Ροής Ελαχίστου Κόστους
  - Τα δύο πρώτα προβλήματα μπορούν να μορφοποιηθούν ως ειδικές περιπτώσεις του
- Ελάχιστου συνεκτικού δέντρου
- Χρονικού Προγραμματισμού Έργων



# Παράδειγμα

- Στον Εθνικό Δρυμό της Πάρνηθας υπάρχουν ορισμένα περίπτερα που συνδέονται με δρόμους. Έστω ότι Ο είναι η είσοδος και Τ η έξοδος του Δρυμού.





# Προβλήματα

- Ποια είναι η συντομότερη διαδρομή από το  $O$  στο  $T$ ;
- Ποια είναι η συντομότερη διαδρομή από το  $O$  σε οποιοδήποτε άλλο περίπτερο;
- Αν σε κάθε δρόμο μπορεί να περάσει περιορισμένος αριθμός επισκεπτών, ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός που μπορεί να πάει από το  $O$  στο  $T$ ;
- Αν πρέπει να συνδεθούν όλα τα περίπτερα με τηλεφωνικές γραμμές ποιο είναι το ελάχιστο μήκος γραμμών που απαιτείται;



# Ορισμοί

- Γράφημα (graph)
  - Ένα σύνολο από κόμβους (nodes) και ακμές (edges)
- Ακμή
  - Προσανατολισμένη (directed) 
  - Μη προσανατολισμένη (undirected) 
- Διαδρομή (path) από  $i$  στο  $j$ 
  - Ένα σύνολο από ακμές που συνδέουν το  $i$  με το  $j$
  - Προσανατολισμένη
  - Μη προσανατολισμένη

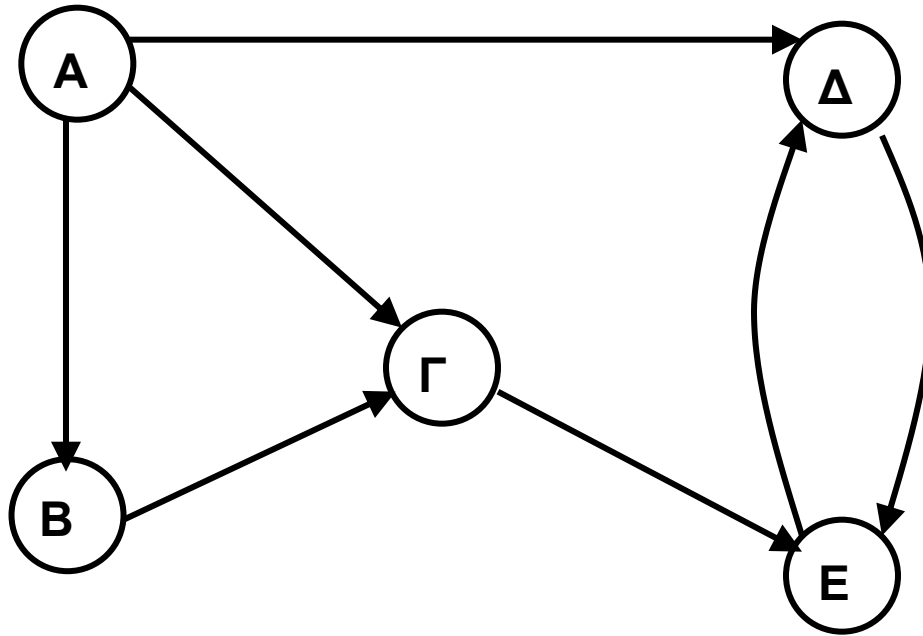


# Ορισμοί (συνέχεια)

- Δίκτυο (network)
  - Ένα προσανατολισμένο γράφημα
- Κάθε ακμή έχει
  - Δυναμικότητα (μέγιστη ροή που μπορεί να δεχθεί)
  - Κόστος ανά μονάδα ροής



# Παράδειγμα



- Διαδρομή AB-ΒΓ-ΓΕ
- Το σύνολο ακμών ΒΓ-ΑΓ-ΑΔ δεν είναι διαδρομή!

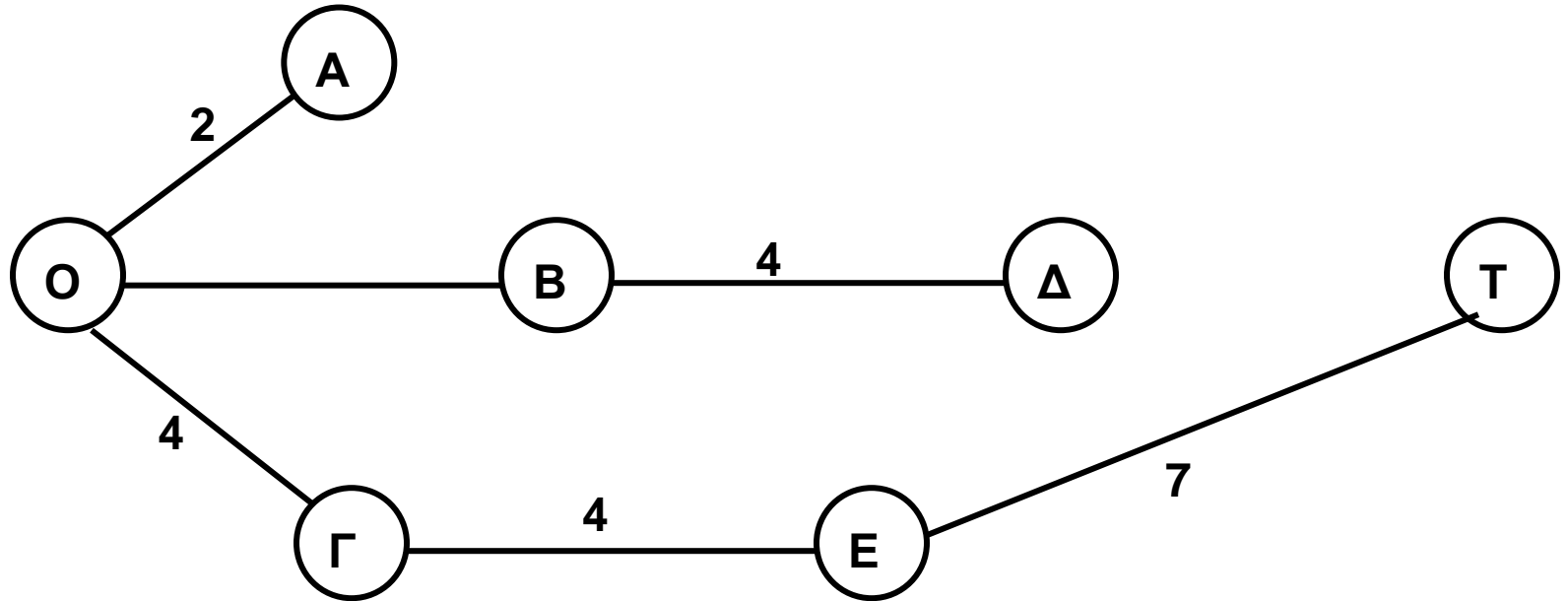


# Ορισμοί (συνέχεια)

- Δύο κόμβοι A και B είναι συνδεδεμένοι (connected) όταν υπάρχει διαδρομή από το A στο B.
- Ένα γράφημα είναι συνεκτικό όταν δύο οποιοιδήποτε κόμβοι του είναι συνδεδεμένοι
- Κύκλωμα (cycle) είναι μία διαδρομή που αρχίζει και τελειώνει στον ίδιο κόμβο
- Δέντρο (tree) είναι ένα συνεκτικό γράφημα χωρίς κυκλώματα



# Παράδειγμα Δέντρου



- Ένα δέντρο με  $n$  κόμβους έχει  $n-1$  ακμές
- Κάθε ζευγάρι κόμβων συνδέεται με ένα και μόνο ένα στοιχειώδες μονοπάτι





# Το Πρόβλημα της Συντομότερης Διαδρομής

- Έστω ένα μη προσανατολισμένο γράφημα
- Ένας κόμβος  $O$  θεωρείται αρχικός και ένας κόμβος  $T$  τελικός
- Κάθε ακμή χαρακτηρίζεται από μία «απόσταση»  $d \geq 0$
- Ζητούμενο: Να βρεθεί η συντομότερη διαδρομή από την αρχή στο τέλος
- Κόμβοι
  - Λυμένοι: αυτοί για τους οποίους έχει υπολογιστεί η ελάχιστη απόσταση από την αρχή
  - Μη λυμένοι: οι υπόλοιποι



# Αλγόριθμος Dijkstra – Γενική Περιγραφή

- Διατήρησε ένα σύνολο λυμένων κόμβων  $S$  για τους οποίους έχει υπολογιστεί η συντομότερη διαδρομή  $\delta(u)$  από την αρχή  $s$  στο  $u$
- Αρχικά είναι  $S=\{s\}$  και  $\delta(s)=0$
- Βρες μη λυμένο κόμβο που ελαχιστοποιεί

$$dist(v) = \min_{e=(u,v):u \in S} \{ \delta(u) + length(e) \}$$

- Πρόσθεσε το  $v$  στο  $S$  και θέσε  $\delta(v)=dist(v)$



# Αλγόριθμος Dijkstra

1. Θεώρησε όλους τους κόμβους εκτός του αρχικού ως μη λυμένους
2. Επανάλαβε μέχρι το τέλος
  - 2.1 Για κάθε λυμένο κόμβο βρες τον πλησιέστερο μη λυμένο
  - 2.2 Από όλους τους υποψήφιους κόμβους επέλεξε τον πλησιέστερο και θεώρησέ τον ως λυμένο



# ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ

- Το μήκος κάθε ακμής μπορεί να εκφράζει κόστος, χρόνο κτλ
- Ο αλγόριθμος τροποποιείται εύκολα και για προσανατολισμένο γράφημα
- Ο αλγόριθμος μπορεί εύκολα να βρει τη συντομότερη διαδρομή από την αρχή σε οποιοδήποτε άλλο κόμβο



# Επέκταση – Ακμές με αρνητικό μήκος

- Οι ακμές μπορεί να έχουν αρνητικό βάρος («μήκος»)
- Ο αλγόριθμος Dijkstra δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε τέτοιες περιπτώσεις
- Χρειάζεται διαφορετική αντιμετώπιση
- Αν υπάρχει κύκλωμα από το  $s$  στο  $t$  με αρνητικό συνολικό βάρος, τότε το μήκος της διαδρομής μπορεί να γίνει οσοδήποτε μικρό (τείνει στο  $-\infty$ )
- Υπάρχει ειδικός αλγόριθμος (Bellman-Ford) που επιτρέπει αρνητικά βάρη και εντοπίζει κυκλώματα με αρνητικό συνολικό μήκος



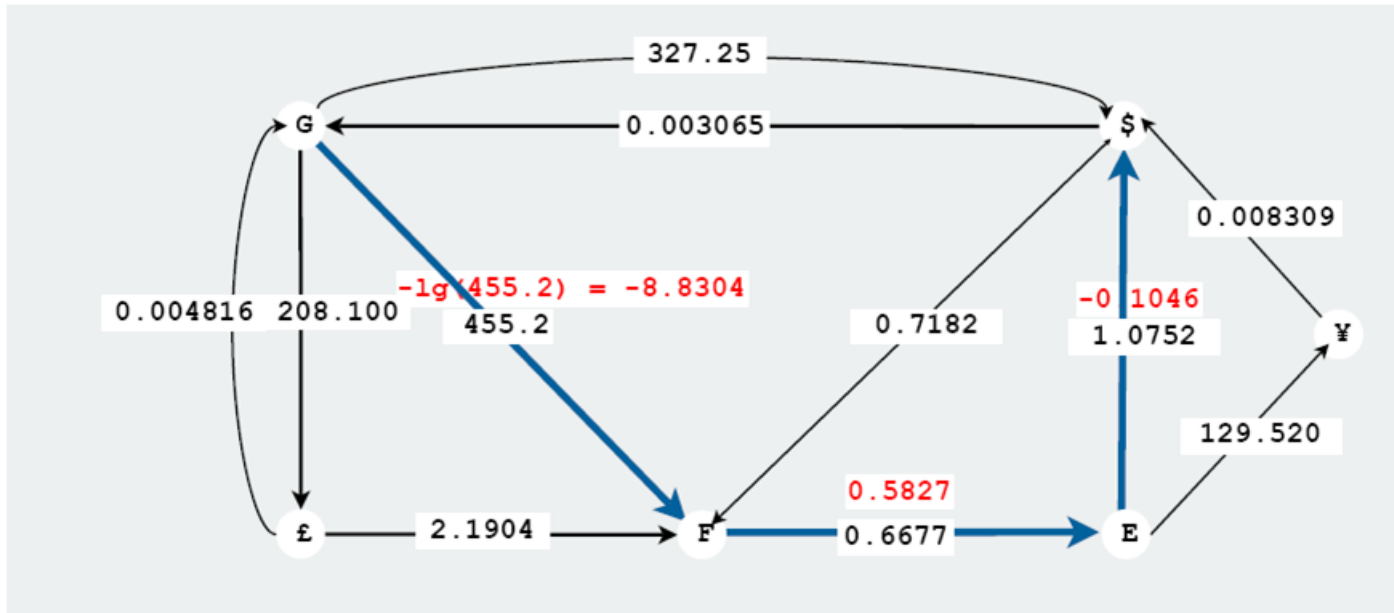
# Ακμές με αρνητικό μήκος - Παράδειγμα

- Συναλλαγματικές ισοτιμίες
  - Με δεδομένες τις συναλλαγματικές ισοτιμίες, ποιος είναι ο καλύτερος τρόπος να μετατρέψουμε 1 ουγγιά χρυσό σε δολάρια ΗΠΑ;
  - 1 oz. Gold αντιστοιχεί σε \$327,25.
  - 1 oz. gold αντιστοιχεί σε £208,10 ή \$327,00.
  - 1 oz. gold αντιστοιχεί σε 455.2 Francs ή 304.39 Euros ή \$327,28
- Γράφημα με
  - Κόμβους τα νομίσματα
  - Ακμές: μετατροπές από ένα νόμισμα σε άλλο
  - Ζητούμενο: βρες τη διαδρομή που μεγιστοποιεί το γινόμενο των βαρών



# Ακμές με αρνητικό μήκος – Παράδειγμα / 2

- Παίρνοντας λογάριθμους των βαρών καταλήγουμε σε γράφημα όπου το ζητούμενο είναι η *συντομότερη διαδρομή*



Εικόνα 2

Πηγή: <https://www.cs.princeton.edu/~rs/AlgsDS07/15ShortestPaths.pdf>

- Πρόβλημα: αρνητικά βάρη!



# Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης





# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



# Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.0**.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, Γιάννης Γιαννίκος 2015. «Τεχνικές Ανάλυσης Διοικητικών Αποφάσεων. Ανάλυση δικτύων - Εισαγωγή». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/BMA417/>.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

**Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες**

**Εικόνα 1:** Πηγή: [www.oasa.gr](http://www.oasa.gr)

**Εικόνα 2:** Πηγή: <https://www.cs.princeton.edu/~rs/AlgsDS07/15ShortestPaths.pdf>

