

Φυσική και Τεχνολογία Υλικών και Διατάξεων Στερεάς Κατάστασης

Δρ Χρήστος Τσάμης

Ινστιτούτο Νανοεπιστήμης και Νανοτεχνολογίας

ΕΚΕΦΕ «Δημόκριτος»

c.tsamis@inn.demokritos.gr

Πάτρα, 2024

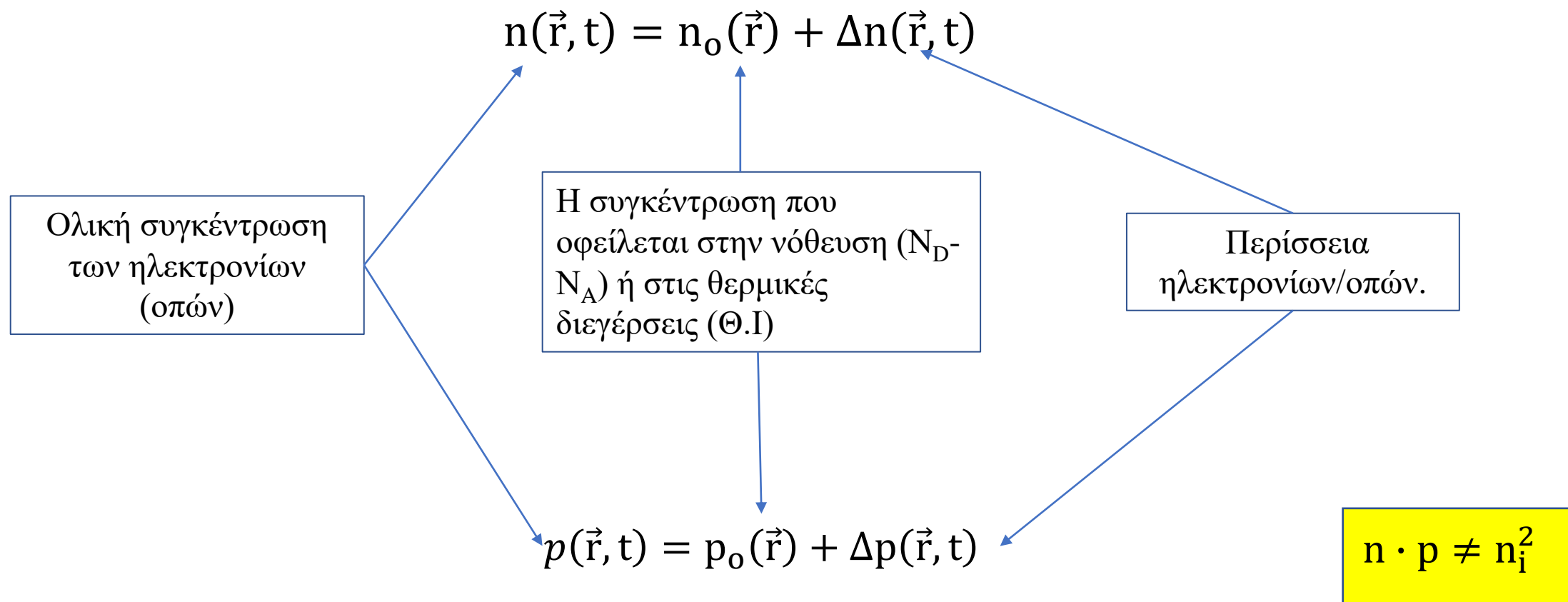
3. Γέννηση και Επανασύνδεση φορέων

Φορείς εκτός Θερμοδυναμικής Ισορροπίας

Τα περισσότερο σημαντικά φαινόμενα στις ημιαγωγικές διατάξεις προκαλούνται από μεταβολές των συγκεντρώσεων των φορέων (e ή h) από την θερμοδυναμική ισορροπία, τα οποία οφείλονται σε εσωτερικές (internal) ή εξωτερικές (external) δυνάμεις ή την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

Αυτές οι δυνάμεις μπορούν να οδηγήσουν τις συγκεντρώσεις των φορέων σε τιμές χαμηλότερες ή υψηλότερες από αυτές που θα καθοριστούν από την νόθευση του ημιαγωγού ή τις θερμικές διεγέρσεις. Σε αυτές τις περιπτώσεις λέμε ότι οι φορείς βρίσκονται σε περίσσεια (excess carrier concentration).

Σε αυτή την περίπτωση μπορούμε να γράψουμε για τα ηλεκτρόνια και τις οπές ότι



Έγχυση φορέων σε ένα ημιαγωγό (carrier injection)

Η διαδικασία εισαγωγής περίσσειας φορέων σε ένα ημιαγωγό ονομάζεται έγχυση φορέων (carrier injection)

Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

Χαμηλή έγχυση φορέων (low level injection)

$$\Delta n = \Delta p \ll n + p$$

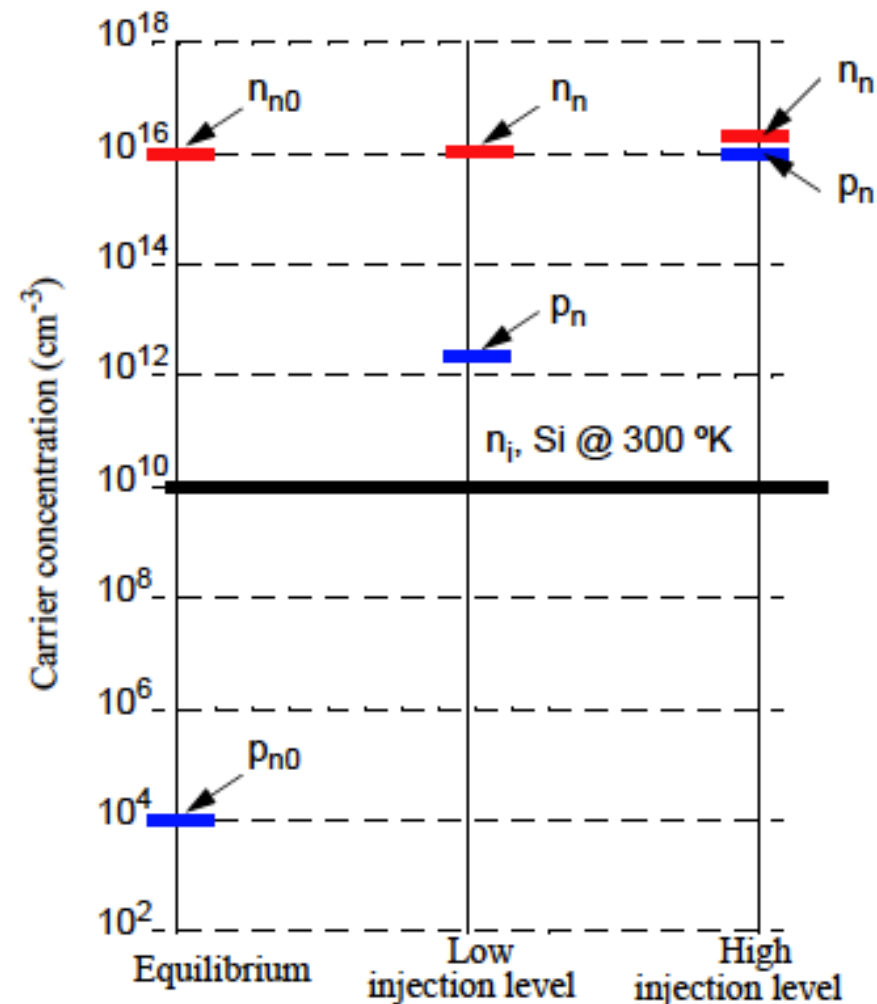
Υψηλή έγχυση φορέων (high-level injection)

$$\Delta n = \Delta p \approx n + p$$

Σε νοθευμένο ημιαγωγό

Φορείς πλειονότητας (majority carriers)

Φορείς μειονότητας (minority carriers)



ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΓΕΝΝΗΣΗΣ ΦΟΡΕΩΝ

ΓΕΝΝΗΣΗ ΦΟΡΕΩΝ : Μηχανισμοί δημιουργία ηλεκτρονίων-οπών σε ένα ημιαγωγό

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_{\text{ext}} + \mathbf{G}_{\text{int}}$$

\mathbf{G}_{int} : Ενδογενής (Intrinsic) Θερμική διέγερση

\mathbf{G}_{ext} : Εξωγενής (Extrinsic)

Ιονισμός των ατόμων του ημιαγωγού (εκτός από τη θερμική διέγερση)

Στη περίπτωση αυτή έχουμε μετάβαση ενός e^- από τη ζώνη σθένους στη ζώνη αγωγιμότητας με ταυτόχρονη δημιουργία ενός ζεύγους ελεύθερων φορέων, ενός ηλεκτρονίου στη ζώνη αγωγιμότητας και μιας οπής στη ζώνη σθένους.

Η ενέργεια αυτή μπορεί να δοθεί με

α) Οπτική διέγερση με φωτόνια, όπου $E_{\text{ph}} > E_G$

β) Ακτινοβόληση με φορτισμένα σωματίδια μεγάλης ενέργειας, όπως e^- , p^+ , α , ιόντα

γ) Μέσω ενός πολύ ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου ($\sim 10^5$ - 10^6 V/cm), ικανού να ιονίσει τα ουδέτερα άτομα. (Ιονισμός με φαινόμενο πεδίου)

Ιονισμός των προσμίξεων

ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΕΠΑΝΑΣΥΝΔΕΣΗ ΦΟΡΕΩΝ

ΕΠΑΝΑΣΥΝΔΕΣΗ ΦΟΡΕΩΝ : Μηχανισμοί «εκμηδένισης (annihilation)» ηλεκτρονίων-οπών σε ένα ημιαγωγό

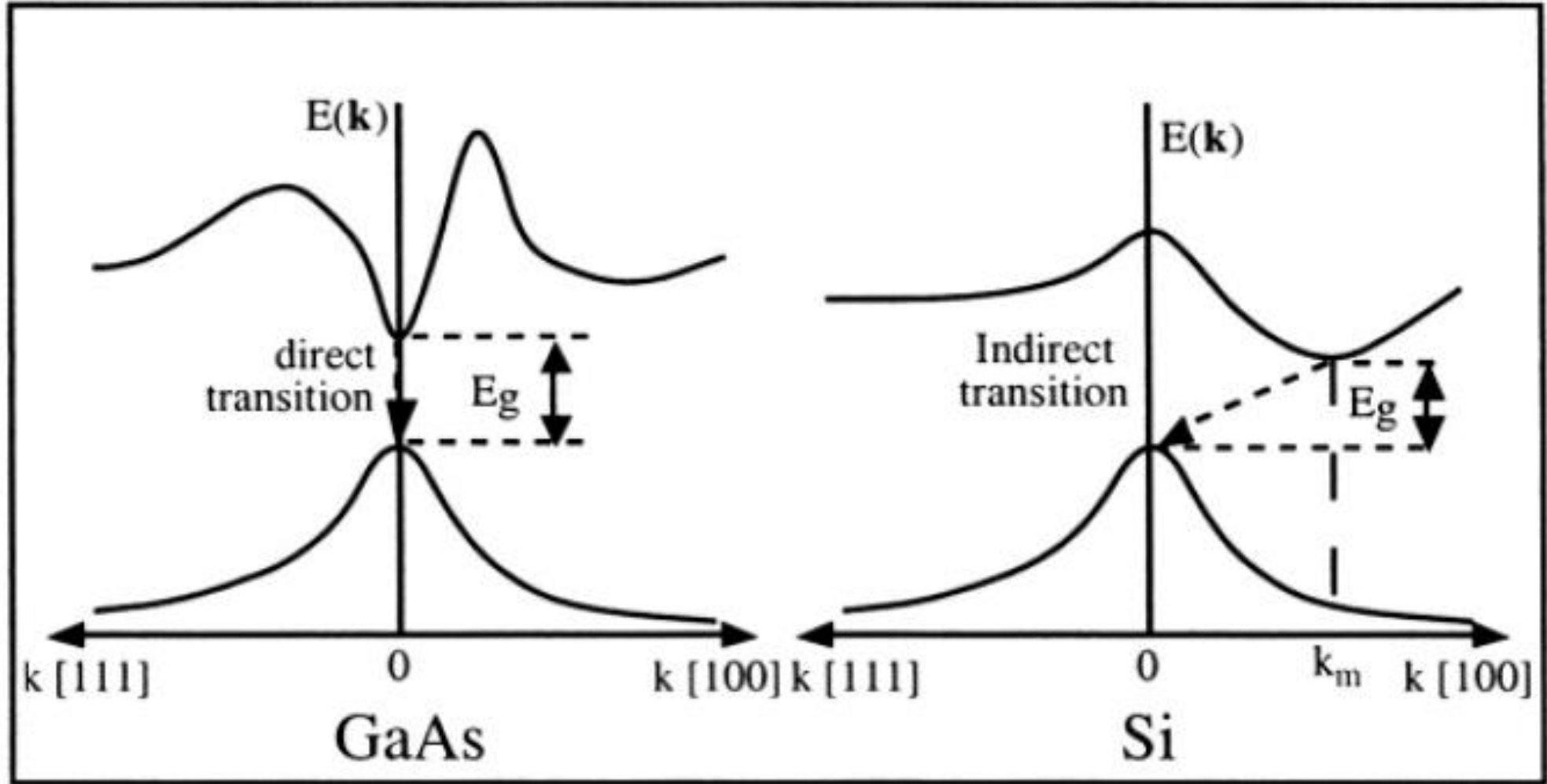
Είναι οι μηχανισμοί επαναφοράς του ημιαγωγού στην θερμοδυναμική ισορροπία.

Οι μηχανισμοί επανασύνδεσης που κυριαρχούν σε ένα ημιαγωγό εξαρτώνται από τις ιδιότητες του ημιαγωγού (πχ άμεσα ή έμμεσο ενεργειακό χάσμα), την ποιότητα της κρυσταλλικής δομής (πχ κρυσταλλικές ατέλειες), το επίπεδο νόθευσης (dopants) και τη συγκέντρωση ανεπιθύμητων προσμίξεων.

Radiative recombination: Η επανασύνδεση e^-/h^+ έχει σαν αποτέλεσμα την εκπομπή ενός φωτονίου

Non-radiative recombination: Η επανασύνδεση e^-/h^+ δεν έχει σαν αποτέλεσμα την εκπομπή ενός φωτονίου. Η ενέργεια που απελευθερώνεται μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια του πλέγματος (φωνόνια)

ΗΜΙΑΓΩΓΟΙ ΜΕ ΑΜΕΣΟ ΚΑΙ ΕΜΕΣΟ ΕΝΕΡΓΙΑΚΟ ΧΑΣΜΑ



ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΙ ΕΠΑΝΑΣΥΝΔΕΣΗ ΦΟΡΕΩΝ

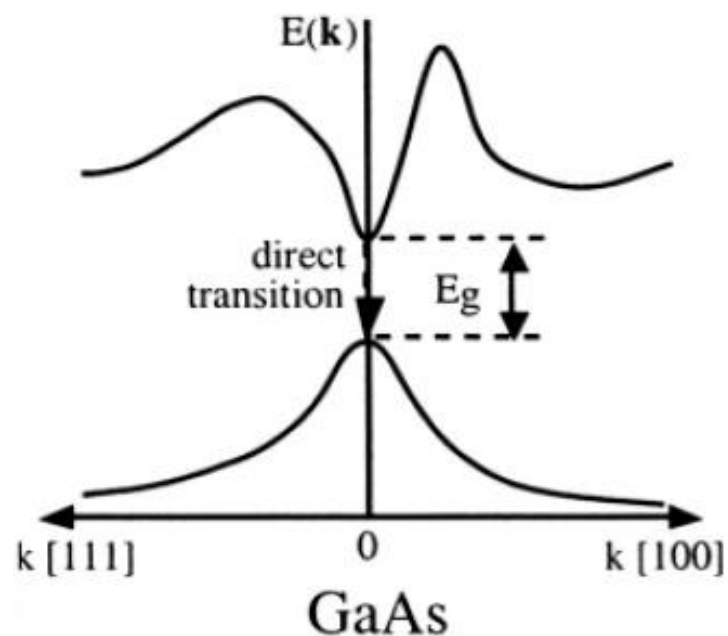
I. Επανασύνδεση από ζώνη σε ζώνη (Band to Band Recombination)

II. Επανασύνδεση Auger (Auger Recombination)

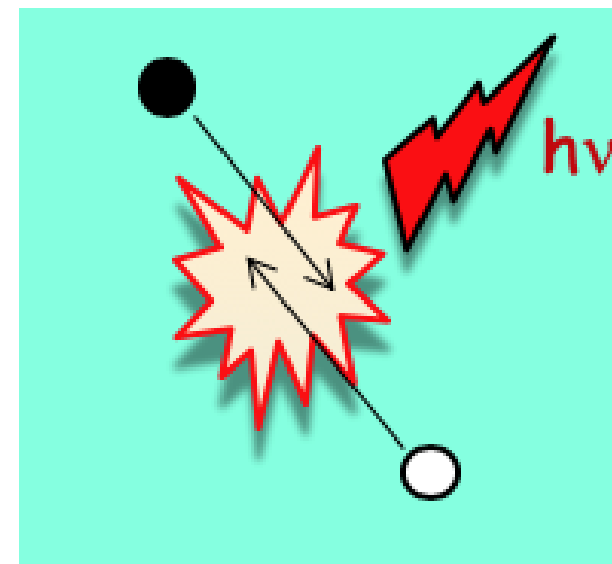
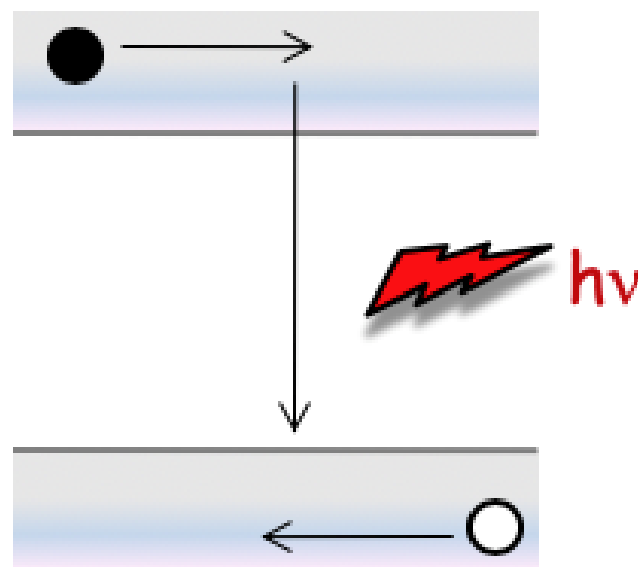
III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

I. Επανασύνδεση από ζώνη σε ζώνη (Band to Band Recombination)

Είναι ο βασικός τύπος επανασύνδεσης για ημιαγωγούς με άμεσο ενεργειακό χάσμα E_g , πχ GaAs. Ένα ηλεκτρόνιο της ζώνης αγωγιμότητας επανασυνδέεται με μία οπή της ζώνης σθένους με ταυτόχρονη εκπομπή ενός φωτονίου που έχει ενέργεια ίση με το ενεργειακό χάσμα.



Ενεργειακό διάγραμμα



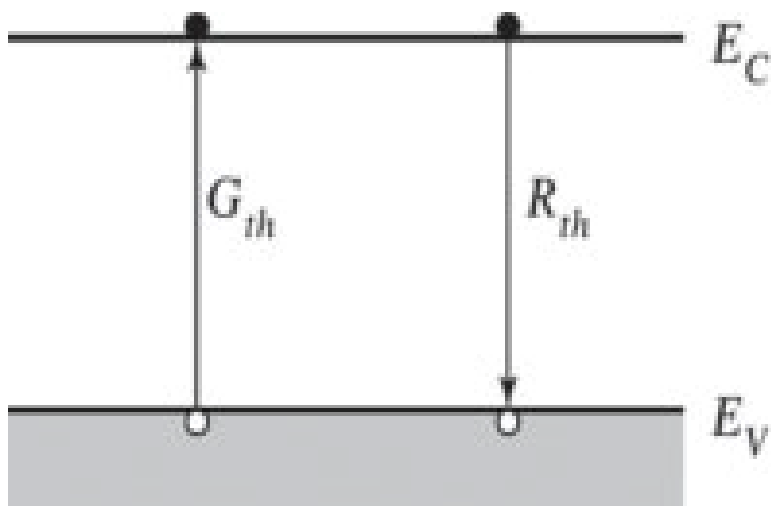
3D χώρος

I. Επανασύνδεση από ζώνη σε ζώνη (Band to Band Recombination)

Αν θεωρήσουμε την συγκέντρωση των φορέων σε $\Theta.I$, αυτή θα καθορίζεται από την ισορροπία ανάμεσα στο ρυθμό γέννησης G_{th} ($cm^{-3}s^{-1}$), λόγω θερμικών διεγέρσεων και το ρυθμό επανασύνδεσης των φορέων R .

Ο ρυθμός γέννησης θα εξαρτάται από την θερμοκρασία και τα χαρακτηριστικά του υλικού.

$$G_{th} = G_{th}(T)$$



Ο ρυθμός επανασύνδεσης θα εξαρτάται και από τις συγκεντρώσεις των φορέων σε κάθε ζώνη

$$R = R(T, n, p) = r(T) \cdot n \cdot p$$

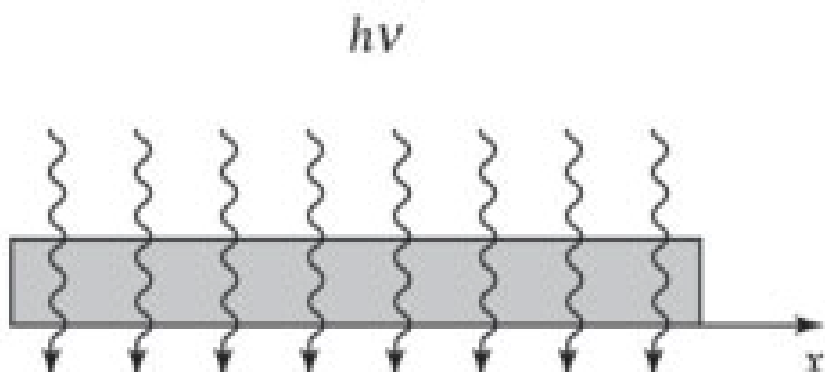
Στην $\Theta.I$ θα ισχύει ότι

$$G_{th} = R_{th}(n_o, p_o, T) = r(T) \cdot n_o \cdot p_o = r(T) \cdot n_i^2$$

I. Επανασύνδεση από ζώνη σε ζώνη (Band to Band Recombination)

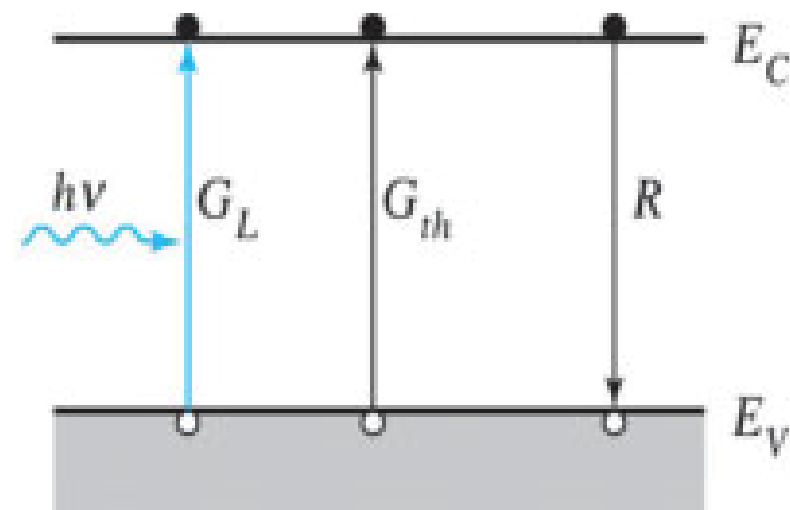
Ας εξετάσουμε τι γίνεται σε περιπτώσεις εκτός Θ.Ι. Έστω ότι G είναι ο ρυθμός γέννησης φορέων που οφείλεται σε κάποιο εξωτερικό αίτιο, πχ ομοιόμορφη ακτινοβολία του ημιαγωγού με αποτέλεσμα της **γέννηση ζευγών e-h** ($\Delta n = \Delta p$). Στη μόνιμη κατάσταση θα ισχύει ότι

$$G_L + G_{th}(T) = R(n, p, T)$$



$$n = n_o + \Delta n$$

$$p = p_o + \Delta p$$



I. Επανασύνδεση από ζώνη σε ζώνη (Band to Band Recombination)

Αν θεωρήσουμε ότι την χρονική στιγμή $t=0$ η εξωτερική διέγερση παύει να ισχύει, η κινητική των φορέων θα καθοριστεί από

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{\partial p(t)}{\partial t} = -[R(n, p, T) - G_{th}(T)]$$

$$R = r \cdot n \cdot p \qquad G_{th} = r \cdot n_i^2$$

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{n = n_o + \Delta n} \quad \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{p = p_o + \Delta p}$$

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{\partial p(t)}{\partial t} = -r \cdot [n_o \Delta p + p_o \Delta n + \Delta n \cdot \Delta p]$$

I. Επανασύνδεση από ζώνη σε ζώνη (Band to Band Recombination)

Στη γενική περίπτωση η εξίσωση δεν μπορεί να λυθεί αναλυτικά. Θα θεωρήσουμε ότι $\Delta n = \Delta p$

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = -r \cdot [n_o + p_o + \Delta p] \cdot \Delta p$$

Με χωρισμό μεταβλητών βρίσκω ότι

$$\int_0^t \frac{\frac{\partial(\Delta p)}{\partial t} \cdot dt}{(n_o + p_o + \Delta p)\Delta p} = -r \int_0^t dt = -r \cdot t \quad \longrightarrow$$

$$\frac{1}{n_o + p_o} \left[\ln \frac{\Delta p}{n_o + p_o + \Delta p} \right]_0^t = -r \cdot t$$

I. Επανασύνδεση από ζώνη σε ζώνη (Band to Band Recombination)

Τελικά

$$\Delta p(t) = \Delta n(t) = \frac{(n_o + p_o) \Delta p(0)}{[n_o + p_o + \Delta p(0)] \exp[r \cdot (n_o + p_o) \cdot t] - \Delta p(0)}$$

I. Επανασύνδεση από ζώνη σε ζώνη (Band to Band Recombination)

Περίπτωση I

$\Delta p(0) = \Delta n(0) \ll n_o + p_o$ (Low level injection)

$$\Delta p(t) = \Delta n(t) = \frac{(n_o + p_o) \Delta p(0)}{[n_o + p_o + \Delta p(0)] \exp[r \cdot (n_o + p_o) \cdot t] - \Delta p(0)}$$



$$\Delta p(t) = \Delta p(0) \cdot \exp[-r \cdot (n_o + p_o) \cdot t] = \Delta p(0) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right)$$

τ_p είναι ο χρόνος ζωής των φορέων σε περίσσεια
(excess carrier lifetime)

$$\tau_p = \frac{1}{r \cdot (n_o + p_o)}$$

I. Επανασύνδεση από ζώνη σε ζώνη (Band to Band Recombination)

Θυμάμαι την εξίσωση συνέχειας

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{\partial p(t)}{\partial t} = -[R(n, p, T) - G_{th}(T)]$$

Ορίζω τον **καθαρό ρυθμό επανασύνδεσης** (net recombination rate) των φορέων σε περίσσεια

$$U \equiv R - G_{th}$$

$$\Delta p(t) = \Delta p(0) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right)$$

(Low level injection)

$$U = \frac{\Delta p(0)}{\tau_p} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right) = \frac{\Delta p(t)}{\tau_p}$$



$$U = \frac{p(t) - p(0)}{\tau_p}$$

I. Επανασύνδεση από ζώνη σε ζώνη (Band to Band Recombination)

Περίπτωση II

$\Delta p(0) = \Delta n(0) \gg n_o + p_o$ (High level injection)

$$\int_0^t \frac{\frac{\partial(\Delta p)}{\partial t} \cdot dt}{(n_o + p_o + \Delta p)\Delta p} = -r \int_0^t dt = -r \cdot t$$



$$\Delta p(t) = \frac{\Delta p(0)}{1 + r \cdot t \cdot \Delta p(0)}$$

Quadratic recombination. Hyperbolic decay of excess carriers

I. Επανασύνδεση από ζώνη σε ζώνη (Band to Band Recombination)

Αν θεωρήσουμε ότι η έννοια του τ_p ισχύει και σε αυτή την περίπτωση, μπορούμε να γράψουμε ότι

$$R - G_{th} = \frac{\partial \Delta p(t)}{\partial t} = r \cdot [\Delta p(t)]^2 = \frac{\Delta p(t)}{\tau_p}.$$

$$\tau_p(t) = \frac{1}{r \cdot \Delta p(t)}.$$

Σε αυτή την περίπτωση ο χρόνος ζωής των φορέων μεταβάλλεται με το χρόνο μέχρις ότου αρχίσει να ισχύει η προσέγγιση χαμηλής έγχυσης φορέων

I. Επανασύνδεση από ζώνη σε ζώνη (Band to Band Recombination)

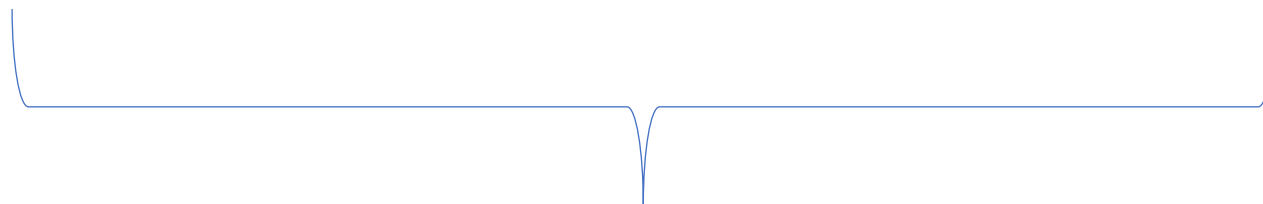
Συνδυάζοντας τις σχέσεις

Low level injection

$$\tau_p = \frac{1}{r \cdot (n_o + p_o)}$$

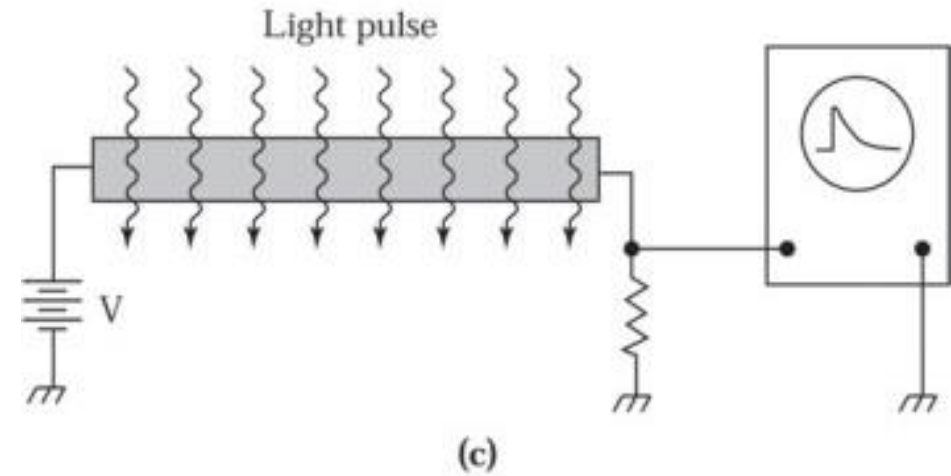
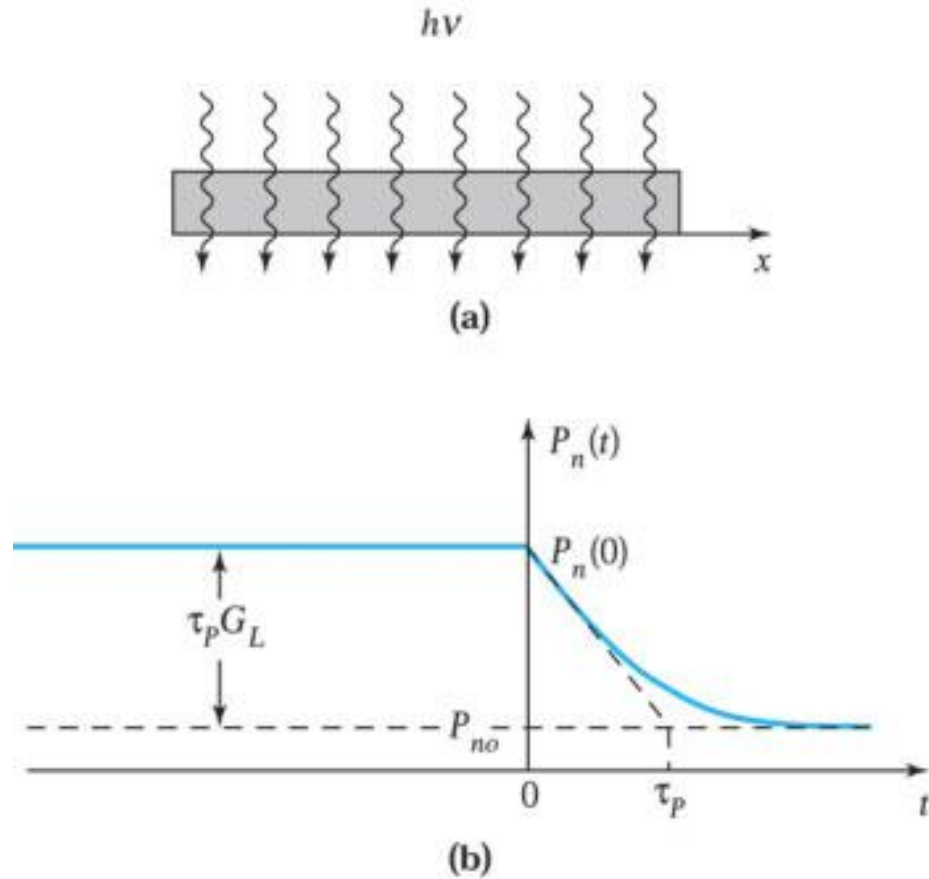
High level injection

$$\tau_p(t) = \frac{1}{r \cdot \Delta p(t)}$$



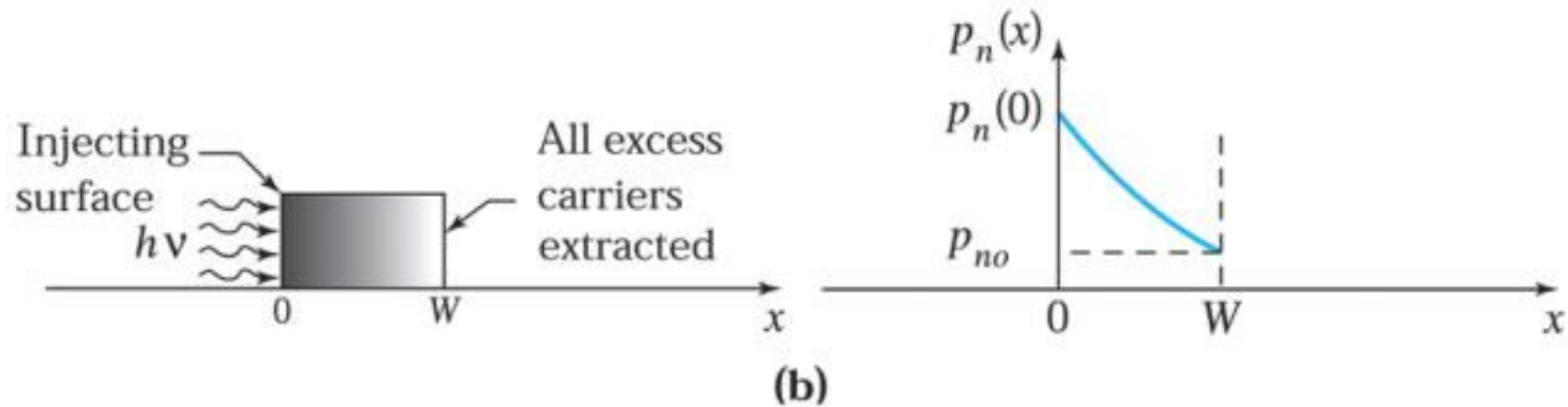
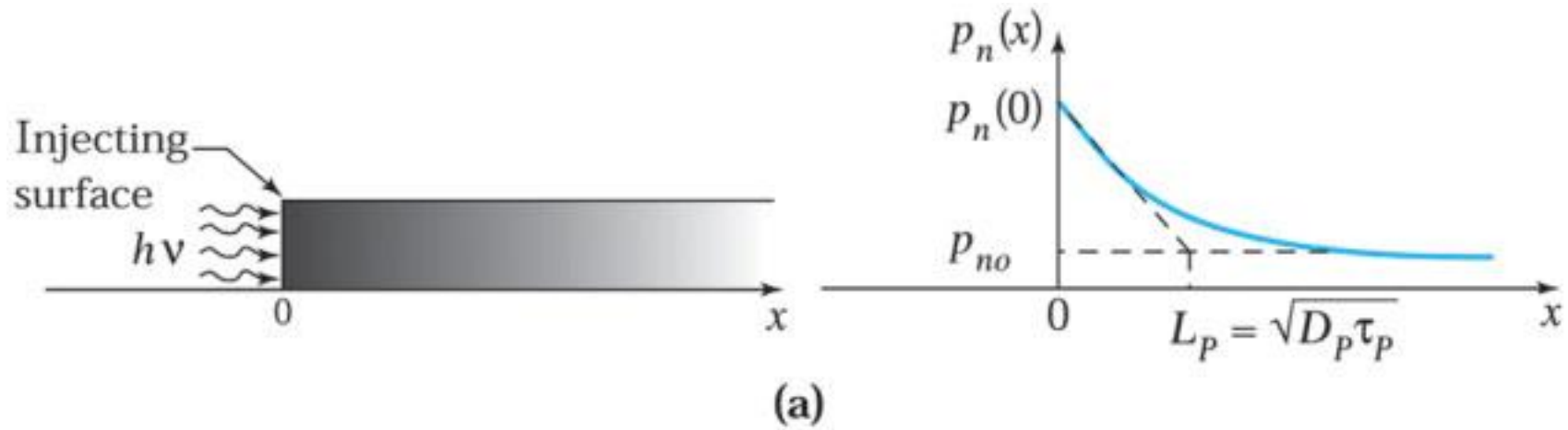
$$\tau_p(t) = \tau_n(t) = \frac{1}{r \cdot [n_o + p_o + \Delta p(t)]}$$

Παράδειγμα ημιαγωγού τύπου n που φωτίζεται ομοιόμορφα



Decay of photoexcited carriers. (a) n-type sample under constant illumination. (b) Decay of minority carriers (holes) with time. (c) Schematic setup to measure minority carrier lifetime.

Παράδειγμα ημιαγωγού τύπου n που φωτίζεται από τη μία πλευρά

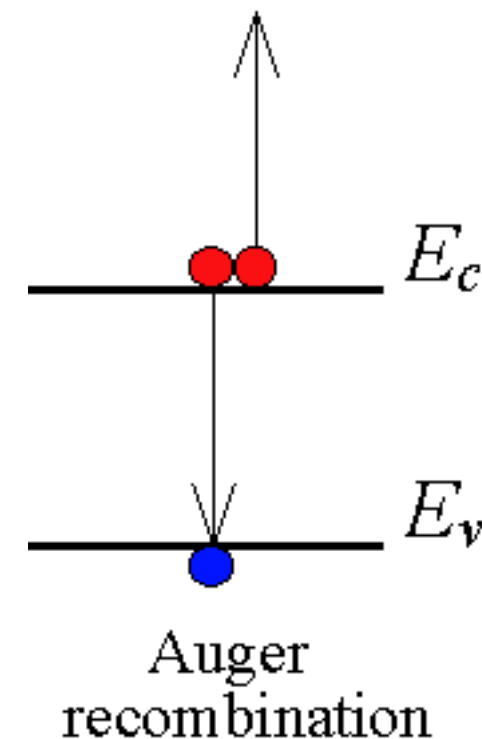


II. Επανασύνδεση Auger (Auger Recombination)

Για έντονα νοθευμένους (heavily doped) ημιαγωγούς με άμεσο ενεργειακό διάκενο ένας από τους πιο σημαντικούς μηχανισμούς επανασύνδεσης που δρα ανταγωνιστικά με το μηχανισμό επανασύνδεσης από ζώνη σε ζώνη είναι ο μηχανισμός Auger

Σε αυτή την περίπτωση η ενέργεια και η ορμή που απελευθερώνεται κατά την επανασύνδεση ηλεκτρονίου-οπής δίνεται σε ένα δεύτερο ηλεκτρόνιο ή οπή, το οποίο με τη σειρά του χάνει ενέργει με εκπομπή φωνονίων (δηλ λόγω συγκρούσεων με το κρυσταλλικό πλέγμα).

Η ανάλυση για το μηχανισμό Auger είναι ανάλογη με αυτή της επανασύνδεσης από ζώνη σε ζώνη.



II. Επανασύνδεση Auger (Auger Recombination)

Στη θερμοδυναμική ισορροπία ο ρυθμός γέννησης φορέων λόγω μηχανισμού Auger και ο ρυθμός επανασύνδεσης θα είναι ίσοι.

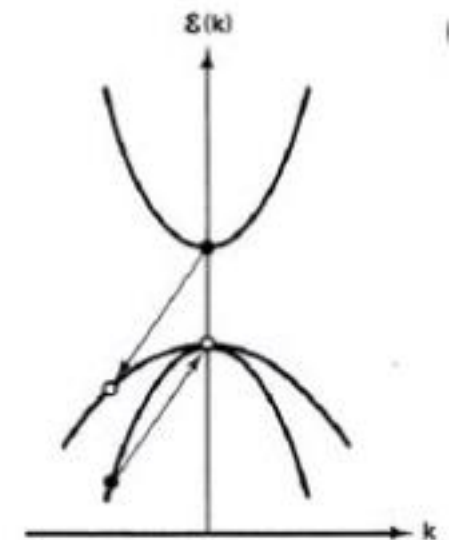
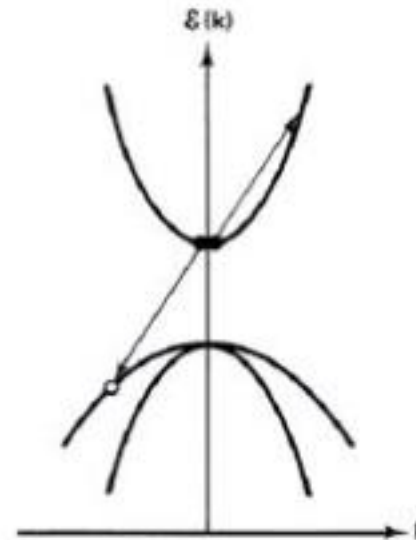
Για την μετάβαση που φαίνεται στο σχήμα α εμπλέκονται δύο ηλεκτρόνια και μία οπή. Οι ρυθμοί θα είναι ανάλογοι

$$n_o^2 \cdot p_o$$

Για την μετάβαση που φαίνεται στο σχήμα β εμπλέκονται δύο οπές και ένα ηλεκτρόνιο. Οι ρυθμοί θα είναι ανάλογοι

$$n_o \cdot p_o^2$$

$$G_{th} = R = a_1 \cdot p_o \cdot n_o^2 + a_2 \cdot n_o \cdot p_o^2$$



II. Επανασύνδεση Auger (Auger Recombination)

Αν θεωρήσουμε την παρουσία μιας εξωτερικής διέγερσης που παράγει φορείς με ρυθμό G_{ext} , στην μόνιμη κατάσταση θα ισχύει ότι

$$G_{ext} + G_{th} = R = a_1 \cdot p \cdot n^2 + a_2 \cdot n \cdot p^2$$

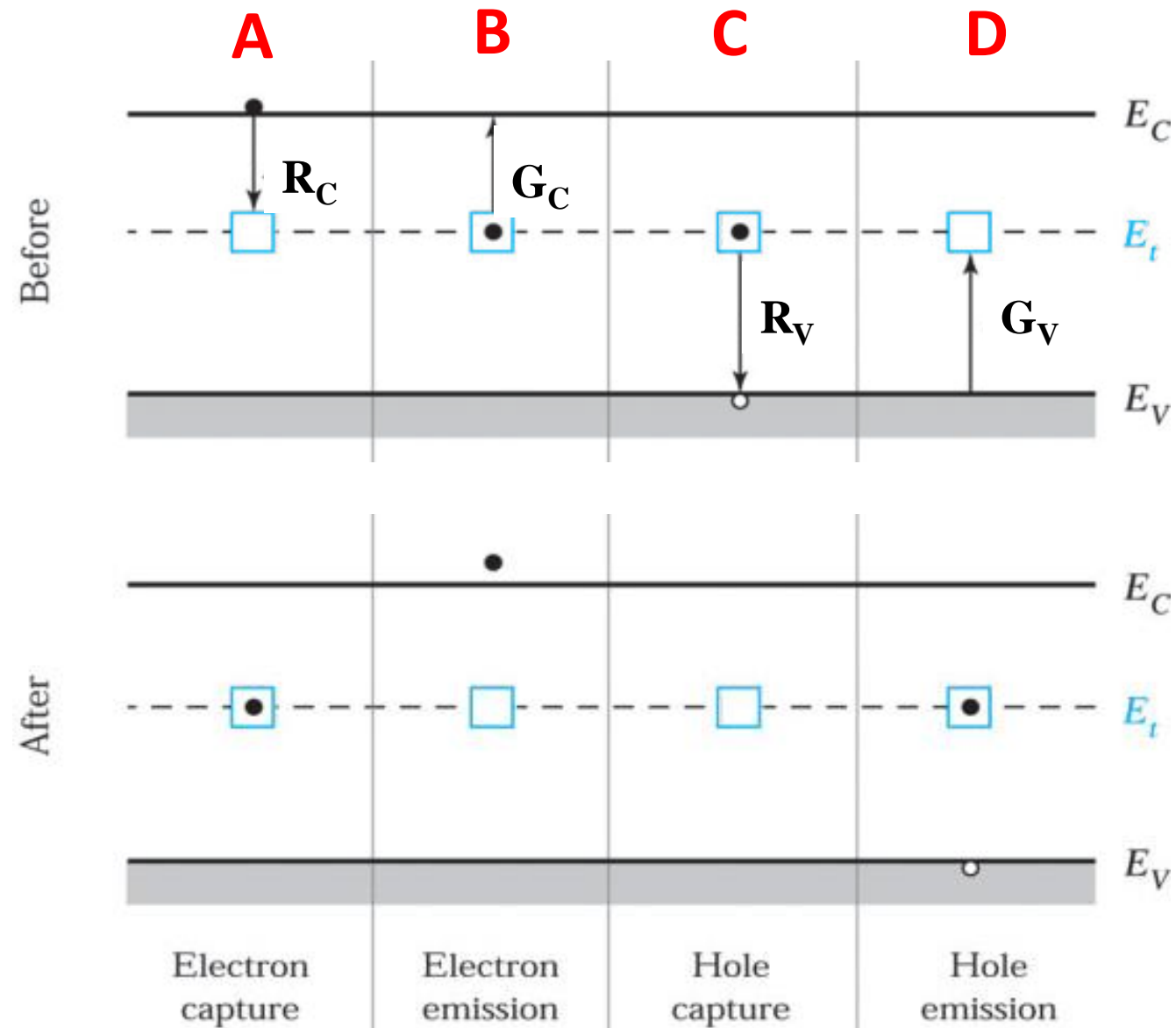
Θεωρώντας ότι η διέγερση παύει για $t=0$ η κινητική των φορέων θα δίνεται από

$$\frac{\partial \Delta p(t)}{\partial t} = -(R - G_{th}) = -[a_1 \cdot (p \cdot n^2 - p_o \cdot n_o^2) + a_2 \cdot (n \cdot p^2 - n_o \cdot p_o^2)]$$

Για $\Delta n = \Delta p$, μπορούμε να εκφράσουμε το χρόνο ζωής των φορέων για το μηχανισμό Auger από

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_n(t)} &= \frac{1}{\tau_p(t)} \\ &= a_1 [(2p_o + n_o)n_o + (2n_o + p_o)\Delta p(t) + \Delta p(t)^2] \\ &\quad + a_2 [(2n_o + p_o)p_o + (2p_o + n_o)\Delta p(t) + \Delta p(t)^2] \end{aligned}$$

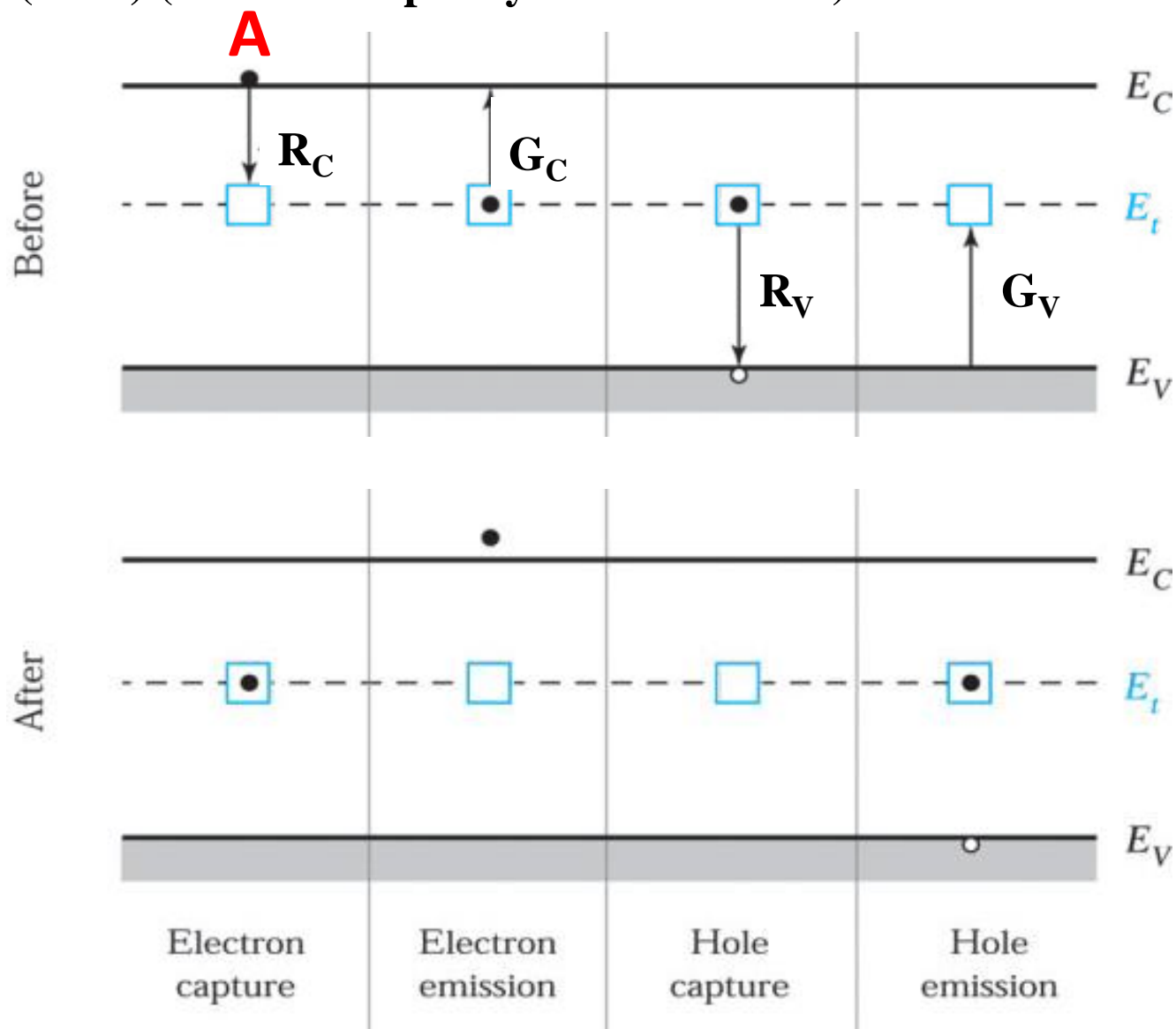
III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)



III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Η επανασύνδεση γίνεται μέσω μία ενεργειακής στάθμης που βρίσκεται στο ενεργειακό χάσμα.

Ας υποθέσουμε ότι το κέντρο επανασύνδεσης έχει μία ενεργειακή στάθμη η οποία είναι ουδέτερα φορτισμένη όταν δεν είναι κατειλημμένη από ηλεκτρόνιο και αρνητικά φορτισμένη όταν είναι κατειλημμένη από ηλεκτρόνιο.



III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Διαδικασία A: Παγίδευση ηλεκτρονίου: Ένα ηλεκτρόνιο από τη ζώνης αγωγιμότητας παγιδεύεται στο κέντρο επανασύνδεσης

Έστω N_T η πυκνότητα των ενεργειακών κέντρων και E_T η ενεργειακή στάθμη που εισάγει στο ενεργειακό χάσμα του ημιαγωγού. Επειδή η ενεργειακή στάθμη του κέντρου επανασύνδεσης μπορεί να δεχτεί ένα μόνο ηλεκτρόνιο, ένα κέντρο επανασύνδεσης που έχει παγιδεύσει ένα ηλεκτρόνιο δεν μπορεί να παγιδεύσει άλλο.

$$R_C \sim n \cdot N_{T,unocc}$$

R_C : ο ρυθμός παγίδευσης των ηλεκτρονίων ($\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}$)

n : η συγκέντρωση των ηλεκτρονίων στη ζώνη αγωγιμότητας

$N_{T,unocc}$: ο αριθμός των κέντρων επανασύνδεσης που δεν είναι κατειλημμένα από ηλεκτρόνια

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Αλλά η πιθανότητα κατάληψης ενός κέντρου επανασύνδεσης από ηλεκτρόνιο θα δίνεται από τη στατιστική Fermi-Dirac

$$F(E_T) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_T - E_i}{kT}}}$$

Οπότε, ο αριθμός των κέντρων επανασύνδεσης που δεν είναι κατειλημμένα από ηλεκτρόνια θα δίνεται από τη σχέση

$$N_{T,unocc} = N_T [1 - F(E_T)]$$

Με αντικατάσταση έχω ότι

$$R_C \sim n \cdot N_T [1 - F(E_T)]$$

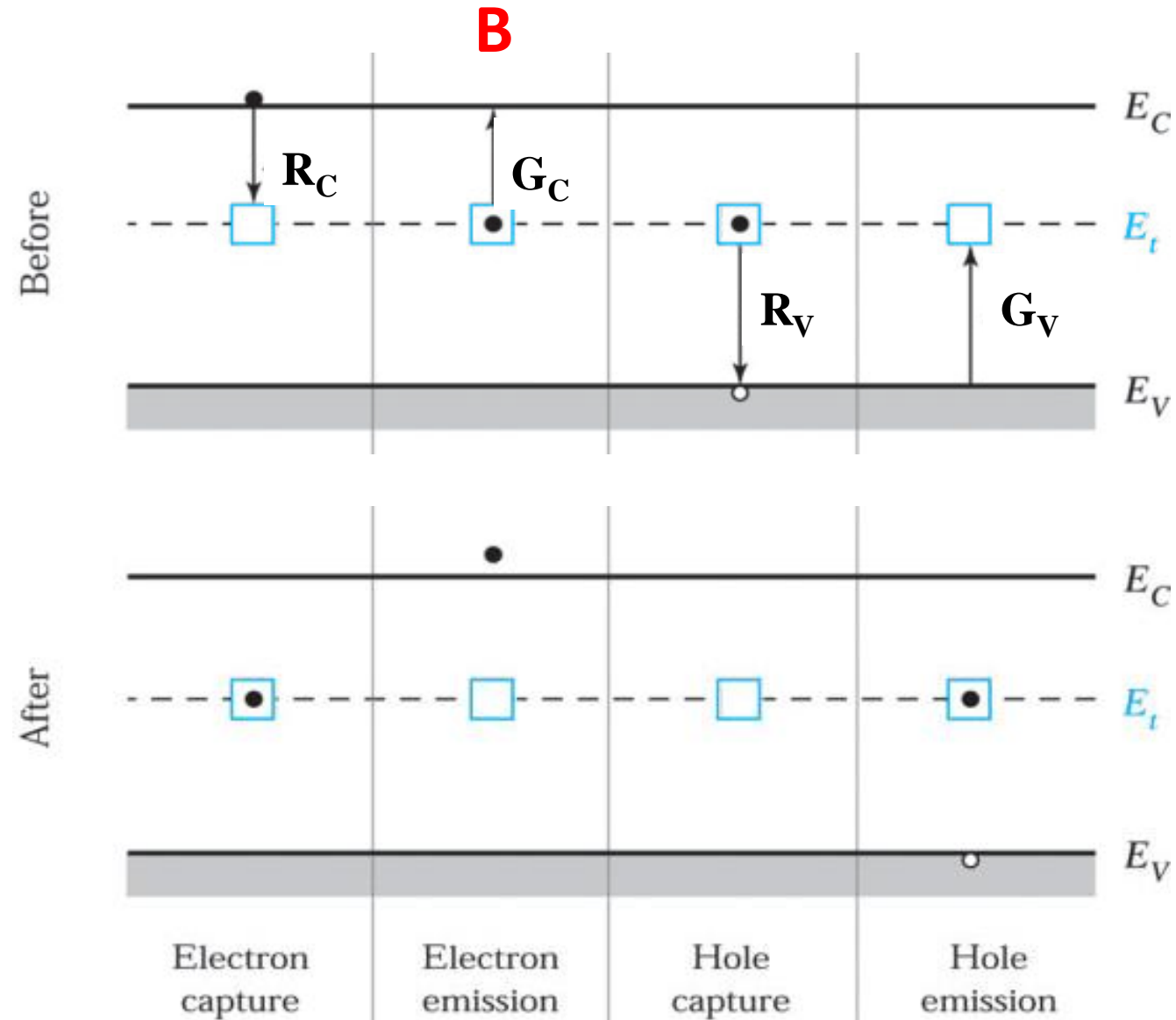
Τελικά

$$R_C = v_{th} \cdot \sigma_n \cdot n \cdot N_T [1 - F(E_T)]$$

v_{th} (cm/s): η θερμική ταχύτητα των ηλεκτρονίων

σ_n (cm²): η ενεργός διατομή παγίδευσης (capture cross section)

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)



III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Διαδικασία B: Εκπομπή ηλεκτρονίου: Ένα ηλεκτρόνιο από το κέντρο επανασύνδεσης εκπέμπεται στη ζώνη αγωγιμότητα

Είναι το αντίστροφο της παγίδευσης του ηλεκτρονίου.
Στην περίπτωση αυτή ισχύει

$$G_C = e_n \cdot N_{T,occ} = e_n \cdot F(E_T) \cdot N_T$$

e_n : πιθανότητα εκπομπής

$N_{T,occ}$: ο αριθμός των κέντρων επανασύνδεσης που είναι κατειλημμένα από ηλεκτρόνια

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Σε συνθήκες θερμοδυναμικής ισορροπίας θα ισχύει ότι $R_C = G_C$

$$V_{th} \cdot \sigma_n \cdot n \cdot N_T [1 - F(E_T)] = e_n \cdot F(E_T) \cdot N_T$$

$$e_n = V_{th} \cdot \sigma_n \cdot n \cdot \frac{[1 - F(E_T)]}{F(E_T)}$$

Αλλά στην Θ.Ι ισχύει ότι

$$n = n_i \cdot e^{\frac{E_F - E_i}{kT}}$$

Ισχύει ότι

$$\frac{1 - F(E_T)}{F(E_T)} = e^{\frac{E_T - E_F}{kT}}$$

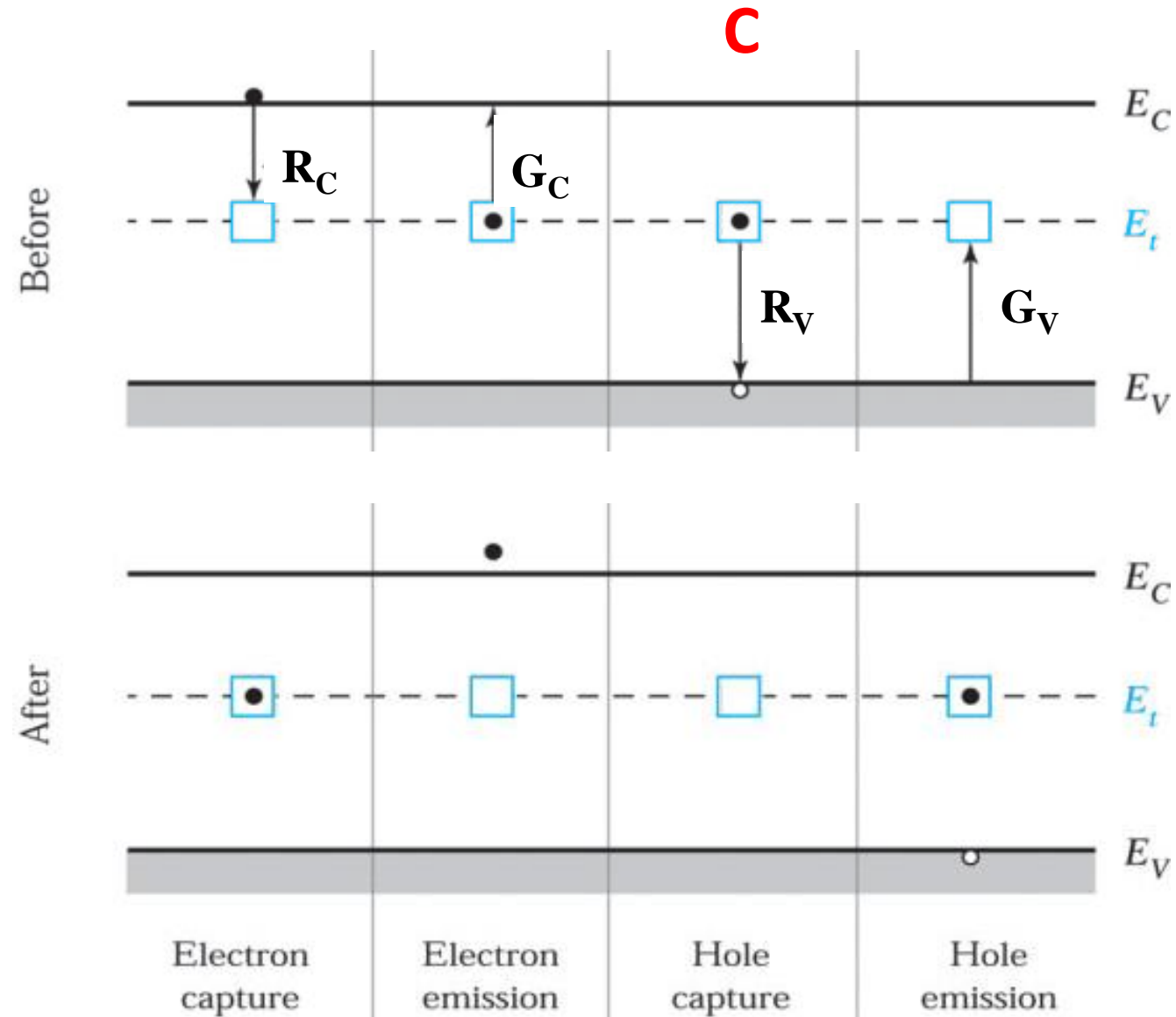
III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Τελικά

$$e_n = V_{th} \cdot \sigma_n \cdot n_i \cdot e^{\frac{E_T - E_i}{kT}}$$

Παρατηρούμε ότι όσο πιο κοντά είναι η ενεργειακή στάθμη στην ζώνη αγωγιμότητας τόσο πιο μεγάλη είναι η πιθανότητα εκπομπής του ηλεκτρονίου.

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)



III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Διαδικασία C: Παγίδευση οπής: Μία οπή από τη ζώνης σθενους παγιδεύεται στο κέντρο επανασύνδεσης (Ισοδύναμα ένα ηλεκτρόνιο από το κέντρο επανασύνδεσης εκπέμπεται στη ζώνη σθένους)

Ισχύει ότι $R_V \sim p \cdot N_{T,occ}$

R_V : ο ρυθμός παγίδευσης των ηλεκτρονίων ($\text{cm}^{-3}\text{s}^{-1}$)

p : η συγκέντρωση των οπών στη ζώνη σθένους

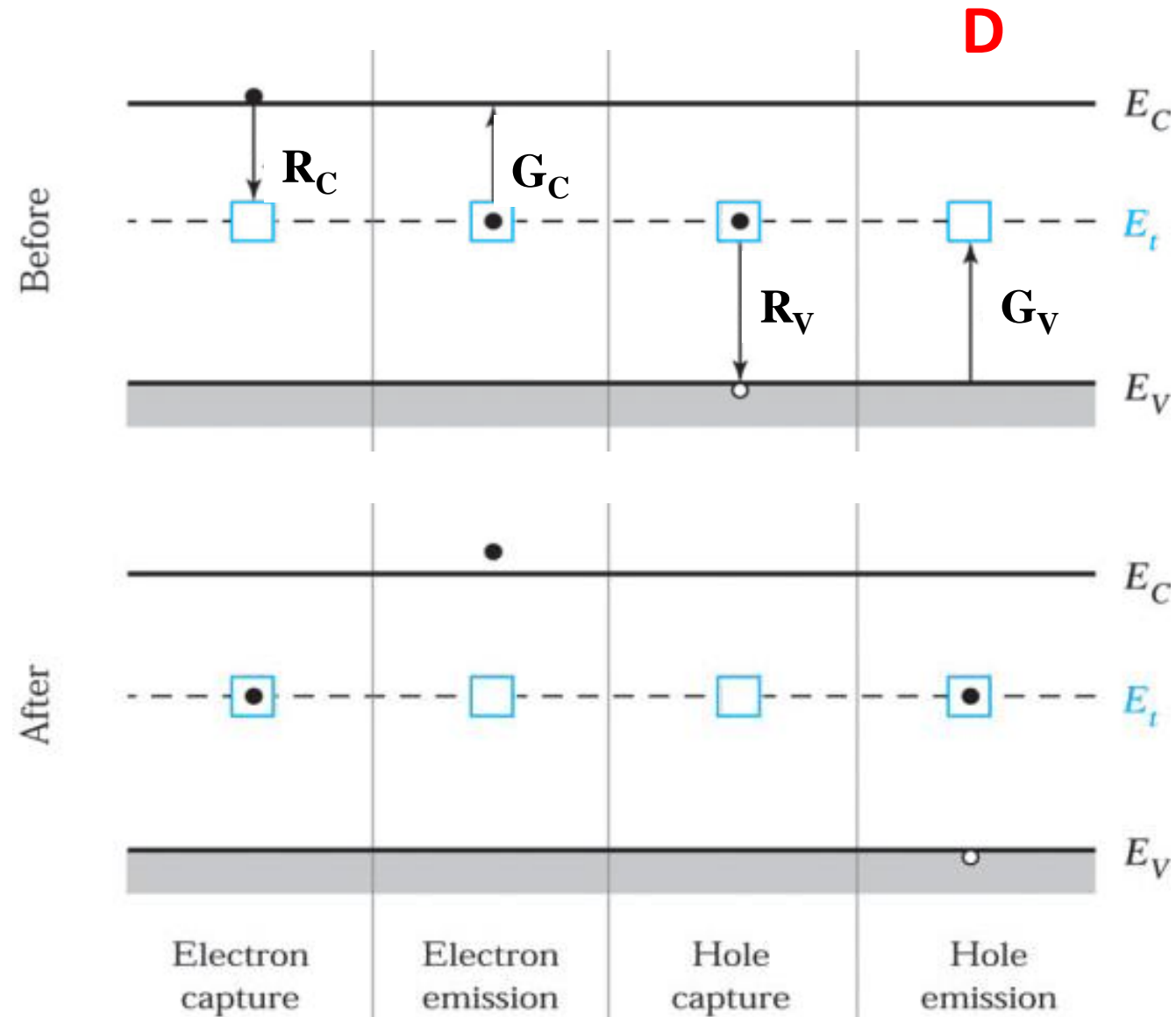
$N_{T,occ}$: ο αριθμός των κέντρων επανασύνδεσης που είναι κατειλημμένα από ηλεκτρόνια

Αντίστοιχα με τα ηλεκτρόνια, έχω ότι $R_V = V_{th} \cdot \sigma_p \cdot p \cdot N_T \cdot F(E_T)$

v_{th} (cm/s): η θερμική ταχύτητα των ηλεκτρονίων

σ_p (cm^2): η ενεργός διατομή παγίδευσης (capture cross section)

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)



III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Διαδικασία D: Εκπομπή οπής: Μία οπή από το κέντρο επανασύνδεσης εκπέμπεται στη ζώνη σθένους (Ισοδύναμα ένα ηλεκτρόνιο από τη ζώνη σθένους μεταβαίνει στο κέντρο επανασύνδεσης)

Στην περίπτωση αυτή ισχύει $G_V = e_p \cdot N_{T,unocc} = e_p \cdot N_T [1 - F(E_T)]$

e_p : πιθανότητα εκπομπής

$N_{T,occ}$: ο αριθμός των κέντρων επανασύνδεσης που είναι κατειλημμένα από ηλεκτρόνια

Σε συνθήκες θερμοδυναμικής ισορροπίας θα ισχύει ότι $R_V = G_V$

Οπότε η πιθανότητα εκπομπής e_p δίνεται από τη σχέση $e_p = V_{th} \cdot \sigma_p \cdot n_i \cdot e^{\frac{E_i - E_T}{kT}}$

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Στατιστική	Ηλεκτρόνια	Οπές
Εκπομπή	$G_C = e_n \cdot F(E_T) \cdot N_T$	$G_V = e_p \cdot N_T [1 - F(E_T)]$
Παγίδευση	$R_C = V_{th} \cdot \sigma_n \cdot n \cdot N_T [1 - F(E_T)]$	$R_V = V_{th} \cdot \sigma_p \cdot p \cdot N_T \cdot F(E_T)$

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Περίπτωση ημιαγωγού που ακτινοβολείται ομοιόμορφα

Έστω ημιαγωγός που ακτινοβολείται ομοιόμορφα με αποτέλεσμα να έχουμε ένα ρυθμό γέννησης ηλεκτρονίων-οπών G_L .

Στην **μόνιμη κατάσταση** ισχύει ότι **Principle of detailed balance**

Για τα ηλεκτρόνια $\frac{dn}{dt} = G_L - (R_C - G_C) = 0$

$$G_L = R_C - G_C = R_V - G_V$$

Για τις οπές $\frac{dp}{dt} = G_L - (R_V - G_V) = 0$

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Σε θερμοδυναμική ισορροπία ισχύει ότι

$$R_C^{th} = G_C^{th}$$

$$R_V^{th} = G_V^{th}$$

Σε μόνιμη κατάσταση εκτός
θερμοδυναμικής ισορροπίας γενικά ισχύει

$$R_C^{th} \neq G_C^{th}$$

$$R_V^{th} \neq G_V^{th}$$

Από τις εξισώσεις συνέχειας έχω

$$G_L = R_C - G_C = R_V - G_V$$

Ορίζω την ποσότητα U σαν τον καθαρό ρυθμός
επανασύνδεσης (net recombination rate)

$$U \equiv R_C - G_C = R_V - G_V$$

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Αντικαθιστώντας τις εκφράσεις των R_C , G_C , R_V και G_V καταλήγω ότι

$$U = \frac{V_{th} \cdot \sigma_n \cdot \sigma_p \cdot N_T (n \cdot p - n_i^2)}{\sigma_p \left[p + n_i \cdot e^{\frac{E_i - E_T}{kT}} \right] + \sigma_n \left[n + n_i \cdot e^{\frac{E_T - E_i}{kT}} \right]}$$

«Δύναμη επαναφοράς» για την επανασύνδεση είναι η ποσότητα $(p_n \cdot n_n - n_i^2)$

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Για να γράψω την εξίσωση σε απλή μορφή μπορώ να ορίσω

$$n_T = N_C \cdot e^{\frac{E_T - E_C}{kT}} = N_C \cdot e^{\frac{E_T - E_i + E_i - E_C}{kT}} = N_C \cdot e^{\frac{E_i - E_C}{kT}} \cdot e^{\frac{E_T - E_i}{kT}} = n_i \cdot e^{\frac{E_T - E_i}{kT}}$$

$$p_T = N_V \cdot e^{\frac{E_V - E_T}{kT}} = N_V \cdot e^{\frac{E_V - E_i + E_i - E_T}{kT}} = N_C \cdot e^{\frac{E_V - E_i}{kT}} \cdot e^{\frac{E_i - E_T}{kT}} = n_i \cdot e^{\frac{E_i - E_T}{kT}}$$

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Οπότε η σχέση γράφεται

$$U = \frac{V_{th} \cdot \sigma_n \cdot \sigma_p \cdot N_T (n \cdot p - n_i^2)}{\sigma_p [p + p_T] + \sigma_n [n + n_T]}$$

Επιπλέον, ορίζω

$$\frac{1}{\tau_{po}} = V_{th} \cdot \sigma_p \cdot N_T \qquad \frac{1}{\tau_{no}} = V_{th} \cdot \sigma_n \cdot N_T$$


$$U = \frac{n \cdot p - n_i^2}{\tau_{no} [p + p_T] + \tau_{po} [n + n_T]}$$

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Θεωρώντας ότι $\Delta n = \Delta p$ μπορούμε να υπολογίσουμε τους χρόνους ζωής των φορέων για την επανασύνδεση SRH

$$\frac{1}{\tau_n(t)} = \frac{1}{\tau_p(t)} = \frac{n_o + p_o + \Delta p(t)}{\tau_{no}[p_o + \Delta p(t) + p_T] + \tau_{po}[n_o + \Delta p(t) + n_T]}$$

** Ο χρόνος επανασύνδεσής εξαρτάται από την θέση των παγίδων στο ενεργειακό διάγραμμα (Παράρτημα Α)*

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Μέχρι τώρα έχουμε εξετάσει την περίπτωση που ισχύει έχουμε έγχυση φορέων στον ημιαγωγό

$$n \cdot p > n_i^2$$

Τι ισχύει στην περίπτωση που

$$n \cdot p < n_i^2$$

όταν δηλαδή φορείς έχουν αφαιρεθεί από το ημιαγωγό (αυτή η περίπτωση ισχύει πχ σε μία επαφή p-n που είναι ανάστροφα πολωμένη (θα το δείτε στα επόμενα μαθήματα)

Οι διαδικασίες γέννησης επανασύνδεσης τείνουν να επαναφέρουν τον ημιαγωγό στην θερμοδυναμική ισορροπία σε κάθε περίπτωση.

Στη περίπτωση αυτή θα πρέπει να έχουμε γέννηση φορέων μέσω των κέντρων επανασύνδεσης. (Παράρτημα B)

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Θεωρώ την περίπτωση που έχω χαμηλή έγχυση φορέων (**low level injection**) σε ημιαγωγό τύπου n

Στη περίπτωση αυτή ισχύει ότι $n_n \gg p_n$

Επιπλέον θεωρώ ότι το κέντρο επανασύνδεσης βρίσκεται κοντά στην μέση του ενεργειακού χάσματος, οπότε ισχύει ότι

$$n_n \gg n_i \cdot e^{\frac{E_i - E_T}{kT}}$$

Ο καθαρός ρυθμός επανασύνδεσης θα δίνεται από

$$U \approx V_{th} \cdot \sigma_p \cdot N_T (p_n - p_{no})$$

$$\tau_p = \frac{1}{V_{th} \cdot \sigma_o \cdot N_T}$$

(Low level injection)

$$U = \frac{p(t) - p(0)}{\tau_p}$$

IV. Επανασύνδεση στην επιφάνεια

$$U_S = \frac{V_{th} \cdot \sigma_n \cdot \sigma_p \cdot N_{st} (p_s \cdot n_s - n_i^2)}{\sigma_p \left[p_s + n_i \cdot e^{\frac{E_i - E_T}{kT}} \right] + \sigma_n \left[n_s + n_i \cdot e^{\frac{E_T - E_i}{kT}} \right]}$$

n_s : συγκέντρωση ηλεκτρονίων στην επιφάνεια

p_s : συγκέντρωση οπών στην επιφάνεια

N_{st} : πυκνότητα κέντρων επανασύνδεσης στην επιφάνεια (ανά μονάδα επιφάνειας)

IV. Επανασύνδεση στην επιφάνεια

Αντίστοιχα με τον όγκο αν θεωρήσουμε ότι οι $\sigma_n = \sigma_p = \sigma_s$

$$U_S = \frac{V_{th} \cdot \sigma_S \cdot N_{st} (p_s \cdot n_s - n_i^2)}{p_s + n_i \cdot e^{\frac{E_i - E_T}{kT}} + n_s + n_i \cdot e^{\frac{E_T - E_i}{kT}}}$$



$$U_S = \frac{V_{th} \cdot \sigma_S \cdot N_{st} (p_s \cdot n_s - n_i^2)}{p_s + n_s + n_i \cdot \left(e^{\frac{E_i - E_T}{kT}} + e^{\frac{E_T - E_i}{kT}} \right)}$$

Αλλά το ισχύει ότι

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

IV. Επανασύνδεση στην επιφάνεια

Τελικά

$$U_S = \frac{V_{th} \cdot \sigma_S \cdot N_{st} (p_s \cdot n_s - n_i^2)}{p_s + n_s + 2 \cdot n_i \cdot \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)}$$



$$U_S = \frac{V_{th} \cdot \sigma_S \cdot N_{st}}{1 + \frac{2 n_i}{(p_s + n_s)} \cdot \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)} \cdot \frac{(p_s \cdot n_s - n_i^2)}{(p_s + n_s)}$$

IV. Επανασύνδεση στην επιφάνεια

Για συνθήκες χαμηλής έγχυσης φορέων και θεωρώντας ότι $n_s \gg p_s$ (ημιαγωγό τύπου n) και $n_s \gg n_i \cdot e^{\frac{E_i - E_T}{kT}}$

Η εξίσωση απλοποιείται στην μορφή
$$U_S \approx V_{th} \cdot \sigma_p \cdot N_{st} (p_s - p_{no})$$

$S_{lr} = V_{th} \cdot \sigma_p \cdot N_{st}$ έχει διαστάσεις cm^2/s και ονομάζεται επιφανειακή ταχύτητα επανασύνδεσης χαμηλής έγχυσης (low-injection surface recombination velocity)

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ
(Ενότητες I-II)

Physics of Semiconductor Devices, J. P. Colinge and C. A. Colinge, Kluwer Academic Publishers (2002)

Semiconductor Devices : Physics and Technology, S. M. Sze, John Wiley & Sons (1985)

Semiconductor Devices : Physics and Technology, S. M. Sze and M. K. Lee, John Wiley & Sons (2012)

Physics of Semiconductor Devices, S. M. Sze, John Wiley & Sons (1981)

Physical Properties of Semiconductors, C. M. Wolfe, N. Holonyak, Jr. and G. E. Stillman, Prentice-Hall International, Inc (1989)

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Εξάρτηση του χρόνου επανασύνδεσης από το E_T

Δείξαμε ότι

$$U = \frac{V_{th} \cdot \sigma_n \cdot \sigma_p \cdot N_T (n \cdot p - n_i^2)}{\sigma_p \left[p + n_i \cdot e^{\frac{E_i - E_T}{kT}} \right] + \sigma_n \left[n + n_i \cdot e^{\frac{E_T - E_i}{kT}} \right]}$$

Μπορούμε να απλοποιήσουμε την γενική σχέση που δίνει την εξάρτηση του U από το E_T αν θεωρήσουμε ότι $\sigma_n = \sigma_p = \sigma_o$

$$U = V_{th} \cdot \sigma_o \cdot N_T \frac{(n \cdot p - n_i^2)}{p + n_i \cdot e^{\frac{E_i - E_T}{kT}} + n + n_i \cdot e^{\frac{E_T - E_i}{kT}}}$$

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

$$U = V_{th} \cdot \sigma_o \cdot N_T \frac{(n \cdot p - n_i^2)}{p + n + n_i \cdot \left(e^{\frac{E_i - E_T}{kT}} + e^{\frac{E_T - E_i}{kT}} \right)} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$U = V_{th} \cdot \sigma_o \cdot N_T \frac{(n \cdot p - n_i^2)}{p + n + 2n_i \cdot \cosh \left(\frac{E_T - E_i}{kT} \right)}$$

$$U = \frac{V_{th} \cdot \sigma_o \cdot N_T}{1 + \frac{2n_i}{(p + n)} \cdot \cosh \left(\frac{E_T - E_i}{kT} \right)} \cdot \frac{(n \cdot p - n_i^2)}{(p + n)}$$

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Ισχύει ότι

$$n \cdot p - n_i^2 = (n_o + \Delta n) \cdot (p_o + \Delta p) - n_i^2$$

$$n \cdot p - n_i^2 = n_o p_o + n_o \Delta p + p_o \Delta n + \Delta n \Delta p - n_i^2$$

$$n \cdot p - n_i^2 = n_o \Delta p + p_o \Delta n + \Delta n \Delta p$$

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Αν θεωρήσουμε ότι έχουμε χαμηλή έγχυση φορέων, δηλαδή $\Delta n, \Delta p \ll n_o + p_o$

$$U \approx \frac{V_{th} \cdot \sigma_o \cdot N_T}{1 + \frac{2n_i}{(p_o + n_o)} \cdot \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)} \cdot \frac{(n_o \Delta p + p_o \Delta n)}{(p_o + n_o)} \rightarrow U \approx \frac{V_{th} \cdot \sigma_o \cdot N_T}{1 + \frac{2n_i}{(p_o + n_o)} \cdot \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)} \cdot \Delta p$$

$$U \approx \frac{V_{th} \cdot \sigma_o \cdot N_T}{1 + \frac{2n_i}{(p_o + n_o)} \cdot \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)} \cdot (p - p_o) = \frac{p - p_o}{\tau_r}$$

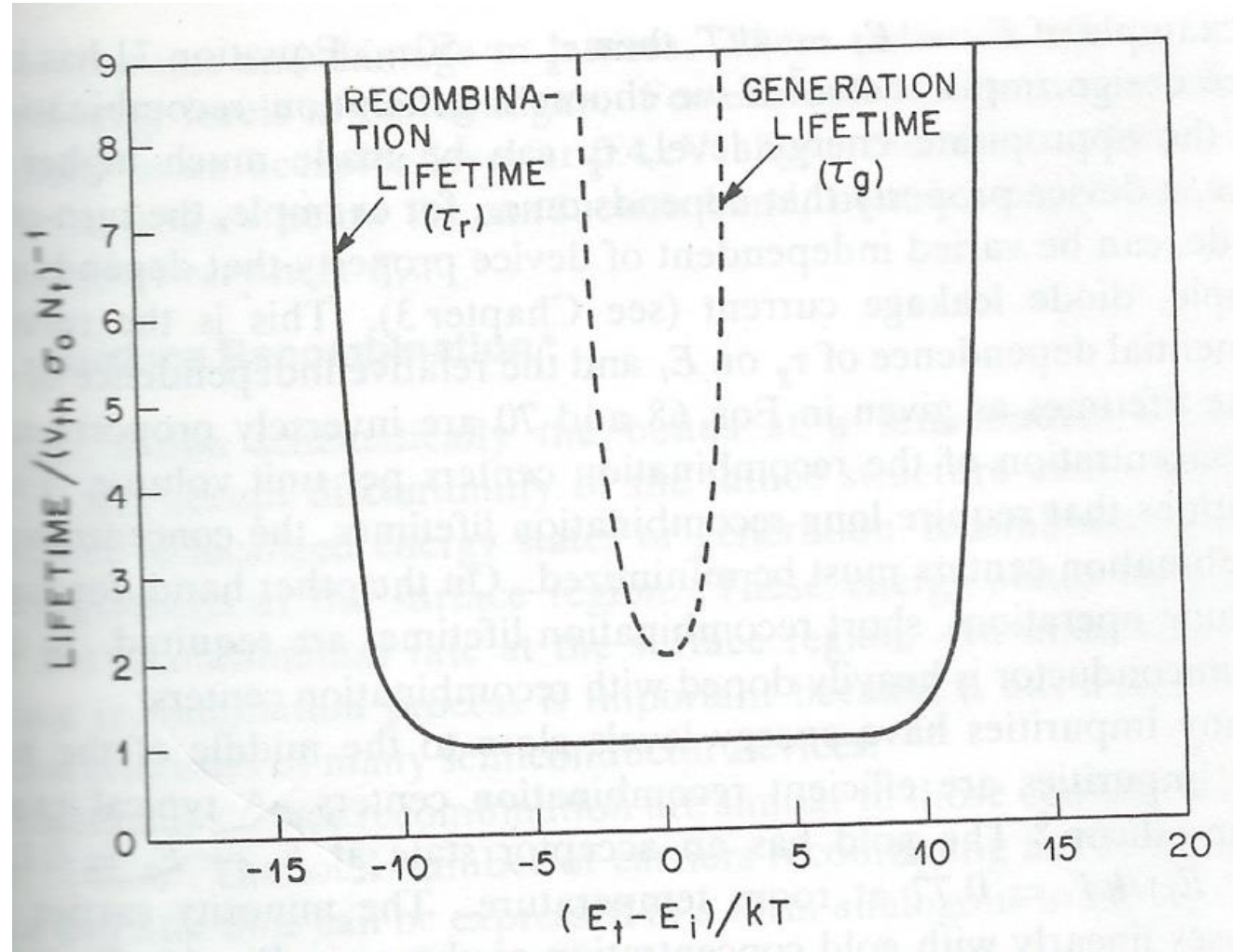
$$\tau_r = \frac{1 + \frac{2n_i}{(p_o + n_o)} \cdot \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)}{V_{th} \cdot \sigma_o \cdot N_T}$$

Έχουμε χρησιμοποιήσει τη σχέση

$$n \cdot p - n_i^2 = n_o \Delta p + p_o \Delta n + \Delta n \Delta p$$

Όπου τ_r , ο χρόνος επανασύνδεσης των φορέων (recombination lifetime)

III. Επανάσυνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Εξάρτηση του χρόνου επανάσυνδεσης από το $E_T - E_i$ 

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Ο καθαρός ρυθμός γέννησης θα δίνεται από τη σχέση

$$G = -U = -V_{th} \cdot \sigma_0 \cdot N_T \frac{(n \cdot p - n_i^2)}{p + n + 2n_i \cdot \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)}$$

Αλλά $n < n_i$ και $p < n_i$,

$$G = V_{th} \cdot \sigma_0 \cdot N_T \frac{n_i}{2 \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)} = \frac{n_i}{\tau_G}$$

$$\tau_G = \frac{2 \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)}{V_{th} \cdot \sigma_0 \cdot N_T}$$

τ_G ο χρόνος γέννησης των φορέων

III. Επανασύνδεση Shockley–Read–Hall (SRH) (Band-to-impurity recombination)

Ο λόγος του τ_G/τ_r

$$\frac{\tau_G}{\tau_r} = \frac{\frac{2 \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)}{V_{th} \cdot \sigma_o \cdot N_T}}{1 + \frac{2n_i}{(p_o + n_o)} \cdot \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)} = \frac{2 \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)}{V_{th} \cdot \sigma_o \cdot N_T \left(1 + \frac{2n_i}{(p_o + n_o)} \cdot \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)\right)}$$

Από το προηγούμενο σχήμα βλέπουμε ότι το τ_G μπορεί να είναι μεγαλύτερο από το τ_r όταν E_T είναι διαφορετικό από το E_i .

Κατά προσέγγιση ισχύει ότι

$$\frac{\tau_G}{\tau_r} \approx 2 \cosh\left(\frac{E_T - E_i}{kT}\right)$$

Όταν $E_T - E_i = 4kT$, ισχύει $\tau_G = 50\tau_r$