

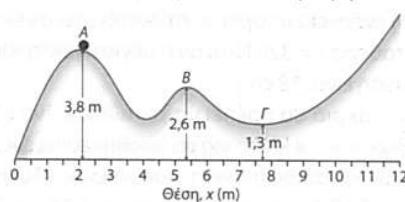
21. Ένα βέλος 120 g εκτοξεύεται κατακόρυφα από ένα τόξο του οποίου η ενεργή σταθερά ελατηρίου είναι 430 N/m. Αν το τόξο τραβιέται 71 cm πριν ρίξει, σε ποιο ύψος φτάνει το βέλος;
22. Σε έναν σταθμό τρένων, ένας συρμός 35.000 kg που κινείται με ταχύτητα 7,5 m/s ακινητοποιείται από έναν προσκρουστήρα με ελατήριο τοποθετημένο στο τέλος της γραμμής. Αν $k = 2,8 \text{ MN/m}$, πόσο συμπιέζεται το ελατήριο για να σταματήσει τον συρμό;
23. Εργάζεστε για μια εταιρεία παιχνιδιών και σχεδιάζετε έναν μικρό πύραυλο που εκτοξεύεται με ελατήριο. Η συσκευή εκτόξευσης έχει χώρο για ένα ελατήριο που μπορεί να συμπιεστεί κατά 14 cm και η μάζα του πυραύλου είναι 65 g. Αν ο πύραυλος πρόκειται να φτάσει σε υψόμετρο 35 m, πόση πρέπει να είναι η σταθερά του ελατηρίου;

Ενότητα 7.4 Μη διατηρητικές δυνάμεις

24. Μια πατινέζ μάζας 54 kg σπρώχνει τον τοίχο του παγοδρομίου, δίνοντας στον εαυτό της αρχική ταχύτητα 3,2 m/s. Στη συνέχεια κινείται χωρίς άλλη προσπάθεια. Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ των πατινιών και του πάγου είναι 0,023, πόσο μακριά πηγαίνει;
25. Σπρώχνετε ένα τραπέζι 33 kg σε ένα δωμάτιο πλάτους 6,2 m. Κατά τη διαδικασία αυτή, 1,5 kJ μηχανικής ενέργειας μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια του συστήματος τραπεζιού/δαπέδου. Ποιος είναι ο συντελεστής κινητικής τριβής ανάμεσα στο τραπέζι και το πάτωμα;

Ενότητα 7.6 Καμπύλες δυναμικής ενέργειας

26. Ένα σωματίδιο ολισθαίνει χωρίς τριβή κατά μήκος της διαδρομής που φαίνεται στο Σχήμα 7.16, ξεκινώντας από την ηρεμία από το σημείο A. Βρείτε (a) την ταχύτητά του στο B, (β) την ταχύτητά του στο Γ και (γ) την κατά προσέγγιση θέση του δεξιού σημείου αναστροφής.



ΣΧΗΜΑ 7.16 Άσκηση 26

27. Ένα σωματίδιο ολισθαίνει μπροστά και πίσω σε μια διαδρομή χωρίς τριβή της οποίας το ύψος ως συνάρτηση της οριζόντιας θέσης x είναι $y = ax^2$, όπου $a = 0,92 \text{ m}^{-1}$. Αν η μέγιστη ταχύτητα του σωματιδίου είναι 8,5 m/s, βρείτε τα σημεία αναστροφής του.
28. Ένα σωματίδιο παγιδεύεται σε ένα πηγάδι δυναμικού που περιγράφεται από τη σχέση $U(x) = 16x^2 - b$, με U σε J, x σε m και $b = 4,0 \text{ J}$. Βρείτε τη δύναμη επί του σωματιδίου όταν βρίσκεται στα (a) $x = 2,1 \text{ m}$, (β) $x = 0 \text{ m}$ και (γ) $x = -1,4 \text{ m}$.

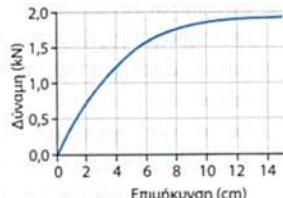
Προβλήματα

29. Η δεξαμενή αποθήκευσης ενέργειας με τη μέθοδο **ENV** αντλησης ενός εργοστασίου παραγωγής ενέργειας στο όρος Νόρθφιλντ βρίσκεται 214 m πάνω από την αντλία/

γεννήτρια και περιέχει $2,1 \times 10^{10} \text{ kg}$ νερού (βλ. Εφαρμογή στη σελ. 156). Οι γεννήτριες μπορούν να παράγουν ηλεκτρική ενέργεια με ρυθμό $1,08 \text{ GW}$. Βρείτε (a) τη βαρυτική δυναμική ενέργεια που έχει αποθηκευτεί, θεωρώντας τη δυναμική ενέργεια μηδενική στις γεννήτριες, και (β) το χρονικό διάστημα στο οποίο ο σταθμός μπορεί να παράγει ενέργεια πριν αποστραγγιστεί η δεξαμενή.

30. Η δύναμη στο Σχήμα 7.14a δίνεται από $\vec{F}_a = F_0 \hat{j}$, όπου F_0 είναι μια σταθερά. Η δύναμη στο Σχήμα 7.14b δίνεται από $\vec{F}_b = F_0(x/a) \hat{j}$, όπου η αρχή των αξόνων βρίσκεται στην κάτω αριστερή γωνία του πλαισίου, a είναι το πλάτος του πλαισίου και το x αυξάνεται οριζόντια προς τα δεξιά. Προσδιορίστε το έργο που θα πρέπει να παράγαγετε για να μετακινήσετε ένα σώμα γύρω από την περίμετρο του κάθε πλαισίου, πηγαίνοντας δεξιόστροφα με σταθερά ταχύτητα, ξεκινώντας από την κάτω αριστερή γωνία.
31. Ένα τούβλο 1,50 kg έχει διαστάσεις $20,0 \text{ cm} \times 8,00 \text{ cm} \times 5,50 \text{ cm}$. Θεωρώντας τη δυναμική ενέργεια μηδενική όταν το τούβλο ακουμπά στην πλευρά μεγαλύτερου εμβαδού, πόση είναι η δυναμική ενέργεια (a) όταν το τούβλο στέκεται στη μικρότερη πλευρά και (β) όταν ισορροπεί στην ακμή των 8 cm; (Σημείωση: Μπορείτε να θεωρήσετε ότι όλη η μάζα του τούβλου έχει συγκεντρωθεί στο κέντρο του.)
32. Ένα μόριο μονοξειδίου του άνθρακα μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα άτομο άνθρακα και ένα άτομο οξυγόνου που συνδέονται με ένα ελατήριο. Αν μια μετατόπιση του άνθρακα κατά 1,46 pm από τη θέση ισορροπίας του σε σχέση με το οξυγόνο αυξάνει τη δυναμική ενέργεια του μορίου κατά $0,0125 \text{ eV}$, ποια είναι η σταθερά ελατηρίου;
33. Μια ακριβέστερη έκφραση για τον νόμο για τη δύναμη του σκοινιού στο Παράδειγμα 7.3 είναι $F = -kx + bx^2 - cx^3$, όπου k και b έχουν τις τιμές που δίνονται στο Παράδειγμα 7.3 και $c = 3,1 \text{ N/m}^3$. Βρείτε την αποθηκευμένη ενέργεια όταν το σκοινί επιμηκύνεται κατά 2,62 m. Σε τι ποσοστό διαφέρει το αποτέλεσμά σας από αυτό του Παραδείγματος 7.3;
34. Για μικρές επιμηκύνσεις, ο αχίλλειος τένοντας μπορεί να θεωρηθεί ένα ιδανικό ελατήριο. Πειράματα που έγιναν με χρήση ενός συγκεκριμένου τένοντα έδειξαν ότι αυτός τεντώνεται $2,66 \text{ mm}$ όταν μια μάζα 125 kg είναι η κρεμασμένη από αυτόν. (a) Βρείτε τη σταθερά ελατηρίου αυτού του τένοντα. (β) Πόσο θα πρέπει να τεντώσει για να αποθηκεύσει ενέργεια $50,0 \text{ J}$;
35. Η δύναμη που ασκείται από ένα ασυνήθιστο ελατήριο όταν είναι συμπιεσμένο κατά μια απόσταση x από τη θέση ισορροπίας του είναι $F = -kx - cx^3$, όπου $k = 220 \text{ N/m}$ και $c = 3,1 \text{ N/m}^3$. Βρείτε την αποθηκευμένη ενέργεια όταν έχει συμπιεστεί κατά 15 cm.
36. Η δύναμη σε ένα σωματίδιο δίνεται από τη σχέση $\vec{F} = A \hat{i}/x^2$, όπου το A είναι μια θετική σταθερά. (a) Βρείτε τη διαφορά δυναμικής ενέργειας μεταξύ δύο σημείων x_1 και x_2 , όπου $x_1 > x_2$. (β) Δείξτε ότι η διαφορά δυναμικής ενέργειας παραμένει πεπερασμένη ακόμη και όταν $x_1 \rightarrow \infty$.
37. Ένα σωματίδιο κινείται κατά μήκος του άξονα x υπό την επίδραση μιας δύναμης $F = ax^2 + b$, όπου a και b είναι

- σταθερές. Βρείτε τη δυναμική ενέργεια ως συνάρτηση της θέσης, θεωρώντας $U = 0$ στο $x = 0$.
38. Ως μηχανικός σε έναν αυτοκινητόδρομο, σας ζητείται να σχεδιάσετε μια λωρίδα για φορτηγά σε μια ορεινή διαδρομή. Η λωρίδα θα είναι ανηφορική με κλίση 30° και θα πρέπει να είναι σε θέση να φιλοξενήσει φορτηγό 16.000 kg με χαλασμένα φρένα που εισέρχεται στη λωρίδα με 110 km/h . Πόσο μακριά θα πρέπει να κάνετε τη λωρίδα; Αγνοήστε την τριβή.
39. Ένα ελατήριο σταθεράς k , συμπιεσμένο σε απόσταση x , χρησιμοποιείται για να εκτοξεύσει μια μάζα m πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο χωρίς τριβή γωνίας θ . Βρείτε μια έκφραση για τη μέγιστη απόσταση κατά μήκος του επιπέδου στην οποία θα κινηθεί η μάζα αφού αφήσει το ελατήριο.
40. Ένα παιδί βρίσκεται σε μια κούνια της οποίας οι αλυσίδες έχουν μήκος $3,2 \text{ m}$ και φτάνουν τη μέγιστη γωνία 50° με την κατακόρυφο. Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα του παιδιού;
41. Με $x - x_0 = h$ και $a = g$, η Εξίσωση 2.11 δίνει την ταχύτητα ενός σώματος που ρίχνεται προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα v_0 αφού έχει πέσει κατά μια απόσταση h : $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$. Χρησιμοποιήστε την αρχή της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για να εξάγετε το ίδιο αποτέλεσμα.
42. Ο αυχενικός σύνδεσμος είναι μια δομή που μοιάζει με **BIO** κορδόνι και βρίσκεται κατά μήκος του πίσω μέρους του αυχένα υποστηρίζοντας μεγάλο μέρος του σωματικού βάρους σε ζώα όπως τα άλογα και οι αγελάδες. Ο σύνδεσμος είναι εξαιρετικά δύσκαμπτος για μικρές επιμηκύνσεις, αλλά χαλαρώνει καθώς εκτείνεται περαιτέρω, λειτουργώντας ως βιολογικός απορροφητής κραδασμών. Το Σχήμα 7.17 δείχνει την καμπύλη δύναμης-απόστασης για έναν συγκεκριμένο αυχενικό σύνδεσμο. Η καμπύλη μπορεί να μοντελοποιηθεί κατά προσέγγιση από την έκφραση $F(x) = 0,43x - 0,033x^2 + 0,00086x^3$, με F σε kN και x σε cm. Βρείτε την ενέργεια που αποθηκεύεται στον σύνδεσμο όταν έχει επιμηκυνθεί κατά (a) $7,5 \text{ cm}$ και (b) 15 cm .



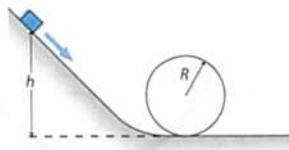
ΣΧΗΜΑ 7.17 Πρόβλημα 42

43. Ένα κιβώτιο μάζας 200 g ολισθαίνει μπροστά και πίσω σε μια επιφάνεια χωρίς τριβή μεταξύ δύο ελατηρίων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.18. Το αριστερό ελατήριο έχει $k = 130 \text{ N/m}$ και η μέγιστη συμπίεσή του είναι 16 cm . Το δεξιό ελατήριο έχει $k = 280 \text{ N/m}$. Βρείτε (a) τη μέγιστη συμπίεση του δεξιού ελατηρίου και (b) την ταχύτητα του σώματος όταν κινείται μεταξύ των ελατηρίων.



ΣΧΗΜΑ 7.18 Πρόβλημα 43

44. Τα πρότυπα της αυτοκινητοβιομηχανίας απαιτούν προφυλακτήρες που εξασφαλίζουν ότι δεν θα υπάρχει καμία ζημιά σε σύγκρουση με 4 km/h με ακίνητο σώμα. Ως μηχανικός αυτοκινήτων, θα θέλατε να βελτιώσετε αυτή την επίδοση. Έχετε αναπτύξει έναν προφυλακτήρα με ελατήρια με φαινόμενη σταθερά ελατηρίου $1,3 \text{ MN/m}$. Τα ελατήρια μπορούν να συμπιεστούν έως και $5,0 \text{ cm}$ προτού να γίνει ζημιά. Για ένα αυτοκίνητο 1400 kg , ποια ισχυρίζεστε ότι είναι η μέγιστη ταχύτητα σύγκρουσης του αυτοκινήτου;
45. Ένα κιβώτιο ολισθαίνει στη διαδρομή χωρίς τριβή που φαίνεται στο Σχήμα 7.19. Βρείτε το ελάχιστο ύψος h από το οποίο μπορεί να ξεκινήσει από την ηρεμία και να κάνει περιστροφή γύρω από τη λούπα.



ΣΧΗΜΑ 7.19 Πρόβλημα 45

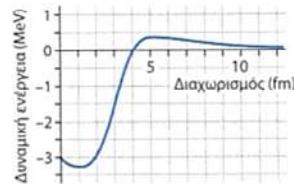
46. Η μέγιστη ταχύτητα του άκρου του εκκρεμούς σε ένα ρόλοι τοίχου είναι $0,55 \text{ m/s}$. Αν το εκκρεμές σχηματίζει μέγιστη γωνία $8,0^\circ$ με την κατακόρυφο, ποιο είναι το μήκος του εκκρεμούς;
47. Μια μάζα m πέφτει από ύψος h πάνω από την κορυφή ενός ελατηρίου σταθεράς k τοποθετημένου κάθετα στο πάτωμα. Δείξε ότι η μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση $(mg/k)(1 + \sqrt{1 + 2kh/mg})$.
48. Ένα σωματίδιο με συνολική ενέργεια $3,5 \text{ J}$ παγιδεύεται σε ένα πηγάδι δυναμικού που περιγράφεται από $U = 7,0 - 8,0x + 1,7x^2$, όπου το U είναι σε J και το x σε m. Βρείτε τα σημεία αναστροφής του.
49. (a) Δώστε μια έκφραση για τη δυναμική ενέργεια ενός σώματος υπό την επίδραση μιας δύναμης $F_x = ax - bx^3$, όπου $a = 5 \text{ N/m}$ και $b = 2 \text{ N/m}^3$, θεωρώντας $U = 0$ στο $x = 0$. (b) Σχεδιάστε την καμπύλη της δυναμικής ενέργειας για $x > 0$ και χρησιμοποιήστε τη για να βρείτε τα σημεία αναστροφής για ένα σώμα με συνολική ενέργεια -1 J .
50. Στα ιοντικά στερεά όπως το NaCl (αλάτι), η δυναμική ενέργεια ενός ζεύγους ιόντων παίρνει τη μορφή $U = b/r^n - a/r$, όπου r είναι η απόσταση μεταξύ των ιόντων. Για το NaCl, τα a και b έχουν τιμές σε SI $4,04 \times 10^{-28}$ και $5,52 \times 10^{-98}$, αντίστοιχα, και $n = 8,22$. Βρείτε την απόσταση ισορροπίας στο NaCl.
51. Επαναλάβετε την Άσκηση 19 για την περίπτωση όπου ο συντελεστής κινητικής τριβής και στις δύο πλαγιές είναι $0,11$, ενώ οι επιφάνειες των οριζόντιων τμημάτων παραμένουν χωρίς τριβή.
52. Ως σύμβουλος ενεργειακής απόδοσης, σας ζητείται να **ENV** αξιολογήσετε μια εγκατάσταση αποθήκευσης με άντληση. Η δεξαμενή της βρίσκεται 140 m πάνω από τη γεννήτρια του σταθμού και περιέχει $8,5 \times 10^9 \text{ kg}$ νερού. Η μονάδα παραγωγής ενέργειας παράγει 330 MW ηλεκτρικής ισχύος κατά την αποστράγγιση της δεξαμενής σε περίοδο $8,0 \text{ h}$. Η αποδοτικότητα είναι το ποσοστό της αποθή-

64. Ο συγκάτοικός σας γράφει ένα μυθιστόρημα επιστημονικής φαντασίας και σας ζητάει συμβουλές για ένα σημείο της ιστορίας. Οι χαρακτήρες του μυθιστορήματος κάνουν εξόρυξη μεταλλευμάτων στη Σελήνη και τα εκτοξεύουν προς τη Γη. Κάθοι με 1500 kg μεταλλεύματος θα εκτοξευθούν από ένα μεγάλο ελατήριο, το οποίο θα συμπιεστεί κατά 17 m. Χρειάζεται ταχύτητα 2,4 km/s για να ξεφύγει ένα σώμα από τη βαρύτητα της Σελήνης. Πόση του λέτε ότι είναι μια κατάλληλη σταθερά ελατηρίου;
65. Έχετε μια θερινή εργασία στο τμήμα ζωολογίας του πανεπιστημίου σας, όπου θα συνεργαστείτε με έναν εμπειρογνώμονα στη συμπειφορά των ζώων. Σας έχει ανατεθεί να μελετήσετε βίντεο από διάφορα ζώα που πηδούν στον αέρα. Ο στόχος σας είναι να συγκρίνετε την παραγωγή ισχύος τους καθώς πηδούν. Έχετε τη μάζα m του κάθε ζώου από τα δεδομένα που συλλέγονται στο πεδίο. Από τα βίντεο, θα μπορείτε να μετρήσετε και την κατακόρυφη απόσταση d στην οποία το ζώο επιταχύνει όταν σπρώχνει το έδαφος και το μέγιστο ύψος h στο οποίο φτάνει. Ο στόχος σας είναι να βρείτε μια αλγεβρική έκφραση για την ισχύ σε σχέση με αυτές τις παραμέτρους.
66. Μηχανικοί βιομηχανικής που αναπτύσσουν τεχνητά μέλι για προσθετικές και ρομποτικές εφαρμογές έχουν αναπτύξει ένα σχέδιο με δύο ελατήρια για την αντικατάσταση του αχιλλείου τένοντα. Το πρώτο ελατήριο έχει σταθερά k και το δεύτερο ak , όπου $a > 1$. Όταν ο τεχνητός τένοντας τεντώνεται από το $x = 0$ έως $x = x_1$, μόνο το πρώτο ελατήριο εμπλέκεται. Για $x > x_1$, ένας μηχανισμός εμπλέκει το δεύτερο ελατήριο, δίνοντας ένα συσσωμάτωμα όπως αυτό που περιγράφεται στο μέρος (a) του Προβλήματος 62 στο Κεφάλαιο 4. Βρείτε μια έκφραση για την ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στον τεχνητό τένοντα όταν είναι τεντωμένος σε μια απόσταση $2x_1$.
67. Σώματα με διαφορετικές μάζες πιέζονται σε ένα ελατήριο, ένα κάθε φορά, συμπιεζόμενα κατά διαφορετικά ποσά. Το καθένα στη συνέχεια εκτινάσσεται πάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια ουσιαστικά χωρίς τριβή, η οποία στη συνέχεια καμπυλώνει προς τα πάνω, πάλι χωρίς τριβή (όπως στο Σχήμα 7.21 αλλά χωρίς το τμήμα της τριβής). Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τις μάζες, τις συμπιέσεις των ελατηρίων και το μέγιστο κατακόρυφο ύψος στο οποίο φτάνει κάθε σώμα. Προσδιορίστε μια ποσότητα που, όταν σχεδιάζετε το h σε σχέση με αυτή, θα πρέπει να σχηματίσει μια ευθεία γραμμή. Σχεδιάστε τα δεδομένα, προσδιορίστε τη γραμμή βέλτιστης προσαρμογής και χρησιμοποιήστε την κλίση της για να καθορίσετε τη σταθερά του ελατηρίου.

Μάζα m (g)	50,0	85,2	126	50,0	85,2
Συμπιέση x (cm)	2,40	3,17	5,40	4,29	1,83
Υψος h (cm)	10,3	11,2	19,8	35,2	3,81

Προβλήματα μετάβασης

Η πυρηνική σύντηξη είναι η διαδικασία που τροφοδοτεί τον Ήλιο. Σύντηξη συντελείται όταν δύο ατομικοί πυρήνες μικρής μάζας συγχωνεύονται για να σχηματίσουν έναν μεγαλύτερο πυρήνα. Κατά τη διαδικασία αυτή απελευθερώνεται σημαντική ενέργεια. Αυτό είναι δύσκολο να επιτευχθεί επειδή οι ατομικοί πυρήνες φέρουν θετικό ηλεκτρικό φορτίο και η ηλεκτρική τους άπωση καθιστά αρκετά δύσκολη την προσέγγισή τους, ώστε η πυρηνική δύναμη μικρής εμβέλειας να τους συνδέσει σε έναν ενιαίο πυρήνα. Το Σχήμα 7.25 δείχνει την καμπύλη δυναμικής ενέργειας μικρής εμβέλειας να τους συνδέσει σε έναν ενιαίο πυρήνα. Το Σχήμα 7.25 δείχνει την καμπύλη δυναμικής ενέργειας για δύο δευτερίων (βαρείς πυρήνες υδρογόνου). Η ενέργεια μετράται σε εκατομμύρια ηλεκτρονιού (MeV), μονάδα που χρησιμοποιείται συνήθως στην πυρηνική φυσική, και ο διαχωρισμός είναι σε φεμτόμετρα ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$).



ΣΧΗΜΑ 7.25 Δυναμική ενέργεια για δύο δευτερίων (Προβλήματα μετάβασης 68-71)

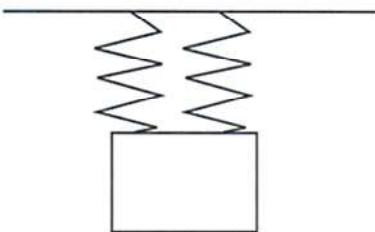
68. Η δύναμη μεταξύ των δύο δευτερίων είναι μηδέν περίπου στα
- 3 fm.
 - 4 fm.
 - 5 fm.
 - η δύναμη δεν είναι ποτέ μηδέν.
69. Προκειμένου αρχικά τα δύο δευτερίων που είναι ελαφρώς διαχωρισμένα να έρθουν κοντά ώστε να συντηχθούν, η κινητική τους ενέργεια πρέπει να είναι περίπου
- 0,1 MeV.
 - 3 MeV.
 - 3 MeV.
 - 0,3 MeV.
70. Η διαθέσιμη ενέργεια για τη σύντηξη είναι η ενεργειακή διαφορά μεταξύ αυτής των πολύ απομακρυσμένων δευτερίων και των δεσμευμένων δευτερίων αφού έχουν «πέσει» στο βαθύ πηγάδι δυναμικού που φαίνεται στο σχήμα. Αυτή η ενέργεια είναι περίπου
- 0,3 MeV.
 - 1 MeV.
 - 3,3 MeV.
 - 3,6 MeV.
71. Όταν τα δύο δευτερίων απέχουν 4 fm, η δύναμη που ενεργεί πάνω τους
- είναι απωθητική.
 - είναι ελεκτική.
 - είναι μηδέν.
 - δεν μπορεί να καθοριστεί από το γράφημα.

- του σώματος μετατρέπεται σε δυναμική ενέργεια του ελατηρίου $(1/2)kd^2$ όταν το σώμα αφεθεί ελεύθερο στο άκρο του ελατηρίου, τότε προκύπτει ότι $d = 2mg/k$. Ποιό από τα αποτέλεσματα είναι σωστό και πού βρίσκεται το λάθος στο άλλο επιχείρημα; (Υπόδειξη: Σκεφτείτε το τι συμβαίνει όταν εκτελούμε καθένα από τα δύο διαφορετικά πειράματα).
6. Στους διάφορους υπολογισμούς η επιλογή του επιπέδου της μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ήταν αυθαίρετη σε αντίθεση με την αντίστοιχη θέση για τη δυναμική ενέργεια ενός ελατηρίου. Γιατί συμβαίνει αυτό; Όταν μετατοπίσουμε τη θέση μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας κατά μια απόσταση y_0 , τότε η βαρυτική δυναμική ενέργεια σε μια θέση αλλάζει κατά mgy_0 που είναι απλώς μια αυθαίρετη σταθερά. Τι θα συνέβαινε αν η θέση μηδενικής ελαστικής δυναμικής ενέργειας μετατοπίζονταν κατά x_0 από θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μέγεθος;
 7. Δύο ελατήρια, με τις σταθερές τους να διαφέρουν κατά ένα παράγοντα δύο, εκτείνονται (α) κατά την ίδια απόσταση και (β) από την ίδια δύναμη. Συγκρίνετε τις δυνάμεις που ασκούνται στα δύο ελατήρια και τις επιμηκύνσεις των ελατηρίων σε καθεμία από τις δύο περιπτώσεις.
 8. Να περιγράψετε λεκτικά τα είδη της ενέργειας που έχει ένα σώμα δεμένο στην άκρη ενός ελατηρίου που εκτελεί ταλάντωση στα διάφορα σημεία της καμπύλης δυναμικής ενέργειας που φαίνονται στο Σχήμα 4.9.
 9. Να εξηγήσετε σε τι μοιάζει η κίνηση μιας σφαίρας που κυλίεται στο εσωτερικό ενός ημισφαιρίου με την κίνηση ενός σώματος που είναι δεμένο στην άκρη ενός ελατηρίου. Σκεφτείτε στη βάση των διαγραμμάτων της δυναμικής ενέργειας.
 10. Ελέγχετε, προκειμένου να επιβεβαιώσετε, τη συνέπεια των μονάδων στα δύο μέλη της Εξίσωσης (4.23) που συσχετίζει την ενέργεια με τη δύναμη. Για ποιό λόγο υπάρχει το αρνητικό πρόσημο στη συγκεκριμένη σχέση;
 11. Δυο μαθητές επέλυσαν το ίδιο πρόβλημα το οποίο τους ζητούσε να υπολογίσουν την ταχύτητα μιας μπάλας, λίγο πριν αυτή φθάσει στο έδαφος, η οποία είχε αφεθεί από την κορυφή μιας δεκαόροφης πολυκατοικίας. Ο πρώτος από τους μαθητές επέλεξε το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας στο έδαφος και ο δεύτερος στον δέκατο όροφο της πολυκατοικίας. Θα καταλήξουν στο ίδιο αποτέλεσμα;
 12. Δύο εργάτες σηκώνουν βαριά κιβώτια από το έδαφος και τα τοποθετούν πάνω σε παλλέτες. Ο πρώτος τοποθετεί 100 τέτοια κιβώτια σε χρόνο 20 min ενώ ο δεύτερος χρειάζεται χρόνο 30 min για να στοιβάζει τον ίδιο αριθμό κιβωτίων. Ποιός από τους δύο παράγει περισσότερο έργο; Σε ποιά περίπτωση η ισχύς είναι μεγαλύτερη;
 13. Δύο δρομείς ξεκινούν ταυτόχρονα να ανεβαίνουν τρέχοντας μια σκάλα. Ο πρώτος ανεβαίνει 4 σειρές σκαλοπατιών σε χρόνο 15 s και σταματά, ενώ ο δεύτερος ανεβαίνει 12 σειρές σε χρόνο 1 min πριν σταματήσει. Ποιός από τους δύο παρήγαγε περισσότερο έργο; Τα πρώτα 15 s ποιός είχε τη μεγαλύτερη ισχύ; Για το χρονικό διάστημα του 1 min ποιός είχε τη μεγαλύτερη μέση ισχύ;
 14. Ποιά από τις παρακάτω πηγές λέιζερ εκπέμπει περισσότερη ενέργεια: Ένα λέιζερ ισχύος 10^{-2} W που εκπέμπει συνεχώς φως, ή ένα λέιζερ το οποίο εκπέμπει μια σειρά από παλμούς διάρκειας 10^{-12} s, ανά 10^{-2} s, με τον καθένα από αυτούς να έχει ισχύ 10^7 W;

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1. Ένα σώμα μάζας 1 kg διατηρείται ακίνητο στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου συμπιέζοντάς το κατά 0,1 m. Το σώμα δεν έχει προσδεθεί στο ελατήριο με αποτέλεσμα όταν τεθεί σε ταλάντωση κάποια στιγμή να χάσει την επαφή του με το ελατήριο και τελικά να φθάσει σε μέγιστο ύψος ίσο με 0,5 m πάνω από το σημείο που χάθηκε η επαφή. Αν υποθέσουμε ότι κατά τη διάρκεια της κίνησης δεν υπάρχουν τριβές, τότε η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του σώματος είναι: (α) Περίπου ίση με 5 J, (β) Πρέπει να είναι μηδέν, (γ) Περίπου ίση με -5 J, (δ) Δεν μπορεί να υπολογιστεί αφού δεν δίνεται η σταθερά του ελατηρίου.
2. Οι διαστάσεις του έργου στο S.I., ως συνάρτηση των διαστάσεων των θεμελιώδων μεγεθών είναι: (α) MLT^{-1} (β) MLT^2 (γ) ML^2T^{-1} (δ) ML^2T^{-2} .
3. Ένας ορειβάτης μάζας 75 kg μεταφέρει στην πλάτη του ένα σακκίδιο 25 kg καθώς ανεβαίνει ένα μονοπάτι, η μέση κλίση του οποίου είναι 5° , διανύοντας απόσταση 3 km. Το συνολικά παραγόμενο έργο από τον ορειβάτη είναι περίπου ίσο με: (α) 260 kJ, (β) 65 kJ, (γ) 3.000 kJ, (δ) -260 kJ.
4. Μια μολυβένια μπάλα βάρους 10 N αφήνεται να πέσει μέσα σε έναν κουβά με άμμο από ύψος 0,8 m. Η μπάλα σταματά αφού δημιουργήσει έναν μικρό κρατήρα βάθους 0,2 m. Σύμφωνα με το θεώρημα έργου-ενέργειας το παραγόμενο έργο, από τη δύναμη που ασκήθηκε από την άμμο στη μπάλα προκειμένου να τη σταματήσει, είναι: (α) -10 J, (β) -2 J, (γ) 0 J, (δ) +10 J.
5. Ένα σώμα μάζας 5 kg επιταχύνεται, ξεκινώντας από την ηρεμία, υπό την επίδραση μιας σταθερής δύναμης 10 N που δρα πάνω του για μια απόσταση 1 m και ενώ το σώμα κινείται σε λειά οριζόντια επι-

- φάνεια. Το σώμα στη συνέχεια κινείται με σταθερή ταχύτητα διανύοντας ακόμα 2 m, και στη συνέχεια χτυπά πάνω σε ένα ελατήριο σταθεράς 10 N/m. Το έργο από τη δύναμη του ελατηρίου μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίηση του σώματος είναι ίσο με: (α) 10 J, (β) 20 J, (γ) -20 J, (δ) -10 J.
6. Σώμα μάζας m αφήνεται ακριβώς πάνω από την ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k με φυσικό μήκος ίσο με L . Ας υποθέσουμε ότι γίνεται η συμπίεση του ελατηρίου και ν η ταχύτητα του σώματος, τότε η εξίσωση για τη διατήρηση της ενέργειας έχει τη μορφή: (α) $(1/2)mv^2 + (1/2)ky^2 + mgy = mgL$, (β) $(1/2)mv^2 + (1/2)k(L-y)^2 + mgy = mgL$, (γ) $(1/2)mv^2 + (1/2)ky^2 + mg(L-y) = mgL$, (δ) $(1/2)mv^2 + (1/2)ky^2 + mgy = 0$.
7. Σώμα μάζας M ισορροπεί πάνω στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ελατηρίου σταθερά k . Αν πάνω από το σώμα M τοποθετήσουμε δεύτερο σώμα μάζας m , τότε η μέγιστη επιπλέον συσπείρωση του ελατηρίου θα είναι ίση με: (α) mg/k , (β) $mg/(2k)$, (γ) $2mg/k$, (δ) $(m+M)g/k$.
8. Τα άκρα δύο πανομοιότυπων ελατηρίων σταθεράς 5 N/m συνδέονται και τα δύο με ένα σώμα μάζας 2 kg όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Αν απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας και το αφήσουμε ελεύθερο η περίοδος της ταλάντωσης που θα ακολουθήσει θα είναι:

$$(α) 2\pi\sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$(β) 2\pi\sqrt{\frac{2}{10}}$$

$$(γ) 2\pi\sqrt{\frac{2}{2,5}}$$

$$(δ) 4\pi\sqrt{\frac{2}{5}}$$

9. Σώμα βάρους 10 N διατηρείται αρχικά ακίνητο πάνω στο ελεύθερο άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου το οποίο είναι συσπειρωμένο κατά 0,1 m. Όταν το απελευθερώσουμε, το σώμα επιταχύνεται

προς τα επάνω, κάποια στιγμή εγκαταλείπει το ελατήριο και τελικά φθάνει σε μέγιστο ύψος ίσο με 0,9 m πάνω από το σημείο που ξεκίνησε την κίνησή του. Το παραγόμενο έργο από τη δύναμη του ελατηρίου είναι ίσο με: (α) -10 J, (β) +1 J, (γ) +9 J, (δ) +10 J.

10. Απουσία τριβής, αν ένα σώμα που βρίσκεται σε θέση αδιάφορης ισορροπίας δεχθεί μια μικρή ώθηση θα: (α) επιστρέψει στη θέση ισορροπίας του, (β) θα ισορροπήσει σε μια νέα θέση, (γ) θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα μέχρι κάποιο σημείο στο οποίο η δυναμική ενέργεια αλλάζει, (δ) εξαρτάται από το αντικείμενο και από τη μορφή της συνάρτησης δυναμικής ενέργειας.
11. Ένας οικοδόμος χτίζει έναν τοίχο με τούβλα που το καθένα έχει μάζα 0,5 kg και ύψος 0,1 m. Αν καταφέρνει, σε χρονικό διάστημα 1 h, να κατασκευάσει ένα τμήμα του τοίχου που έχει ύψος και μήκος ίσο με 10 τούβλα, τότε η ισχύς του είναι: (α) 3,75 W, (β) 0,063 W, (γ) 0,076 W, (δ) 0,069 W. (Θεωρήστε ότι $g = 10 \text{ m/s}^2$).
12. Ένα κορίτσι τραβά ένα έλκηθρο ασκώντας οριζόντια δύναμη 20 N για χρονικό διάστημα 10 s. Η παραγόμενη ισχύς, αν μετακινήσει το έλκηθρο καλύπτοντας απόσταση 20 m, είναι ίση με: (α) 10 W, (β) 20 W, (γ) 30 W, (δ) 40 W.
13. Ένα σώμα κατεβαίνει, διανύοντας απόσταση d , ολισθαίνοντας πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία θ με τον ορίζοντα. Αν το ύψος του σώματος σε αυτή την κίνηση αλλάζει κατά H , το έργο που παράγει η δύναμη του βάρους είναι: (α) $mgH \sin \theta$, (β) mgH , (γ) $-mgH$, (δ) mgd , (ε) $-mgd$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα αγόρι σπρώχνει μια μηχανή κοπής του γκαζόν ασκώντας οριζόντια δύναμη 90 N καλύπτοντας οριζόντια απόσταση 350 m. Πόσο έργο παράγει το αγόρι; Αν αυτό το παραγόμενο έργο αποτελεί τη μοναδική κατανάλωση ενέργειας, τότε πόσα τέτοια τμήματα γρασιδιού θα μπορούσε να περιποιηθεί καταναλώνοντας ενέργεια 200 cal η οποία περιέχεται σε ένα γλύκισμα; (Χρησιμοποιήστε την αντιστοιχία 1 cal = 4.200 J).
2. Καθώς ένα βακτήριο κολυμπά μέσα στο νερό, προωθείται χρησιμοποιώντας μαστίγια με τη βοήθεια των οποίων αντισταθμίζει τη δύναμη της τριβής κινούμενο με πρακτικά σταθερή ταχύτητα ίση με 100 μm/s για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Αν η δύναμη της τριβής που δρα πάνω στο βακτήριο είναι ίση με 0,1 μN, πόσο είναι το παραγόμενο από το

- βακτήριο έργο σε χρονικό διάστημα 1 s κατά τη διάρκεια του οποίου η ταχύτητα παραμένει σταθερή;
3. Ένα κίβωτο βάρους 100 N βρίσκεται ακίνητο στο οριζόντιο πάτωμα ενός δωματίου. Μια τροχαλία αμελητέας μάζας, που δεν εμφανίζει τριβές κατά την περιστροφή της, είναι στερεωμένη στην οροφή του δωματίου και ένα σχοινί είναι περασμένο από την τροχαλία. Το ένα άκρο του σχοινιού είναι δεμένο στο πάνω μέρος του κιβωτίου, ενώ το άλλο άκρο το κρατά και το τραβά προς τα κάτω ένας εργάτης. Αν αυτός ασκεί σταθερή δύναμη ίση με 110 N και καταφέρνει να ανυψώσει το κιβώτιο κατά 3 m να υπολογίσετε:
- (α) Το έργο που παράγει ο εργάτης.
 - (β) Το έργο της δύναμης του βάρους.
 - (γ) Την αύξηση της δυναμικής ενέργειας του κιβωτίου.
- (δ) Την ταχύτητα που θα έχει αποκτήσει το κιβώτιο τη στιγμή που έχει διανύσει τα 3 m.
4. Η καμπίνα του ανελκυστήρα ενός ουρανοξύστη έχει βάρος 8.000 N και ανυψώνεται με τη βοήθεια συρματόσχοινων. Η καμπίνα φθάνει από το ισόγειο στον 50ό όροφο, μια απόσταση 200 m, σε χρόνο 75 s. Αγνοήστε τα πολύ μικρά χρονικά διαστήματα κατά τη διάρκεια των οποίων η καμπίνα επιταχύνεται, στην αρχή της κίνησης, και επιβραδύνεται, στο τέλος της κίνησης και θεωρήστε ότι η κίνηση γίνεται με σταθερή ταχύτητα.
- (α) Πόσο έργο παράγεται από το μοτέρ που ανυψώνει την καμπίνα;
 - (β) Με ποιό ρυθμό παράγεται το προηγούμενο έργο;
 - (γ) Απαντήστε τα δύο πρηγούμενα ερωτήματα για την καθοδική κίνηση της καμπίνας του ανελκυστήρα.
5. Μια μπάλα πετάγεται προς τα κάτω από τη στέγη ενός κτιρίου, που βρίσκεται σε ύψος 24 m, με αρχική ταχύτητα 5 m/s.
- (α) Χρησιμοποιήστε ενεργειακές αρχές για να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία η μπάλα φθάνει στο έδαφος.
 - (β) Υπολογίστε τον χρόνο που χρειάστηκε η μπάλα για να φθάσει στο έδαφος.
 - (γ) Αν η μπάλα πεταγόταν από το ίδιο ύψος και με την ίδια ταχύτητα αλλά αυτή τη φορά προς τα επάνω, επαναλάβετε τους υπολογισμούς των δύο πρηγούμενων ερωτημάτων.
6. Ένα μικρό παιδί πετά προς τα επάνω μια μπάλα μάζας 0,1 kg από ύψος 1,2 m και αυτή καταλήγει στην οροφή ενός κτιρίου ύψους 8 m.
- (α) Ποιά είναι η δυναμική ενέργεια της μπάλας όταν αυτή βρεθεί στην οροφή του κτιρίου, σχετικά με την αρχική της θέση; Ποιά η δυναμική της ενέργεια σε σχέση με το έδαφος;
 - (β) Ποιά είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να αποκτήσει η μπάλα ώστε να φθάσει στην οροφή του κτιρίου;
 - (γ) Αν η μπάλα αφεθεί να πέσει από τη στέγη, υπολογίστε την κινητική ενέργεια που θα έχει λίγο πριν χτυπήσει στο έδαφος.
7. Το νερό φεύγει από το ανοικτό άκρο ενός σωλήνα ποτίσματος με ταχύτητα 5 m/s κατακόρυφα προς τα επάνω. Αν το στόμιο του σωλήνα βρίσκεται σε ύψος 2 m, υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία το νερό χτυπά στο έδαφος.
8. Πόσο μηχανικό έργο παράγεται από μια μυική ίνα μήκους 2 cm και διαμέτρου 0,2 mm η οποία συστέλλεται αλλάζοντας το μήκος της κατά 20% παράγοντας μια μέση τιμή τάσης ίσης με $38 \times 10^4 \text{ N/m}^2$;
9. Ένας ορειβάτης μάζας 65 kg ανεβαίνει, κατά τη διάρκεια της προπόνησής του, έναν κατακόρυφο τοίχο ύψους 200 m σε χρόνο 10 min. Υπολογίστε το έργο που παράγεται από τη δύναμη του βάρους πάνω στον ορειβάτη. Αν ο ορειβάτης καταναλώνει οξυγόνο με ρυθμό 2 L/min, και έτσι παράγει εσωτερικά ενέργεια $4 \times 10^4 \text{ J/min}$, ποιό κλάσμα της ενέργειας αυτής χρησιμοποιείται για την ανάβαση στον τοίχο; (Το κλάσμα που υπολογίσατε, είναι η απόδοση του ορειβάτη).
10. Κατά το χτύπημα μιας μπάλας του lacrosse μάζας 0,5 kg, η οποία είναι αρχικά ακίνητη, το μπαστούνι ασκεί μέση δύναμη ίση με 500 N για μια απόσταση ίση με 1,2 m.
- (α) Ποιό είναι το έργο που παρήγαγε η δύναμη που ασκεί το μπαστούνι στη μπάλα;
 - (β) Ποιά ταχύτητα έχει η μπάλα τη στιγμή που φεύγει από το μπαστούνι;
11. Ένας αθλητής της άρσης βαρών σηκώνει ένα βάρος 1.200 N, ασκώντας μια μέση δύναμη 1.400 N για το πρώτο μέτρο της ανύψωσης από το έδαφος, στη συνέχεια χαλαρώνει τη λαβή του και «κάθεται κάτω από τη μπάρα», προκειμένου να τη συγκρατήσει, και ολοκληρώνει την προσπάθειά του ασκώντας μια ώθηση ώστε να σηκωθεί με τα χέρια του σε πλήρη ανάταση.
- (α) Πόσο έργο παράγει ο αθλητής στο πρώτο 1 m της ανύψωσης του βάρους; Πόσο έργο παράγει η δύναμη του βάρους για την ίδια απόσταση;
 - (β) Ποιά ταχύτητα έχει αποκτήσει το βάρος στο τέλος αυτού του πρώτου μέτρου;
 - (γ) Αν ο αθλητής πάψει να ασκεί δύναμη μετά από το πρώτο 1 m, σε ποιό ύψος, επιπλέον του 1 m, θα ανέβει το βάρος και πόσο χρόνο θα χρειαστεί για αυτό; Κατά τη διάρκεια αυτού του χρονικού διαστήματος, ο αθλητής θα πρέπει να προλάβει να «μπει κάτω από τη μπάρα» και στη συνέχεια να σηκωθεί ώθωντας τα βάρη ώστε να φθάσουν

- στην τελική τους θέση, έχοντας τα χέρια σε πλήρη ανάταση.
- (δ) Πόσο επιπλέον έργο θα πρέπει να παράγει ο αθλητής προκειμένου να σηκώσει τα βάρη, με σταθερή ταχύτητα, σε τελικό ύψος 2,4 m, που είναι το ύψος που φθάνει έχοντας τα χέρια του σε πλήρη ανάταση;
- 12.** Ένα οριζόντιο ελατήριο σταθεράς 5 N/m συμπιέζεται κατά 0,1 m και στο άκρο του δένεται σώμα μάζας 0,1 kg το οποίο μπορεί να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ποιά είναι η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα κατά την ταλάντωσή του;
- 13.** Ένα σώμα 2 kg κινείται παλινδρομικά πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, χτυπώντας εναλλάξ σε δύο πανομοιότυπα ελατήρια με σταθερά $k = 5 \text{ N/m}$ το καθένα. Αν η μέγιστη συσπείρωση του ενός ελατηρίου είναι 0,15 m, υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία ολισθαίνει το σώμα καθώς κινείται ελεύθερο μεταξύ δύο διαδοχικών συγκρούσεων με τα ελατήρια.
- 14.** Ένα σώμα μάζας 0,2 kg αφήνεται από ύψος 0,5 m πάνω από το ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς 10 N/m, και προσκολλάται σε αυτό.
- (α) Ποιά είναι η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που χτυπά το ελατήριο;
 - (β) Προσδιορίστε τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του συστήματος μάζα-ελατήριο σχετικά με τη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.
 - (γ) Υπολογίστε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.
 - (δ) Ποιά είναι η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το σώμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του;
- 15.** Ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς 20 N/m επιμηκύνεται κατά 5 cm όταν στο ελεύθερο άκρο του προσαρτάται ένα σώμα. Θέτουμε σε ταλάντωση το σύστημα επιμηκύνοντας το ελατήριο κατά 10 cm επιπλέον. Να υπολογίσετε:
- (α) Τη μάζα του σώματος.
 - (β) Τη μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα.
 - (γ) Τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος, καθώς και τη θέση που την αποκτά σε σχέση με την αρχική θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.
- 16.** Η έλξη που ασκεί ένα μόριο της πρωτεΐνης της μυοσίνης σε μια ίνα ακτίνης, έτσι ώστε να παραχθεί η τάση σε ένα μυ, γίνεται σε κύκλους κατά τη διάρκεια των οποίων μια δύναμη της τάξης του 1 pN, προκαλεί μια μετατόπιση περίπου ίση με 10 nm. Κάθε τέτοιος κύκλος έλξης-μετατόπισης οφείλεται στη διάσπαση ενός μορίου ATP από το οποίο ελευθερώνεται ενέργεια περίπου ίση με $4,9 \times 10^{-20} \text{ J}$.
- (α) Πόσο έργο παράγεται από ένα μόριο μυοσίνης κατά τη διάρκεια ενός κύκλου έλξης-μετατόπισης;
 - (β) Ποιά είναι η απόδοση της διαδικασίας; Ποιό ποσοστό δηλαδή της ενέργειας που απελευθερώνεται από το μόριο του ATP μετατρέπεται σε χρήσιμο έργο;
 - 17.** Μια πηγή φωτός λέιζερ εκπέμπει παλμούς μικρής διάρκειας, της τάξης του ns (10^{-9} s), ανά 1 ms (10^{-3} s). Αν ο καθένας από αυτούς τους παλμούς έχει ισχύ 10^{10} W , υπολογίστε την ενέργεια που μεταφέρει, καθώς και τη μέση ισχύ του λέιζερ για χρονικό διάστημα ενός δευτερολέπτου.
 - 18.** Ένας εργάτης χτίζει έναν τοίχο ύψους 1 m με τούβλα ύψους 10 cm, μήκους 30 cm το καθένα από τα οποία ζυγίζει 10 N. Αν ο τοίχος έχει μήκος 3 m:
 - (α) Πόσο έργο πρέπει να παράγει ο εργάτης ώστε να ολοκληρώσει το χτίσιμο του τοίχου, αν ξεκίνησε να τοποθετεί τούβλα από την επιφάνεια του εδάφους;
 - (β) Αν ο οικοδόμος εργαστεί για δύο ώρες, στη συνέχεια κάνει ένα διάλειμμα μίας ώρας για φαγητό, ξεκουραστεί για δύο ακόμα ώρες και τέλος ολοκληρώσει το χτίσιμο του τοίχου σε άλλες δύο ώρες, να υπολογίσετε τη μέση ισχύ για όλο το διάστημα των επτά ωρών. Στη συνέχεια να υπολογίσετε τη μέση ισχύ μόνο κατά τη διάρκεια των τεσσάρων ωρών της εργασίας του.
 - 19.** Δύο μικρά κορίτσια, η Μαρία-Λυδία και η Ήρω, κινούνται με παγοπέδιλα το ένα δίπλα στο άλλο πάνω σε μια παγωμένη λίμνη με την ίδια ταχύτητα. Κάποια στιγμή βλέπουν σε απόσταση 30 m ένα μικρό εμπόδιο, οπότε η Μαρία-Λυδία «φρενάρει» με σταθερή επιβράδυνση ενώ η Ήρω συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα. Με τον τρόπο αυτό το πρώτο κορίτσι σταματά ακριβώς μπροστά από το εμπόδιο μετά από χρόνο 10 s από τη στιγμή που ξεκίνησε να επιβραδύνεται, ενώ το δεύτερο φθάνει και περνά πάνω από το εμπόδιο μετά από 5 s.
 - (α) Ποιά είναι η αρχική κοινή ταχύτητα των δύο κοριτσιών;
 - (β) Ποιά είναι η επιβράδυνση του πρώτου κοριτσιού;
 - (γ) Αν η μάζα του πρώτου κοριτσιού, μαζί με τον εξοπλισμό της, είναι 50 kg πόση είναι η δύναμη που το επιβράδυνε;
 - (δ) Πόσο έργο παρήγαγε αυτή η δύναμη μέχρι τη στιγμή που το κορίτσι ακινητοποιήθηκε μπροστά από το εμπόδιο;