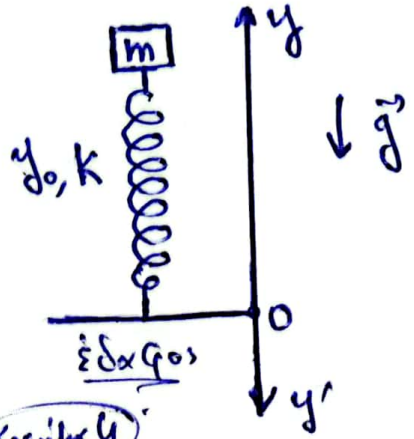


Απλός αρμονικός ταλαντωτής (α.α.τ.)

► Έστω κατακόρυφος α.α.τ. (βλ. βλ. 4) μάζας m , σταθεράς ελαστικότητας k κ' φυσικού μήκους y_0 .



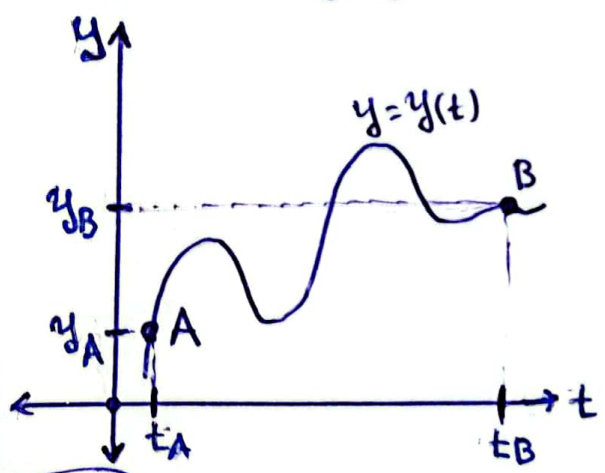
► Για προσδιορισμό θέσης αρκεί η $x \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} 1 \text{ βαθμός ελευθερίας} \\ \eta \ x \ \text{γενικευμένη συντεταγμένη.} \end{cases}$

► $\frac{dE}{dt} = 0$ όπου $E = K + U$ όπου

$K = \frac{1}{2} m \left(\frac{dy}{dt} \right)^2$ (37α) και

$U = mgy + \frac{1}{2} k (y - y_0)^2$ (37β).

► Η συνάρτηση $y = y(t)$ αντιστοιχεί σε καμπύλη επί του επιπέδου $t-y$ (βλ. βλ. 5) τέτοια ώστε για τυχαία σημεία A κ' B της καμπύλης $\delta I = 0$



όπου $I = \int_A^B \underbrace{K - U}_L dt$ (38)

(38) (37)

► $(38) \Rightarrow L = \frac{1}{2} m \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 - mgy - \frac{1}{2} k (y - y_0)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{L}{ky_0^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\psi}{d\tau} \right)^2 - \gamma\psi - \frac{1}{2} (\psi - 1)^2 \equiv \Lambda(\psi, \frac{d\psi}{d\tau})$ (39)

όπου $\tau \equiv \sqrt{\frac{k}{m}} t$ (40α) αδιάστατος χρόνος, $\psi \equiv y/y_0$ (40β)
 αδιάστατο ύψος και $\gamma \equiv \frac{mg}{ky_0}$ (40γ) αδιάστατη σταθερά.

► $(38) \xrightarrow{(39)} \xrightarrow{(40)} I = \underbrace{ky_0^2}_{\text{ενέργεια}} \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{m}{k}}}_{\text{χρόνος}} \cdot \int_{\tau=t_A}^{\tau=t_B} \underbrace{\Lambda(\psi, \dot{\psi})}_{\text{αδιάστατο}} d\tau$ (41)

$$\triangleright \delta I = 0 \Leftrightarrow \delta \int \lambda dt = 0 \Leftrightarrow \int \delta \lambda dt = 0 \Leftrightarrow \dots$$

$$* \delta \lambda = \frac{\partial \lambda}{\partial \psi} \delta \psi + \frac{\partial \lambda}{\partial \dot{\psi}} \delta \dot{\psi} = (-\gamma - \psi + 1) \delta \psi + \dot{\psi} \delta \dot{\psi} \Rightarrow$$

$$* \delta \dot{\psi} = \delta \frac{d\psi}{dt} \stackrel{(7)}{=} \frac{d}{dt} (\delta \psi) = (\delta \dot{\psi})$$

$$\Rightarrow \delta \lambda = (\dots) \delta \psi + \dot{\psi} (\delta \dot{\psi}) = (\dots) \delta \psi + (\dot{\psi} \delta \dot{\psi}) - \ddot{\psi} \delta \psi \quad (41)$$

$$\stackrel{(42)}{\Leftrightarrow} \int_{\tau_A}^{\tau_B} \dot{\psi} \delta \dot{\psi} + \int_{\tau_A}^{\tau_B} (-\gamma - \psi + 1 - \ddot{\psi}) \delta \psi dt = 0 \Leftrightarrow$$

$\underbrace{\delta \psi(\tau_A) = \delta \psi(\tau_B) = 0}_{\text{εξ' ορίσθεις}}$
 $\underbrace{\delta \psi}_{\text{ωχαιο}}$

$$\Leftrightarrow \ddot{\psi} + \psi - 1 + \gamma = 0 \quad (40)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{m \ddot{y} + k(y - y_0) + mg = 0} \quad (42)$$

συνίσταται

- δύναμη ελατηρίου

- βάρος