



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

## ΦΥΣΙΚΗ ( BIO\_ΦΥΣ )

### Χειμερινό Εξάμηνο 2023-2024

#### Διδάσκων

- ΑΝΔΡΙΚΟΠΟΥΛΟΣ Κωνσταντίνος  
*kandriko@upatras.gr*
- **ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ**
- Πανεπιστήμιο Πατρών

Που μπορείτε να με βρίσκετε: Α' κτίριο, 2<sup>ος</sup> όροφος γρ. 313

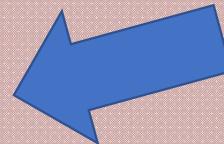
#### Διαλέξεις

*Αίθουσα Β/Μ-026*

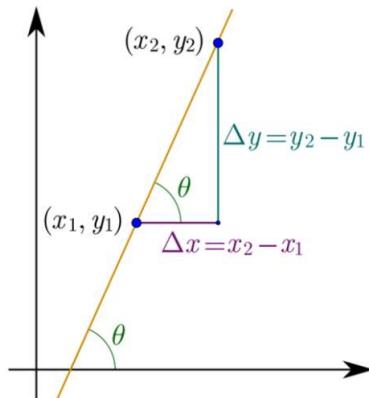
Μέρες/Ωρες

ΔΕ 12.00-14.00

ΤΡ 09.00-11.00



# Παράγωγος (derivative)



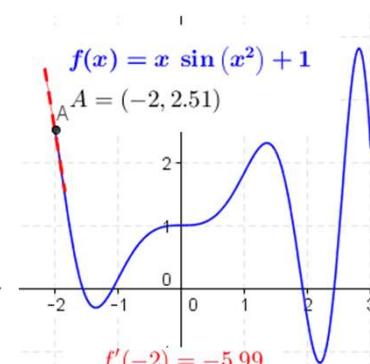
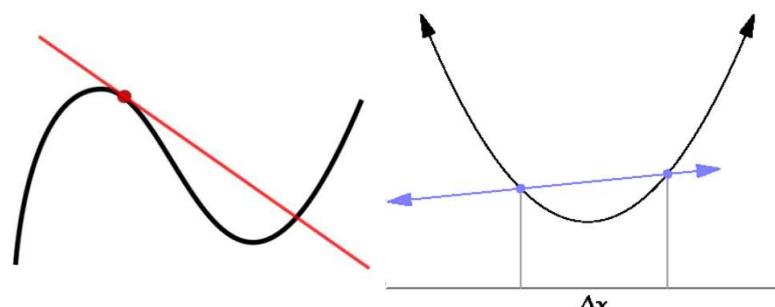
$$\tan \theta = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \text{'Όταν } \Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$$

$y=f(x)=ax+b$  (ευθεία)

$$\tan \theta = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} = f'(x)$$

Παράγωγος της συνάρτησης  $f$

Πρακτικά δηλώνει την **κλίση της συνάρτησης  $f$  σε καθένα σημείο  $x$**   
Εάν  $x \rightarrow t$ , χρόνος τότε: Ρυθμός μεταβολής



$f(x)=x^n$

$f(x)=nx^{n-1}$

$g(x)=a f(x)$   
a:constant

$g'(x)=a f(x)$

$h(x)=f(x)+g(x)$

$h'(x)=f'(x)+g'(x)$

$h(x)=f(x) g(x)$

$h'(x)=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

$g(x)=1/f(x)$

$g'(x)=[-1/f(x)^2]f'(x)$

# Modeling growth rates

$$\Delta N(t)/\Delta t = \Gamma - \Theta = r N(t)$$

$$\Gamma \text{ ο αριθμός των γεννήσεων} = \gamma N(t)$$

$$\Theta \text{ ο αριθμός των θανάτων} = \theta N(t)$$

$$\rightarrow \Gamma - \Theta = \gamma N(t) - \theta N(t) = r N(t)$$

$N(t)$  ο πληθυσμός μια ορισμένη χρονική στιγμή  $t$   
 $r$  ο ρυθμός αύξησης για κάθε ένα οργανισμό

Συνήθως θέλουμε να γνωρίζουμε το ρυθμό αύξησης σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή!

$$dN/dt = rN$$

Εκθετική αύξηση



Population size ( $N$ )



Time

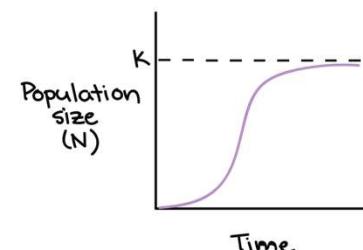
$\frac{dN}{dt} = rN$

Exponential growth  
Per capita growth rate ( $r$ ) doesn't change, even if pop. gets very large.

Logistic growth  
Per capita growth rate ( $r$ ) gets smaller as pop. approaches its max. size.

$$\frac{dN}{dt} = r_{max} N$$

$$\frac{dN}{dt} = r_{max} \left( \frac{K-N}{K} \right) N$$



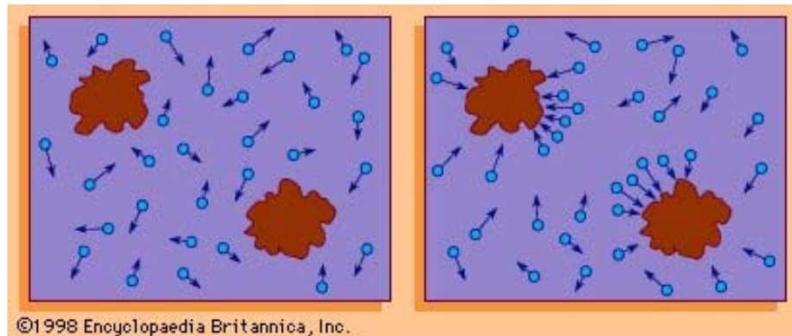
Population size ( $N$ )

Time

# KINΗΜΑΤΙΚΗ

Η Κινητική ή Κινηματική είναι κλάδος της μηχανικής που περιγράφει την κίνηση των σωμάτων αδιαφορώντας για τη μάζα τους ή τις αιτίες, δυνάμεις, που προκαλούν την κίνησή τους.

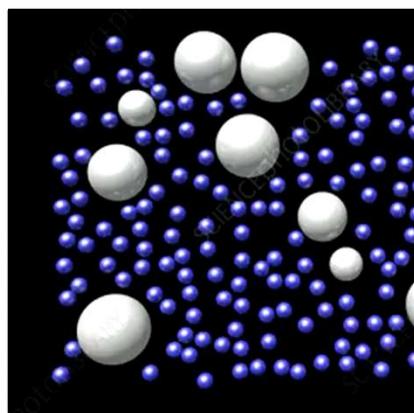
# Κίνηση Brown



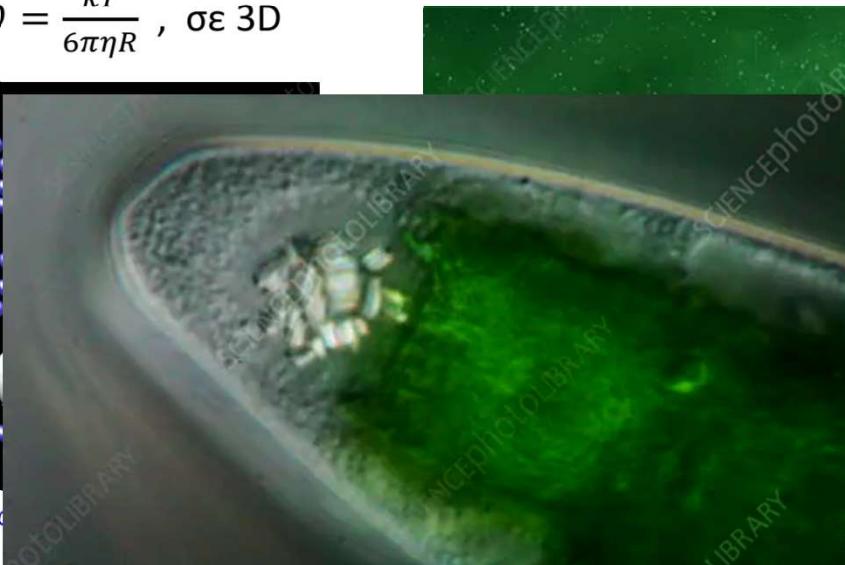
$$\langle \Delta x \rangle \propto t^{1/2}$$

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta R}, \text{ σε 3D}$$

Random Walk



<https://www.sciencephoto.com/media/237006/view/brownian-motion-animation>



<https://www.sciencephoto.com/media/237006/view/brownian-motion>

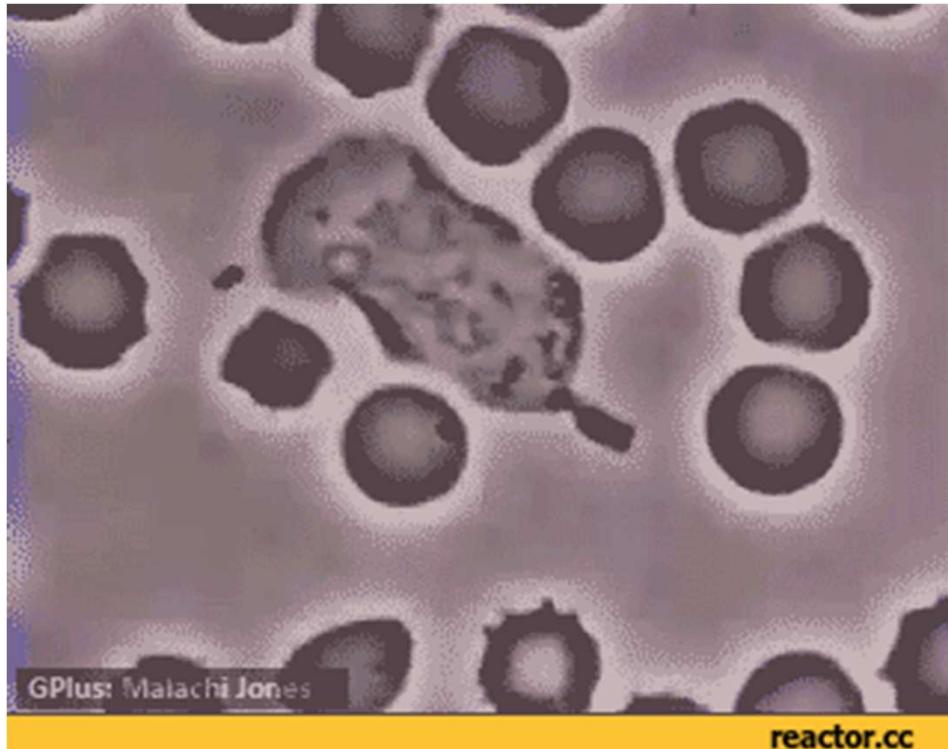
# Αποστολή στον Άρη



[https://dlmultimedia.esa.int/download/public/videos/2016/02/043/1602\\_043\\_AR\\_EN.mp4](https://dlmultimedia.esa.int/download/public/videos/2016/02/043/1602_043_AR_EN.mp4)

**ESA**

# Κίνηση μονοκύτταρων οργανισμών



<https://giphy.com/gifs/cell-animation-34RXqfbRIdT0I>

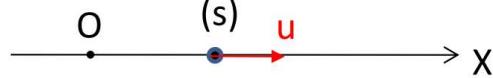
Διάφοροι άλλοι μικροοργανισμοί ή κίνηση των οποίων καταγράφηκε με οπτικό μικροσκόπιο

<https://www.nikonsmallworld.com/galleries/2020-small-world-in-motion-competition/a-marine-tardigrade-batillipes-lusitanus>

[A marine tardigrade \(Batillipes lusitanus\)](#) |  
[2020 Small World in Motion Competition](#) |  
[Nikon's Small World \(nikonsmallworld.com\)](#)

**ΚΙΝΗΣΗ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ**

# TAXYTHHTA – ευθύγραμμη ομαλή κίνηση



$u = \text{σταθ}$ , σε ίσους χρόνους  $\rightarrow$  ίσα διαστήματα

Η ταχύτητα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ορίζεται ως  
(ειδική περίπτωση της  $u = ds/dt$ ):

$$u = \frac{s(t) - s_0}{t} \Leftrightarrow s(t) = s_0 + ut$$

όπου  $s_0$  το αρχικό διάστημα για  $t=0$   
s το διάστημα που διανύει το κινητό σε  
χρόνο t

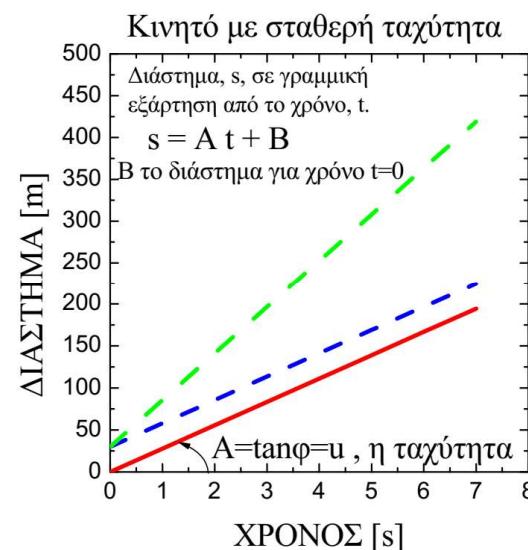
Μονάδες: [SI]  $\rightarrow$  m/s, Km/h, miles/h, cm/s

$$u = \frac{s}{t}$$

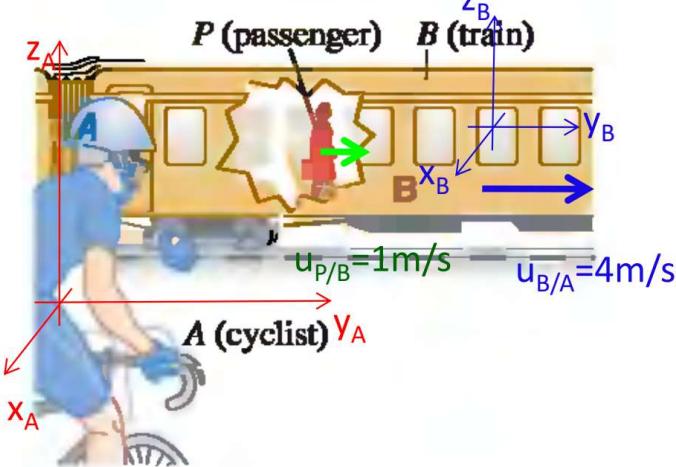
Παράδειγμα  $100 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 100 \cdot \frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} = 27.78\text{m/s}$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ του s vs t  $\rightarrow$   $s=s(t)$

Ποια η διαφορά για τα κινητά των οποίων  
το διάστημα σα συνάρτηση του  
χρόνου απεικονίζεται με κόκκινη, πράσινη και  
μπλε καμπύλη;



# ΣΧΕΤΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ (1D) – ευθ. ομ. κιν.



A → Ποδηλάτης – αδρανειακό σύστημα A  
 B → Τρένο – αδρανειακό σύστημα B,  
 $u_{B/A} = 4 \text{ m/s}$  ως προς A  
 P → Επιβάτης  $u_{P/B} = 1 \text{ m/s}$  ως προς B  
 Ποια η ταχύτητα του P ως προς A,  $u_{P/A}$ ;

**ΠΡΟΣΟΧΗ:** οι ταχύτητες είναι διανυσματικά μεγέθη.

Επειδή το πρόβλημα είναι **μονοδιάστατο** αρκούν οι αλγεβρικές τιμές της ταχύτητας ( $u_{B/A} > 0$ ,  $u_{P/B} > 0$ ).

Το + προέρχεται από το πρόβλημα δηλαδή οι ταχύτητες είναι ομόρροπες άρα προστίθενται.

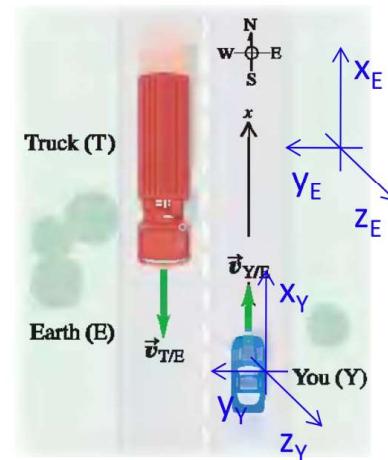
$$u_{P/A} = u_{P/B} + u_{B/A}$$

$$u_{T/E} = -104 \text{ km/h}$$

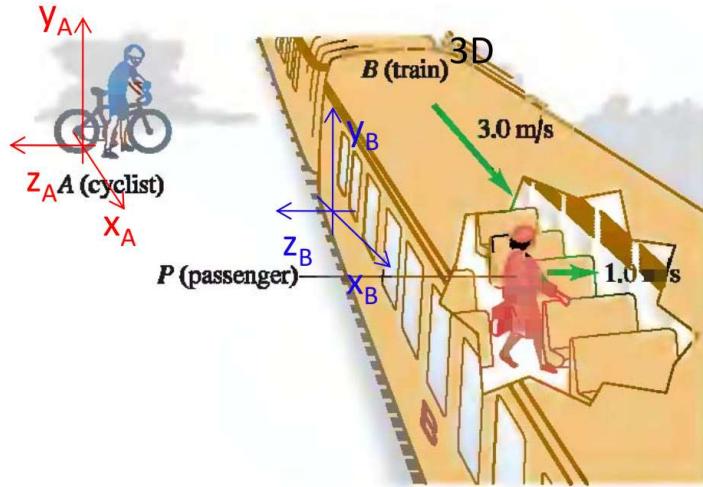
$$u_{Y/E} = +88 \text{ km/h}$$

$$u_{T/E} = u_{T/Y} + u_{Y/E}$$

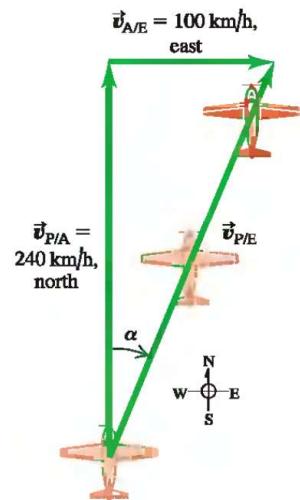
$$u_{T/Y} = u_{T/E} - u_{Y/E}$$



# ΣΧΕΤΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ (3D) – ευθ. ομ. κιν.



ΕΝΑ ΑΚΟΜΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

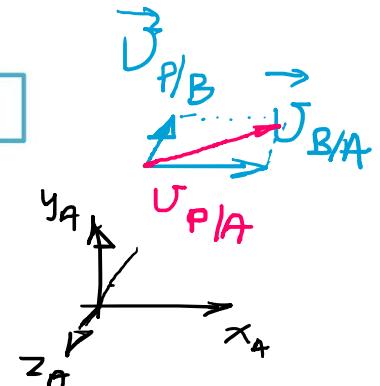
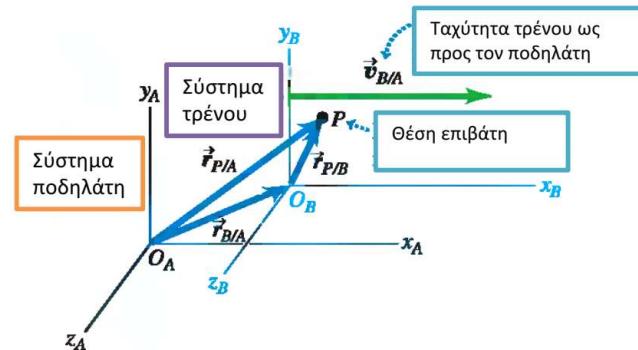


$$\mathbf{u}_{P/E} = \mathbf{u}_{P/A} + \mathbf{u}_{A/E}$$

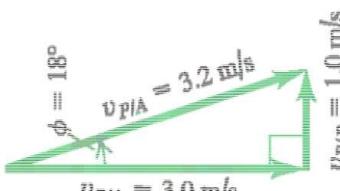
Έπειρο  $\mathbf{u}_{P/E} = \sqrt{\mathbf{u}_{P/A}^2 + \mathbf{u}_{A/E}^2} = 260 \text{ m/s}$

$$\tan \alpha = \frac{\mathbf{u}_{A/E}}{\mathbf{u}_{P/A}} = \frac{100}{240} \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{100}{240} = 22.6^\circ$$

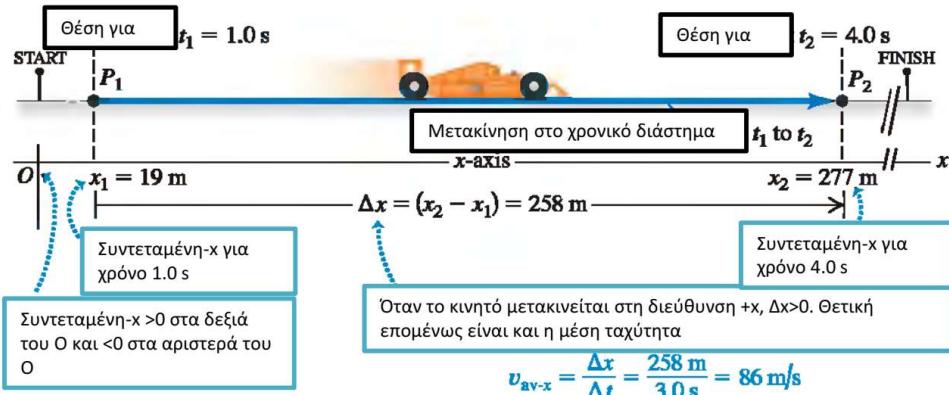
ΘΕΣΕΙΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ



ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ



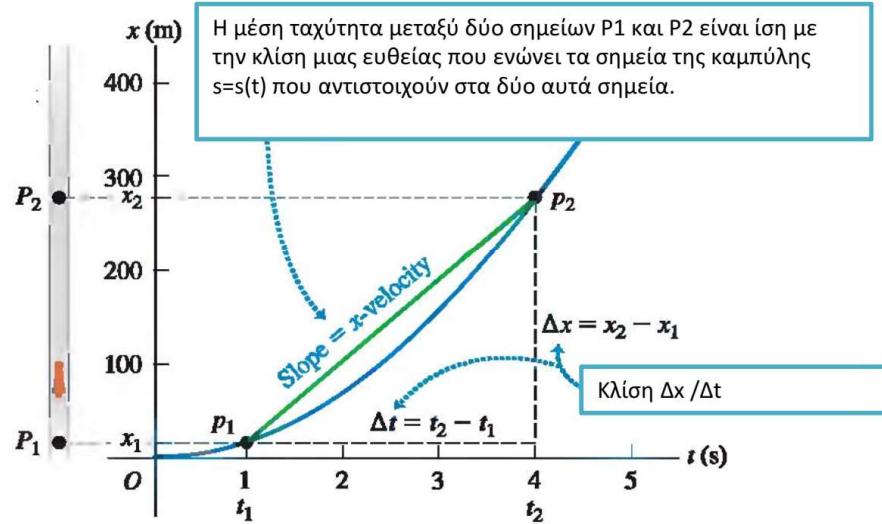
# TAXYTHTA – ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση



## Μέση ταχύτητα

$$u_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_{av-x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{258 \text{ m}}{3.0 \text{ s}} = 86 \text{ m/s}$$

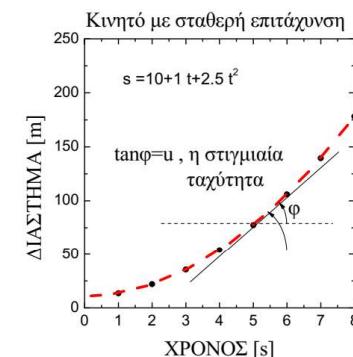
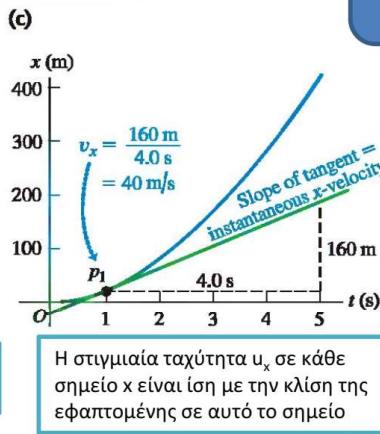
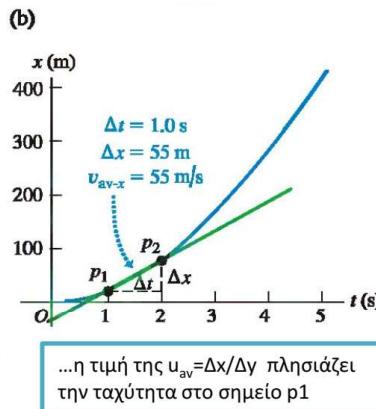
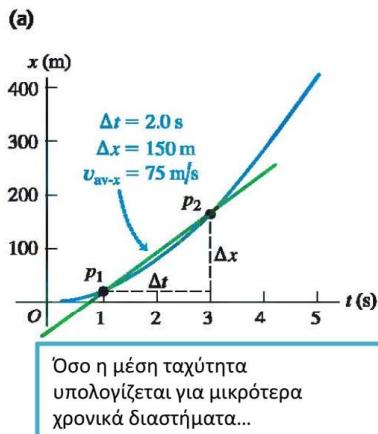


# TAXYTHTA – ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση

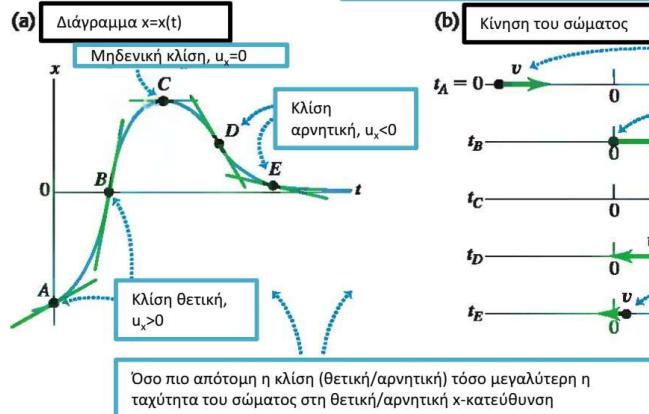
**Στιγμιαία ταχύτητα**

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

**ΓΕΝΙΚΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ**

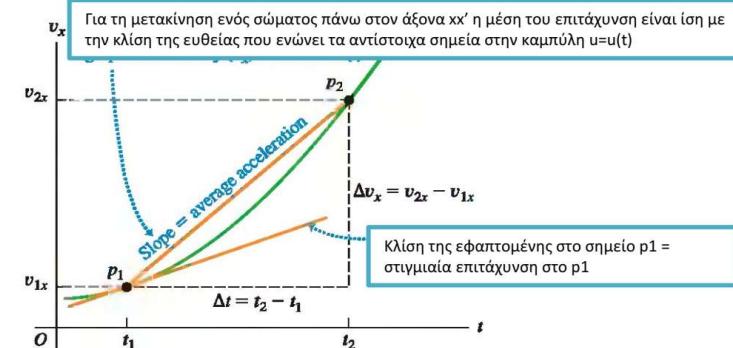


Σε μια πιο πολύπλοκη κίνηση πώς μπορώ να εκτιμήσω τη στιγμιαία ταχύτητα εάν έχω το διάγραμμα κίνησης ( $x=x(t)$ )?



# TAXYTHTA – ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση

**Μέση επιτάχυνση**  $a_{av-x} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$



**Στιγμαία επιτάχυνση**

**ΓΕΝΙΚΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ**

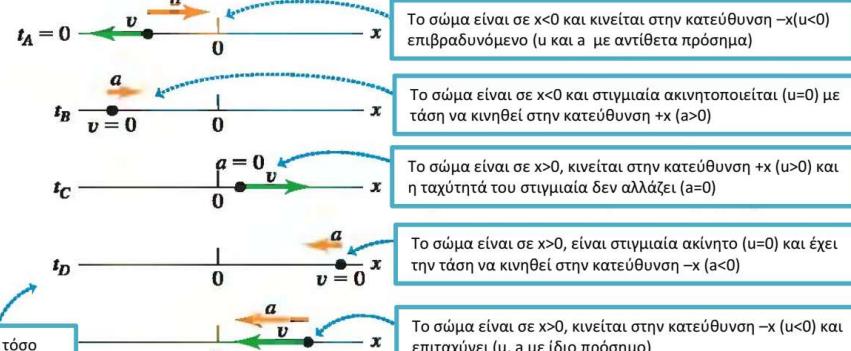
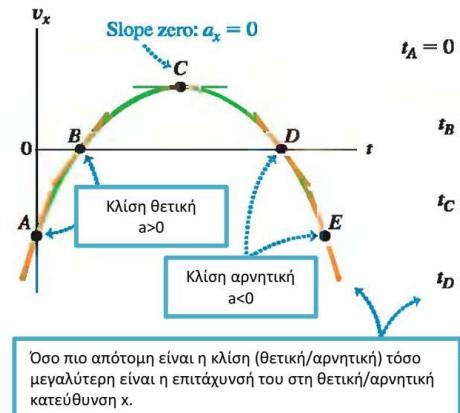
$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$



(a) Διάγραμμα  $u=u(t)$

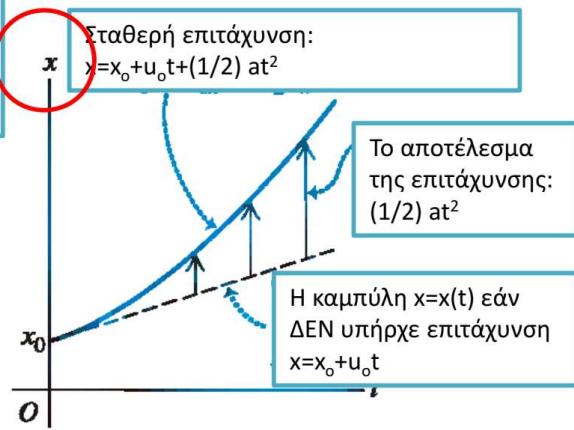
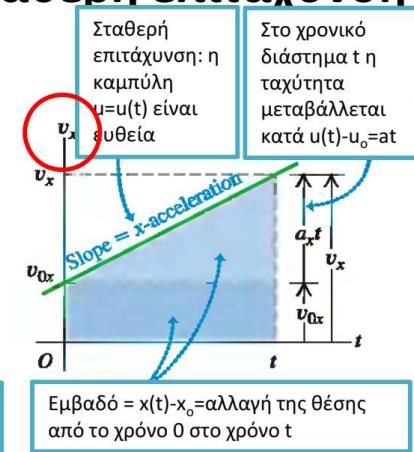
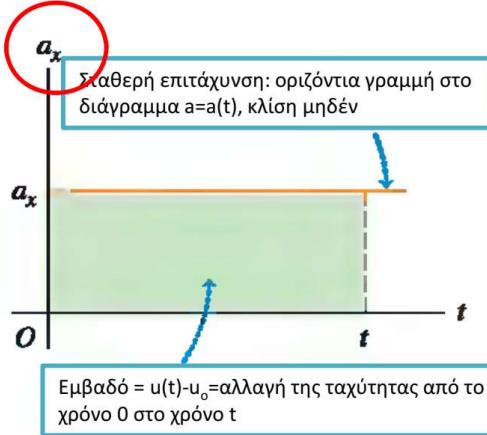
(b) Θέση, ταχύτητα και επιτάχυνση

Σε μια πιο πολύπλοκη κίνηση πώς μπορώ να εκτιμήσω τη στιγμαία επιτάχυνση εάν έχω το διάγραμμα  $u=u(t)$ ;



# Ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

## Σταθερή επιτάχυνση

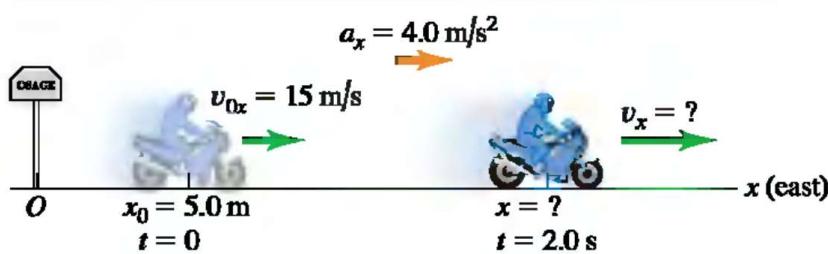


$$a_x = \frac{du}{dt} \Rightarrow du = a_x dt \Rightarrow \int_{u_{0x}}^{u_x} du = \int_0^t a_x dt \Rightarrow u_x - u_{0x} = a_x t$$

$$u_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = u_x dt \Rightarrow \int_{x_o}^x dx = \int_0^t u_x dt \Rightarrow x - x_o = \int_0^t (u_{0x} + a_x t) dt \Rightarrow x - x_o = u_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

Οι γνωστοί σας τύποι...

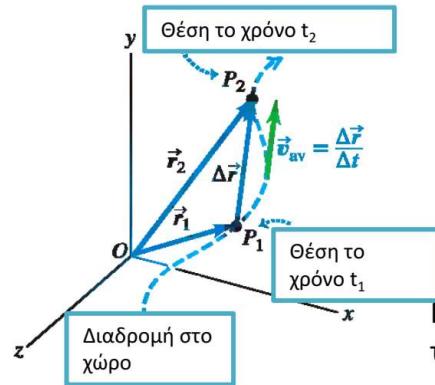
Μηχανή κινείται με σταθερή επιτάχυνση



$$x = 43 \text{ m}$$

$$u_x = 23 \text{ m/s}$$

# ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΑ – ΧΩΡΟΣ 3D



Θέση κινητού στο χώρο

$$P=P(t)$$

$$P \rightarrow \vec{r} = \overrightarrow{OP}$$

Μέση  
ταχύτητα

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Παραμετρικές εξισώσεις κίνησης

$$x=x(t)$$

$$y=y(t)$$

$$z=z(t)$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d \vec{r}}{dt}$$

Συνιστώσες και μέτρο ταχύτητας

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

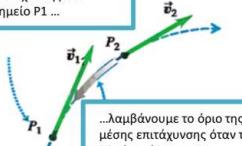
$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$$

2D

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \quad \tan \vartheta = \frac{u_y}{u_x}$$

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Για την εύρεση της στιγμιαίας επιτάχυνσης στο σημείο P1 ...



...λαμβάνουμε το όριο της μέσης επιτάχυνσης όταν το P2 πλησάζει στο P1

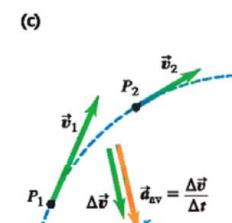
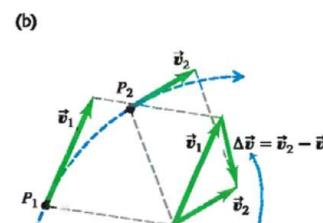
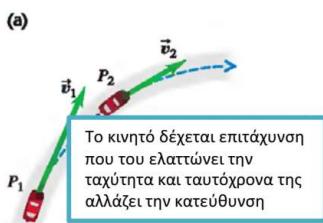
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d \vec{v}}{dt}$$

2D

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\tan \vartheta = \frac{a_y}{a_x}$$

Η στιγμιαία επιτάχυνση κατευθύνεται στο κοίλο μέρος της διαδρομής



2. (α) Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του πίνακα που ακολουθεί, να σχεδιάσετε το διάγραμμα θέσης-χρόνου λαμβάνοντας υπόψη τις μετρήσεις μόνο για τις χρονικές στιγμές  $t = 0, 4$  και  $8$  s. Υπολογίστε την ταχύτητα για καθένα από τα χρονικά διαστήματα  $[0,4]$  και  $[4,8]$ , και δείξτε στη συνέχεια ότι η μέση τιμή της επιτάχυνσης είναι μηδέν.

$t$ (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x$ (m)	1	7,25	9	7,75	5	2,25	1	2,75	9

- (β) Σχεδιάστε τώρα τη γραφική παράσταση θέσης-χρόνου λαμβάνοντας υπόψη και τα εννέα σημεία.



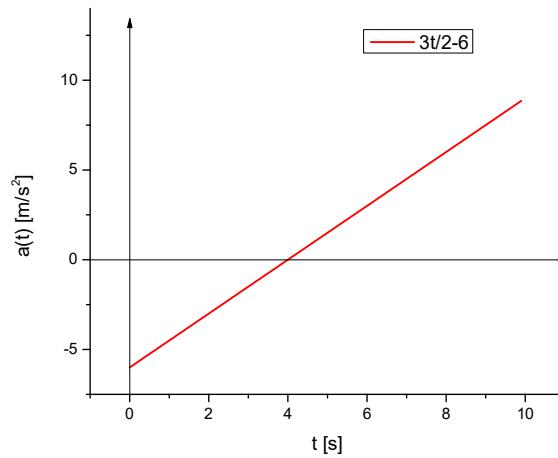
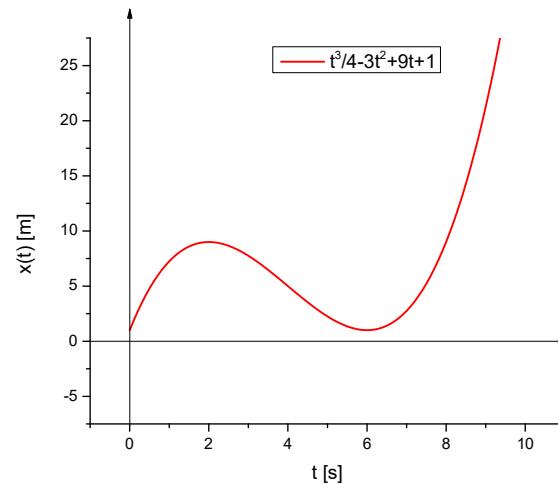
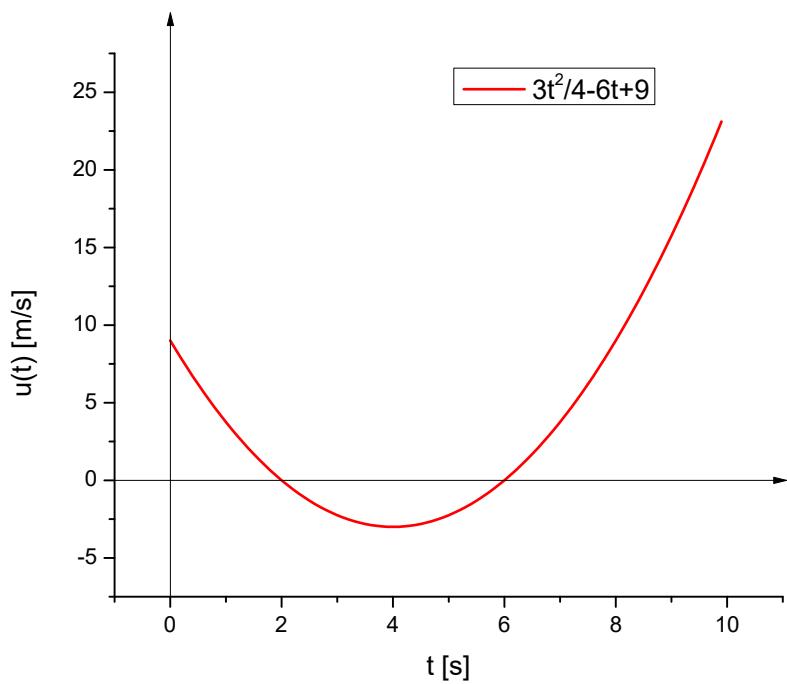
Υπολογίστε την ταχύτητα αυτή τη φορά για καθένα από τα οκτώ χρονικά διαστήματα ξεκινώντας από το  $[0,1]$  και καταλήγοντας στο  $[7,8]$ . Υπολογίστε στη συνέχεια τη μέση τιμή της επιτάχυνσης για τα χρονικά διαστήματα  $[0,2]$ ,  $[2,4]$ ,  $[4,6]$ ,  $[6,8]$  χρησιμοποιώντας τις τιμές ταχύτητας που προσδιορίσατε προηγουμένως.

- (γ) Επιβεβαιώστε το γεγονός ότι τα δεδομένα του πίνακα μπορούν να «αναπαραχθούν» από μια συνάρτηση της μορφής  $x(t) = t^3/4 - 3t^2 + 9t + 1$ .

Δείξτε ότι η συγκεκριμένη συνάρτηση περιγράφει την κίνηση ενός αντικειμένου που κινείται προς τη θετική κατεύθυνση, σταματά και κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση και μετά από μια ακόμα στάση κινείται προς τη θετική κατεύθυνση με συνεχώς αυξανόμενη ταχύτητα.

- (δ) Παρατηρήστε ότι όταν χρησιμοποιούμε, όπως στο ερώτημα (α), χρονικά διαστήματα των  $4$  s χάνουμε τις λεπτομέρειες της κίνησης, η οποία περιγράφεται με μεγαλύτερη πληρότητα αν χρησιμοποιήσουμε μικρότερα χρονικά διαστήματα. Σε ποιά χρονικά διαστήματα είναι η κλίση της γραφικής παράστασης  $x(t)$  θετική; Πού είναι αρνητική και που μηδέν; Ποιά η φυσική σημασία του προσήμου της κλίσης της καμπύλης  $x(t)$ ; Αν η κλίση αυτής της καμπύλης αλλάζει πρόσημο, τι συμπέρασμα μπορούμε να βγάλουμε για την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος;

Πρόβλημα 2 σελ48 Mewman



# ΤΡΟΧΙΑ – 2D

$$x=x(t) \text{ και } y=y(t)$$

→ ΤΡΟΧΙΑ :  $y=f(x)$  χωρίς να περιλαμβάνεται ο χρόνος

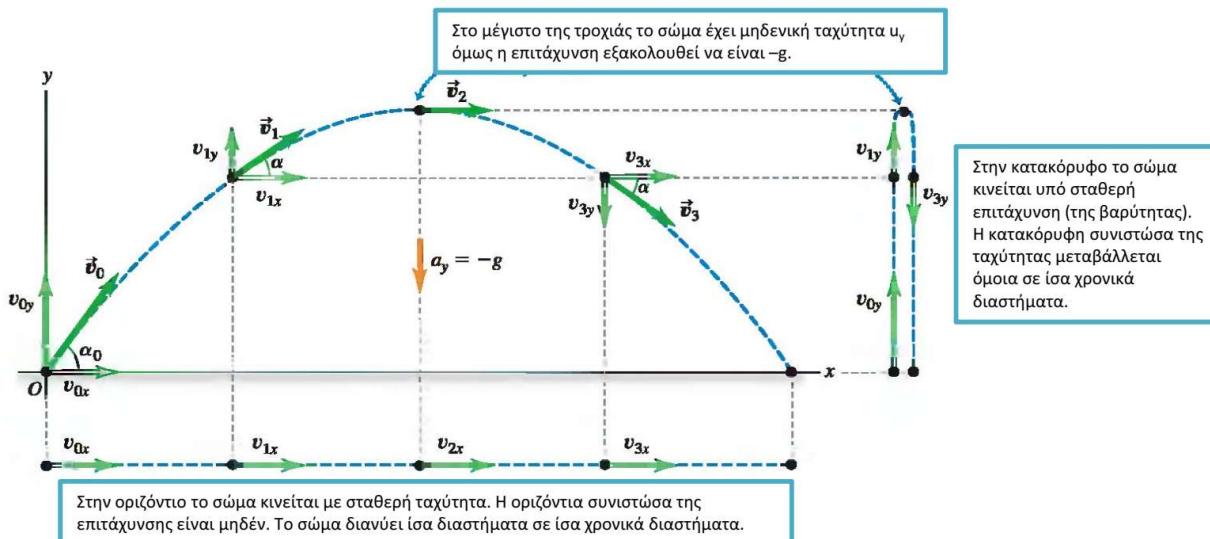
Παραμετρικές εξισώσεις κίνησης

$$\{z=z(t)\}$$

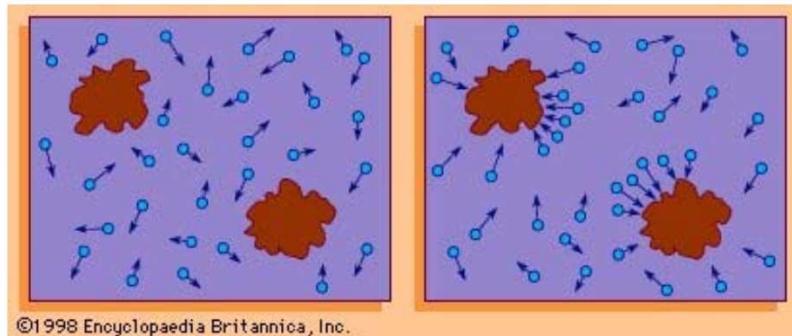
$x=u_{ox}t$  → Ομαλή ευθύγραμμη κίνηση

$y=u_{oy}t - (1/2)gt^2$  → Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (g)

$$y = \frac{u_{oy}}{u_{ox}} x - \frac{g}{2u_{ox}^2} x^2$$
ΠΑΡΑΒΟΛΗ



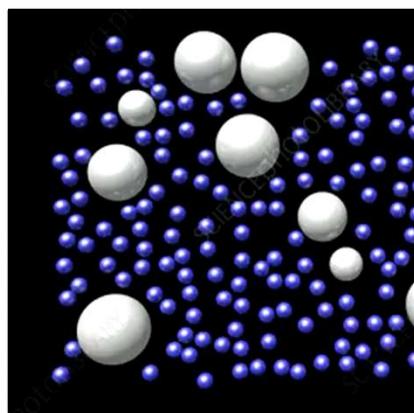
# Κίνηση Brown



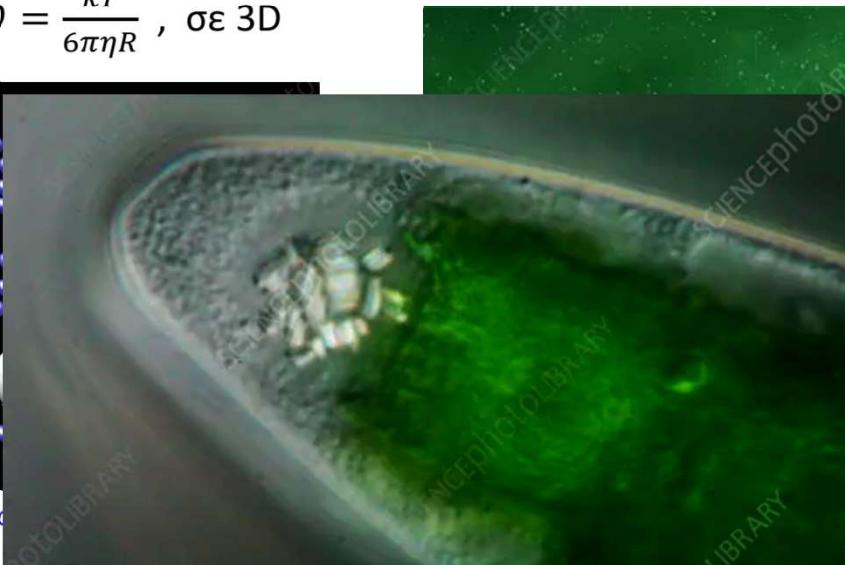
$$\langle \Delta x \rangle \propto t^{1/2}$$

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta R} , \text{ σε 3D}$$

Random Walk

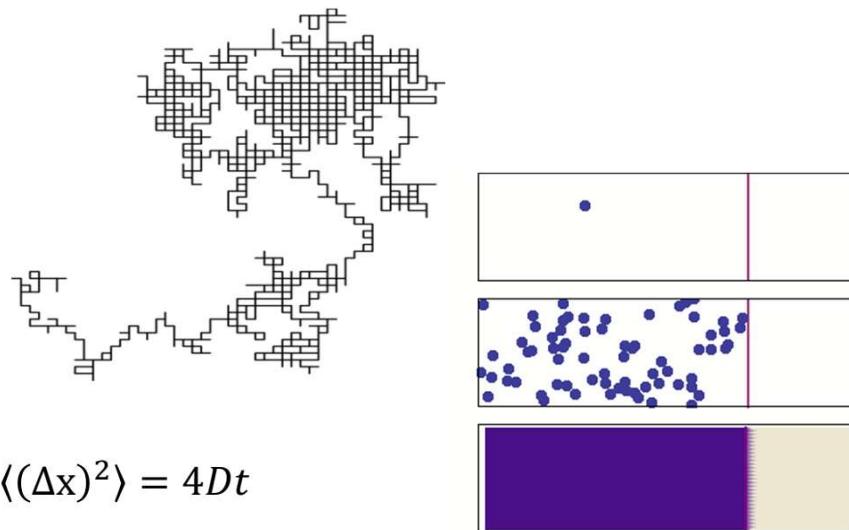
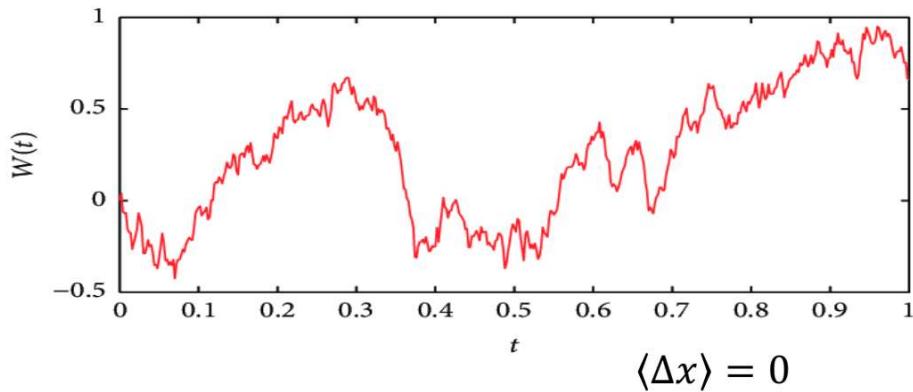


<https://www.sciencephoto.com/media/237006/view/brownian-motion-animation>



<https://www.sciencephoto.com/media/237006/view/brownian-motion>

# Τυχαίος περίπατος (random walk)



$$\langle (\Delta x)^2 \rangle = 4Dt$$

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle = 2Dt$$

$$\Delta x_{rms} = \sqrt{\langle (\Delta x)^2 \rangle} \propto \sqrt{t}$$

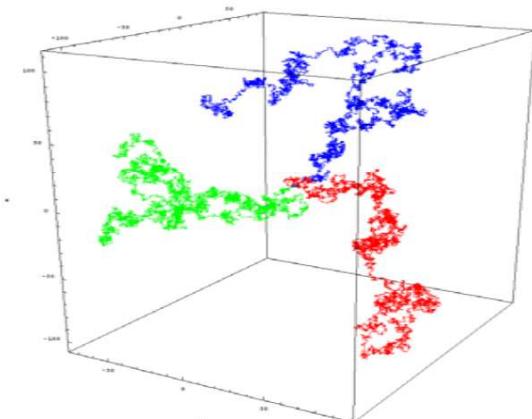
D: σταθερά διάχυσης (εξαρτάται από το σχήμα-  
μέγεθος σωματιδίου, τη θερμοκρασία και το  
ιξώδες)

Σφαίρα σε ρευστό

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta R}$$

low [Reynolds number](#)

3D



$$\langle (\Delta x)^2 \rangle = 6Dt$$

# Παραδείγματα – random walk

Π.χ. 2.9 (3)

Ο συντελεστής διάχυσης για τη σακχαρόζη του αἵματος ( $37^{\circ}\text{ C}$ ) είναι  $9.6 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ .

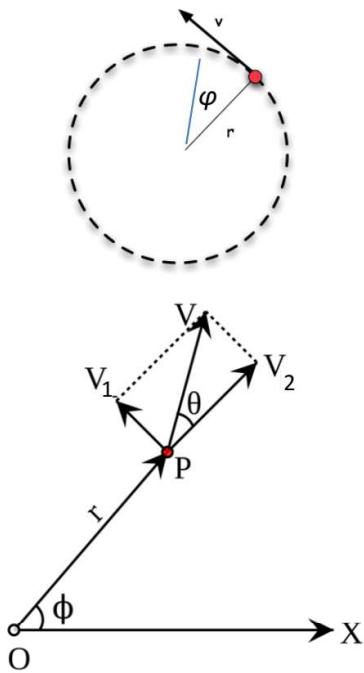
- (α) Υπολογίστε τη μέση απόσταση  $(\Delta x)_{\text{rms}}$  που ένα μόριο σακχαρόζης «εξερευνά» σε τρεις διαστάσεις σε χρόνο 1 h.
- (β) Υπολογίστε το χρόνο που απαιτείται για ένα μόριο σακχαρόζης να διαχυθεί από το κέντρο στην περιφέρεια τριχοειδούς σωλήνα διαμέτρου 8 μm.

ΠΡ 25 (3)

Ένα κύτταρο βρίσκεται εντός τριχοειδούς σωλήνα (κίνηση σε μια διάσταση) και διαχέεται κινούμενο με συντελεστή διάχυσης  $10^{-9} \text{ cm}^2/\text{s}$ .

- (α) Υπολογίστε τον απαιτούμενο χρόνο προκειμένου να καλύψει απόσταση 1 cm.
- (β) Υπολογίστε την rms τιμή της απόστασης που διανύει το κύτταρο σε χρονικό διάστημα 1s.

# Κυκλική κίνηση



Μήκος τόξου

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

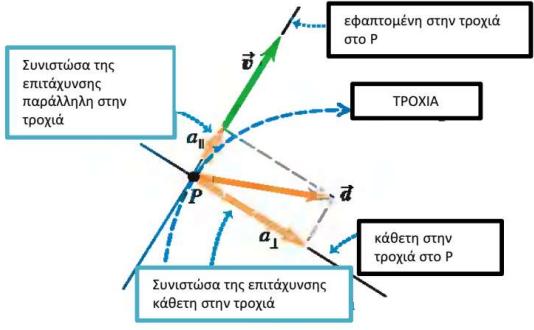
$$l = r\varphi$$

Ταχύτητα

$$u = \frac{dl}{dt} = \frac{d(r\varphi)}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt} = r\omega$$

$$u_1 = \frac{dl}{dt} = r\omega$$

# Φυσικές συνιστώσες



Ανάλυση σε «φυσικές συνιστώσες»

$$\vec{a} = \vec{a}_{\perp} + \vec{a}_{\parallel}$$

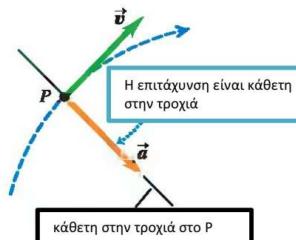
κεντρομόλο και επιτρόχια επιτάχυνση

$$a = \sqrt{a_{\perp}^2 + a_{\parallel}^2}$$

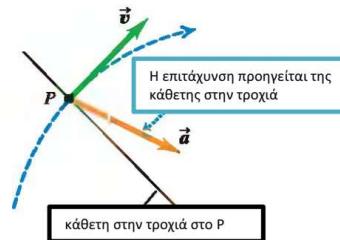
$$a_{\parallel} = \frac{du}{dt} \quad a_{\perp} = \frac{u^2}{r}$$

$\alpha/\alpha$	Φυσικές συνιστώσες	Είδος κίνησης
1	$a_{\parallel} = 0 \quad a_{\perp} = 0$	Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση
2	$a_{\parallel} = const \neq 0 \quad a_{\perp} = 0$	Ευθύγραμμα ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση
3	$a_{\parallel} = 0 \quad a_{\perp} = const \neq 0$	Ομαλή κυκλική κίνηση
4	$a_{\parallel} \neq 0 \quad a_{\perp} \neq 0$	Καμπυλόγραμμη μεταβαλλόμενη κίνηση

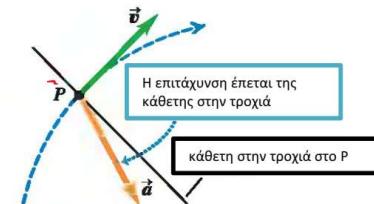
(a) Όταν το μέτρο της ταχύτητας είναι σταθερό κατά μήκος της τροχιάς



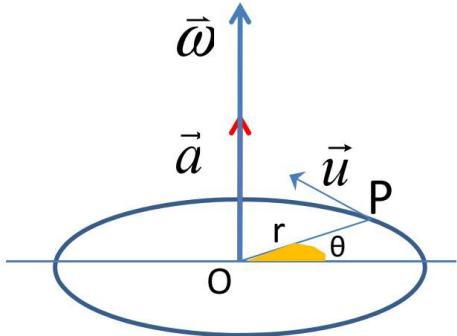
(b) Όταν το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται κατά μήκος της τροχιάς



(c) Όταν το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται κατά μήκος της τροχιάς



# Κυκλική κίνηση



Μπορούμε να βρούμε την επιτάχυνση από τη σχέση:  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

$$\vec{a} = \left( \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \right) = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v} \quad (1)$$

Ορίζουμε σα **γωνιακή επιτάχυνση**  $\vec{\alpha}$  το διάνυσμα που δίνει το ρυθμό μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας  $\omega$ .

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad \text{Η διεύθυνση του είναι παράλληλη με αυτή του } \vec{\omega}$$

Η (1) γράφεται

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

Εφαπτομενική επιτάχυνση

Κεντρομόλος επιτάχυνση

➔ Για ομαλή κυκλική κίνηση  $\omega$ =σταθ. και  $\vec{\alpha} = \vec{0}$

$$\vec{\alpha} = \vec{\omega} \times \vec{v}$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

]

$$\vec{\alpha} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = \vec{\omega}(\vec{\omega} \cdot \vec{r}) - \vec{r}(\vec{\omega} \cdot \vec{\omega})$$

$$\Rightarrow \vec{\alpha} = -\omega^2 \vec{r} \quad \text{κεντρομόλος επιτάχυνση}$$

$$\omega = 2\pi f = \text{const}, [f = \text{αριθμός στροφών}/t=1/T]$$

# ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

## ΔΥΝΑΜΙΚΗ →

Εξετάζει την κίνηση σε σχέση με το αίτιο που την προκαλεί

(απαντάει σε ερωτήματα «γιατί...;» π.χ. Γιατί είναι πιο δύσκολο να ελέγξουμε ένα αυτοκίνητο που κινείται πάνω σε πάγο σε σχέση με την κίνησή αυτου πάνω σε οδόστρωμα;)

## ΔΥΝΑΜΗ →

Περιγράφει την **αλληλεπίδραση** μεταξύ δύο σωμάτων ή ενός σώματος και του περιβάλλοντος

Το αίτιο που προκαλεί τη μεταβολή της κινητικής κατάστασης ενός υλικού σημείου/σώματος

Είναι **ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ** μέγεθος

Η σύγχρονη φυσική χωρίζει τις δυνάμεις σε τέσσερις μεγάλες κατηγορίες

ΒΑΡΥΤΙΚΗ

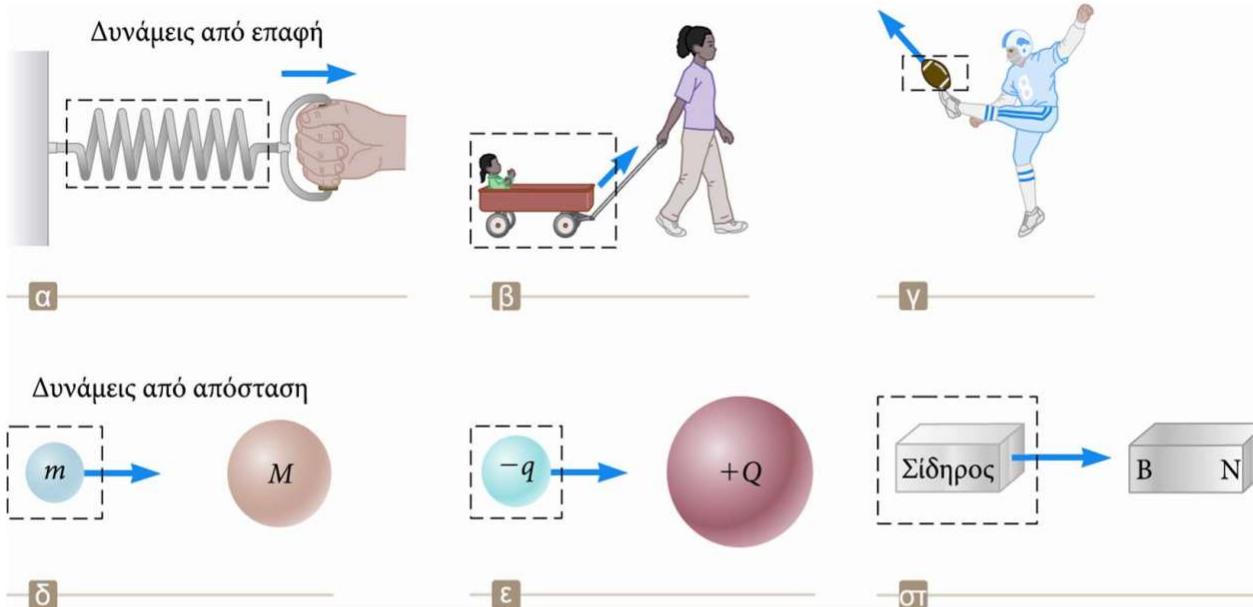
ΑΣΘΕΝΗΣ ΠΥΡΗΝΙΚΗ

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ

ΙΣΧΥΡΗ ΠΥΡΗΝΙΚΗ

Στην καθημερινότητα οι δυνάμεις μπορούν να χωριστούν σε δυνάμεις που ασκούνται εξ επαφής και σε δυνάμεις που ασκούνται από απόσταση [Παραδείγματα;]

# Κατηγορίες Δυνάμεων



► Οι δυνάμεις από επαφή αναπτύσσονται κατά τη φυσική επαφή δύο σωμάτων.

► Παραδείγματα  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$

► Οι δυνάμεις από απόσταση δρουν μέσα στον κενό χώρο.

► Δεν απαιτείται φυσική επαφή

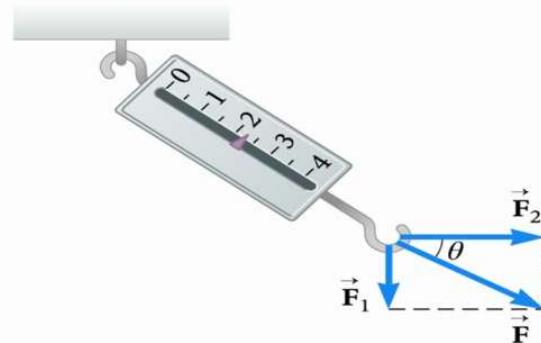
► Παραδείγματα  $\delta$ ,  $\epsilon$ , στ

# Θεμελιώδης Δυνάμεις

- Βαρυτικές δυνάμεις:  
Μεταξύ σωμάτων (μαζών)
- Ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις: Μεταξύ ηλεκτρικών φορτίων
- Ισχυρές (ή πυρηνικές) δυνάμεις: Μεταξύ υποατομικών σωματιδίων
- Ασθενείς δυνάμεις:  
Αναπτύσσονται σε ορισμένες διεργασίες ραδιενεργούς διάσπασης  
Όλες οι θεμελιώδεις δυνάμεις είναι δυνάμεις από απόσταση.

## Διανυσματική φύση των δυνάμεων

Όταν η  $\vec{F}_1$  έχει κατεύθυνση προς τα κάτω και η  $\vec{F}_2$  έχει οριζόντια κατεύθυνση, ο συνδυασμός των δύο δυνάμεων επιμηκύνει το ελατήριο κατά 2.24 cm.



δ

Οι δυνάμεις είναι διανύσματα. Άρα, η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα, υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τους κανόνες της πρόσθεσης διανυσμάτων.

# ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ - ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΟΣ ΝΟΜΟΙ Newton

Ένα σώμα στο οποίο δεν ασκείται καμμία δύναμη ή το σύνολο των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό είναι μηδέν, κινείται με **ΣΤΑΘΕΡΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ**

Ένα σώμα στο οποίο ασκείται σταθερή δύναμη, το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση [Θεμελιώδης εξίσωση της δυναμικής]

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

m, η μάζα του σώματος



Ένα σώμα A που αλληλεπιδρά με σώμα B ασκώντας σε αυτό μια δύναμη, δέχεται από το B δύναμη ίσου μέτρου και διεύθυνσης αλλά αντίθετης φοράς

# Νόμοι της κίνησης

## Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα- Νόμος της Αδράνειας

Αν δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις και οι παρατηρήσεις γίνονται από ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, τότε ένα ακίνητο σώμα θα παραμείνει σε ηρεμία και ένα σώμα που κινείται θα συνεχίσει να κινείται με σταθερή ταχύτητα.

- Ο πρώτος νόμος μας επιτρέπει επίσης να ορίσουμε τη **δύναμη** ως **το αίτιο της μεταβολής της κίνησης ενός σώματος**.
- Η καλύτερη προσέγγιση ενός αδρανειακού συστήματος είναι ένα σύστημα αναφοράς που κινείται με σταθερή ταχύτητα σε σχέση με τους μακρινούς απλανείς αστέρες.

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η Γη είναι ένα τέτοιο αδρανειακό σύστημα, παρόλο που στην κίνησή της υπάρχει μια μικρή κεντρομόλος επιτάχυνση.

## Αδράνεια και μάζα

►Η τάση ενός σώματος να προβάλλει αντίσταση στη μεταβολή της ταχύτητάς του ονομάζεται **αδράνεια**.

►Η **μάζα** είναι η ιδιότητα ενός σώματος η οποία καθορίζει πόση αντίσταση προβάλλει το σώμα στις μεταβολές της ταχύτητάς του.

►Οι μάζες των σωμάτων μπορούν να οριστούν συναρτήσει των επιταχύνσεων που προκαλεί **μια συγκεκριμένη δύναμη** η οποία ασκείται σε αυτά. Το μέτρο της επιτάχυνσης ενός σώματος είναι αντιστρόφως ανάλογο προς τη μάζα του.

$$\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1}$$

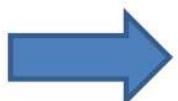
# Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα

►Όταν παρατηρούμε ένα σώμα από ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, η επιτάχυνση του σώματος είναι ανάλογη προς τη συνολική δύναμη που ασκείται σε αυτό και αντιστρόφως ανάλογη προς τη μάζα του.

- ▶ Η δύναμη είναι η αιτία της μεταβολής της κίνησης, την οποία μετράμε με την επιτάχυνση.
- ▶ Αλγεβρικά,
$$\vec{a} \propto \frac{\sum \vec{F}}{m} \rightarrow \sum \vec{F} = m\vec{a}$$
- ▶ Η  $\sum \vec{F}$  είναι η συνολική δύναμη.
  - ▶ Είναι το διανυσματικό άθροισμα, δηλαδή η συνισταμένη, όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.
- ▶ Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα μπορεί να εκφραστεί με τη μορφή εξισώσεων συνιστωσών:
  - ▶  $\sum F_x = m\alpha_x$
  - ▶  $\sum F_y = m\alpha_y$
  - ▶  $\sum F_z = m\alpha_z$
- ▶ Μην ξεχνάτε ότι το γινόμενο *ma* δεν είναι δύναμη.
  - ▶ Το άθροισμα των δυνάμεων εξισώνεται με το γινόμενο της μάζας του σώματος και της επιτάχυνσης του.

# ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

$$\vec{F} = m\vec{a}$$



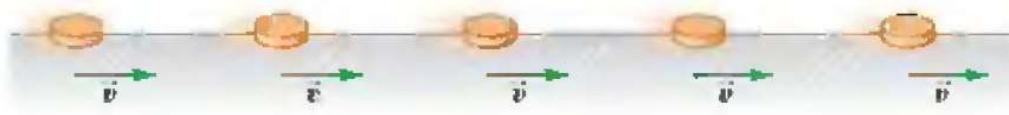
Από το νόμο αυτόν ορίζουμε τη μονάδα μέτρησης της δύναμης:

$$SI \rightarrow 1N = 1\text{Kg } 1\text{m/s}^2$$

$$CGS \rightarrow 1d = 1\text{g } 1\text{cm/s}^2$$

# NOMOI Newton

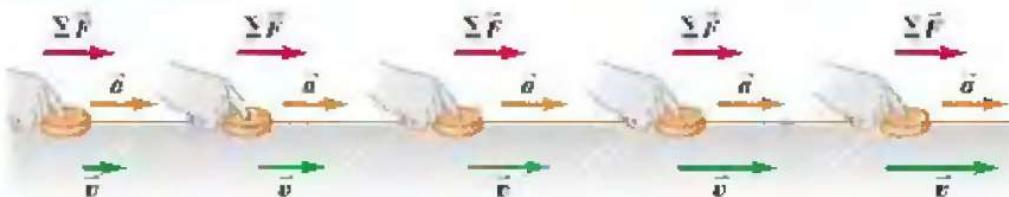
(a) A puck moving with constant velocity (in equilibrium):  $\sum \vec{F} = 0$ ,  $\vec{a} = 0$



$$\Sigma F = 0$$

Ευθύγραμη ομαλή

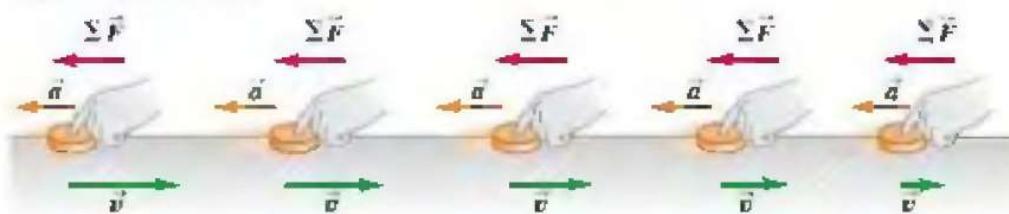
(b) A constant net force in the direction of motion causes a constant acceleration in the same direction as the net force.



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Ομαλά επιταχυνόμενη

(c) A constant net force opposite the direction of motion causes a constant acceleration in the same direction as the net force.



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Ομαλά επιβραδυνόμενη

# Μάζα

- Η μάζα είναι εγγενής ιδιότητα ενός σώματος.
- Η μάζα είναι ανεξάρτητη από το περιβάλλον του σώματος.
- Η μάζα είναι ανεξάρτητη από τη μέθοδο μέτρησής της.
- Η μάζα είναι βαθμωτό μέγεθος.
- Η μονάδα της μάζας στο σύστημα SI είναι το χιλιόγραμμο (kg).

## Βάρος-Δύναμη της βαρύτητας

- ▶ Η μάζα και το βάρος είναι δύο διαφορετικά μεγέθη.
- ▶ Η δύναμη που ασκεί η Γη στα σώματα ονομάζεται δύναμη της βαρύτητας (ή βαρυτική δύναμη)
- ▶ Έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της Γης.
- ▶ Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα:  $\vec{F}_g = m\vec{g}$
- ▶ Το μέτρο της ονομάζεται βάρος του σώματος. Βάρος =  $F_g = mg$
- ▶ Μεταβάλλεται ανάλογα με τη θέση.
- ▶ Παράδειγμα:  $m_{Γης} = 2 \text{ kg}$ ,  $m_{Σελήνης} = 2 \text{ kg}$

## Βαρυτική μάζα και αδρανειακή μάζα

- ▶ Στους νόμους του Νεύτωνα, η μάζα είναι η αδρανειακή μάζα και αποτελεί ένα μέτρο της αντίστασης που προβάλλει το σώμα στις μεταβολές της κίνησής του.
- ▶ Στη δύναμη της βαρύτητας, η μάζα καθορίζει τη βαρυτική έλξη μεταξύ του σώματος και της Γης.
- ▶ Σύμφωνα με τα πειράματα, η βαρυτική μάζα και η αδρανειακή μάζα έχουν την ίδια τιμή.

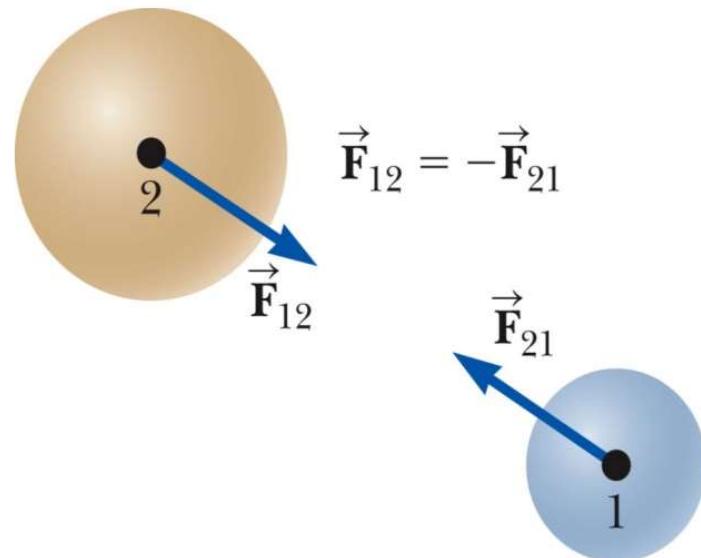
# Ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα

- ▶ Αν δύο σώματα αλληλεπιδρούν, η δύναμη  $\vec{F}_{12}$  που ασκεί το σώμα 1 στο σώμα 2 έχει το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη  $\vec{F}_{21}$  που ασκεί το σώμα 2 στο σώμα 1.

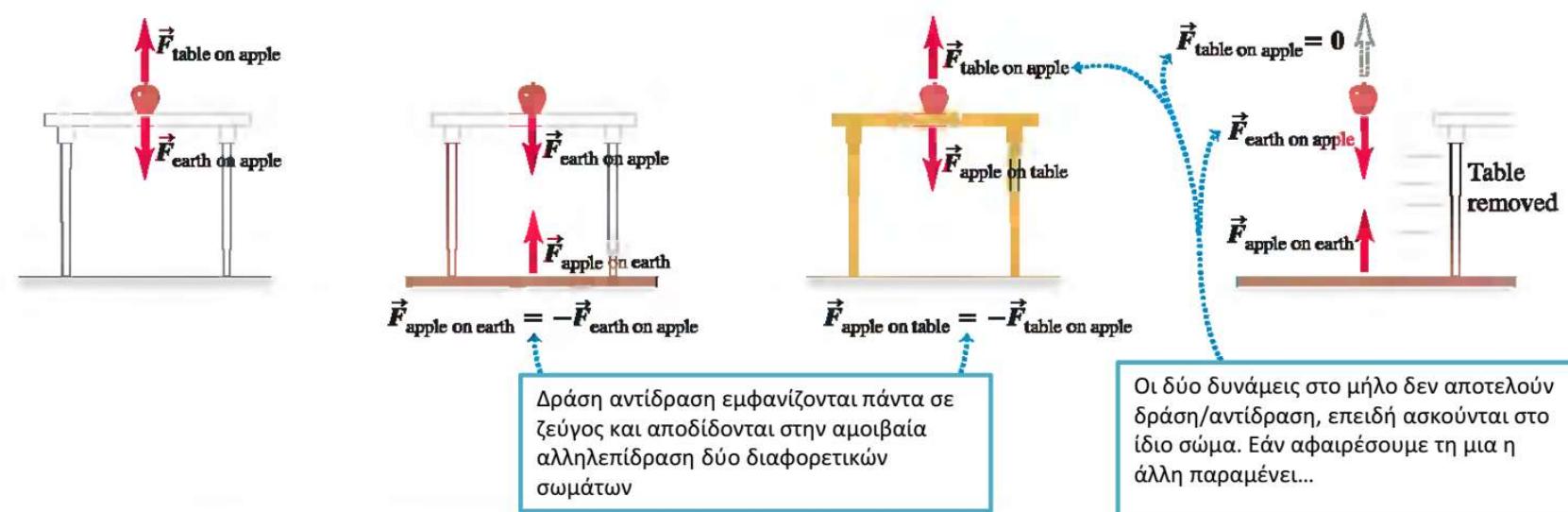
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

- ▶ Η δύναμη της δράσης έχει το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση από τη δύναμη της αντίδρασης.

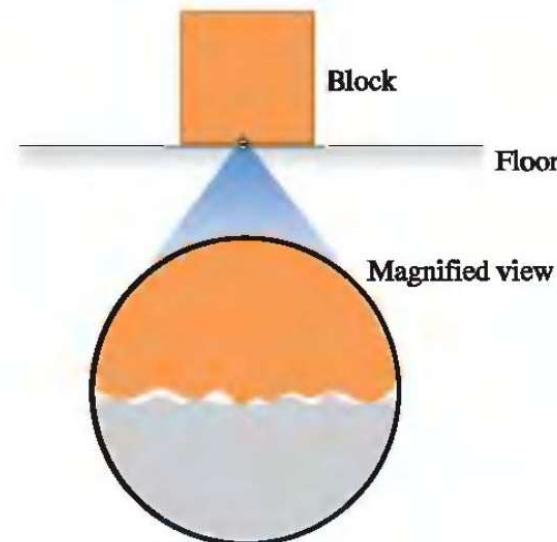
- ▶ Η μία από τις δυνάμεις είναι η δράση, και η άλλη είναι η αντίδραση.
- ▶ Δεν έχει σημασία ποια δύναμη χαρακτηρίζεται ως δράση και ποια ως αντίδραση.
- ▶ Η δράση και η αντίδραση ασκούνται σε διαφορετικά σώματα και πρέπει να είναι του ίδιου τύπου.



# NOMOI Newton



# ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΡΙΒΗΣ



On a microscopic level, even smooth surfaces are rough; they tend to catch and cling.

## ΙΣΧΥΕΙ ΠΑΝΤΑ



$$\mu_k < \mu_s$$

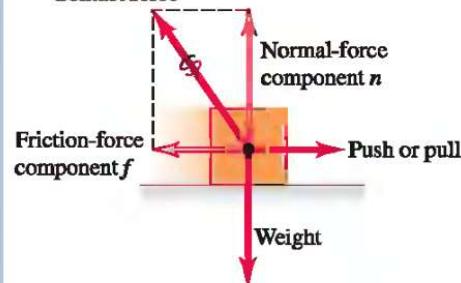
## ΤΡΙΒΗ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ

$$f_k = \mu_k n$$

Συντελεστής τριβής ολίσθησης

The friction and normal forces are really components of a single contact force.

Contact force



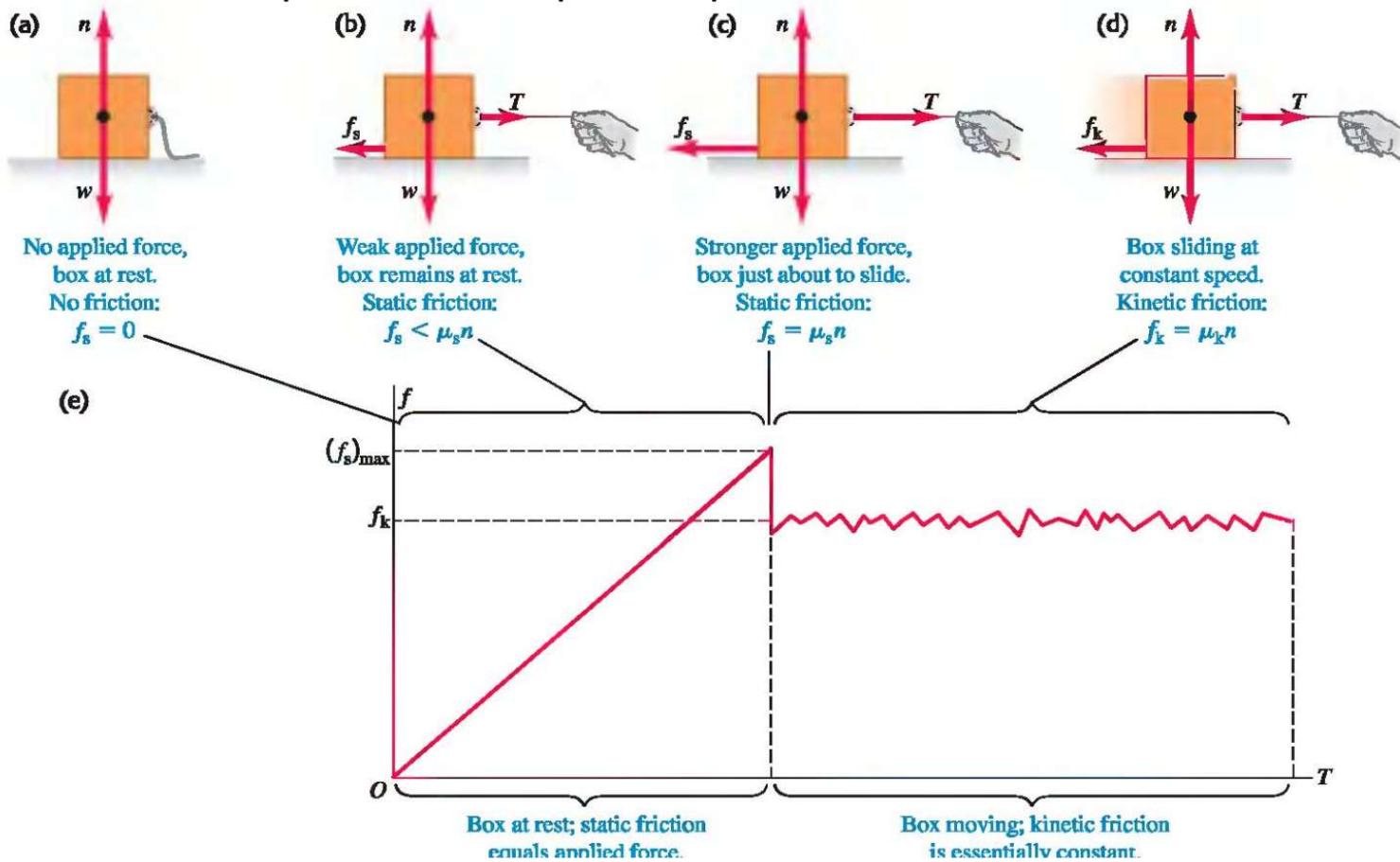
## ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΡΙΒΗ

$$f_s \leq \mu_s n$$

Συντελεστής στατικής τριβής

# ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΡΙΒΗΣ

Τι γίνεται όταν προσπαθούμε να σπρώξουμε ένα αντικείμενο το οποίο ακουμπά πάνω σε μια επιφάνεια



# ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΡΙΒΗΣ

Μερικές τιμές των συντελεστών τριβής για την περίπτωση διαφορετικών διεπιφανειών

Materials	Coefficient of Static Friction, $\mu_s$	Coefficient of Kinetic Friction, $\mu_k$
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Copper on steel	0.53	0.36
Brass on steel	0.51	0.44
Zinc on cast iron	0.85	0.21
Copper on cast iron	1.05	0.29
Glass on glass	0.94	0.40
Copper on glass	0.68	0.53
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Teflon on steel	0.04	0.04
Rubber on concrete (dry)	1.0	0.8
Rubber on concrete (wet)	0.30	0.25

ΓΕΝΙΚΑ ΙΣΧΥΕΙ: ΑΕΡΙΑ<ΥΓΡΑ<ΣΤΕΡΑΙΑ