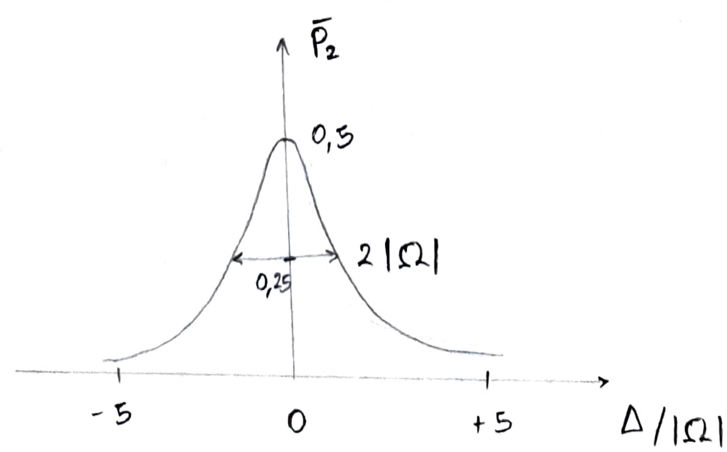
Μιας και παραπάνω μελετήσαμε τη μέση διπολική, θα προσπαθήσουμε στη συνέχεια να βρούμε τη μέση τιμή του πληθυσμού της διεγερμένης κατάστασης. Εφόσον ο πληθυσμός της διεγερμένης κατάστασης του κβαντικού μας συστήματος είναι μία ημιτονοειδής συνάρτηση [δείτε πάλι την εξ. (190)], για να υπολογίσουμε τη μέση τιμή του θα πρέπει να υπολογίσουμε τον πληθυσμό εντός μιας περιόδου του ημιτόνου. Με τη βοήθεια της εξ. (190) θα έχουμε λοιπόν ότι

$$\bar{P}_2(t) = \frac{1}{T}\int_0^T P_2(t)\,dt = \frac{1}{T}\,\frac{|\Omega|^2}{\Omega'^2}\int_0^T \sin^2\left(\frac{\Omega' t}{2}\right)dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{P}_2(t) = \frac{1}{2}\,\frac{|\Omega|^2}{|\Omega|^2+\Delta^2} \qquad (193)$$

όπου χρησιμοποιήσαμε το γεγονός ότι η μέση τιμή του $\sin^2\left(\frac{\Omega' t}{2}\right)$ εντός μιας περιόδου του $T = \frac{2\pi}{\Omega'}$ ισούται με $\frac{1}{2}$, δηλαδή $\frac{1}{T}\int_0^T \sin^2\left(\frac{\Omega' t}{2}\right)dt = \frac{1}{2}$. Θυμίζουμε επίσης ότι $\Omega'^2 = |\Omega|^2 + \Delta^2$. Από την εξ. (193) βλέπουμε ότι η μέγιστη τιμή που παίρνει το $\bar{P}_2$ είναι $\frac{1}{2}$ για την περίπτωση όπου $\Delta = 0$. Επίσης, για $\Delta >> |\Omega|$ τότε θα είναι $\bar{P}_2 \simeq \frac{1}{2}\frac{|\Omega|^2}{\Delta^2}$, οπότε για ισχυρό αποσυντονισμό η μέση διέγερση είναι πολύ μικρή. Από τη μορφή της καμπύλης, η οποία φαίνεται παρακάτω, είναι φανερό ότι το εύρος των αποσυντονισμών όπου συμβαίνει αξιοπρεπής διέγερση του πληθυσμού, καθορίζεται από την τιμή του $|\Omega|$, μιας και το $|\Omega|$ καθορίζει το εύρος της καμπύλης. Άρα, για μεγαλύτερες τιμές του $|\Omega|$ θα έχουμε μεγαλύτερους αποσυντονισμούς να συνεισφέρουν στη διέγερση του πληθυσμού.



Στη συνέχεια θα κάνουμε μία συζήτηση σχετικά με τα φαινόμενα απόσβεσης στο σύστημα των δύο επιπέδων με τη μεθοδολογία των πλατών πιθανότητας. Μία συγκεκριμένη κατηγορία φαινομένων απόσβεσης είναι διαδικασίες που οδηγούν σε απόσβεση εκτός του συστήματος δύο επιπέδων. Τέτοιες φυσικές διαδικασίες είναι π.χ. η απορρόφηση εκπομπή σε μία τρίτη ενεργειακή κατάσταση από τη διεγερμένη κατάσταση 2 ή ο φωτοϊονισμός ή φωτοδιάσπαση με ένα συνεχές πεδίο από την κατάσταση 2. Τα φαινόμενα αυτά μπορούμε να τα περιγράψουμε με έναν απλό τρόπο με τη μεθοδολογία των πλατών πιθανότητας, αν και η πλήρης περιγραφή χρειάζεται τη μεθοδολογία του πίνακα πυκνότητας. Στα πλάτη πιθανότητας η εισαγωγή διαδικασίας απόσβεσης από τη διεγερμένη κατάσταση γίνεται φαινομενολογικά, και συγκεκριμένα, με την εναλλαγή της πραγματικής τιμής της ενέργειας E_2 με τη μιγαδική τιμή της ενέργειας $E_2 - i\hbar\Gamma$, όπου Γ είναι ο ρυθμός απόσβεσης του πλάτους πιθανότητας της κατάστασης 2, ενώ 2Γ είναι ο ρυθμός απόσβεσης του πληθυσμού της κατάστασης 2. Σημειώνουμε εδώ ότι όταν λέμε ότι εισάγουμε φαινομενολογικά τον όρο της αυθόρμητης εκπομπής αυτό σημαίνει ότι τον όρο αυτό τον εισάγουμε εμείς με το χέρι μιας και δεν προκύπτει από τις εξισώσεις μας, αλλά γνωρίζουμε ότι πρέπει να προστεθεί από τα πειράματα από τα οποία έχουμε πραγματοποιήσει. Μιας και γνωρίζουμε, λοιπόν, από τα πειράματά μας ότι όταν ένα άτομο διεγείρεται τότε μετά από κάποιο χρονικό διάστημα αποδιεγείρεται, συμπεραίνουμε ότι θα πρέπει να εισάγουμε στις εξισώσεις μας έναν όρο απόσβεσης έτσι ώστε οι εξισώσεις μας να είναι σύμφωνες με τα πειραματικά δεδομένα

Για να κατανοήσουμε πώς εισάγεται πώς εισάγεται ο ο ρυθμός απόσβεσης στις εξισώσεις μας, ας θεωρήσουμε ότι αρχικά είμαστε στην κατάσταση 2 και το σύστημά μας δεν αλ/δρά με κάποιο πεδίο. Τότε η χρονικά εξαρτημένη κυματοσυνάρτηση του συστήματος θα είναι η $\psi(t) = \psi_2 e^{-iE_2 t/\hbar}$. Με την αντικατάσταση $E_2 \rightarrow E_2 - i\hbar\Gamma$ θα έχουμε

$$\psi(t) = \psi_2 e^{-i(E-i\hbar\Gamma)t/\hbar} = \psi_2 e^{-iE_2 t/\hbar} e^{-\Gamma t} \qquad (194)$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι θα έχουμε ένα εκθετικό πλάτος πιθανότητας $e^{-\Gamma t}$ (εκθετική μείωση) για την κατάσταση 2 και ο πληθυσμός (δηλαδή η πιθανότητα κατάληψης) θα μειώνεται ως $e^{-2\Gamma t}$. Σημειώνουμε ότι η μείωση αυτή ακολουθεί τη χρονική εξέλιξη πληθυσμών κατά Einstein λόγω του φαινομένου αυθόρμητης εκπομπής, όπου $N_2(t) = N_2(0)\, e^{-A_{21} t}$ με A_{21} το ρυθμό αυθόρμητης εκπομπής Einstein.

Με ποιο τρόπο, όμως, δρουν τα φαινόμενα απόσβεσης σε ένα σύστημα δύο επιπέδων όταν αλληλεπιδρά με ένα ηλεκτρομαγνητικό πεδίο; Για να απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό θα θεωρήσουμε ότι το σύστημα δύο επιπέδων είναι αρχικά στη θεμελιώδη κατάσταση (κατάσταση 1). Με τη μέθοδο των πλατών πιθανότητας μπορούμε να πάρε απλώς στις εξισώσεις που προκύπτουν από τη χρονικά εξαρτημένη εξίσωση Schrödinger και να κάνουμε την αντικατάσταση $E_2 \to E_2 - i\hbar\Gamma$. Τότε, αφού η εξίσωση του πλάτους πιθανότητας για την κατάσταση 2 είναι της μορφής $i\hbar\dot{a}_2(t) = E_2 a_2(t) + \text{μέρος}$ άλλους, με την αντικατάσταση $E_2 \to E_2 - i\hbar\Gamma$ θα έχουμε

$$i\hbar\dot{a}_2(t) = \underbrace{-i\hbar\Gamma a_2(t)}_{\substack{\text{επίδραση} \\ \text{απόσβεσης}}} + \underbrace{E_2 a_2(t) + \text{μέρος άλλους}}_{\text{προηγούμενο υπάρχον μέρος}}$$

Επομένως, οι εξ. (180) που εξάγαμε προηγουμένως θα πάρουν τη μορφή

$$i\dot{a}_1(t) = -\frac{\Omega^*}{2}\, a_2(t)\, e^{i\Delta t}$$

$$i\dot{a}_2(t) = -\frac{\Omega}{2}\, a_1(t)\, e^{-i\Delta t} - i\Gamma a_2(t)$$

Αν και μπορεί κανείς να αναλύσει τη γενική περίπτωση όπου $\Delta \neq 0$, εμείς εδώ θα σταθούμε στην περίπτωση όπου $\Delta = 0$ και η οποία δίνει κάποια ενδιαφέροντα αποτελέσματα.

Για $\Delta = 0$, οι παραπάνω εξισώσεις γίνονται

$$i\dot{a}_1(t) = -\frac{\Omega^*}{2}\, a_2(t) \qquad (195a)$$

$$i\dot{a}_2(t) = -\frac{\Omega}{2}\, a_1(t) - i\Gamma\cdot a_2(t) \qquad (195b)$$

Παραγωγίζοντας την εξ. (195b) βρίσκουμε

$$i\ddot{a}_2(t) = -\frac{\Omega}{2}\, \dot{a}_1(t) - i\Gamma\, \dot{a}_2(t) \overset{(195a)}{\Longrightarrow}$$

$$\Rightarrow \cancel{i}\ddot{a}_2(t) = -\frac{\Omega}{2}\left(\cancel{i}\frac{\Omega^*}{2}\right) a_2(t) - \cancel{i}\Gamma\, \dot{a}_2(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{a}_2(t) + \frac{|\Omega|^2}{4}\, a_2(t) + \Gamma\, \dot{a}_2(t) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{a}_2(t) + \Gamma \dot{a}_2(t) + \frac{|\Omega|^2}{4} a_2(t) = 0 \qquad (196)$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι παρόμοια με του αποσβενόμενου αρμονικού ταλαντωτή, οπότε αναμένουμε να έχουμε την ίδια συμπεριφορά και εδώ. Επομένως, αναζητούμε λύσεις της μορφής $a_2(t) = c e^{+ipt}$, οπότε αντικαθιστώντας στην εξ. (196) βρίσκουμε τη χαρακτηριστική εξίσωση

$$-p^2 + i\Gamma p + \frac{|\Omega|^2}{4} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p^2 - i\Gamma p - \frac{|\Omega|^2}{4} = 0$$

η οποία έχει λύσεις $p_{1,2} = \dfrac{i\Gamma \pm \sqrt{-\Gamma^2 + |\Omega|^2}}{2} = \dfrac{i\Gamma}{2} \pm \dfrac{1}{2}\sqrt{|\Omega|^2 - \Gamma^2}$.

Στο σημείο αυτό θα διακρίνουμε τρεις περιπτώσεις:

i) Αν $|\Omega| > \Gamma$ τότε $|\Omega|^2 - \Gamma^2 > 0$ και συνεπώς η τετραγωνική ρίζα $\sqrt{|\Omega|^2 - \Gamma^2}$ θα είναι πραγματική. Έτσι λοιπόν, το πλάτος $a_2(t)$ θα γράφεται

$$a_2(t) = A\, e^{i(i\Gamma/2)t}\, e^{i\sqrt{|\Omega|^2-\Gamma^2}\, t/2} + B\, e^{i(i\Gamma/2)t}\, e^{-i\sqrt{|\Omega|^2-\Gamma^2}\, t/2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_2(t) = e^{-\Gamma t/2}\left(A\, e^{i\lambda_0 t/2} + B\, e^{-i\lambda_0 t/2}\right)$$

όπου $\lambda_0 = \sqrt{|\Omega|^2 - \Gamma^2}$. Επίσης, από τις αρχικές συνθήκες θα έχουμε ότι $a_2(t=0)=0 \Rightarrow A+B=0 \Rightarrow B=-A$, και επομένως

$$a_2(t) = A\, e^{-\Gamma t/2}\left(e^{i\lambda_0 t/2} - e^{-i\lambda_0 t/2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_2(t) = 2iA\, e^{-\Gamma t/2} \sin\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right) \qquad (197)$$

Στη συνέχεια, αντικαθιστώντας την εξ. (197) στην εξ. (195b) βρίσκουμε

$$a_1(t) = -\frac{2i}{\Omega}\dot{a}_2(t) - \frac{2i\Gamma}{\Omega} a_2(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1(t) = -\frac{2i}{\Omega}\left[2iA\left(-\frac{\Gamma}{\cancel{2}}\right) e^{-\Gamma t/2} \sin\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right) + \cancel{2}iA\, e^{-\Gamma t/2}\frac{\lambda_0}{\cancel{2}}\cos\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right)\right]$$

$$- \frac{2i\Gamma}{\Omega}\, 2iA\, e^{-\Gamma t/2}\sin\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1(t) = \frac{2}{\Omega} A \lambda_0 e^{-\Gamma t/2} \cos\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right) + \frac{2\Gamma}{\Omega} A e^{-\Gamma t/2} \sin\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right)$$

Και πάλι, από τις αρχικές συνθήκες έχουμε $a_1(t=0)=1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{2A\lambda_0}{\Omega} = 1 \Rightarrow A = \frac{\Omega}{2\lambda_0}$$, οπότε θα είναι

$$a_1(t) = \frac{\cancel{2}}{\cancel{\Omega}} \frac{\cancel{\Omega}}{\cancel{2}\cancel{\lambda_0}} \cancel{\lambda_0} e^{-\Gamma t/2} \cos\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right) + \frac{2\Gamma}{\cancel{\Omega}} \frac{\cancel{\Omega}}{2\lambda_0} e^{-\Gamma t/2} \sin\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1(t) = e^{-\Gamma t/2} \left[\cos\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right) + \frac{\Gamma}{\lambda_0} \sin\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right)\right] \qquad (198a)$$

και από την εξ. (197) για $A = \frac{\Omega}{2\lambda_0}$ θα είναι

$$a_2(t) = \cancel{2} i \frac{\Omega}{\cancel{2}\lambda_0} e^{-\Gamma t/2} \sin\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_2(t) = i \frac{\Omega}{\lambda_0} e^{-\Gamma t/2} \sin\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right) \qquad (198b)$$

Επομένως, οι πιθανότητες κατάληψης των καταστάσεων 1 και 2 θα είναι αντίστοιχα

$$P_1(t) = |a_1(t)|^2 = e^{-\Gamma t}\left[\cos\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right) + \frac{\Gamma}{\lambda_0}\sin\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right)\right]^2 \qquad (199a)$$

$$P_2(t) = |a_2(t)|^2 = \frac{|\Omega|^2}{\lambda_0^2}\, e^{-\Gamma t}\sin^2\left(\frac{\lambda_0 t}{2}\right) \qquad (199b)$$

όπου υπενθυμίζουμε ότι $\lambda_0 = \sqrt{|\Omega|^2 - \Gamma^2}$. Παρατηρούμε ότι για $\Gamma = 0$ ξαναπαίρνουμε τις λύσεις των εξ. (189) και (190) με $\Delta = 0$, όπως και θα έπρεπε. Επίσης, σημειώνουμε ότι αν $\Gamma \neq 0$, τότε η συνολική πιθανότητα είναι μονάδα μόνο για $t=0$, $P_1(0) + P_2(0) = 1$, ενώ για $t>0$ θα έχουμε $P_1(t) + P_2(t) < 1$ αφού ουσιαστικά έχουμε ανοιχτό κβαντικό σύστημα με απόσβεση εκτός του συστήματος.

Η απόσβεση σε αυτή την περιοχή έχει ταλάντωση με συχνότητα $\lambda_0/2$. Η περιοχή αυτή, που είναι και η πιο συνηθισμένη, ονομάζεται υπο-αποσβενόμενη (subradiant) ταλάντωση και οι αντίστοιχες ταλαντώσεις των πληθυσμών (πιθανοτήτων) ονομάζονται αποσβενόμενες ταλαντώσεις Rabi. Τέλος, για το όριο όπου $\Gamma << \Omega$ θα έχουμε ότι

$$(199a) \Rightarrow P_1(t) \simeq e^{-\Gamma t}\left[\cos\left(\frac{|\Omega| t}{2}\right)+\frac{\Gamma}{|\Omega|}\sin\left(\frac{|\Omega| t}{2}\right)\right]^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_1(t) \simeq e^{-\Gamma t}\cos^2\left(\frac{|\Omega| t}{2}\right) \qquad (200a)$$

$$(199b) \Rightarrow P_2(t) = e^{-\Gamma t}\sin^2\left(\frac{|\Omega| t}{2}\right) \qquad (200b)$$

ii) Τώρα, αν $|\Omega| = \Gamma$, τότε θα έχουμε τη διπλή ρίζα $p_{1,2} = \frac{i\Gamma}{2}$. Επομένως, οι λύσεις της Δ.Ε. της σελ. 158 θα είναι της μορφής e^{ipt} και $t e^{ipt}$, και έτσι θα είναι

$$a_2(t) = e^{-\Gamma t/2}(A + Bt)$$

Από την αρχική συνθήκη $a_2(t=0) = 0$ θα έχουμε ότι

$a_2(t=0) = 0 \Rightarrow A = 0$ και έτσι

$$a_2(t) = B\,t\,e^{-\Gamma t/2} \qquad (201)$$

Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, αντικαθιστώντας την εξ. (201) στην εξ. (195b) βρίσκουμε

$$a_1(t) = -\frac{2i}{\Omega}\,\dot{a}_2(t) - \frac{2i\Gamma}{\Omega}\,a_2(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1(t) = -\frac{2i}{\Omega}B\left[e^{-\Gamma t/2} - \frac{\Gamma t}{2}e^{-\Gamma t/2}\right] - \frac{2i\Gamma}{\Omega}B\,t\,e^{-\Gamma t/2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1(t) = -\frac{2iB}{\Omega}e^{-\Gamma t/2} - \frac{iB\Gamma}{\Omega}t\,e^{-\Gamma t/2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1(t) = -i\,\frac{2B}{\Omega}e^{-\Gamma t/2}\left(1+\frac{\Gamma}{2}t\right)$$

Από τη συνοριακή συνθήκη $a_1(t=0)=1 \Rightarrow -i\,\dfrac{2B}{\Omega} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow B = i\,\dfrac{\Omega}{2}$. Οπότε θα είναι

$$a_1(t) = -i\,\frac{2}{\Omega}\left(i\,\frac{\Omega}{2}\right)e^{-\Gamma t/2}\left(1+\frac{\Gamma}{2}t\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1(t) = \left(1+\frac{\Gamma}{2}t\right)e^{-\Gamma t/2} \qquad (202a)$$

Αντικαθιστώντας το $B = i\frac{\Omega}{2}$ στην εξ. (201) έχουμε

$$a_2(t) = i\frac{\Omega}{2} t e^{-\Gamma t/2} \qquad (202b)$$

Τώρα, οι πιθανότητες κατάληψης θα είναι

$$P_1(t) = |a_1(t)|^2 = \left(1 + \frac{\Gamma}{2} t\right)^2 e^{-\Gamma t} \qquad (203a)$$

$$P_2(t) = |a_2(t)|^2 = \frac{\Omega^2 t^2}{4} e^{-\Gamma t} \qquad (203b)$$

Η περίπτωση που μόλις εξετάσαμε ονομάζεται κρίσιμης απόσβεσης και όπως βλέπουμε από τις εξ. (203) δεν υπάρχει ταλάντωση στον πληθυσμό.

iii) Η τρίτη περίπτωση είναι για $\Gamma > |\Omega|$. Στην περίπτωση αυτή η υπόριζη ποσότητα στη λύση της χαρακτηριστικής εξίσωσης θα είναι αρνητική, και έτσι θα γράφουμε ότι

$$p_{1,2} = \frac{i\Gamma}{2} \pm \frac{1}{2} i\sqrt{\Gamma^2 - |\Omega|^2} = i\left[\frac{\Gamma}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\Gamma^2 - |\Omega|^2}\right]$$

Εδώ και οι δύο ρίζες είναι καθαρά φανταστικές και έτσι θα έχουμε λύσεις της μορφής $e^{ip_1 t}$, $e^{ip_2 t}$. Επομένως, αφού τα $ip_{1,2}$ είναι πραγματικά, το γεγονός αυτό συνεπάγεται ότι και πάλι δεν θα έχουμε ταλαντωτική εξέλιξη των πληθυσμών. Τη γενική την αφήνουμε ως άσκηση, μιας και προκύπτει με την ίδια ακριβώς μεθοδολογία που δείξαμε στις ανωτέρω περιπτώσεις.

Εδώ, θα δείξουμε μόνο μία ενδιαφέρουσα οριακή περίπτωση. Θεωρώντας λοιπόν ότι $\Gamma \gg |\Omega|$ τότε οι ρίζες θα γίνουν

$$p_1 \simeq i\Gamma$$

$$p_2 \simeq \frac{i\Gamma}{2} - i\frac{\Gamma}{2}\sqrt{1-\frac{|\Omega|^2}{\Gamma^2}} \simeq i\frac{\Gamma}{2} - i\frac{\Gamma}{2}\left(1-\frac{|\Omega|^2}{2\Gamma^2}\right) \simeq \frac{i\Gamma}{2}\left(-\frac{|\Omega|^2}{2\Gamma^2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 \simeq -i\frac{|\Omega|^2}{4\Gamma}$$

Οπότε, η λύση θα γράφεται

$$a_2(t) = A e^{-\Gamma t} + B e^{-|\Omega|^2 t/4\Gamma}$$

όπου από την αρχική συνθήκη θα έχουμε $a_2(t=0) = 0 \Rightarrow$

$A + B = 0 \Rightarrow B = -A$, και έτσι το πλάτος $a_2(t)$ γράφεται

$$a_2(t) = A\left(e^{-\Gamma t} - e^{-|\Omega|^2 t/4\Gamma}\right) \qquad (204)$$

Όπως βλέπουμε στην παραπάνω εξίσωση, εδώ έχουμε δυο διαφορετικές αποσβέσεις: μία πολύ γρήγορη, $e^{-\Gamma t}$, και μία πολύ αργή, $e^{-|\Omega|^2 t/4\Gamma}$, μιας και $\frac{|\Omega|^2}{\Gamma} \ll \Gamma$.

Έτσι λοιπόν, για δεδομένο χρόνο $t > 0$ θα έχουμε ότι $e^{-\Gamma t} \ll e^{-|\Omega|^2 t/4\Gamma}$ και επομένως μπορούμε να γράψουμε

$$a_2(t) \simeq -A e^{-|\Omega|^2 t/4\Gamma} \qquad (205a)$$

Αντικαθιστώντας την εξ. (205a) στην εξ. (195b) βρίσκουμε

$$a_1(t) = -\frac{2i}{\Omega}\dot{a}_2(t) - \frac{2i\Gamma}{\Omega}a_2(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1(t) = -\frac{2i}{\Omega}\left(-\frac{|\Omega|^2}{4\Gamma}\right)\left(-A e^{-|\Omega|^2 t/4\Gamma}\right) - \frac{2i\Gamma}{\Omega}\left(-A e^{-|\Omega|^2 t/4\Gamma}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1(t) = -i\frac{\Omega^*}{2\Gamma} A\, e^{-|\Omega|^2 t/4\Gamma} + \frac{2i\Gamma}{\Omega} A\, e^{-|\Omega|^2 t/4\Gamma} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1(t) \simeq \frac{2i\Gamma}{\Omega} A\, e^{-|\Omega|^2 t/4\Gamma} \qquad (205b)$$

μιας και $\Gamma \gg |\Omega|$. Και πάλι, από τις αρχικές συνθήκες έχουμε ότι $a_1(t=0) = 1 \Rightarrow \frac{2i\Gamma}{\Omega} A = 1 \Rightarrow A = \frac{\Omega}{2i\Gamma}$ και έτσι

$$(205b) \Rightarrow a_1(t) \simeq e^{-|\Omega|^2 t/4\Gamma} \qquad (206a)$$

$$(205a) \Rightarrow a_2(t) \simeq -\frac{\Omega}{2i\Gamma} e^{-|\Omega|^2 t/4\Gamma} \qquad (206b)$$

Επομένως, οι αντίστοιχοι πληθυσμοί θα είναι

$$P_1(t) = |a_1(t)|^2 \simeq e^{-|\Omega|^2 t/2\Gamma} \qquad (207a)$$

$$P_2(t) = |a_2(t)|^2 \simeq \frac{|\Omega|^2}{4\Gamma^2} e^{-|\Omega|^2 t/2\Gamma} \qquad (207b)$$

Σημειώνουμε εδώ ότι η σχέση για τον πληθυσμό της κατάστασης 2 ισχύει μόνο για μεγάλους, μιας και για $t \to 0$

δε δίνει το σωστό αποτέλεσμα. Ακριβέστερα, μπορούμε να γράψουμε για τον πληθυσμό $P_2(t)$ ότι

$$P_2(t) \simeq \frac{|\Omega|^2}{4\Gamma^2} \left(e^{-\Gamma t} - e^{-|\Omega|^2 t/4\Gamma}\right)^2 \qquad (207b')$$

Επειδή ισχύει $\frac{|\Omega|^2}{2\Gamma} \ll 1$ μπορούμε εδώ να έχουμε ουσιαστικά πολυωνυμική απόσβεση του πληθυσμού της κατάστασης, αφού (χρησιμοποιώντας το ανάπτυγμα Taylor)

$$P_1(t) \simeq 1 - \frac{|\Omega|^2}{4\Gamma} t$$

η οποία είναι εξαιρετικά αργή. Παρατηρούμε λοιπόν ότι ενώ ο ρυθμός απόσβεσης του κβαντικού συστήματος είναι εξαιρετικά μεγάλος, αφού $\Gamma \gg |\Omega|$, η απόσβεση των καταστάσεων είναι εξαιρετικά μικρή. Η περιοχή αυτή των παραμέτρων ($\Gamma \gg |\Omega|$) ονομάζεται υπερ-κρίσιμης απόσβεσης. Μία εφαρμογή του αποτελέσματος αυτού μπορεί κανείς να δει στην εργασία A. Peres and A. Ron, Phys. Rev. A 42, 5270 (1990), όπου μελετάται το κβαντικό φαινόμενο του Ζήνωνα (quantum Zeno effect).

Στα παρακάτω σχήματα παρουσιάζουμε τη χρονική εξέλιξη για τις τρεις περιπτώσεις που μελετήσαμε παραπάνω.