

## 2° Σετ Ασκήσεων-Μοντέρνα Φυσική

- 1) Θεωρείστε το σύνολο των συμπιεσμένων σύμφωνων καταστάσεων  $|\alpha, \xi\rangle = \widehat{D}(\alpha)\widehat{S}(\xi)|0\rangle$ , όπως ορίστηκε στην εξ. (122). Για το σύνολο αυτό υπολογίστε τις αβεβαιότητες  $\langle \Delta X_1 \rangle$  και  $\langle \Delta X_2 \rangle$  των ορθογώνιων τελεστών  $\widehat{X}_1$  και  $\widehat{X}_2$ . Στη συνέχεια, υπολογίστε τις αντίστοιχες αβεβαιότητες  $\langle \Delta Y_1 \rangle$  και  $\langle \Delta Y_2 \rangle$  για τους περιστρεφόμενους τελεστές  $\widehat{Y}_1$  και  $\widehat{Y}_2$ . Σχολιάστε το αποτέλεσμα.
- 2) Θεωρείστε τους τελεστές  $\widehat{K}_1 = \frac{1}{2}[(\widehat{a}^\dagger)^2 + \widehat{a}^2]$ ,  $\widehat{K}_2 = \frac{1}{2i}[(\widehat{a}^\dagger)^2 - \widehat{a}^2]$  και  $\widehat{K}_3 = \frac{1}{2}[\widehat{a}^\dagger \widehat{a} + \frac{1}{2}]$ , όπου  $\widehat{a}^\dagger$  και  $\widehat{a}$  οι γνωστοί τελεστές δημιουργίας και καταστροφής αντίστοιχα. Α) Επιβεβαιώστε ότι ο μεταθέτης δύο εκ των ανωτέρω τελεστών μας δίνει αποτέλεσμα το οποίο είναι ανάλογο του τρίτου τελεστή, δηλαδή  $[\widehat{K}_i, \widehat{K}_j] \propto \widehat{K}_k$  με  $i, j, k = 1, 2, 3$ . Β) Στη συνέχεια, με τη χρήση της γενικευμένης αρχής της αβεβαιότητας, υπολογίστε το γινόμενο  $\langle \Delta K_1 \rangle \langle \Delta K_2 \rangle$ . Γ) Τέλος, χρησιμοποιείστε το σύνολο των σύμφωνων καταστάσεων για να υπολογίσετε τις αβεβαιότητες  $\langle \Delta K_1 \rangle$  και  $\langle \Delta K_2 \rangle$ . Συγκρίνετε το αποτέλεσμά σας με το αποτέλεσμα του ερωτήματος Γ) και σχολιάστε το.
- 3) Αποδείξτε τις εξ. (123) για το σύνολο των συμπιεσμένων σύμφωνων καταστάσεων  $|\alpha, \xi\rangle = \widehat{D}(\alpha)\widehat{S}(\xi)|0\rangle$ .
- 4) Α) Υπολογίστε την αβεβαιότητα που έχουμε για τον αριθμό φωτονίων,  $\langle \Delta n \rangle$ , χρησιμοποιώντας τα εξής σύνολα καταστάσεων: i) number states  $|n\rangle$ , ii) σύμφωνες καταστάσεις  $|\alpha\rangle$ , και iii) συμπιεσμένες καταστάσεις κενού  $|\xi\rangle$ . Στη συνέχεια, συγκρίνετε τα αποτελέσματα μεταξύ τους και σχολιάστε τα αποτελέσματά σας (Σημείωση: Για κάποια από τα σύνολα καταστάσεων, σας έχει ζητηθεί σε προηγούμενες ασκήσεις να υπολογίσετε κάποια από τις ποσότητες  $\langle n \rangle$ ,  $\langle n^2 \rangle$ , ή οι ποσότητες αυτές έχουν υπολογιστεί ήδη από τις παραδόσεις. Αν τις έχετε ήδη υπολογίσει, μην τις υπολογίσετε ξανά για αυτή την άσκηση, αλλά να τις πάρετε έτοιμες.). Β) (Bonus +0.5 στον τελικό βαθμό) Βρείτε την αβεβαιότητα στον αριθμό των φωτονίων,  $\langle \Delta n \rangle$ , κάνοντας αναλυτικά τις πράξεις για το σύνολο των συμπιεσμένων σύμφωνων καταστάσεων  $|\alpha, \xi\rangle$ .

**Σημείωση:** Για να πάρει κανείς 10 στο συγκεκριμένο σετ ασκήσεων θα πρέπει να λύσει τις τρεις (3) πρώτες ασκήσεις ενώ από την τέταρτη να ασχοληθεί μόνο με το ερώτημα Α). Επιπλέον, για να πάρει κανείς το απόλυτο των βαθμών στις ασκήσεις αυτές θα πρέπει να σχολιάσει τα αποτελέσματα όπου αυτό ζητείται, διαφορετικά η άσκηση δεν θα θεωρείται πλήρης. Το ερώτημα Β) δίνεται μόνο σαν bonus για τον τελικό σας βαθμό και μπορεί να ασχοληθεί όποιος το επιθυμεί χωρίς να είναι υποχρεωτικό.