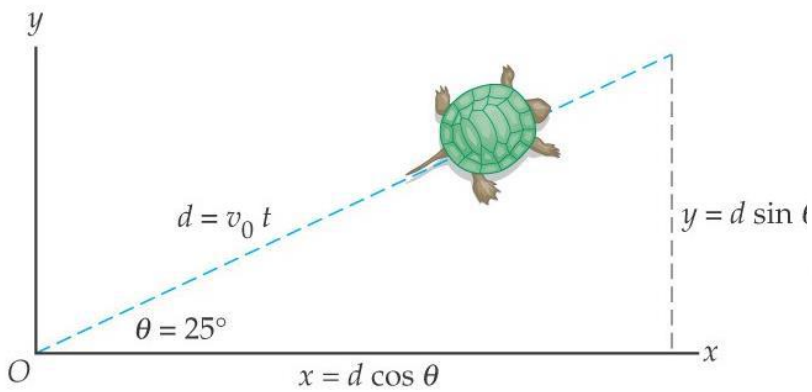
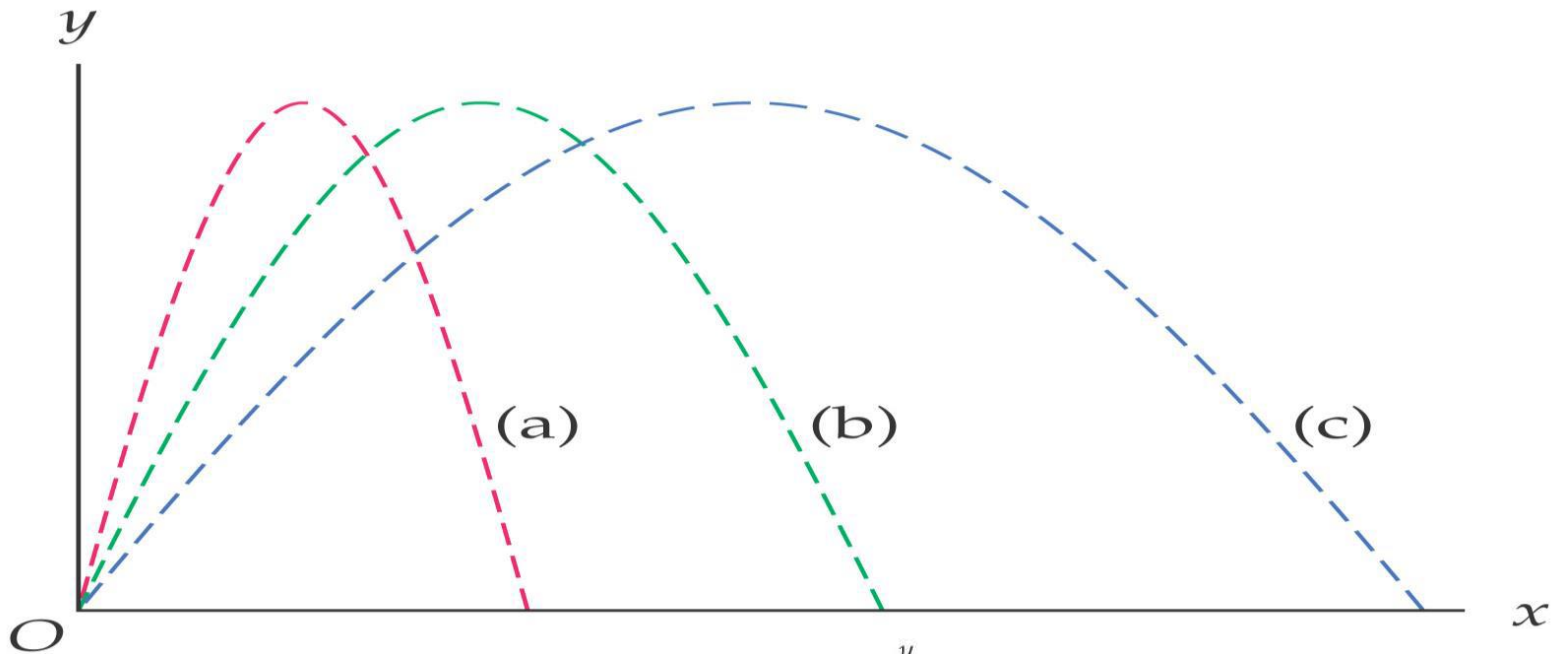
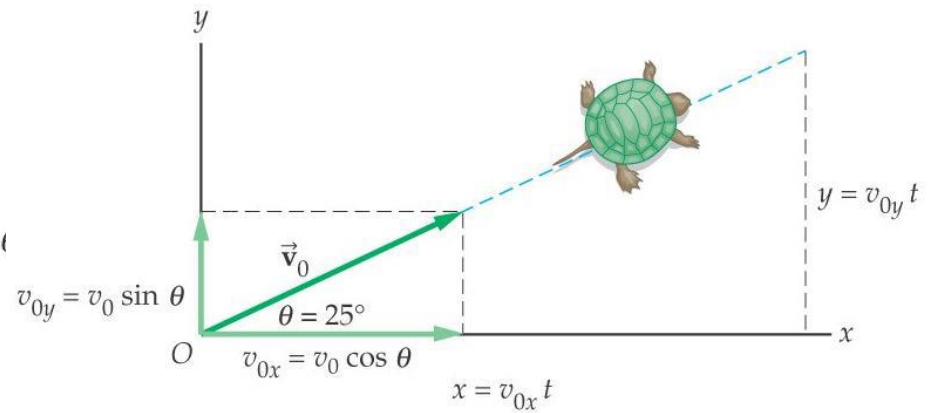


Κινηματική Δύο Διαστάσεων



(a)



(b)

Κινηματική Δύο Διαστάσεων

Η κάθε κίνηση στον άξονα X και στον άξονα Y θα πρέπει να επιλυθεί ανεξάρτητα

Εξισώσεις Θέσης-Χρόνου

Εξισώσεις Ταχύτητας-Χρόνου

Εξισώσεις Ταχύτητας-Θέσης

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

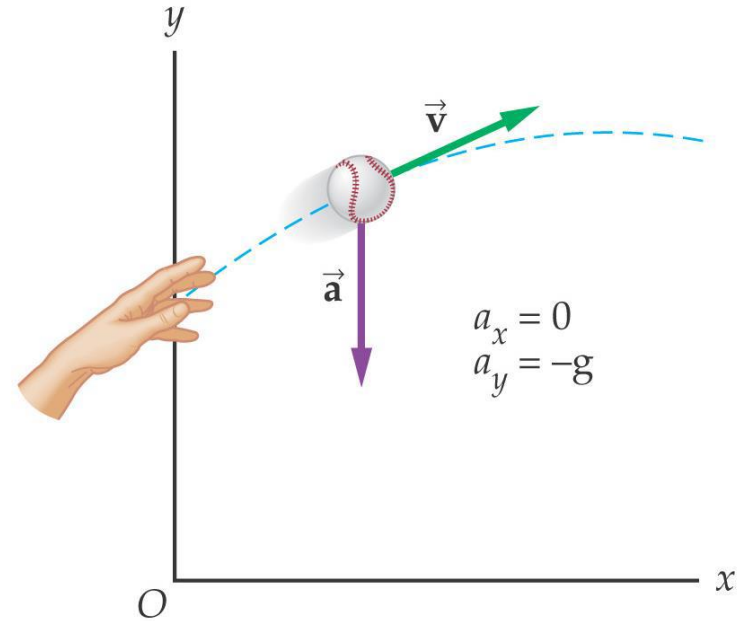
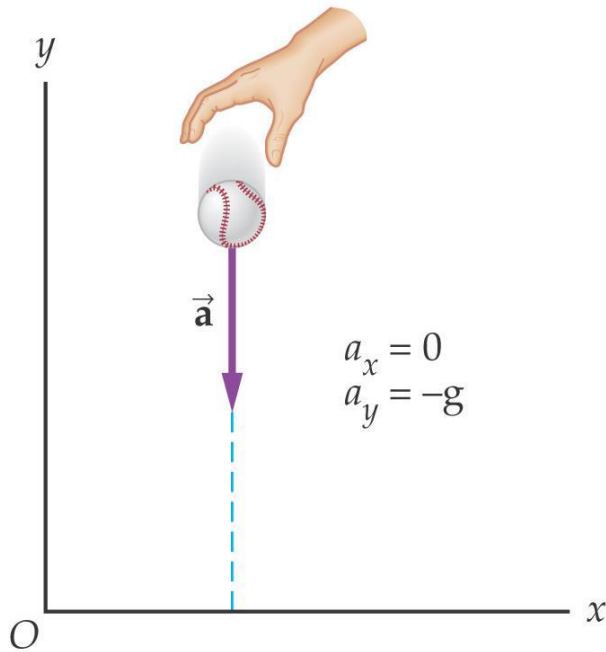
$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x \Delta x$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y \Delta y$$

Η επιτάχυνση είναι ανεξάρτητη της διεύθυνσης κίνησης



Εξισώσεις Κίνησης

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

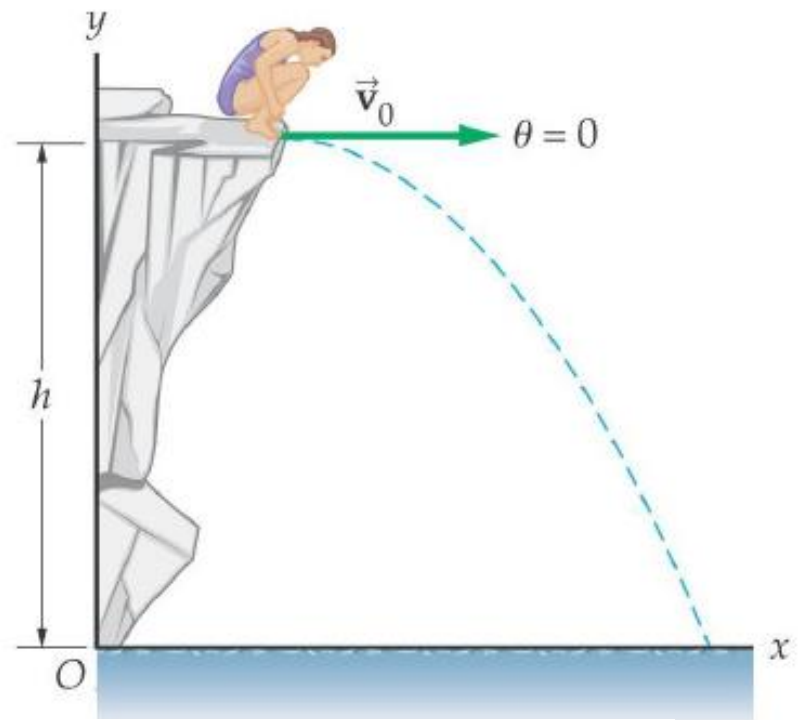
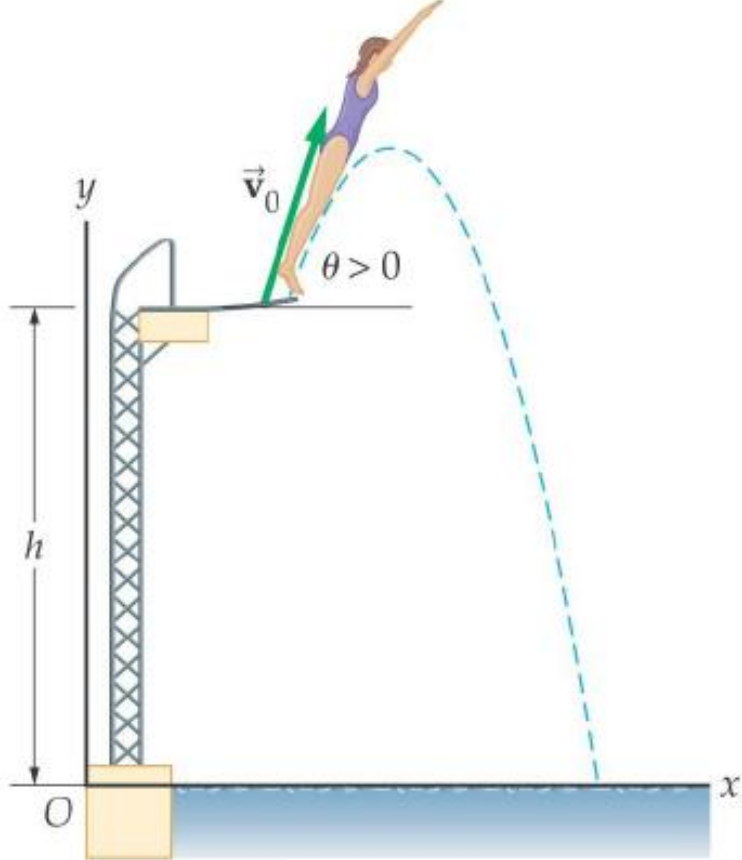
$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_x = v_{0x}$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$v_x^2 = v_{0x}^2$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y$$



Για $\theta=0$
 $x_0=0$ και $Y=h$

$$x = v_0 t$$

$$y = h - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_x = v_0 = \text{constant}$$

$$v_y = -gt$$

$$v_x^2 = v_0^2 = \text{constant}$$

$$v_y^2 = -2g\Delta y$$

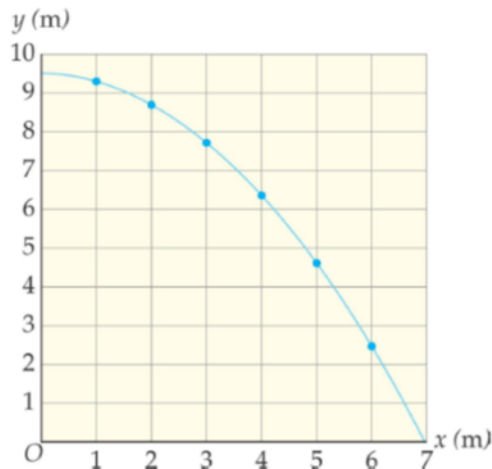
$$y = h - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = h - \left(\frac{g}{2v_0^2}\right)x^2$$

Απαλοιφή του t
και επίλυση ως
προς y

Για $y=0$, σημείο επαφής με το έδαφος:

$$x = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Τροχιά



Γενική περίπτωση βολής με: $v_{0x} = v_0 \cos \theta$ και $v_{0y} = v_0 \sin \theta$

$$x = (v_0 \cos \theta)t$$

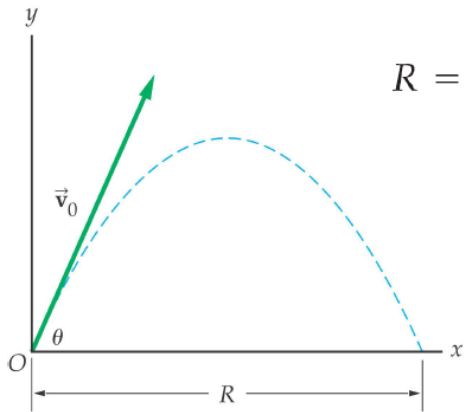
$$y = (v_0 \sin \theta)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_x = v_0 \cos \theta$$

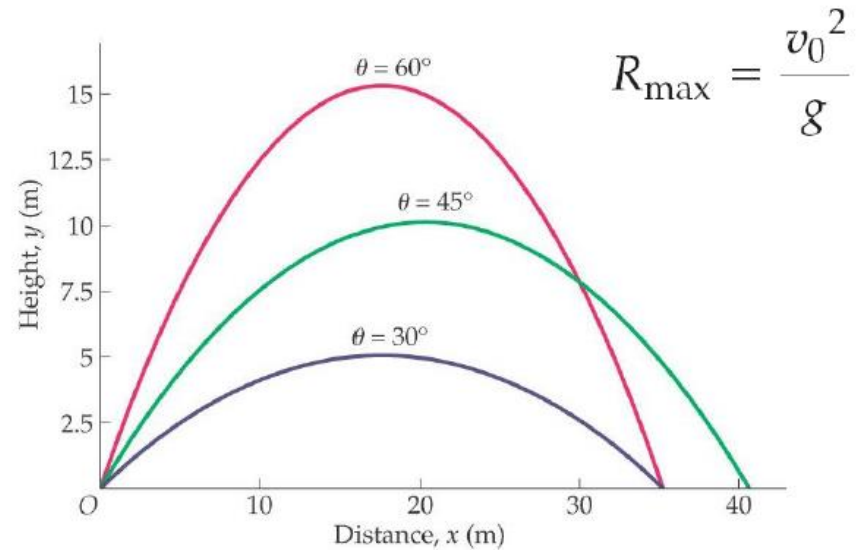
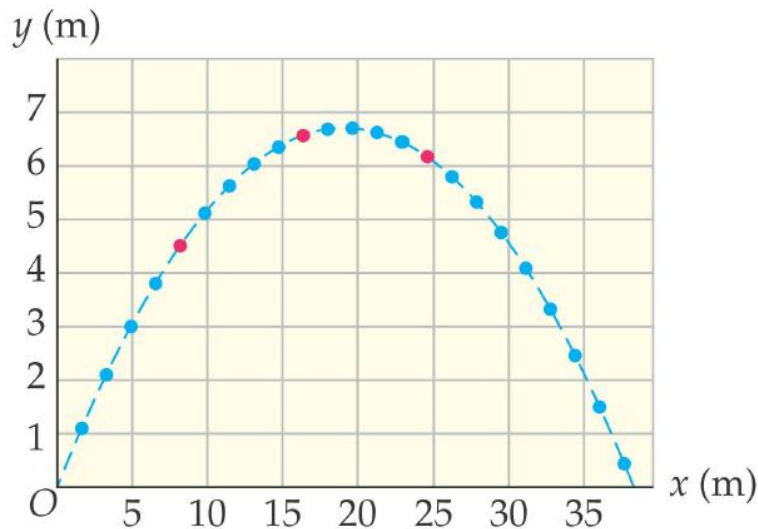
$$v_x^2 = v_0^2 \cos^2 \theta$$

$$v_y = v_0 \sin \theta - gt$$

$$v_y^2 = v_0^2 \sin^2 \theta - 2g\Delta y$$



$$R = \left(\frac{v_0^2}{g}\right) \sin 2\theta$$



$$R_{\max} = \frac{v_0^2}{g}$$

Νόμοι του Newton

1^{ος} Νόμος του Newton

- Αντικείμενα σε ισορροπία, παραμένουν σε ισορροπία
- Αντικείμενα σε κίνηση παραμένουν σε κίνηση ως την εφαρμογή μιας δύναμης (παρότι δεν θέλουν να διαταραχθεί η κατάσταση τους λόγω αδράνειας)

2^{ος} Νόμος του Newton

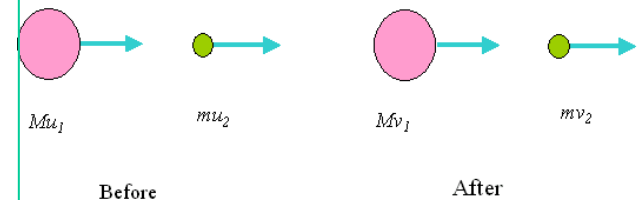
$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

3^{ος} Νόμος του Newton

Για κάθε δράση υπάρχει μία αντίδραση

Αρχές Διατήρησης

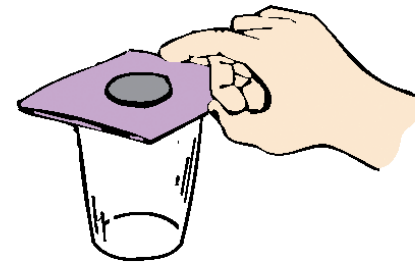
της Ορμής



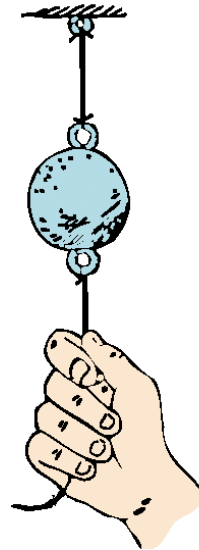
και της Ενέργειας



ΕΙΚΟΝΑ 2.4 Παραδείγματα αδράνειας.



Γιατί το κέρμα πέφτει μέσα στο ποτήρι όταν μια δύναμη επιταχύνει το χαρτόνι;

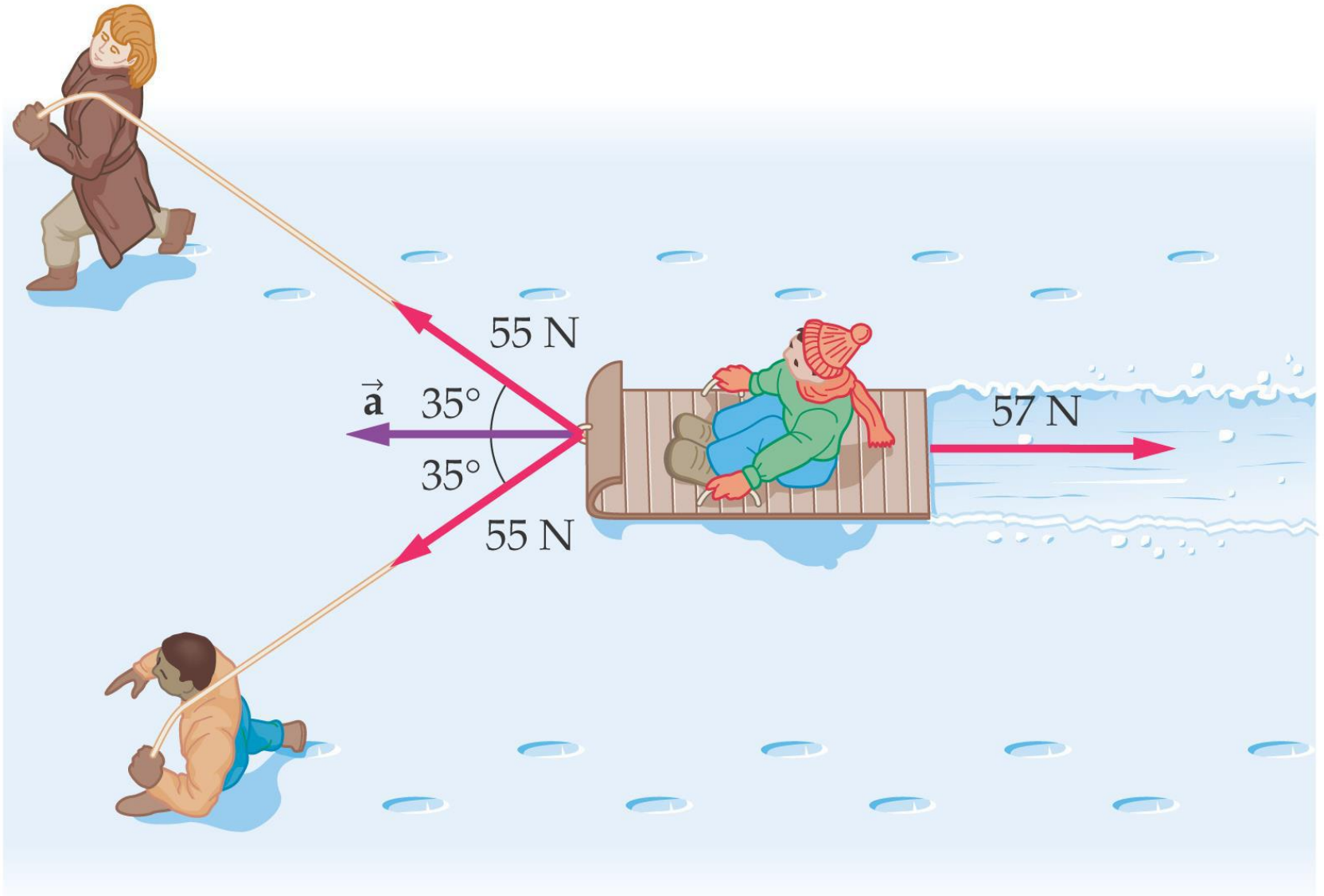


Γιατί όταν η δύναμη που ασκείται προς τα κάτω αυξάνεται αργά και σταθερά σπάζει το νήμα πάνω από τη βαριά σφαίρα, ενώ όταν αυξάνεται απότομα σπάζει το νήμα από κάτω;

Γιατί όταν το σφυρί κινείται προς τα κάτω και ακινητοποιείται απότομα «σφίγγει» η κεφαλή του;



1^{ος}-2^{ος} Νόμοι Newton





ΕΙΚΟΝΑ 2.9 Η δύναμη υποστήριξης, με φορά προς τα πάνω, ισούται με το βάρος σας.



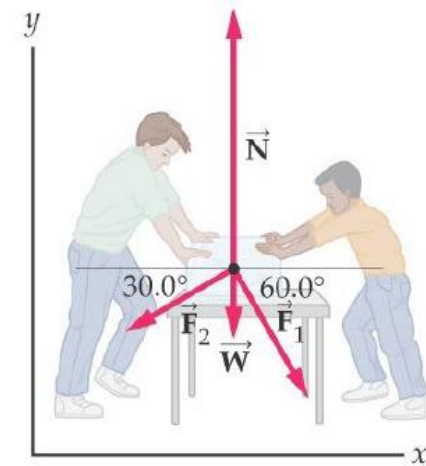
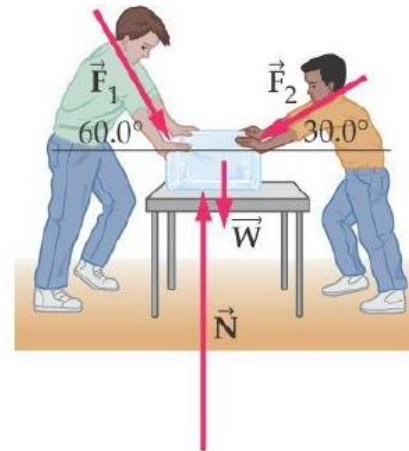
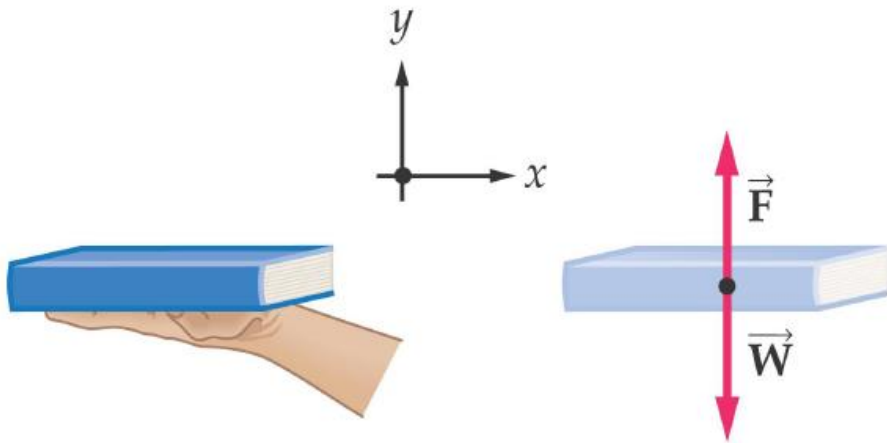
ΕΙΚΟΝΑ 2.10 Όταν η δύναμη με την οποία σπρώχνουμε ένα κιβώτιο είναι ίση κατά μέτρο με τη δύναμη τριβής μεταξύ του κιβωτίου και του πατώματος, η ολική δύναμη στο κιβώτιο είναι μηδέν, και επομένως το κιβώτιο ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα.



ΕΙΚΟΝΑ 3.9 Ένα φτερό και ένα νόμισμα πέφτουν με την ίδια επιτάχυνση στο κενό.

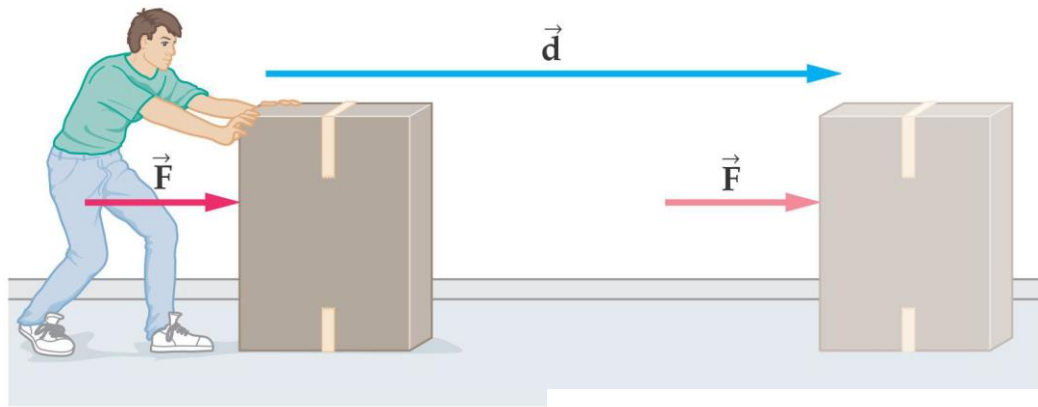
Επίλυση Ασκήσεων

- Διάγραμμα δυνάμεων στο αντικείμενο ενδιαφέροντος
- Επιλογή συστήματος συντεταγμένων
- Ανάλυση δυνάμεων σε συνιστώσες
- Εφαρμογή νόμων Newton σε κάθε άξονα



Έργο και Κινητική Ενέργεια

$$W = Fd$$



Θετικό έργο
με αύξηση
ταχύτητας
και αρνητικό
με μείωση

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos \theta$$

$$W = (F \cos \theta)d = Fd \cos \theta$$

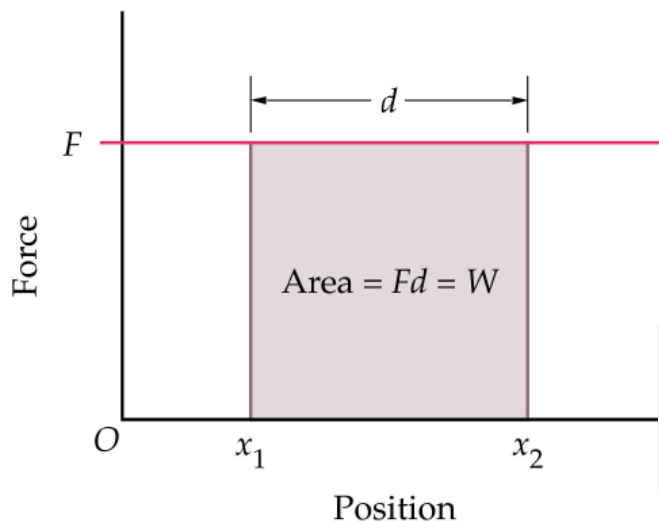


$$W_{\text{total}} = (F_{\text{total}} \cos \theta)d = F_{\text{total}}d \cos \theta$$

$$W_{\text{total}} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

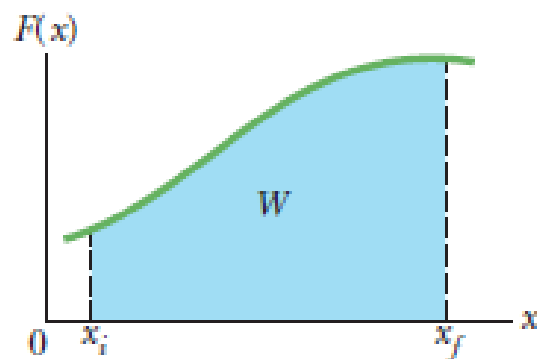
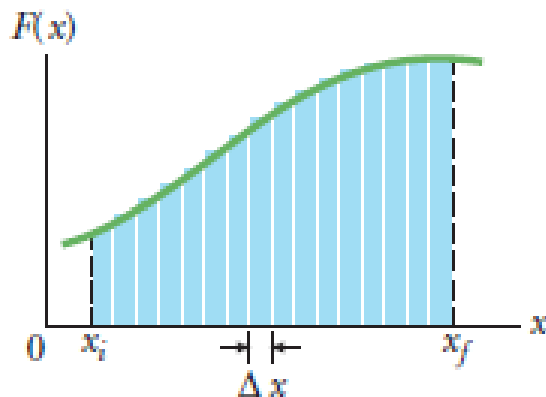
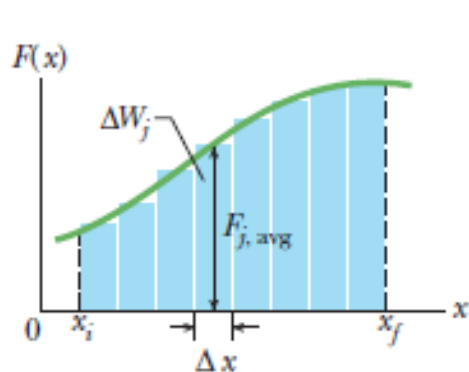
Έργο δύναμης

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

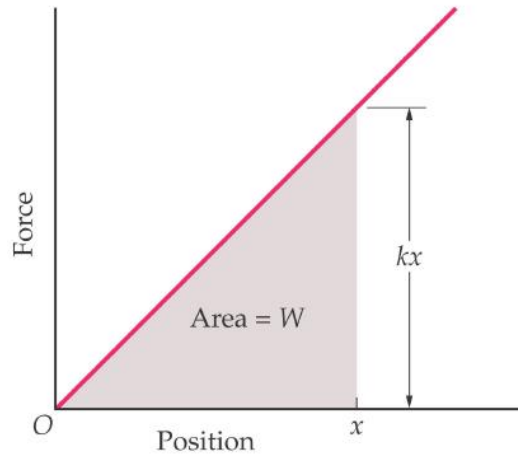


$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

$$W = \int_{r_i}^{r_f} dW = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z dz$$



Έργο δύναμης



$$W = \frac{1}{2} kx^2$$

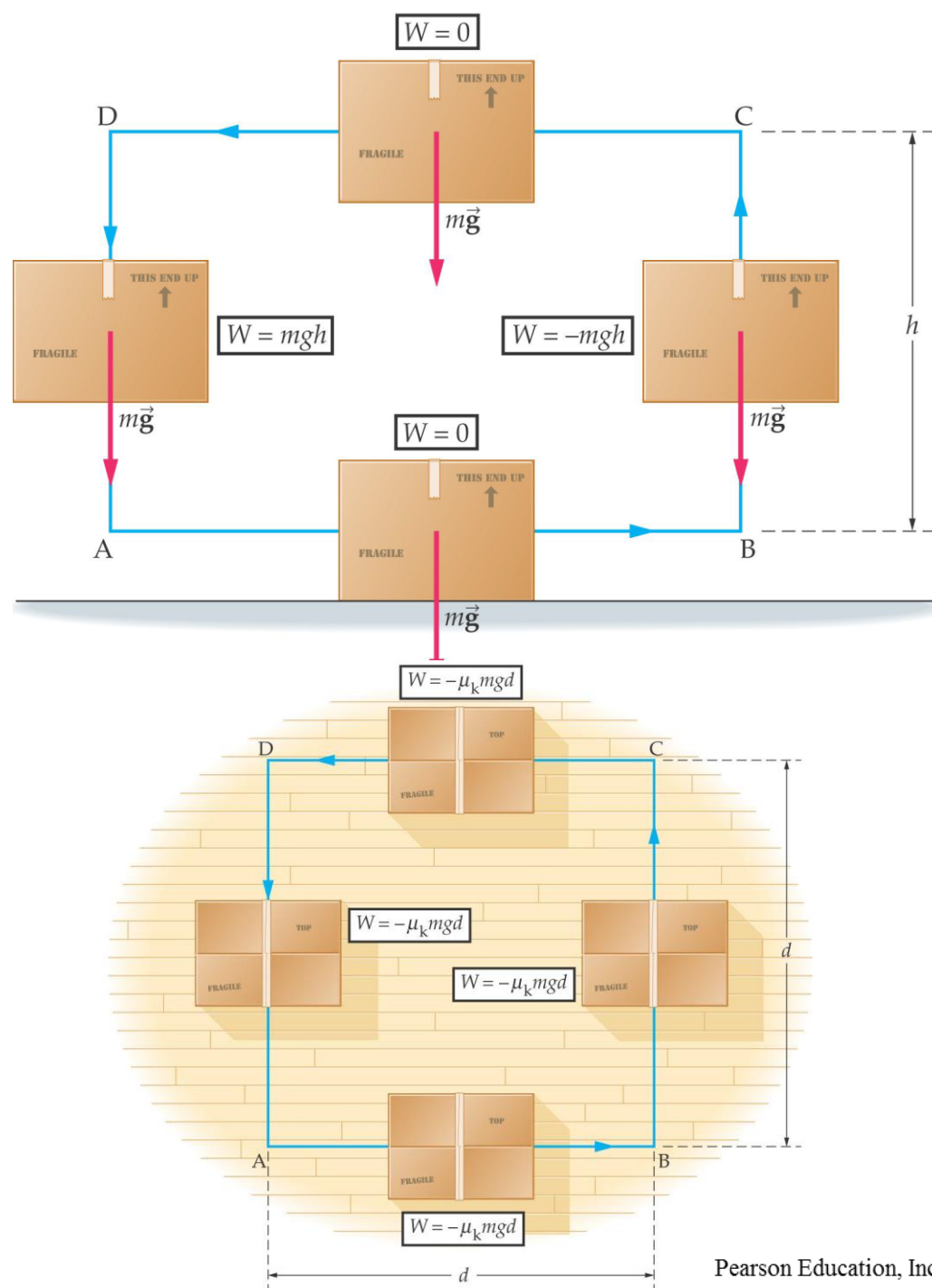
Ισχύς: ρυθμός παραγωγής έργου $P = \frac{W}{t}$

Για κίνηση με σταθερή ταχύτητα

$$P = \frac{Fd}{t} = F\left(\frac{d}{t}\right) = Fv$$

Διατηρητική Δύναμη:
το έργο της αποθηκεύεται σε μορφή ενέργειας που μπορεί να απελευθερωθεί σε μεταγενέστερο χρόνο (π.χ. βαρύτητα). Το έργο διατηρητικής δύναμης σε κλειστή διαδρομή είναι μηδέν.

Μη διατηρητική δύναμη: αντίσταση (το έργο της σε κλειστή διαδρομή δεν είναι μηδέν).



Δυναμική Ενέργεια

$$W_c = U_i - U_f = -(U_f - U_i) = -\Delta U$$

Ελεύθερη πτώση $-\Delta U = U_i - U_f = W_c = mgy$

Δυναμική ενέργεια ελατηρίου $W_c = \frac{1}{2}kx^2 = U_i - U_f$

Μηχανική ενέργεια

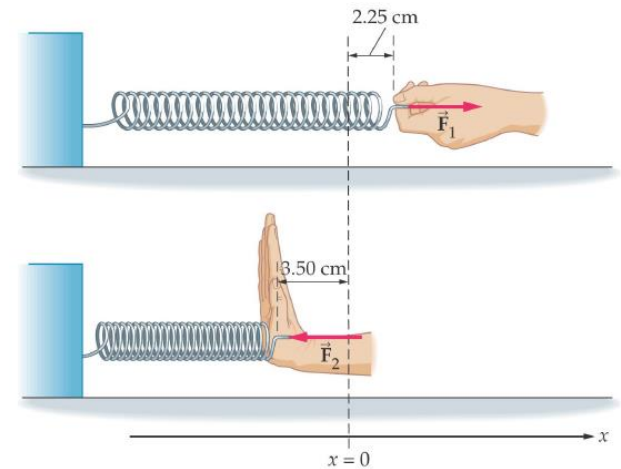
$$E = U + K$$

Διατήρηση μηχανικής ενέργειας για διατηρητικές δυνάμεις

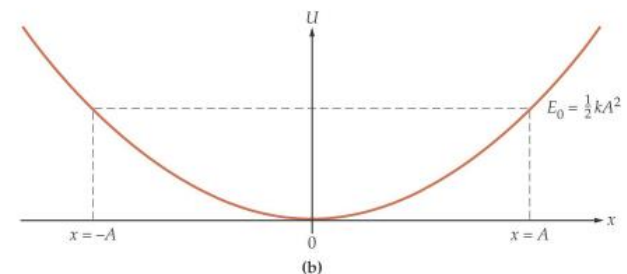
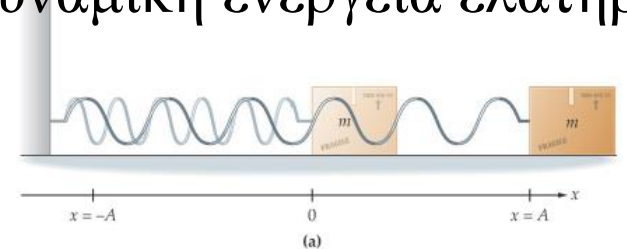
$$E_f = E_i$$

Διατήρηση μηχανικής ενέργειας για διατηρητικές και μη διατηρητικές δυνάμεις

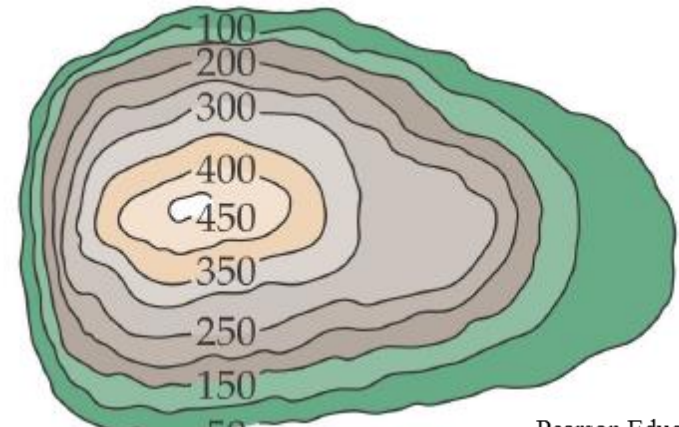
$$W_{nc} = \Delta U + \Delta K = \Delta E$$



Δυναμική ενέργεια ελατηρίου



Ισοδυναμικές γραμμές



Pearson Education, Inc.

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \quad \text{και} \quad \Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

Δυναμικό βαρύτητας

$$\Delta U = - \int_{y_i}^{y_f} (-mg) dy = mg \int_{y_i}^{y_f} dy = mg \left[y \right]_{y_i}^{y_f},$$

Δυναμικό ελατηρίου

$$\Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = k \int_{x_i}^{x_f} x dx = \frac{1}{2}k \left[x^2 \right]_{x_i}^{x_f}.$$