

1. Η θέση ενός αυτοκινήτου που κινείται στον άξονα που κινείται στον άξονα X δίνεται από τη σχέση:

$$X=7.8 +9.2 t-2.1t^3$$

με το X σε μέτρα και το t σε δευτερόλεπτα. Πόση είναι η ταχύτητα του τη χρονική στιγμή  $t=3.5$  s;

$$V=dX/dt=d(7.8+9.2t-2.1t^3)/dt=0+9.2-6.3t^2=$$

$$\text{Για } t=3.5 \text{ s} \rightarrow V=-68 \text{ m/s}$$

2. Η θέση ενός αυτοκινήτου στον άξονα X δίνεται από την εξίσωση

$$X=4-2.7t+t^3$$

Να βρεθεί η συνάρτηση της ταχύτητας και της επιτάχυνσης για την κίνηση.

$$V=dX/dt=-2.7+3t^2$$

$$\alpha=dV/dt=6t$$

3. Το κεφάλι ενός τρυποκάρυδου κινείται προς τα εμπρός με ταχύτητα 7.49 m/s όταν το ράμφος του έρχεται σε επαφή με τον κορμό ενός δέντρου. Το ράμφος σταματά αφού διεισδύσει στο κλαδί κατά 1.87 mm. Υποθέτοντας ότι η επιτάχυνση είναι σταθερή, να βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης ως προς το g.

$$\text{Εξίσωση Κίνησης: } v^2 = v_0^2 + 2\alpha(x - x_0)$$

$$\text{με } v_0 = 7.49 \text{ m/s, } v = 0 \text{ και } x - x_0 = 1.87 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$0^2 = (7.49 \text{ m/s})^2 + 2\alpha(1.87 \times 10^{-3} \text{ m})$$

$$\alpha = -1.5 \times 10^4 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha = -1.53 \times 10^3 \text{ g}$$

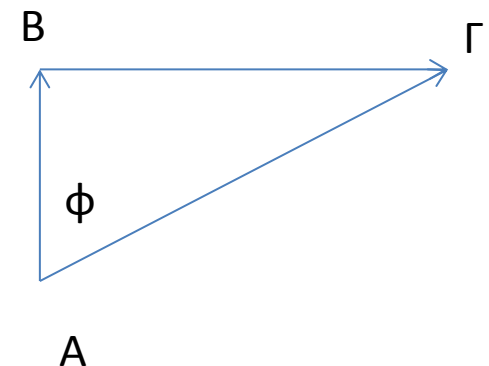
4. Κίνηση διενεργείται αρχικά βόρεια κατά 1.0 km και μετά 2.0 km ανατολικά. A) Πόσο μακριά γίνεται η κίνηση από το σημείο που ξεκίνησε και προς ποια κατεύθυνση; B) Ποιο είναι το μήκος και η κατεύθυνση της συνισταμένης των μετατοπίσεων;

$$\text{A) } \text{ΑΓ} = (\text{ΑΒ}^2 + \text{ΒΓ}^2)^{(1/2)} = ((1.0^2 + 2.0^2)(\text{km}^2))^{(1/2)} = 2.24 \text{ km}$$

$$\tan \phi = \text{απέναντι πλευρά/προσκείμενη πλευρά} = 2$$

$$\rightarrow \phi = \tan^{-1}(2) \rightarrow \phi = 63.4^\circ$$

$$\text{B) μετατόπιση} = \text{συνισταμένη των κινήσεων} = 2.4 \text{ km}$$

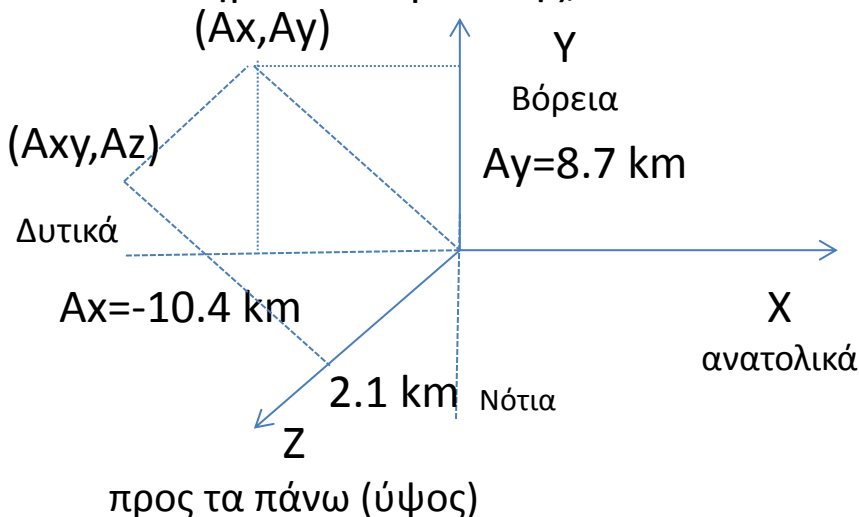


5. Ένα αεροπλάνο, αφού απογειωθεί, πετάει 10.4 km δυτικά, 8.7 km βόρεια και παίρνει ύψος 2.1 km. Πόσο μακριά βρίσκεται από το σημείο απογείωσης;

$$A^2 = A_{xy}^2 + A_z^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$$

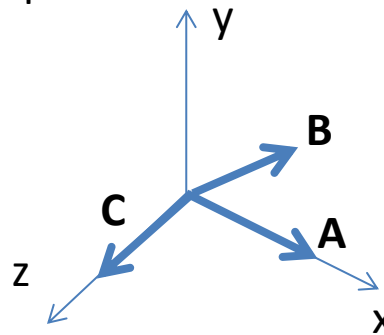
$$\rightarrow A = ((-10.4 \text{ km})^2 + (8.72 \text{ km})^2 + (2.1 \text{ km})^2)^{(1/2)}$$

$$\rightarrow A = 13.7 \text{ km}$$



6. Το διάνυσμα **A** έχει μέτρο 6 μονάδες και βρίσκεται στην κατεύθυνση του άξονα +X. Το διάνυσμα **B** έχει μέτρο 4 μονάδες, βρίσκεται στο επίπεδο XY και σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με τον άξονα +X. Βρείτε το διανυσματικό γινόμενο **AxB**.

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = AB \sin \phi = 6 \cdot 4 \sin 30^\circ = 24 \cdot \frac{1}{2} = 12$$



7. Ρίχνουμε κέρμα από τον κεκλιμένο πύργο της Πίζας. Το κέρμα ξεκινάει από την ηρεμία και πέφτει ελεύθερα. Υπολογίστε τη θέση και την ταχύτητά του μετά από 1, 2 και 3 s.

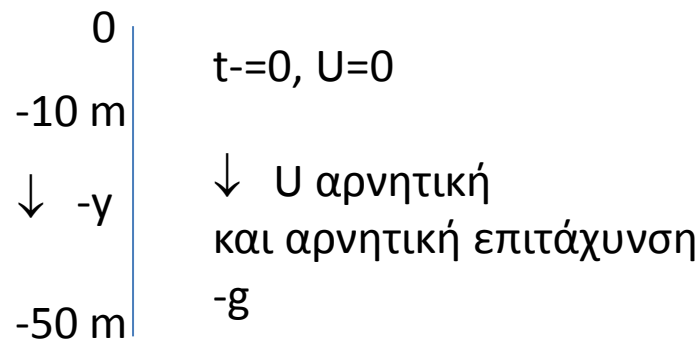
$$Y = U_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{1}{2} (-g) t^2 = -4.9 \text{ m/s}^2 t^2$$

$$U = U_0 + \alpha t = 0 + (-g) t = -9.8 \text{ m/s}^2 t$$

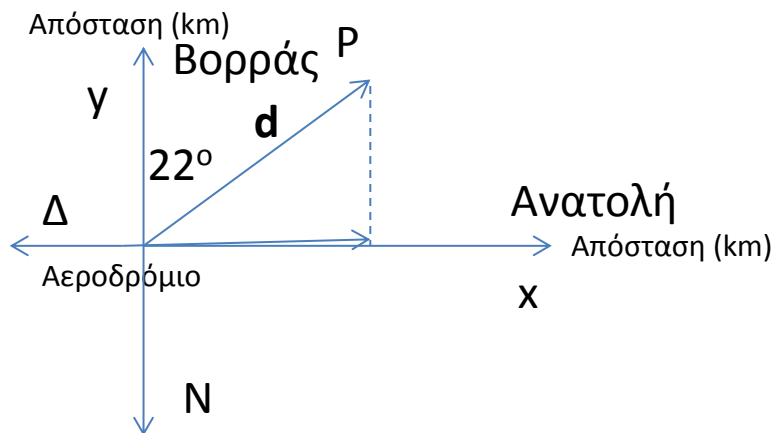
$$\text{Για } t = 1 \text{ s} \rightarrow y = -4.9 \text{ m και } U = -9.8 \text{ m/s}$$

$$\text{Για } t = 2 \text{ s} \rightarrow y = -19.6 \text{ m και } U = -19.6 \text{ m/s}$$

$$\text{Για } t = 3 \text{ s} \rightarrow y = -44.1 \text{ m και } U = -29.4 \text{ m/s}$$



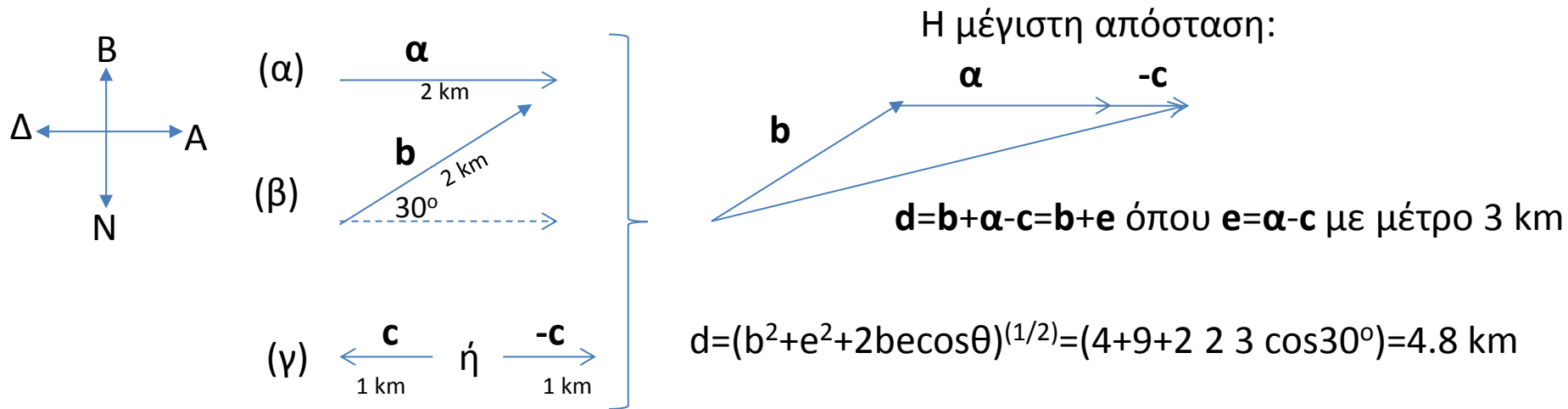
8. Ένα αεροπλάνο φεύγει από το αεροδρόμιο μια συννεφιασμένη μέρα και αργότερα εμφανίζεται 215 km μακριά σε κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία  $22^\circ$  ανατολικά της βορεινής κατεύθυνσης. Πόσο μακριά ανατολικά και πόσο βόρεια από το αεροδρόμιο βρίσκεται το αεροπλάνο;



$$dx = d \cos \theta = 215 \text{ km} \cos 68^\circ = 81 \text{ km} \text{ ανατολικά}$$

$$dy = d \sin \theta = 215 \text{ km} \sin 68^\circ = 199 \text{ km} \text{ και βόρεια του αεροδρομίου}$$

9. Σε μάθημα προσανατολισμού με πυξίδα και χάρτη έχετε ως στόχο να μετακινηθείτε όσο πιο μακριά γίνεται (απόσταση σε ευθεία γραμμή) από την κατασκήνωση, που είναι η βάση σας, κάνοντας 3 ευθύγραμμες κινήσεις, (α)  $\alpha$  2 km και ανατολικά (κατευθείαν προς την ανατολή) (β)  $b$ , 2 km και  $30^\circ$  βόρεια της ανατολής (σε γωνία  $30^\circ$  από την ανατολική κατεύθυνση προς τον βορρά), (γ)  $c$ , 1 km προς τα δυτικά. Πόση είναι η μεγαλύτερη απόσταση από τη βάση της κατασκήνωσης που μπορείτε να έχετε στο τέλος της τρίτης μετατόπισης; (δεν μας ενδιαφέρει η διεύθυνση).



10. Ρίχνουμε μπάλα προς τα πάνω κατακόρυφα από ταράτσα κτιρίου με αρχική ταχύτητα  $U=15 \text{ m/s}$ . Όταν γυρίζει προς τα κάτω περνά ξυστά από το κάγκελο και συνεχίζει την κίνησή της προς τα κάτω. Α) Βρείτε τη θέση και την ταχύτητα της μπάλας 1 και 4 s αφού έφυγε από τα χέρια σας, Β) την ταχύτητα της μπάλας όταν βρίσκεται 5 m πάνω από τα κάγκελα Γ) το μέγιστο ύψος που έφτασε η μπάλα και την αντίστοιχη χρονική στιγμή.

$t=0, U_0 = 15 \text{ m/s}$   
 $t=1.02, U=0$   
 $U = U_0 + \alpha t = 15.0 \text{ m/s} + (-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \cdot t$   
 $y = U_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = (15.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}) \cdot t + \frac{1}{2} (-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) t^2$   
 $U^2 = U_0^2 + 2 \alpha y = (15.0 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 + 2(-9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) y$

α) Για  $t = 1.0 \text{ s} \Rightarrow$  ①  $y = +10.2 \text{ m}$   
 ②  $U = +5.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

β) Για  $t = 4.0 \text{ s} \Rightarrow y = -18.4 \text{ m}$   
 $U = -24.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\text{Για } y = +5.0 \text{ m} \Rightarrow v^2 = (15.0 \text{ m/s})^2 + 2(-9.80 \text{ m/s}^2)(5.0 \text{ m})$$

$$= 127 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\Rightarrow v = \pm 11.3 \text{ m/s}$$

Περνά από τα σφαιρικά ύψη, όπου  
 διαβάζουμε  $v = +11.3$   
 και όταν κατεβαίνει  $v = -11.3 \text{ m/s}$

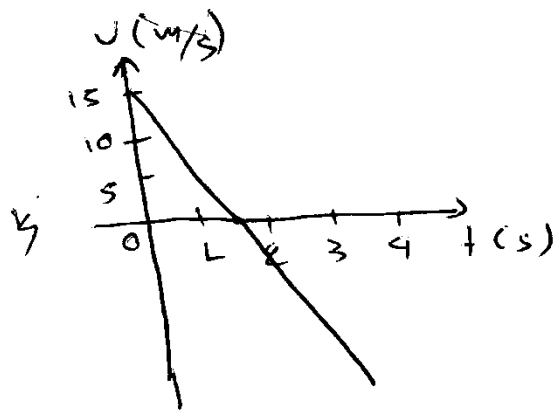
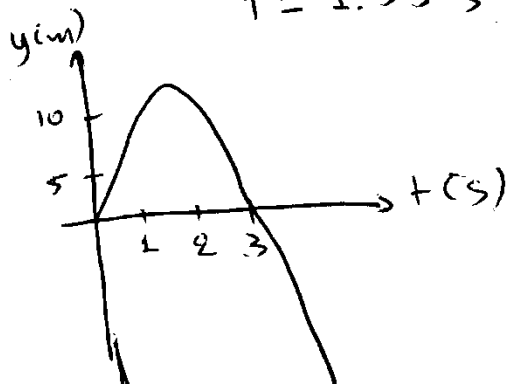
β) Για το υψηλότερο σφαιρό  $\Rightarrow v = 0$ .

$$\Rightarrow 0 = (15.0 \text{ m/s})^2 - (19.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \cdot y$$

$$\Rightarrow y = 11.5 \text{ m}$$

γ) από  $v = v_0 + a \cdot t$  με  $v = 0$ ,  $v = 15.0 \text{ m/s}$   
 γ  $a = -9.8 \text{ m/s}^2$

$$\Rightarrow t = 1.53 \text{ s}$$



11. Οριζόντια βολή σώματος με γνωστό το ύψος  $h$  και άγνωστο την μετατόπιση  $x$  του σώματος.

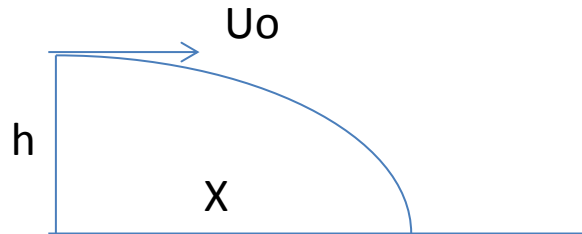
Επίλυση με θεώρηση 2 ανεξάρτητων κινήσεων: οριζόντια ομαλή με ταχύτητα  $U_0$  και κατακόρυφη επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα 0

Εξισώσεις κινήσεων:

$$\left. \begin{array}{l} U_0 = X/t \\ h = 1/2 g t^2 \\ U = g t \end{array} \right\} h/U = 1/2 t \rightarrow t = 2h/U \left\} U_0 = XU/2h \right\} \rightarrow$$

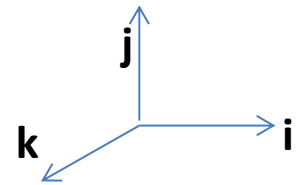
Αν  $U_0 = (2gh)^{1/2}$  τότε και  $U_{τελ} = (2gh)^{1/2}$  λόγω διατήρησης της ενέργειας

$\rightarrow X = 2h$





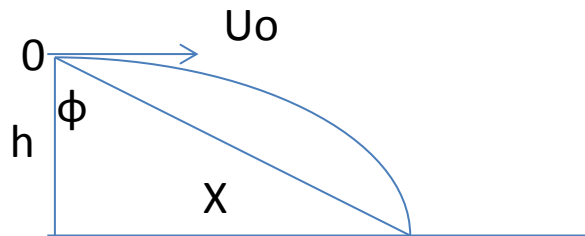
12. Πόση είναι η γωνία  $\phi$  μεταξύ των  $\mathbf{a}=3\mathbf{i}-4\mathbf{j}$  και  $\mathbf{b}=-2\mathbf{i}+3\mathbf{k}$



$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = ab \cos \phi \rightarrow (3\mathbf{i}-4\mathbf{j}) \cdot (-2\mathbf{i}+3\mathbf{k}) = -6\mathbf{i}^2 + 9\mathbf{i} \cdot \mathbf{k} + 8\mathbf{j} \cdot \mathbf{i} - 12\mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = 5\sqrt{13} \cos \phi \rightarrow -6 = 5\sqrt{13} \cos \phi \rightarrow$$

$$\phi = \cos^{-1} -6/18 = 109^\circ$$

13. Ένα αεροπλάνο διάσωσης πετά με 198 km/h σε σταθερό ύψος  $h=500$  m προς ένα σημείο ακριβώς πάνω από τον ναυαγό όπου και πρόκειται να προσγειωθεί κάψουλα με εξοπλισμό διάσωσης. Πόση πρέπει να είναι η γωνία  $\phi$  της ευθείας οπτικής επαφής του πιλότου με τον ναυαγό όταν ελευθερώνεται η κάψουλα;



$$\phi = \tan^{-1} X/h$$

$$(1) X - X_0 = U_0 t$$

$$Y - Y_0 = h - 0 = 1/2 g t^2 \rightarrow t = (2h/g)^{(1/2)} = 10.1 \text{ s}$$

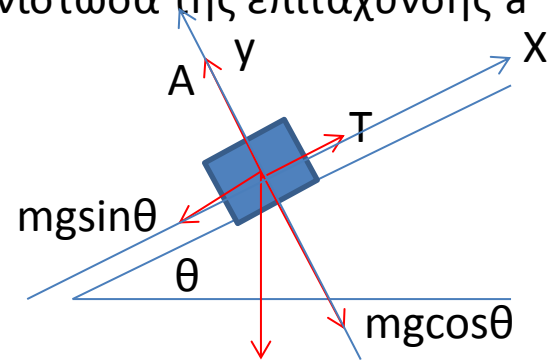
$$(1) \rightarrow X = 555.5 \text{ m}$$

$$\rightarrow \phi = \tan^{-1} 555/500 = 48^\circ$$

14. Σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσης  $\theta=30^\circ$ , τραβάτε με σχοινί κιβώτιο μάζας  $m=5 \text{ kg}$  και η δύναμη έχει μέτρο  $T=25 \text{ N}$ . Πόση είναι η συνιστώσα της επιτάχυνσης  $a$  παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο;

$$\Sigma F_y=0 \rightarrow A=mg\cos\theta$$

$$\Sigma F_x=ma \rightarrow T-mg\sin\theta=ma \rightarrow a=0.1 \text{ m/s}^2$$



15. Επιβάτης με μάζα  $m=72.2 \text{ kg}$  βρίσκεται μέσα σε ανελκυστήρα και στέκεται πάνω σε ζυγαριά. Ποιες είναι οι ενδείξεις της ζυγαριάς και όταν κινείται ο ανελκυστήρας προς τα πάνω ή προς τα κάτω με ταχύτητα  $U=0.5 \text{ m/s}$  ή με επιτάχυνση  $\alpha=3.2 \text{ m/s}^2$ ; Η ένδειξη της ζυγαριάς είναι η κάθετη δύναμη στον επιβάτη από την ζυγαριά  $F_N$

A) ακίνητος  $\rightarrow$  ένδειξη όσο είναι η μάζα αλλά δύναμη  $F_N=mg=708 \text{ N}$

B) με σταθερή ταχύτητα  $\rightarrow$  ένδειξη όσο είναι η μάζα και  $F_N=mg=708 \text{ N}$

Γ) Προς τα πάνω με  $\alpha=3.2 \text{ m/s}^2$

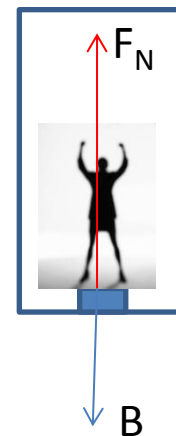
$$F_N-Fg=ma \rightarrow F_N=ma + Fg$$

$$=72.2 \text{ kg } 9.8 \text{ m/s}^2 + 72.2 \text{ kg } 3.2 \text{ m/s}^2= 939 \text{ N}$$

Δ) Προς τα κάτω με  $\alpha=-3.2 \text{ m/s}^2$

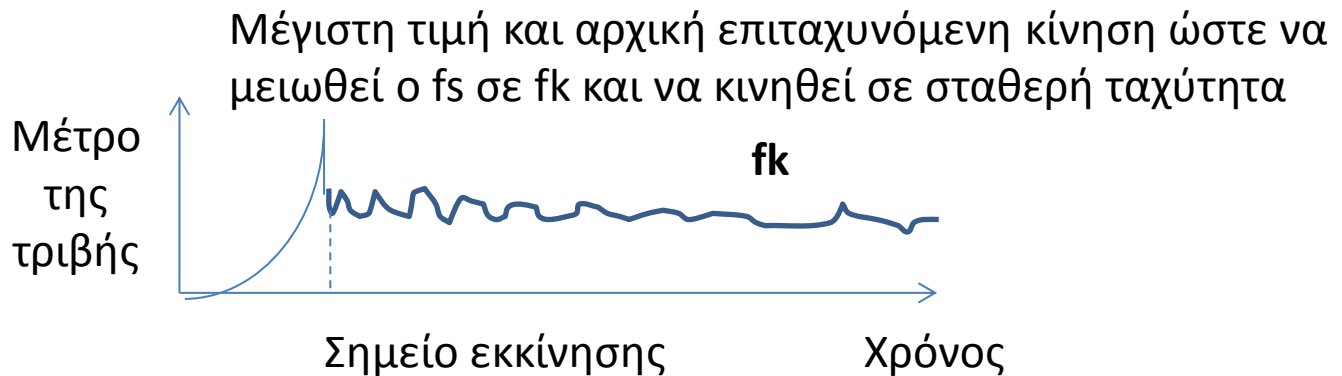
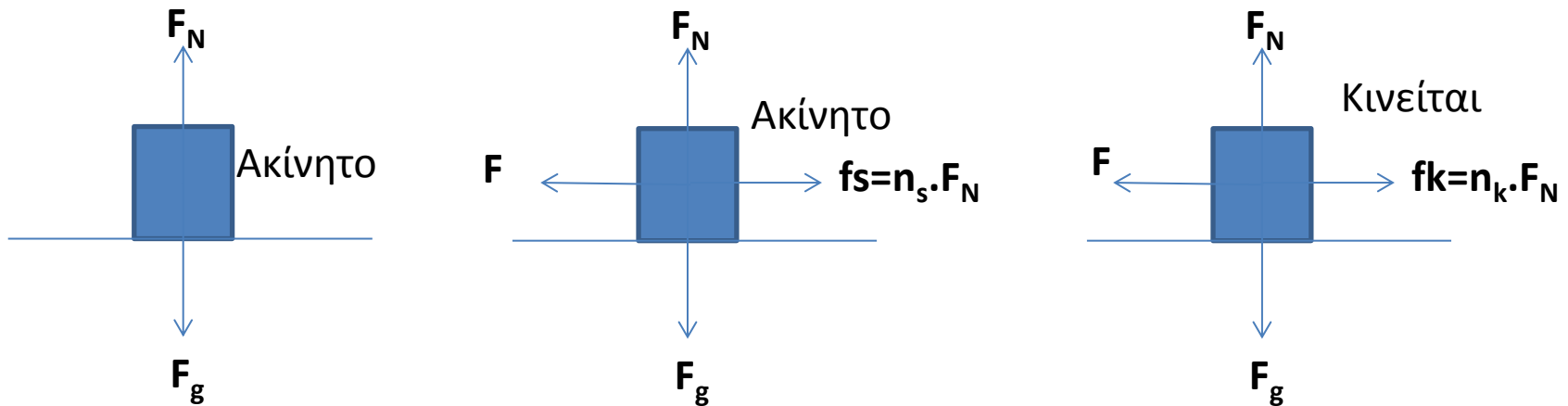
$$F_N-Fg=ma \rightarrow F_N=ma + Fg$$

$$=72.2 \text{ kg } 9.8 \text{ m/s}^2 + 72.2 \text{ kg } (-3.2 \text{ m/s}^2)= 477 \text{ N}$$



Δυνάμεις Επαφής: Εμφανίζονται όταν 2 σώματα βρίσκονται σε επαφή ανάμεσα στις επιφάνειες που έρχονται σε επαφή π.χ. τροχοί αυτοκινήτου και δρόμος

→ δημιουργία τριβής: Στατική τριβή  $f_s$  όταν το σώμα είναι σε ισορροπία και Τριβή ολίσθησης  $f_k$  όταν το σώμα κινείται



16. Κύβος μάζας  $m=3$  kg ολισθαίνει κατά μήκος ενός δαπέδου καθώς μια δύναμη  $F=12$  N εφαρμόζεται προς τα πάνω σε αυτόν με γωνία προς τα πάνω  $\theta$ . Αν ο συντελεστής ολίσθησης μεταξύ κύβου και δαπέδου είναι  $\mu_k=0.4$ , ποια γωνία  $\theta$  δίνει τη μέγιστη τιμή του μέτρου  $a$  της επιτάχυνσης του κύβου;

$$f_k = \mu_k \cdot F_N$$

$$F_x - f_k = m a \rightarrow F \cos \theta - \mu_k \cdot F_N = m a$$

$$F_N + F_y = F_g \rightarrow F_N + F \sin \theta = m g \rightarrow F_N = m g - F \sin \theta$$

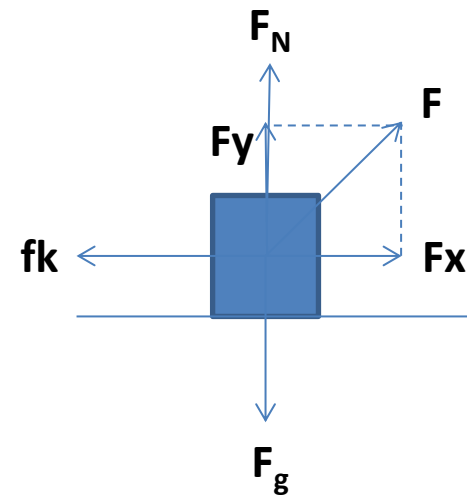
$$F \cos \theta - \mu_k \cdot (m g - F \sin \theta) = m a$$

$$a = F/m \cos \theta - \mu_k \cdot (g - F/m \sin \theta)$$

$$\text{Η μέγιστη τιμή: } d a / d \theta = 0 \rightarrow - F/m \sin \theta + \mu_k F/m \cos \theta = 0$$

$$\tan \theta = \mu_k$$

$$\theta = \tan^{-1} \mu_k = 21.8^\circ$$



## Οπισθέλκουσα Δύναμη και Οριακή Ταχύτητα

Ρευστό  $\rightarrow$  Υγρό-αέριο  $\rightarrow$  Οπισθέλκουσα δύναμη  $D \rightarrow$  δύναμη που αντιστέκεται σε σχετική κίνηση ενός σώματος με ρευστό

Για περίπτωση κίνησης σώματος με αέρα  
 $D = \frac{1}{2} C \rho A V^2$  όπου  $C$  ο συντελεστής οπισθέλκουσας,  
 $V$  η σχετική ταχύτητα σώματος στο ρευστό,  
 $\rho$  η πυκνότητα του αέρα  
 $A$  η ενεργός επιφάνεια διατομής του σώματος

Για κίνηση προς τα κάτω:

$$D - F_g = ma$$

$$\text{Οριακή ταχύτητα } v_{op} \text{ όταν } a=0 \rightarrow \frac{1}{2} C \rho A v_{op}^2 = mg \rightarrow v_{op} = (2mg / C \rho A)^{(1/2)}$$

17. Μια σταγόνα με  $R=1.5 \text{ mm}$  πέφτει από ύψος  $h=1200 \text{ m}$ . Ο συντελεστής οπισθέλκουσας  $C$  είναι  $0.6$ . Υποθέστε σταγόνα σφαιρική με πυκνότητα  $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$  και  $\rho_{\alpha\acute{\epsilon}\rho\alpha}=1.2 \text{ kg/m}^3$ . Πόση είναι η οριακή ταχύτητα  $V_{or}$ ;

$$\begin{array}{l}
 F_g = mg \\
 V_{\text{σταγ}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \\
 \rho_w = m/V
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array}
 \begin{array}{l}
 F_g = mg = \rho_w V g = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_w g \\
 \\
 V_{or} = (2F_g / C \rho_{\alpha} A)^{(1/2)} = (2 \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_w g / C \rho_{\alpha} \pi R^2)^{(1/2)} \\
 = (8 R \rho_w g / 3 C \rho_{\alpha})^{(1/2)} \\
 = 7.4 \text{ m/s} = 27 \text{ km/h}
 \end{array}$$

18. Σώμα μάζας  $m=72 \text{ kg}$  εκτελεί κυκλική κίνηση σε ύψος  $520 \text{ km}$  και με σταθερό μέτρο ταχύτητας  $V=7.6 \text{ km/s}$ . Ποια είναι η επιτάχυνσή του;

Ακτίνα Κίνησης:  $R=R_r+h$

Κεντρομόλος επιτάχυνση  $a= V^2/R = V^2/ R_r+h = 8.4 \text{ m/s}^2$

19. Δύο άτομα σπρώχνουν ένα αρχικά ακίνητο κιβώτιο μάζας 225 kg κατά μετατόπιση  $d$  με μέτρο 8.5 m. Το μέτρο της δύναμης του 1<sup>ου</sup> ατόμου  $F_1$  είναι 12 N και σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  προς τα κάτω με την οριζόντια διεύθυνση. Το μέτρο της δύναμης  $F_2$  είναι 10 N και κατευθύνεται  $40^\circ$  πάνω από την οριζόντια διεύθυνση. Τα μέτρα και οι κατευθύνσεις αυτών των δυνάμεων δεν αλλάζουν καθώς το κιβώτιο κινείται και δεν υπάρχουν τριβές. A) Πόσο είναι το συνολικό έργο που εκτελείται από τις 2 δυνάμεις στο κιβώτιο κατά την μετατόπιση  $d$ ; B) Ποια είναι η ταχύτητα του κιβωτίου στην μετατόπιση  $d=8.5$  m;

A)

$$W_1 = F_1 d \cos \phi_1 = 12 \text{ N} \cdot 8.5 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = 88.33 \text{ J}$$

$$W_2 = F_2 d \cos \phi_2 = 10 \text{ N} \cdot 8.5 \text{ m} \cdot \cos 40^\circ = 65.11 \text{ J}$$

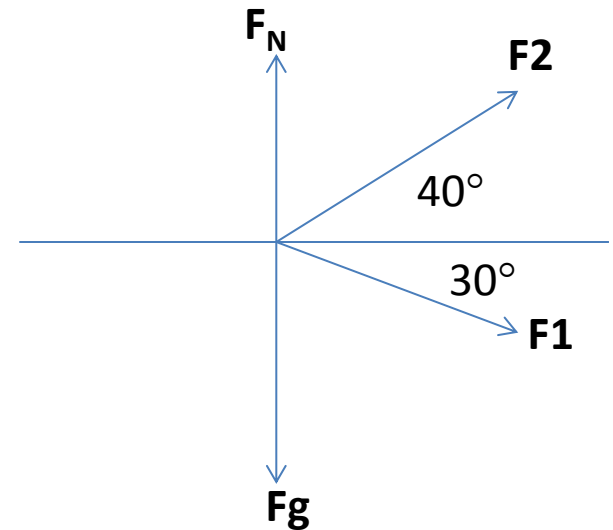
$$W_g = F_g d \cos 90^\circ = 0$$

$$W_N = F_N d \cos 90^\circ = 0$$

Έργο κάθετων συνιστωσών  $F_{1y}$  και  $F_{2y} = 0$

$$W = W_1 + W_2 = 153 \text{ J}$$

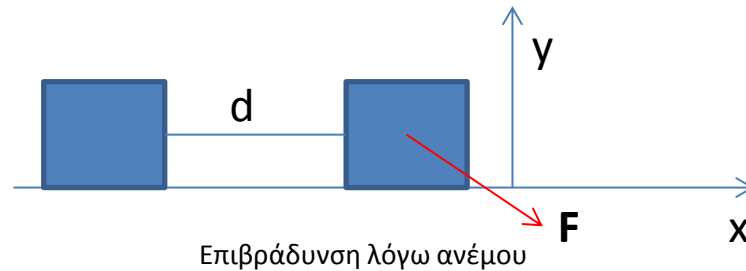
$$B) W = K_f - K_a = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m v_f^2 \rightarrow v_f = 1.7 \text{ m/s}$$



20. Κιβώτιο με κρέπες γλιστρά σε χυμένα λάδια στο οδόστρωμα ενός πάρκινγκ κατά  $\mathbf{d}=-3\mathbf{i}$  καθώς άνεμος φυσά κόντρα στο κιβώτιο με δύναμη  $\mathbf{F}=2\text{ N i} +(-6)\text{ N j}$   
 α) Πόσο είναι το έργο της δύναμης στο κιβώτιο, β) Αν το κιβώτιο αρχικά έχει κινητική ενέργεια 10 J, πόση θα είναι η κινητική ενέργεια στο τέλος της  $\mathbf{d}$ ;

α)  $W=\mathbf{F}\cdot\mathbf{d}=(2\text{ N i} +(-6\text{ N j}))\cdot(-3\text{ m})\mathbf{i}$   
 $= -6\text{ N m i}\cdot\mathbf{i} +18\text{ N m i}\cdot\mathbf{j}=-6\text{ J}$

β)  $K_f= K+W=10\text{ J} + (-6\text{ J})=4\text{ J}$

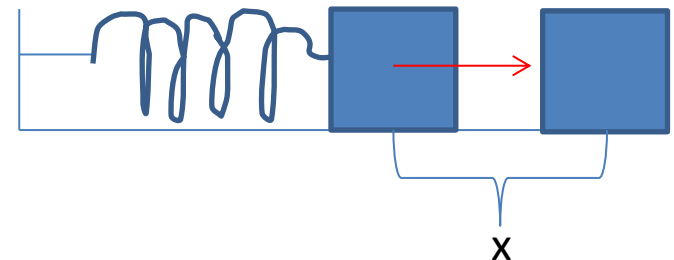


21. Κιβώτιο με σοκολάτες βρίσκεται σε δάπεδο χωρίς τριβές συνδεδεμένο στο ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου. Μια προς τα δεξιά ασκούμενη δύναμη μέτρου  $F_a=4.9\text{ N}$  απαιτείται για να κρατάει το κιβώτιο στη θέση  $x_1=12\text{ mm}$  α) Πόσο έργο εκτελεί η δύναμη του ελατηρίου στο κιβώτιο αν το κιβώτιο έλκεται προς τα δεξιά από τη θέση  $x_0=0$  στη θέση  $x_2=17\text{ mm}$ .

Για  $x=12\text{ mm}$  η ασκούμενη δύναμη εξισορροπεί τη δύναμη του ελατηρίου

$F_x=-4.9\text{ N} \rightarrow -\kappa x =-4.9\text{ N} \rightarrow \kappa =408\text{ N/m}$

Για  $x_2=17\text{ mm}$   $W_{x_2}=-1/2 \kappa x_2^2=-0.0509\text{ J}$





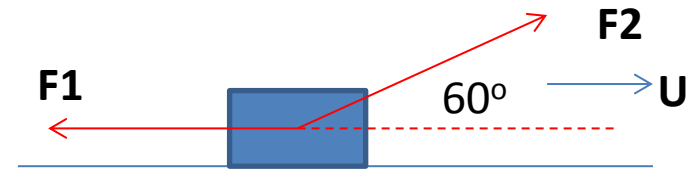
22. Δύο δυνάμεις δρουν σε κουτί που ολισθαίνει προς τα δεξιά χωρίς τριβές. Ορισμένη χρονική στιγμή η ταχύτητα  $V$  του κουτιού είναι  $3 \text{ m/s}$ . Πόση είναι η ισχύς που οφείλεται σε κάθε δύναμη αυτή τη χρονική στιγμή και η συνολική ισχύς;

$$P = dW/dt = F \cos \phi \, dx/dt = F \cos \phi \, V = \mathbf{F} \cdot \mathbf{V} \text{ στιγμιαία ισχύς}$$

$$P_1 = F_1 V \cos \phi_1 = 2 \text{ N } 3 \text{ m/s } \cos 180^\circ = -6 \text{ W}$$

$$P_2 = F_2 V \cos \phi_2 = 4 \text{ N } 3 \text{ m/s } \cos 60^\circ = 6 \text{ W}$$

$$P_{\text{net}} = P_1 + P_2 = -6 \text{ W} + 6 \text{ W} = 0$$



Ο συνολικός ρυθμός μεταφοράς ενέργειας από ή προς το κουτί είναι μηδέν. Άρα η κινητική ενέργεια του κουτιού δεν αλλάζει

23. Παιδί μάζας  $m$  αφήνεται ελεύθερο από την ηρεμία να γλιστρήσει από την κορυφή μιας νεροτσουλήθρας που βρίσκεται σε ύψος  $h=8.5 \text{ m}$  πάνω από τη βάση της. Θεωρώντας ότι στην τσουλήθρα δεν υπάρχουν τριβές εξαιτίας του νερού, υπολογίστε το μέτρο της ταχύτητας του παιδιού όταν φτάσει στη βάση

$$E_{\text{μηχ, κορυφή}} = E_{\text{μηχ, βάση}}$$

$$mgh = \frac{1}{2} m V^2 \rightarrow V = (2gh)^{1/2}$$

24. Το νερό ενός ποταμού φτάνοντας στην άκρη καταρράκτη ύψους  $h=10\text{ m}$ , έχει  $V_0=5\text{ m/s}$ . Ποια είναι η ταχύτητα όταν φτάνει στη βάση; ( $g=10\text{ m/s}^2$ )

$$E_{\text{kin}}(2) - E_{\text{kin}}(1) = \Sigma W(i) \rightarrow \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = mgh \rightarrow V = (V_0^2 + mgh)^{1/2} = 15\text{ m/s}$$

25. Πως μπορεί να υπολογιστεί το βάθος ενός πηγαδιού με χρονόμετρο και πέτρα;

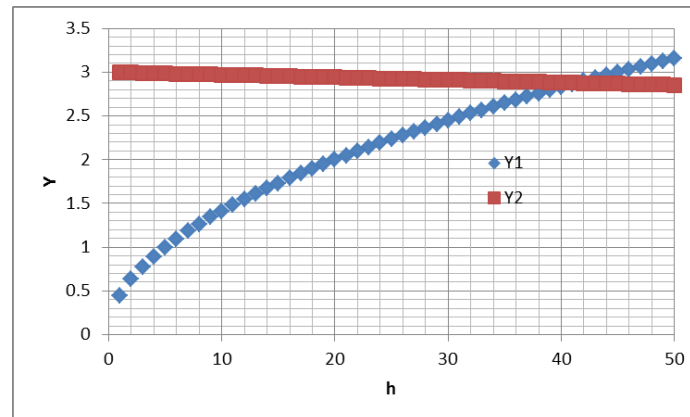
Ρίχνουμε την πέτρα και μετράμε τον χρόνο  $t$  που θα ακούσουμε τον κτύπο της πέτρας στο δάπεδο του πηγαδιού π.χ  $3\text{ s}$

$$t = t_1 + t_2 \text{ όπου } h = \frac{1}{2}gt_1^2 \text{ και } h = c t_2 \rightarrow t_1 = (2h/g)^{1/2} \text{ και } t_2 = h/c \text{ (340 m/s)}$$

$$3 = (2h/g)^{1/2} + h/c \rightarrow (0.2h)^{1/2} = 3 - h/340$$

Η λύση είναι γραφική και βρίσκεται ως η τομή των ευθειών  $y_1 = (0.2h)^{1/2}$  και  $y_2 = 3 - 1/340 h$

$$h = 42\text{ m}$$



26. Ηλεκτρικός κινητήρας αναβατήρα χαρακτηρίζεται από αποδιδόμενη ισχύς  $P_k$ . Η απόδοση του για μετατροπή ηλεκτρικής σε μηχανικό έργο είναι 60%. Σε  $t=1$  min ανεβάζει τον αναβατήρα ( $B=1$  tn) από ισόγειο στον 12<sup>ο</sup> όροφο (ύψος  $h=36$  m). Ο αναβατήρας ξεκινά με  $U_{αρχ}=0$ , επιταχύνεται για 6 s, κινείται σταθερά με  $V_0$  για  $t=48$  s και επιβραδύνεται για 6 s με  $U_{τελ}=0$ . Α) Πόση είναι η αποδιδόμενη μέση μηχανική ισχύς  $P_k$  του κινητήρα; Β) Πόση ηλεκτρική ενέργεια καταναλώθηκε; Γ) Πόση η μέση ταχύτητα ανάβασης; Δ) Πόση η ταχύτητα  $V_0$ ; Ε) Τι τιμές έλαβε η επιτάχυνση (επιβράδυνση); Στ) Ποια είναι η τιμή της τείνουσας το συρματόσχοινο δύναμης στα τρία διακριτά διαστήματα κίνησης;

Α) ΘΜΚΕ 0-12<sup>ο</sup> όροφο  $E_k(2)-E_k(1)=W \rightarrow 0-0=W_T+W_B \rightarrow P t = -Bh \rightarrow P = Bh/t = mgh/t = 5886$  W

Β)  $n_k E_{ηλεκτ} = P t \rightarrow E_{ηλεκτ} = 5886 \text{ W} \cdot 60 \text{ s} / 0.6 = 588600 \text{ J} = 163.5 \text{ Wh}$

Γ)  $V = S_{ολ} / t_{ολ} = 36 \text{ m} / 60 \text{ s} = 0.6 \text{ m/s}$

Δ)  $V_0 = S_{ολ} / t_{ολ} = \text{παραλληλόγραμμα} + 2 \text{ τρίγωνα} / t_{ολ} = (V_0 \cdot 48 + 2 \cdot V_0 \cdot 6 / 2) / 60 = 0.67 \text{ m/s}$



Ε)  $\alpha = V_0 / t_{επιτ} = 0.67 \text{ m/s} / 6 \text{ s} = 0.11 \text{ m/s}^2$

Στ)  $T_1 - B = ma$  για την επιταχυνόμενη κίνηση,  $T_2 - B = 0$  για την σταθερή,  $T_2 - B = -ma$  για την επιβραδυνόμενη