Σύνθεση 2 συγγραμμικών α.α.τ. ιδίου πλάτους

Δ:
$$x_1 = A\cos(\omega_1 t + \phi_1)$$
$$x_2 = A\cos(\omega_2 t + \phi_2)$$

Ζ:
$$x_{12} = x_1 + x_2 = \;;$$

Λύση:

$$x_{12} = x_1 + x_2 = A\left[\cos(\omega_1 t + \phi_1) + \cos(\omega_2 t + \phi_2)\right] \overset{(1)}{=} **$$

Παρατηρώ ότι: $i\sin(\alpha+\beta) + \cos(\alpha+\beta) = e^{i(\alpha+\beta)} = e^{i\alpha}e^{i\beta} =$

$$= (\cos\alpha + i\sin\alpha)\cdot(\cos\beta + i\sin\beta) \overset{i^2=-1}{=}$$

$$= (\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) + i(\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} \cos(\alpha+\beta) &= \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \\ \sin(\alpha+\beta) &= \cos\alpha\cdot\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\boxed{\begin{aligned} \tilde{\alpha} &= \alpha+\beta \\ \tilde{\beta} &= \alpha-\beta \end{aligned}}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} \cos(\alpha+\beta) &= \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \\ \cos(\alpha-\beta) &= \cos\alpha\cdot\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\cdot\cos\beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\tilde{\alpha} + \cos\tilde{\beta} = 2\cos\frac{\tilde{\alpha}+\tilde{\beta}}{2}\cdot\cos\frac{\tilde{\alpha}-\tilde{\beta}}{2} \quad (1)$$

Σημ. Αν θυμάμαι το $e^{i\phi} = \cos\phi + i\sin\phi$ δεν χρειάζεται να θυμάμαι τις τριγωνομετρικές ταυτότητες.

$$** \overset{(1)}{=} 2A\cos\left(\underbrace{\frac{\omega_1+\omega_2}{2}}_{\omega} t + \underbrace{\frac{\phi_1+\phi_2}{2}}_{\phi}\right)\cdot\cos\left(\underbrace{\frac{\omega_2-\omega_1}{2}}_{\text{Πρόκληση διακροτημάτων}} t + \frac{\phi_2-\phi_1}{2}\right)$$

Πρόκληση διακροτημάτων όταν $\dfrac{|\omega_2-\omega_1|}{\omega} \lll 1$.