

# Φυσική και Τεχνολογία Υλικών και Διατάξεων Στερεάς Κατάστασης

**Δρ Χρήστος Τσάμης**

Ινστιτούτο Νανοεπιστήμης και Νανοτεχνολογίας

ΕΚΕΦΕ «Δημόκριτος»

[c.tsamis@inn.demokritos.gr](mailto:c.tsamis@inn.demokritos.gr)

Πάτρα, 2025

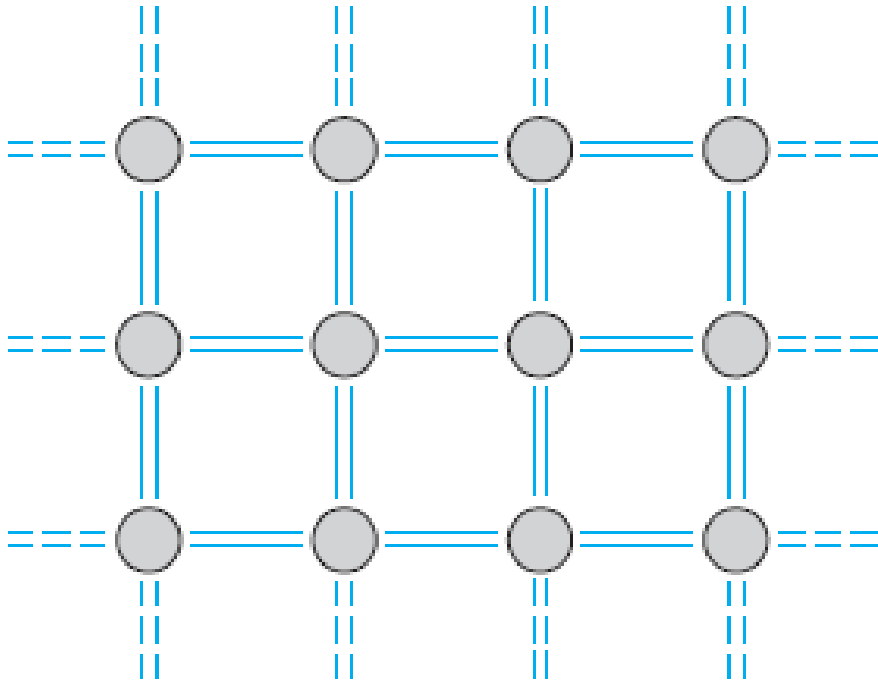
# 1. Στατιστική φορέων στους ημιαγωγούς

## Ημιαγωγοί

- Που οφείλεται η αγωγιμότητα στους ημιαγωγούς? Ποιοι είναι οι **φορείς αγωγιμότητας** στους ημιαγωγούς?
- **Διάκριση ημιαγωγών**
  - Ενδογενείς ημιαγωγοί (χωρίς προσμίξεις)
  - Εξωγενείς ημιαγωγοί (με συγκεκριμένα άτομα προσμίξεων για το έλεγχο της αγωγιμότητας)

## Ενδογενείς Ημιαγωγοί

Ένας τέλειος κρύσταλλος ημιαγωγού χωρίς προσμίξεις και ατέλειες στο πλέγμα του ονομάζεται **ΕΝΔΟΓΕΝΗΣ ΗΜΙΑΓΩΓΟΣ**.



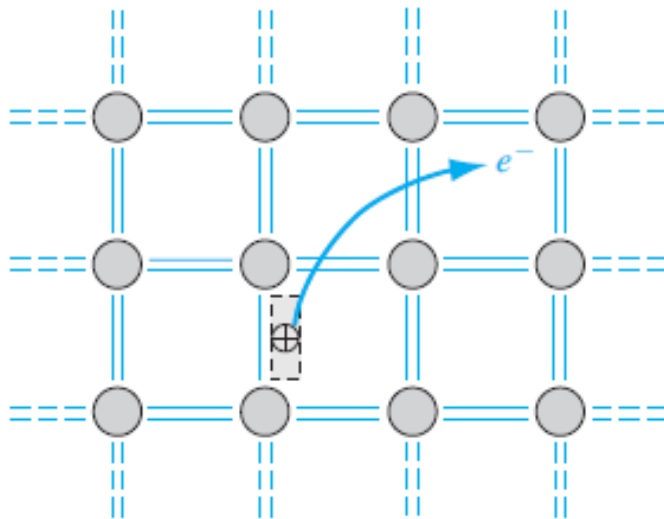
**Εάν  $T = 0\text{ K}$**

Απουσία ελεύθερων ηλεκτρ. φορτίων

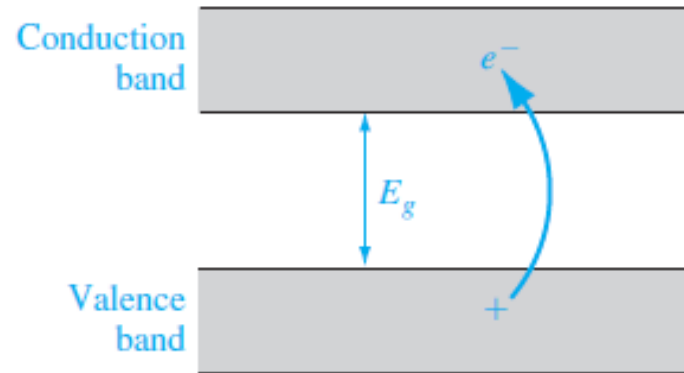
Ζώνη Σθένους : πλήρως κατειλημμένη

Ζώνη αγωγιμότητας : κενή

## Ενδογενής ημιαγωγός



(a)



(b)

Εάν  $T > 0 \text{ K}$

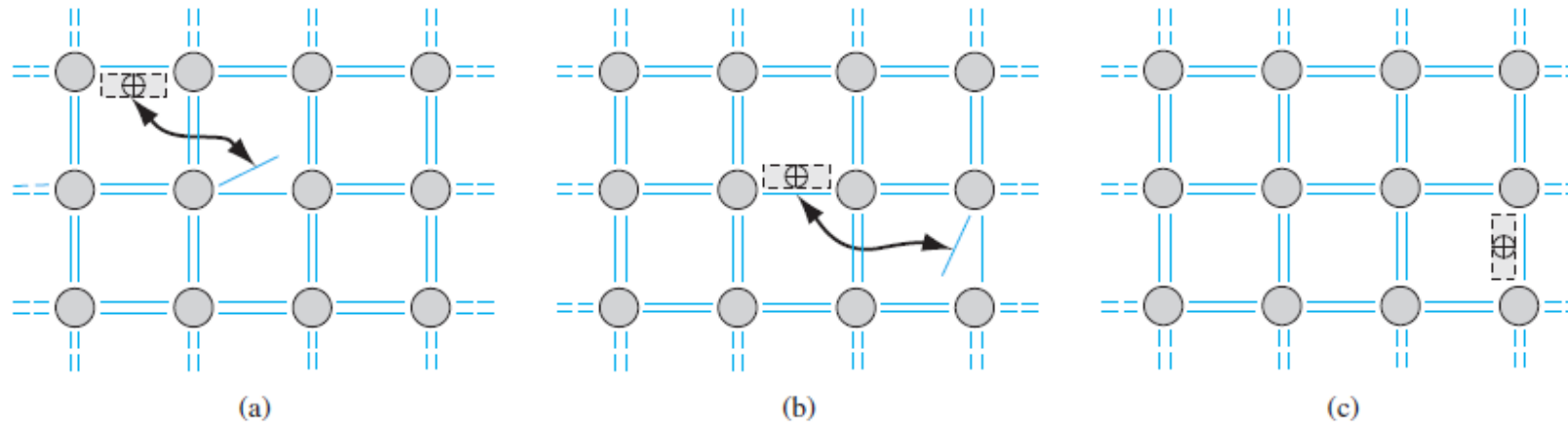
Ηλεκτρόνια αποκτούν αρκετή ενέργεια για να φύγουν από το άτομο και να μπορούν να κινηθούν ελεύθερα στο κρυσταλλικό πλέγμα (Ισοδύναμα το ηλεκτρόνιο φεύγει από την ζώνη σθένους και να μεταβαίνει στη ζώνη αγωγιμότητας)

Γένεση ζευγών ηλεκτρονίων-οπών

Η συγκέντρωση ηλεκτρονίων  $n$  στη Ζώνη Αγωγιμότητας είναι ίση με την συγκέντρωση οπών  $p$  στη Ζώνη Σθένους.

## Ενδογενής ημιαγωγός

Κίνηση οπής στο κρυσταλλικό πλέγμα



Κίνηση **δέσμιου ηλεκτρονίου** στο κρυσταλλικό πλέγμα (στη ζώνη σθένους) είναι **ισοδύναμη** με κίνηση **οπής** στην **αντίθετη κατεύθυνση**

### Φορείς αγωγιμότητας σε ημιαγωγούς

- Ελεύθερα Ηλεκτρόνια (στη ζώνη αγωγιμότητας)
- Οπές (στη ζώνη σθένους) – Η οπή δεν έχει νόημα έξω από το κρυσταλλικό πλέγμα

## Στατιστική φορέων

Η συγκέντρωση των ηλεκτρονίων αγωγιμότητας καθορίζεται από:

Πυκνότητα επιτρεπόμενων ενεργειακών καταστάσεων στη ζώνη αγωγιμότητας

Πιθανότητα η ενεργειακή στάθμη να είναι κατειλημμένη από ηλεκτρόνιο

## Στατιστική φορέων

Η συγκέντρωση των **ηλεκτρονίων** αγωγιμότητας καθορίζεται από:

Πυκνότητα επιτρεπόμενων ενεργειακών καταστάσεων στη ζώνη **αγωγιμότητας**

Πιθανότητα η ενεργειακή στάθμη να είναι **κατειλημμένη** από ηλεκτρόνιο

Η συγκέντρωση των **οπών** αγωγιμότητας καθορίζεται από:

Πυκνότητα επιτρεπόμενων ενεργειακών καταστάσεων στη ζώνη **σθένους**

Πιθανότητα η ενεργειακή στάθμη να **μην** είναι **κατειλημμένη** από ηλεκτρόνιο

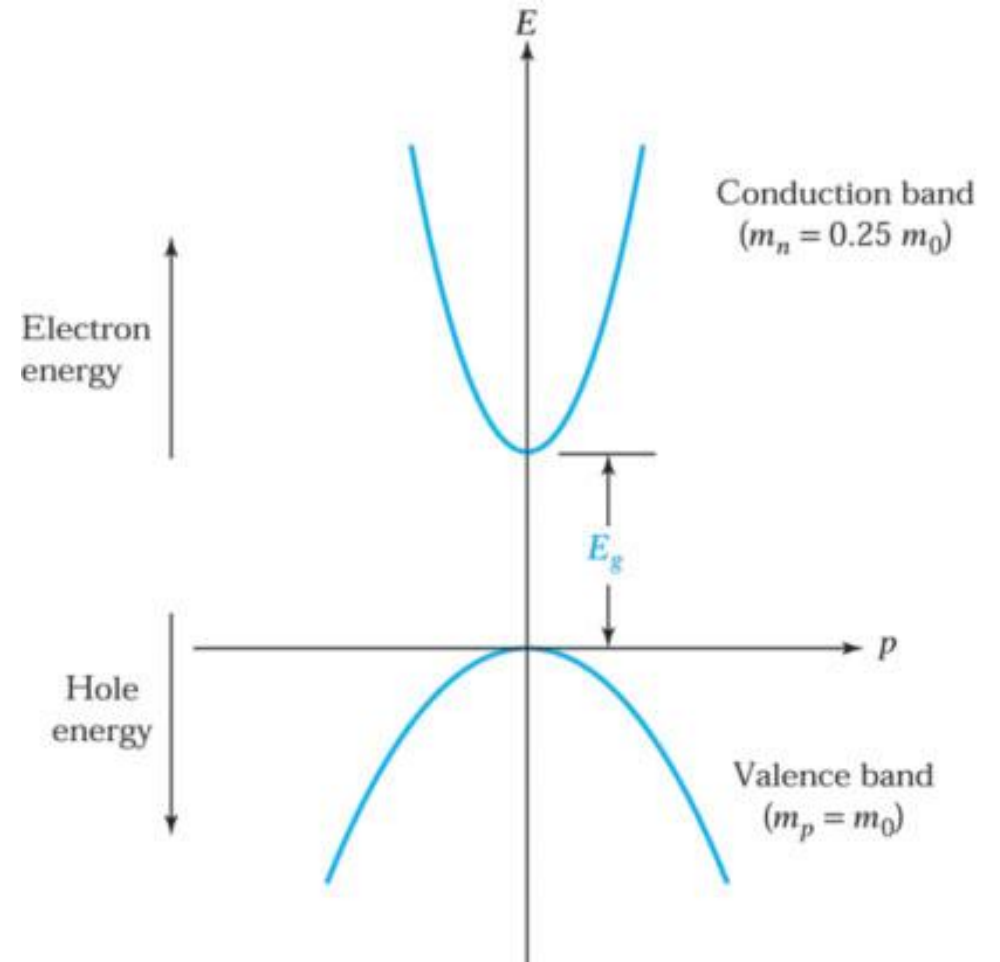
### Πυκνότητα Ενεργειακών Καταστάσεων

Πρώτα θα υπολογίσουμε την πυκνότητα των επιτρεπόμενων ενεργειακών καταστάσεων ανά μονάδα όγκου και ανά μονάδα ενέργειας στην ζώνη αγωγιμότητας  $N_c(E)$ .

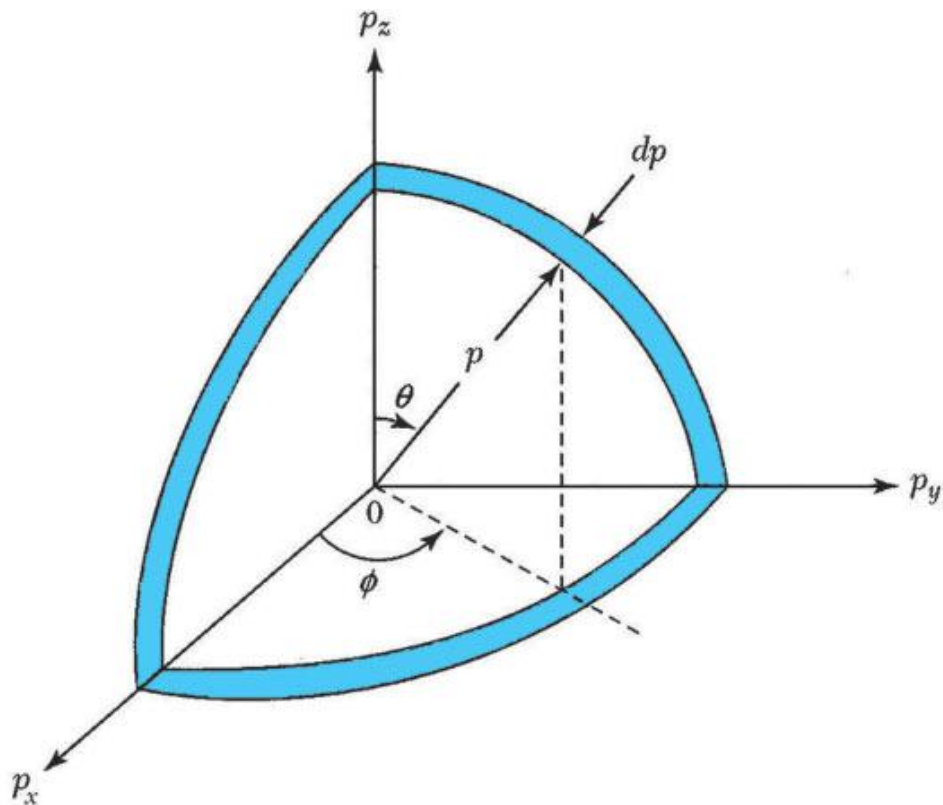
Η ενέργεια του ηλεκτρονίου στη ζώνη αγωγιμότητας (κοντά στην ελάχιστη τιμή  $E_c$ ) θα δίνεται από τη σχέση

$$E = E_c + \frac{\hbar^2}{2m_e^{\text{eff}}} (k - k_c)^2$$

όπου  $m_e^{\text{eff}}$  density-of-states effective mass.



Ο αριθμός των επιτρεπόμενων καταστάσεων με κυματόνυσμα που βρίσκονται μεταξύ  $k, k+dk$  (και κατά συνέπεια ο αριθμός των επιτρεπόμενων ενεργειακών καταστάσεων με ενέργεια μεταξύ  $E, E+dE$ ) θα δίνεται από



$$k - k_c = \left( \frac{2m_e^{\text{eff}}}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} (E - E_c)^{\frac{1}{2}}$$

$$dk = \frac{1}{2} \left( \frac{2m_e^{\text{eff}}}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} (E - E_c)^{-\frac{1}{2}} dE$$

$$dN = 2 \frac{d^3k}{\left( \frac{2\pi}{L} \right)^3} = 2 \frac{V}{(4\pi)^3} 4\pi(k - k_c)^2$$

$\left( \frac{2\pi}{L} \right)^3$  : όγκος ανά πλεγματικό σημείο στο χώρο  $k$

$(L)^3 = V$  : όγκος του κρυστάλλου.

## Πυκνότητα ενεργειακών καταστάσεων στη ζώνη αγωγιμότητας

$$N_C(E) = \frac{1}{V} \frac{dN}{dE} = M_C \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m_e^{\text{eff}}}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (E - E_C)^{\frac{1}{2}} = A_C (E - E_C)^{\frac{1}{2}}$$

$M_C$  είναι ο αριθμός των ισοδύναμων ελάχιστων ενέργειας στη ζώνη αγωγιμότητας (για το πυρίτιο,  $M_C=6$ )

$m_e^{\text{eff}}$  η ενεργή μάζα των ηλεκτρονίων

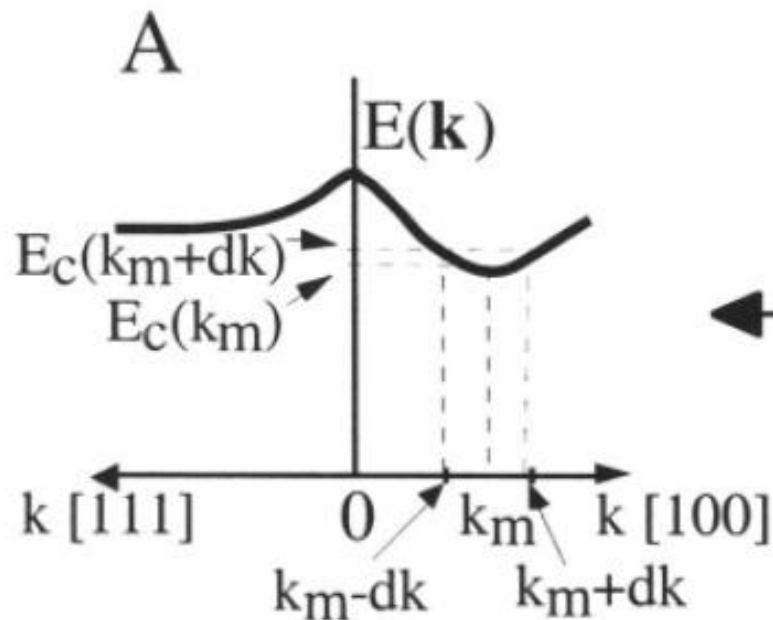
$$m_e^{\text{eff}} = (m_1^* m_2^* m_3^*)^{\frac{1}{3}}$$

Όπου  $m_1^*$ ,  $m_2^*$  και  $m_3^*$  είναι οι ενεργές μάζες κατά μήκος των τριών κύριων αξόνων της ελλειψοειδούς επιφάνειας της ενέργειας. Για την περίπτωση του πυριτίου η σχέση γράφεται ως εξής

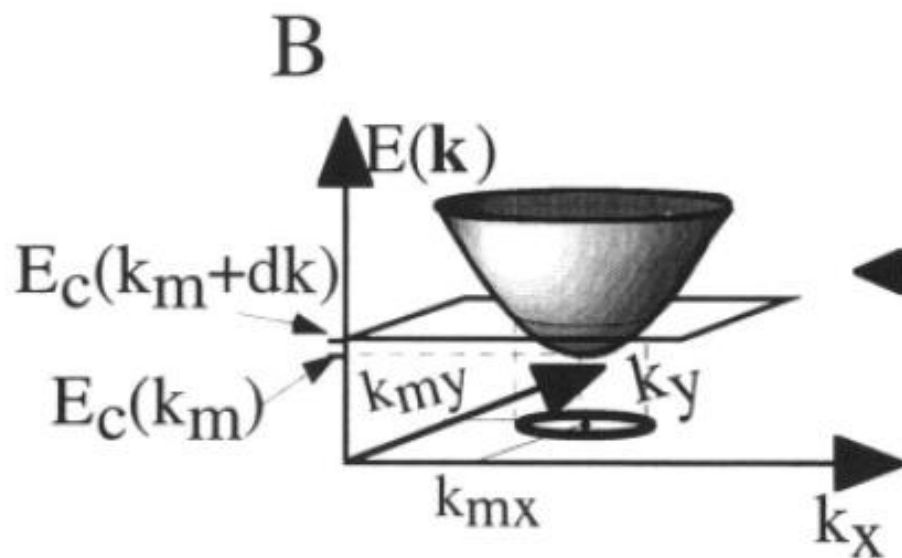
$$m_e^{\text{eff}} = (m_l^* m_t^{*2})^{\frac{1}{3}}$$

Values of k of equal energy

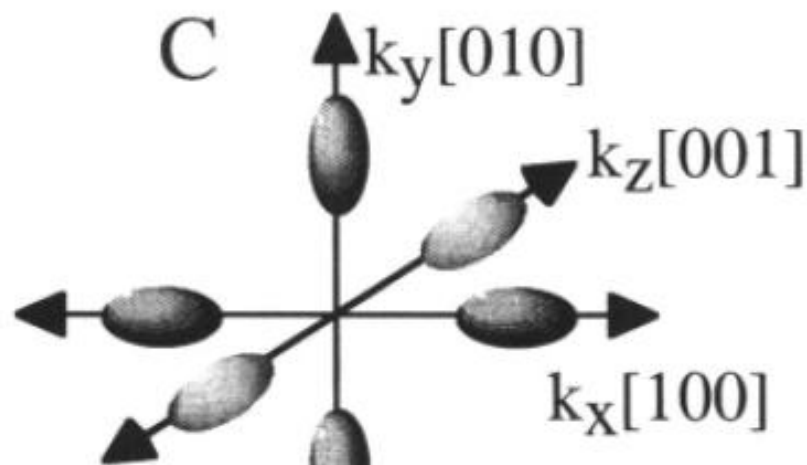
1D case



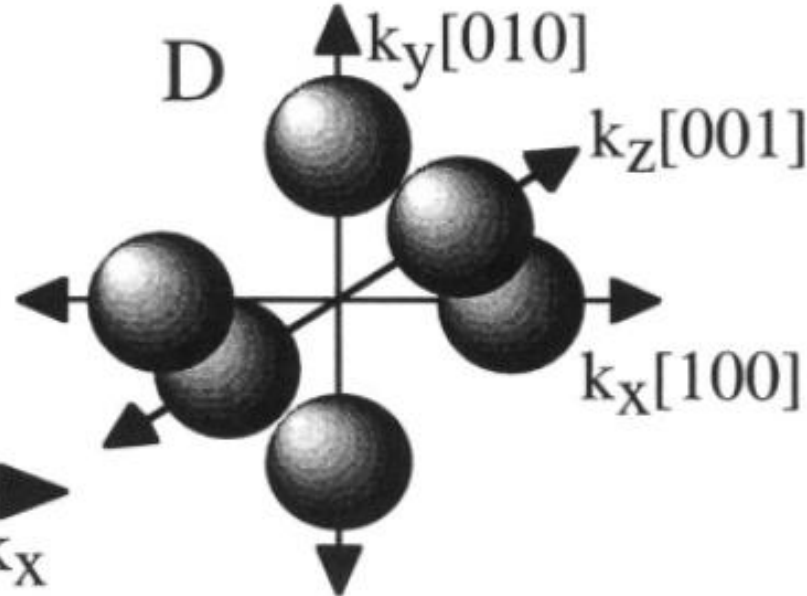
2D case



3D case (silicon)



Approximations of ellipsoids with spheres (Silicon)



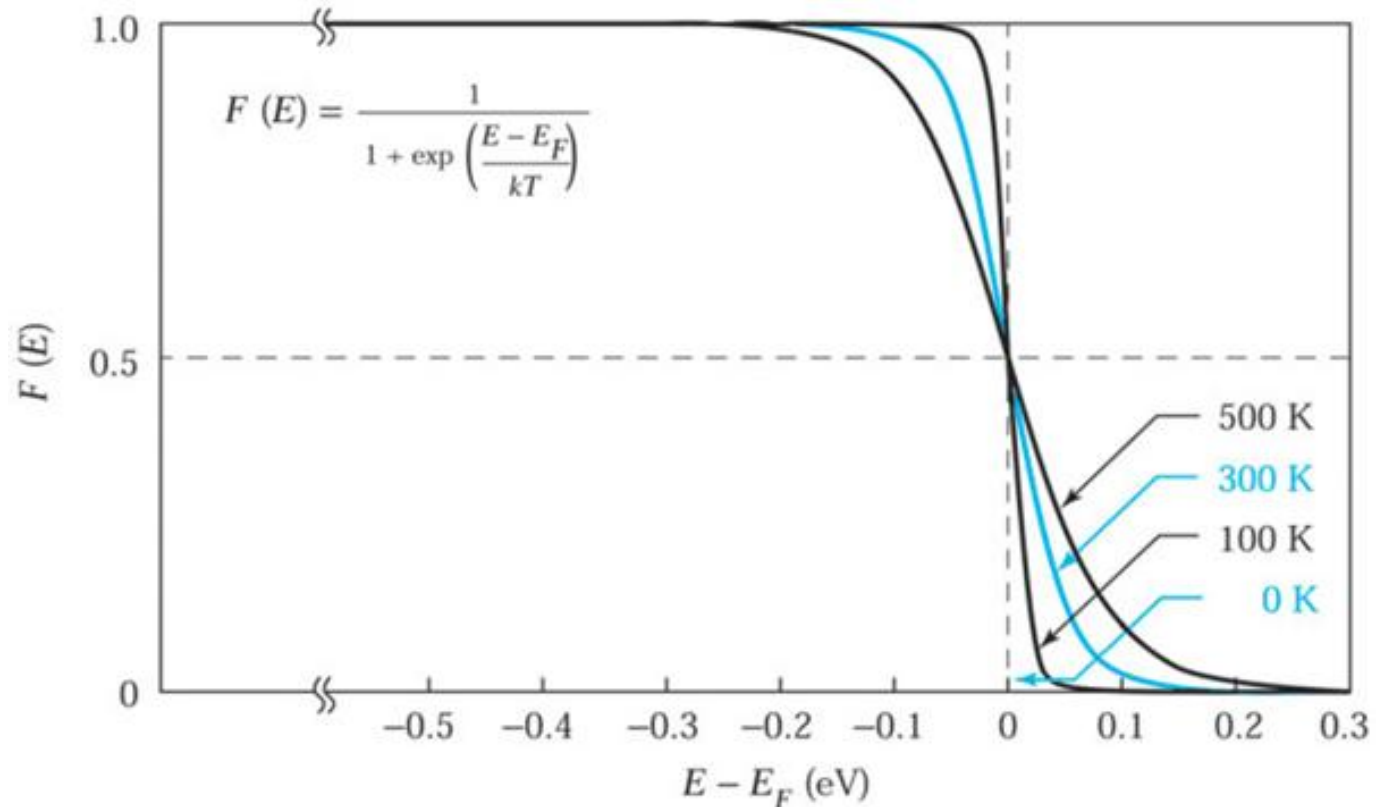
## Πιθανότητα κατάληψης μίας ενεργειακής στάθμης

Η πιθανότητα κατάληψης μίας ενεργειακής στάθμης  $E$  από ηλεκτρόνια (τα οποία υπακούουν στην απαγορευτική αρχή του Pauli), θα δίνεται από τη στατιστική Fermi-Dirac (FD)

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

$E_F$  : η στάθμη Fermi, που χαρακτηρίζει το σύστημα των ηλεκτρονίων.

Ισχύει ότι  $f_{FD}(E_F) = 0.5$



Ο αριθμός των ηλεκτρονίων στη ζώνη αγωγιμότητας θα δίνεται από

$$n = \int_{E_C}^{\infty} N_C(E) f_{FD}(E) dE$$

$$n = \int_{E_C}^{\infty} A_c (E - E_C)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} dE$$

$$n = \int_{E_C}^{\infty} A_c (E - E_C)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_C}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_F - E_C}{kT}\right)} d(E - E_C)$$

Ο αριθμός των ηλεκτρονίων στη ζώνη αγωγιμότητας θα δίνεται από

$$n = \int_{E_C}^{\infty} N_C(E) f_{FD}(E) dE$$

$$n = \int_{E_C}^{\infty} A_c (E - E_c)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} dE$$

$$n = \int_{E_C}^{\infty} A_c (E - E_c)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_C}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_F - E_C}{kT}\right)} d(E - E_C)$$

$$\chi = \frac{E - E_C}{kT}$$

$$n = A_C (kT)^{\frac{3}{2}} \int_{E_C}^{\infty} \frac{\chi^{\frac{1}{2}}}{1 + \exp(\chi - \chi_{F_n})} d\chi$$

$$\chi_{F_n} = \frac{E_F - E_C}{kT}$$

$$n = A_C (kT)^{\frac{3}{2}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[ \frac{\sqrt{\pi}}{2} \int_{E_C}^{\infty} \frac{\chi^{\frac{1}{2}}}{1 + \exp(\chi - \chi_{F_n})} d\chi \right]$$

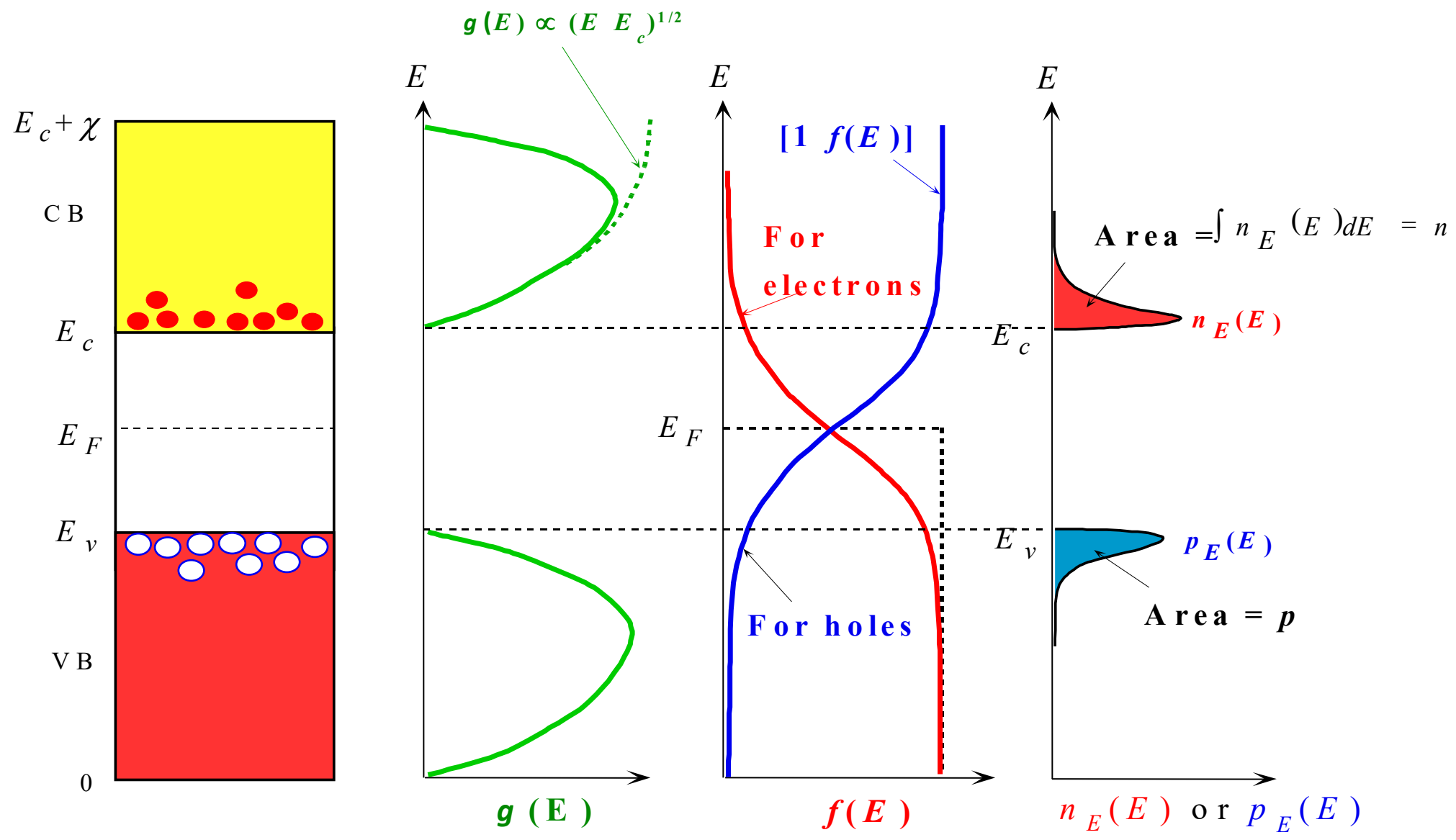
**Ολοκλήρωμα Fermi**

$N_C$  : ενεργός πυκνότητα καταστάσεων στην ζώνη αγωγιμότητας και δίνεται από τη σχέση

$$N_C = 2 M_C \left( \frac{2\pi m_e^{\text{eff}} k}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}$$

$$n = N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2} \left( \frac{E_F - E_C}{kT} \right)$$

**ΕΝΟΤΗΤΑ Ι: Ενδογενείς ημιαγωγοί (στατιστική φορέων αγωγιμότητας)**



Όταν ισχύει  $E_C - E_F > 4kT$  τότε το ολοκλήρωμα Fermi-Dirac προσεγγίζει την τιμή

$$F_{1/2}(x_{F_n}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp(x_{F_n})$$

$$n = N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2} \left( \frac{E_F - E_C}{kT} \right)$$



$$n = N_C \exp \left( -\frac{E_C - E_F}{kT} \right)$$

Όταν ισχύει  $E_C - E_F > 4kT$  τότε το ολοκλήρωμα Fermi-Dirac προσεγγίζει την τιμή

$$F_{1/2}(x_{Fn}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \exp(x_{Fn})$$

$$n = N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2}\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right)$$



$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

## ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

**Fermi-Dirac**

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

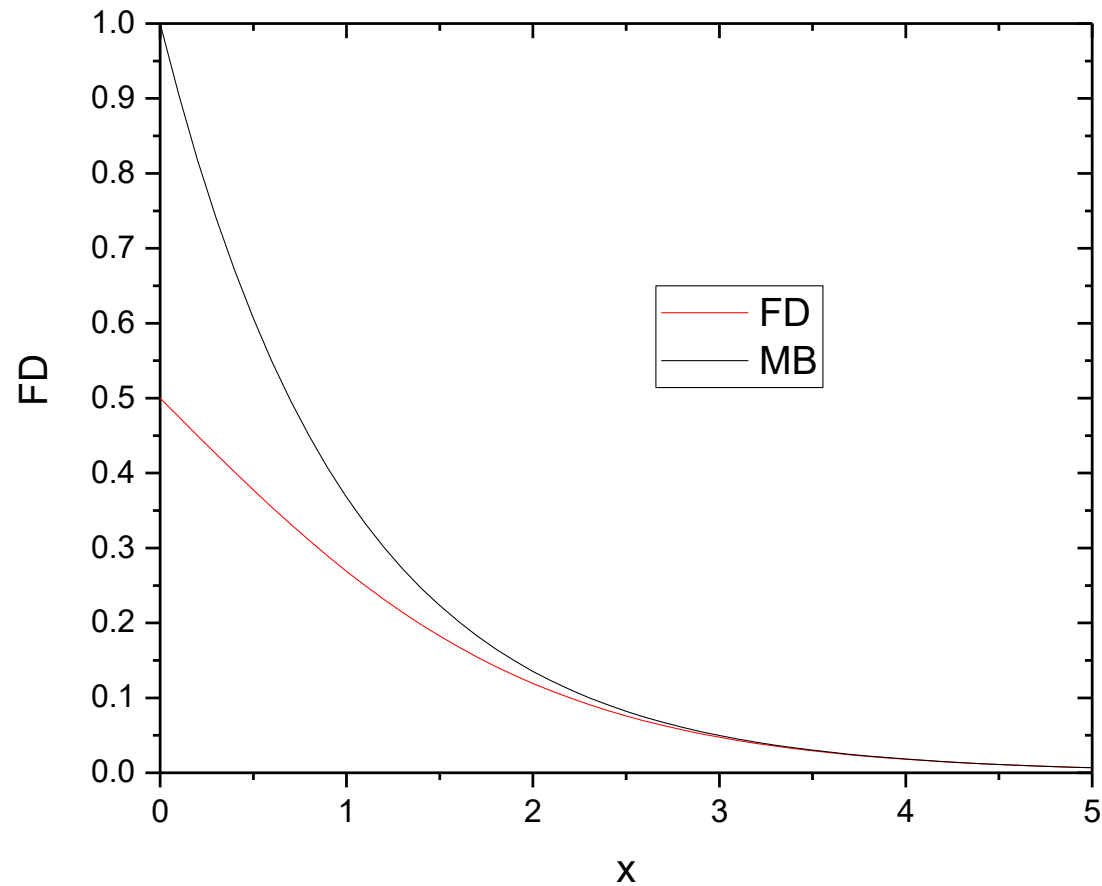


**Maxwell-Boltzmann**

$$f_{MB}(E) = \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right)$$

**Fermi-Dirac**

$$f_{\text{FD}}(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$


**Maxwell-Boltzmann**

$$f_{\text{MB}}(E) = \exp\left(-\frac{E - E_F}{kT}\right)$$

X	FD	MB	Difference
0	0.5	1	50.00%
0.5	0.377541	0.606531	37.75%
1	0.268941	0.367879	26.89%
1.5	0.182426	0.22313	18.24%
2	0.119203	0.135335	11.92%
2.5	0.075858	0.082085	7.59%
<b>3</b>	<b>0.047426</b>	<b>0.049787</b>	<b>4.74%</b>
3.5	0.029312	0.030197	2.93%
<b>4</b>	<b>0.017986</b>	<b>0.018316</b>	<b>1.80%</b>
4.5	0.010987	0.011109	1.10%
5	0.006693	0.006738	0.67%

Με αντίστοιχο τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε τη συγκέντρωση των οπών στη ζώνη σθένους

Όταν ισχύει  $E_F - E_V > 4kT$  τότε το ολοκλήρωμα Fermi-Dirac προσεγγίζει την τιμή

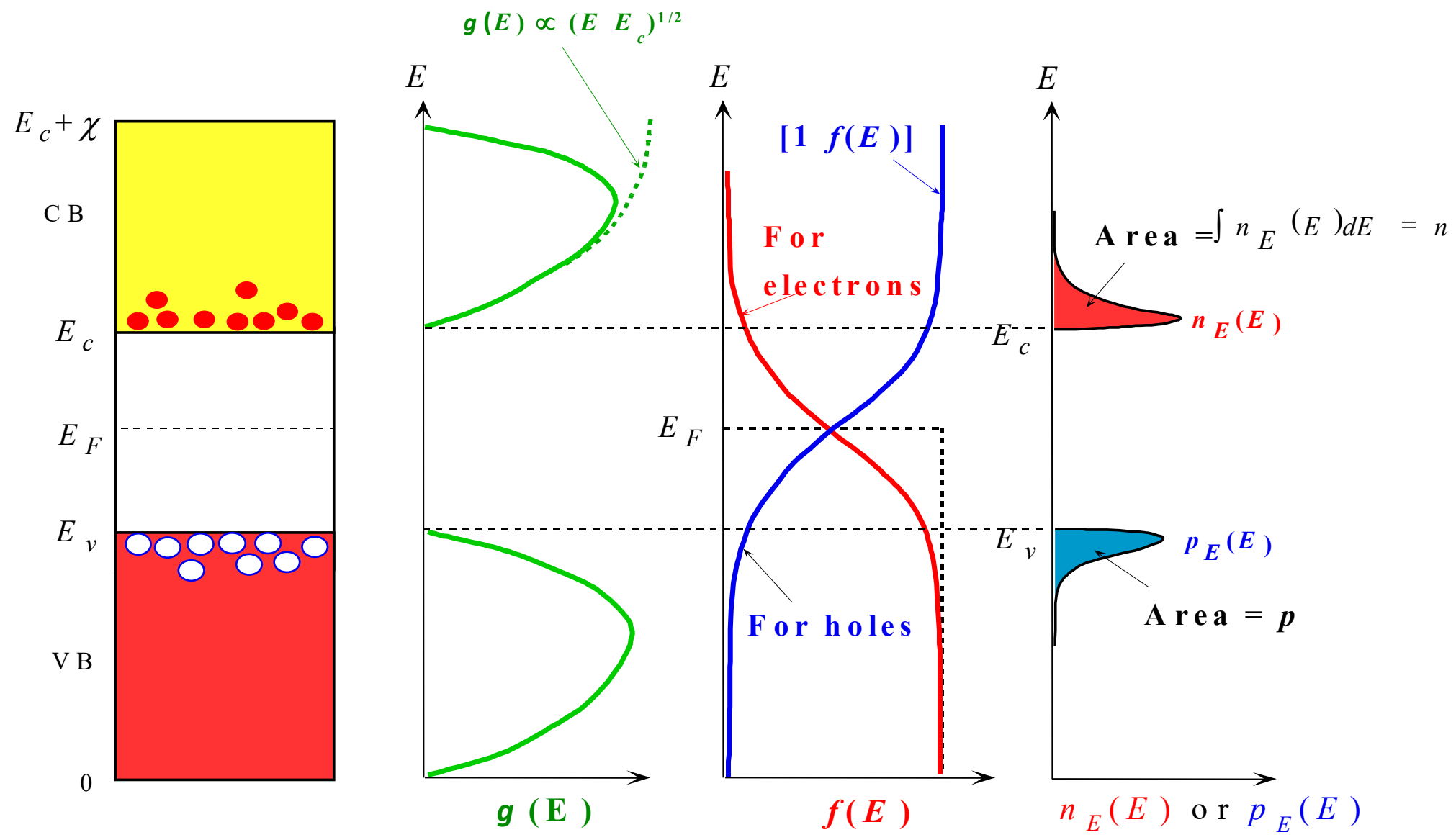
$$p = N_V \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2} \left( \frac{E_V - E_F}{kT} \right)$$

$$E_F - E_V > 4kT$$



$$p = N_V \exp \left( \frac{E_V - E_F}{kT} \right)$$

**ΕΝΟΤΗΤΑ Ι: Ενδογενείς ημιαγωγοί (στατιστική φορέων αγωγιμότητας)**



Στατιστική	Ηλεκτρόνια	Οπές
<b>Fermi-Dirac</b>	$n = N_C \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2} \left( \frac{E_F - E_C}{kT} \right)$	$p = N_V \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{1/2} \left( \frac{E_V - E_F}{kT} \right)$
<b>Maxwell-Boltzmann</b> (προσέγγιση όταν $E_C - E_F > 4kT$ , $E_F - E_V > 4kT$ )	$n = N_C \exp \left( -\frac{E_C - E_F}{kT} \right)$	$p = N_V \exp \left( \frac{E_V - E_F}{kT} \right)$

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

**Νόμος δράσης των μαζών (mass action law)**

$$np = N_C N_V \exp\left(\frac{E_V - E_C}{kT}\right) = N_C N_V \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right)$$

$$p = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right)$$

ισχύει στη Θερμοδυναμική ισορροπία (Θ.Ι), τόσο σε ενδογενείς ημιαγωγούς όσο και σε εξωγενείς μη εκφυλισμένους ημιαγωγούς.

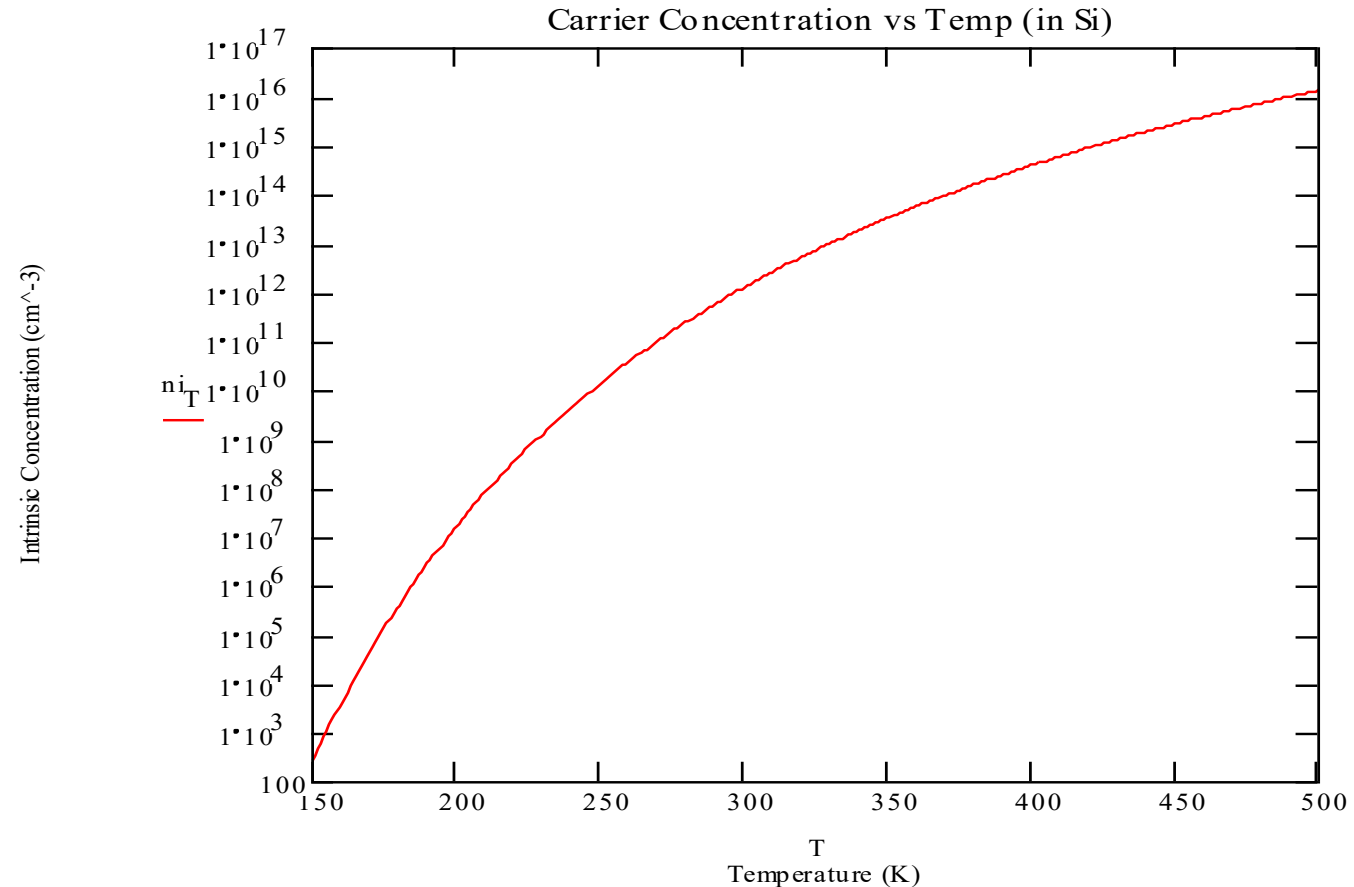
### Για Ενδογενή ημιαγωγό

$$n = p = n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_G}{2kT}\right)$$

$n_i$  είναι η ενδογενής συγκέντρωση φορέων.

Νόμος δράσης των μαζών (mass action law)

$$np = n_i^2$$



### Στάθμη Fermi ενδογενούς ημιαγωγού

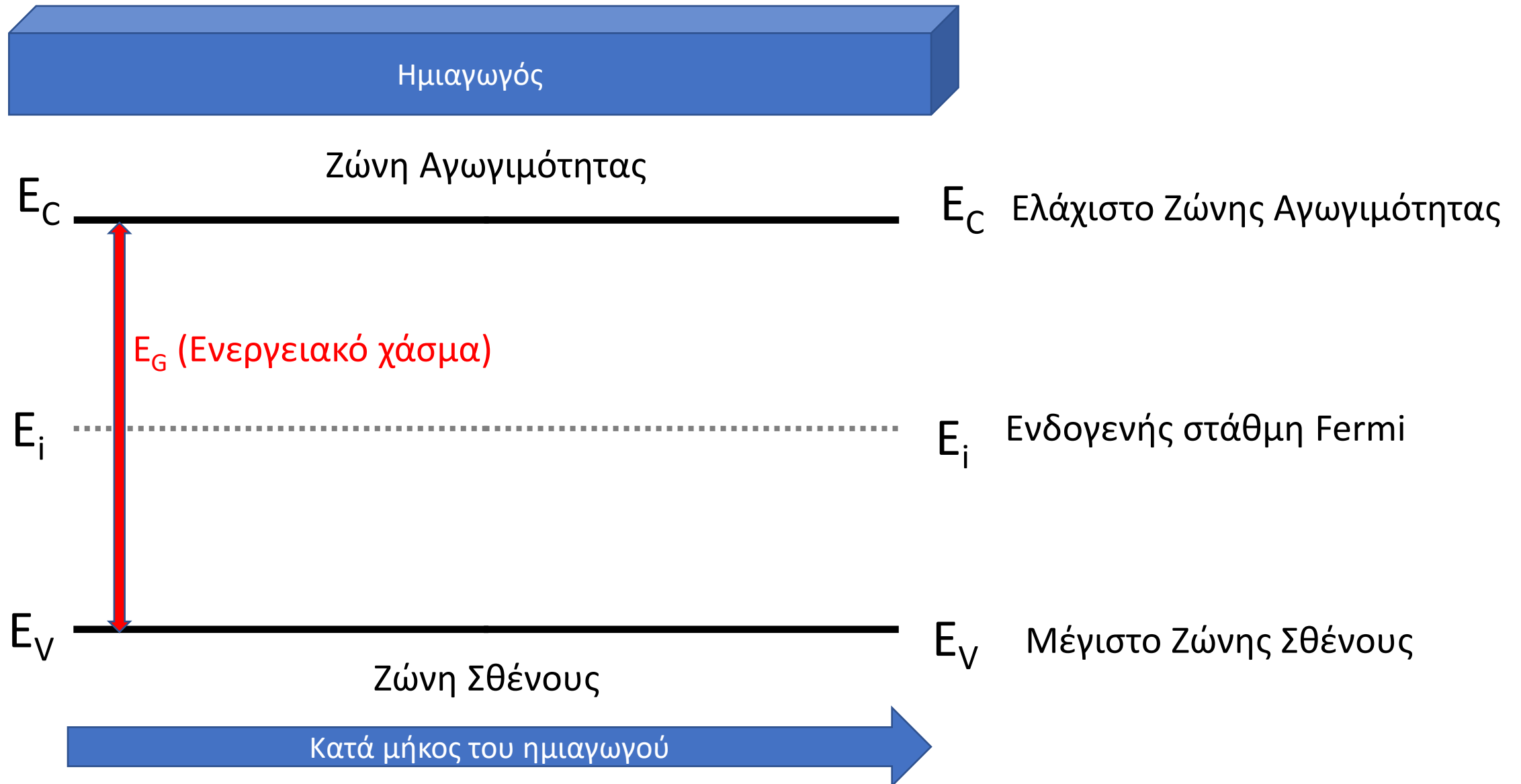
Σε ένα ενδογενή ημιαγωγό θα ισχύει ότι  $n=p$

$$N_c \exp\left(\frac{E_i - E_C}{kT}\right) = N_v \exp\left(\frac{E_V - E_i}{kT}\right)$$

$E_i$  είναι η ενδογενής στάθμη Fermi (intrinsic Fermi Level)

$$E_i = \frac{E_C + E_V}{2} - \frac{3kT}{4} \ln\left(\frac{m_e^{eff}}{m_h^{eff}}\right) = E_V + \frac{E_G}{2} - \frac{3kT}{4} \ln\left(\frac{m_e^{eff}}{m_h^{eff}}\right)$$

## ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΗΜΙΑΓΩΓΩΝ



## Εξωγενείς Ημιαγωγοί – Νόθευση

Μπορούμε να νοθεύσουμε έναν ημιαγωγό με προσμίξεις άλλων στοιχείων ώστε να αποκτήσει περίσσεια ηλεκτρονίων ή οπών. Επομένως έχουμε δύο τύπους ημιαγωγών : **n-τύπου (ηλεκτρόνια κυρίως)** ή **p-τύπου (κυρίως οπές)**. Εάν νοθεύσουμε ένα ημιαγωγό ώστε η συγκέντρωση φορέων  $n_0$  ή  $p_0$  να είναι διαφορετική από την ενδογενή συγκέντρωση φορέων  $n_i$  τότε ο ημιαγωγός είναι **ΕΞΩΓΕΝΗΣ ΗΜΙΑΓΩΓΟΣ** ή **ΗΜΙΑΓΩΓΟΣ ΠΡΟΣΜΙΞΕΩΝ**.

Όταν εισάγονται προσμίξεις σε ένα ενδογενή ημιαγωγό τότε επιπλέον ενεργειακά επίπεδα εμφανίζονται στο διάγραμμα ενεργειακών ζωνών μέσα στο ενεργειακό χάσμα.

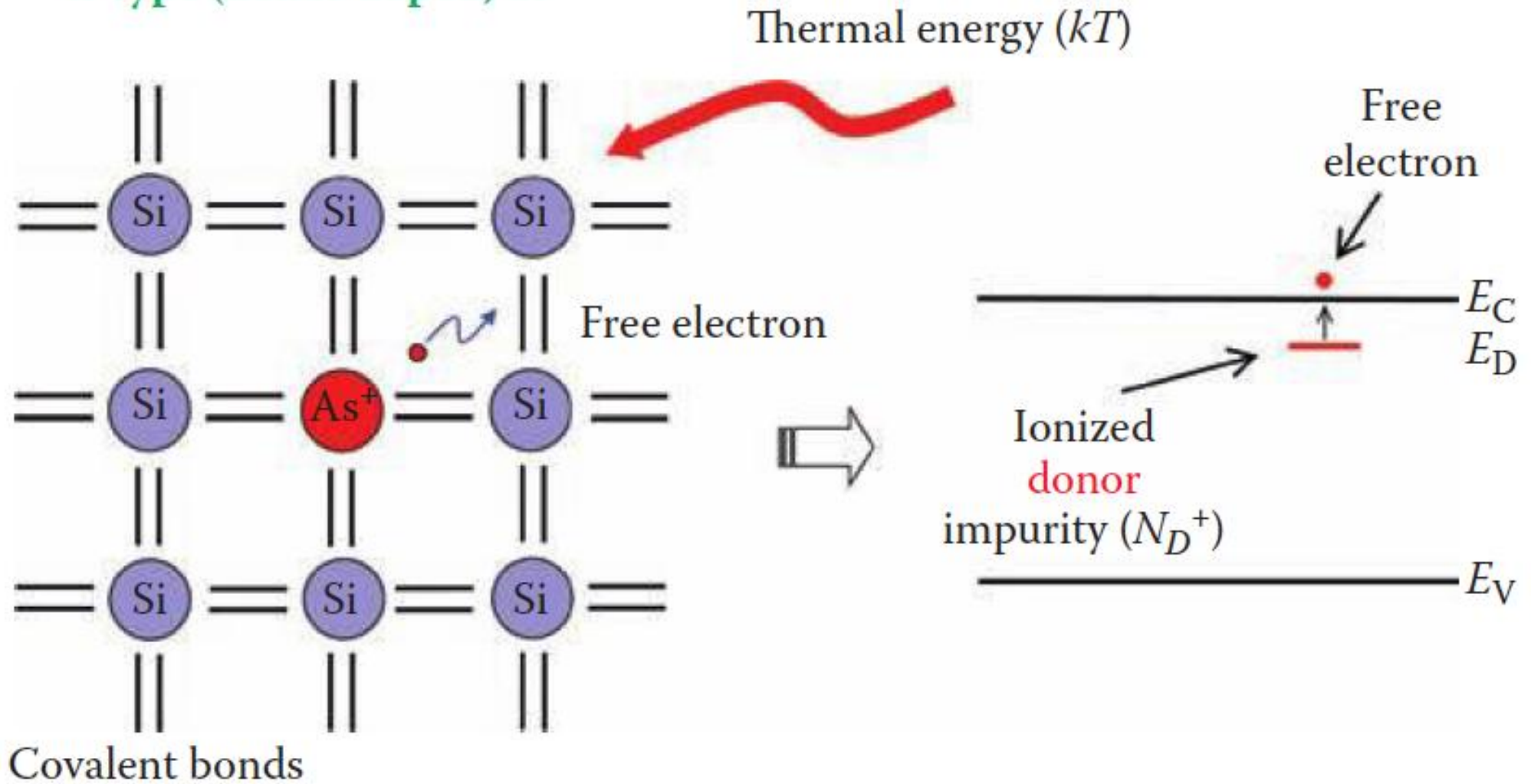
Group	II	III	IV	V	VI
	5 B boron	6 C carbon	7 N nitrogen	8 O oxygen	
	13 Al aluminum	14 Si silicon	15 P phosphorus	16 S sulfur	
30 Zn zinc	31 Ga gallium	32 Ge germanium	33 As arsenic	34 Se selenium	
48 Cd cadmium	49 In indium	50 Sn tin	51 Sb antimony	52 Te tellurium	
80 Hg mercury		82 Pb lead			

**Για το Πυρίτιο**

**Προσμίξεις n-τύπου:** Προσθήκη προσμίξεων στοιχείων της V στήλης του περιοδικού πίνακα

Phosphorus (P), Arsenic (As), or Antimony (Sb).

### n-type (donor doped) Si



Group	II	III	IV	V	VI
	5 B boron	6 C carbon	7 N nitrogen	8 O oxygen	
	13 Al aluminum	14 Si silicon	15 P phosphorus	16 S sulfur	
30 Zn zinc	31 Ga gallium	32 Ge germanium	33 As arsenic	34 Se selenium	
48 Cd cadmium	49 In indium	50 Sn tin	51 Sb antimony	52 Te tellurium	
80 Hg mercury		82 Pb lead			

### Για το Πυρίτιο

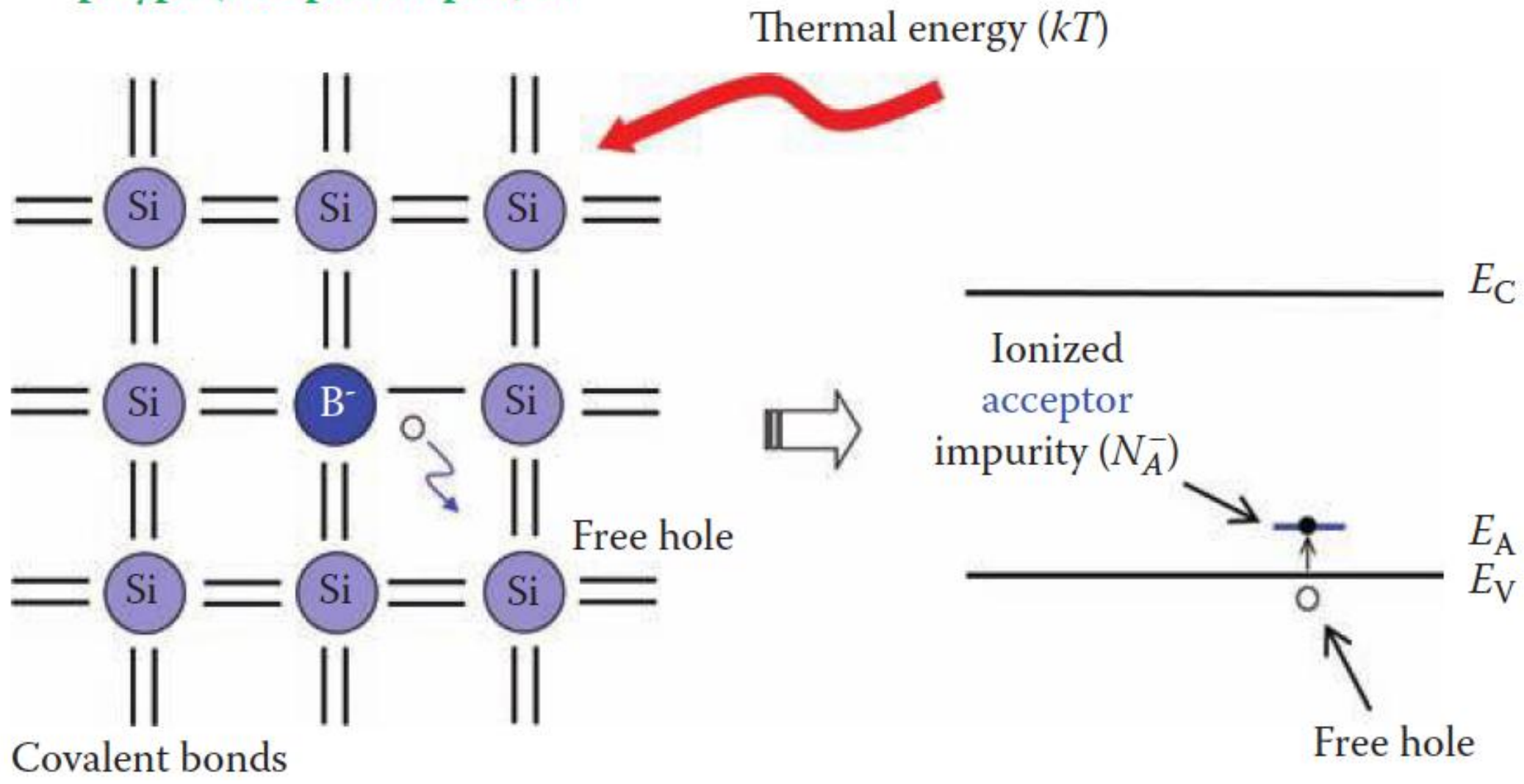
**Προσμίξεις n-τύπου:** Προσθήκη προσμίξεων στοιχείων της V στήλης του περιοδικού πίνακα

Phosphorus (P), Arsenic (As), or Antimony (Sb).

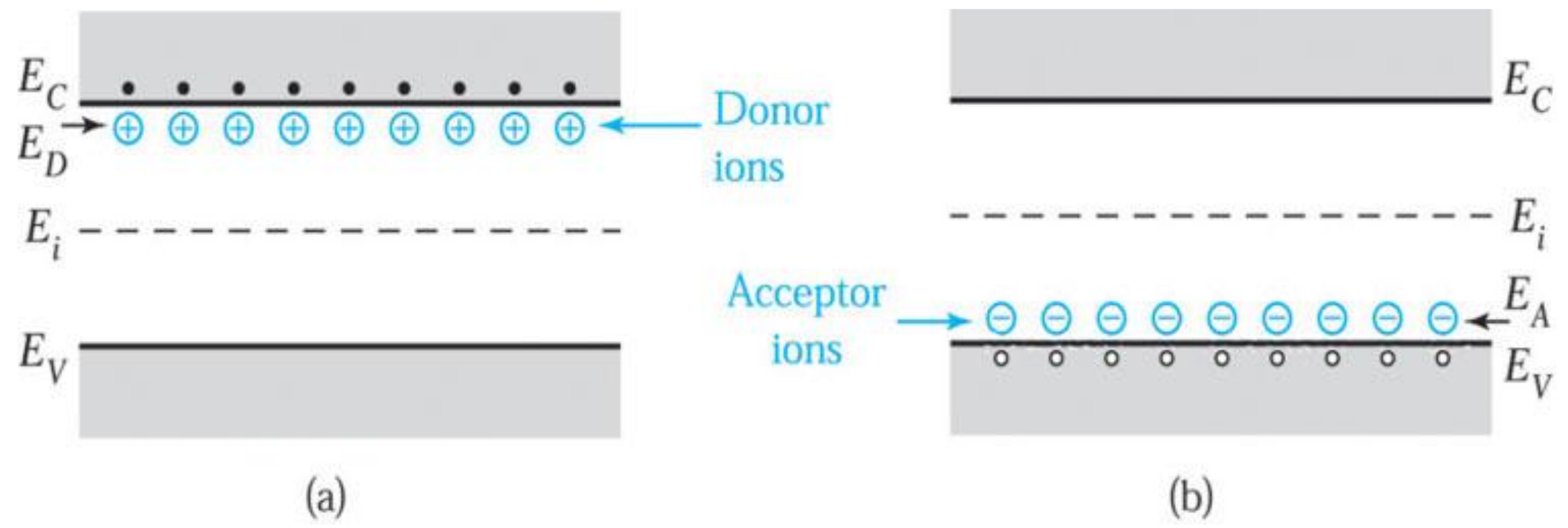
**Προσμίξεις p-τύπου:** Προσθήκη προσμίξεων στοιχείων της III στήλης του περιοδικού πίνακα

Boron (B), Aluminum (Al), Gallium (Ga), Indium (In)

p-type (acceptor doped) Si



Στατιστική φορέων σε εξωγενείς ημιαγωγούς



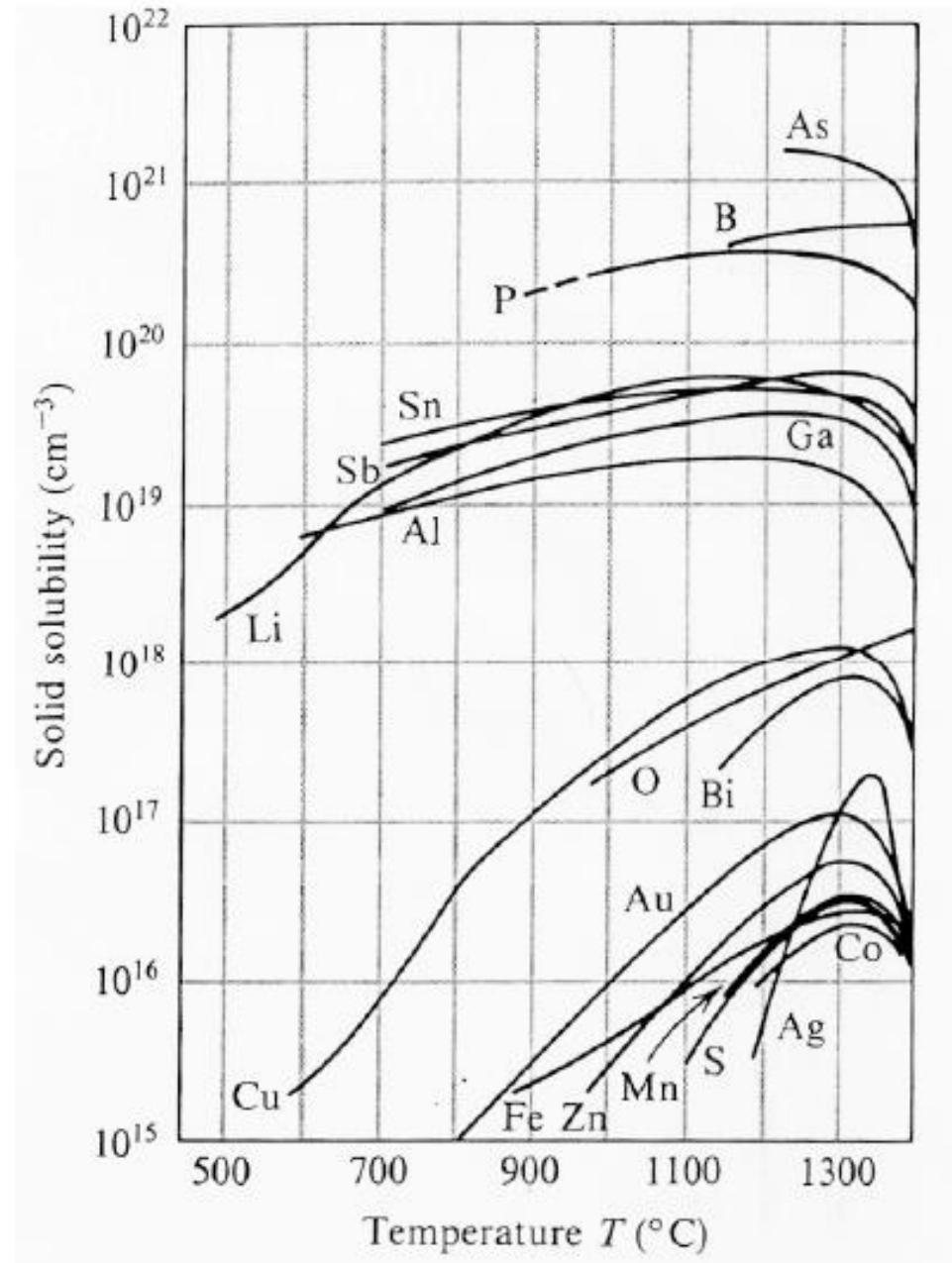
Si

1.12

	Sb	P	As	Ti		C	Pt	Au	O
	$\frac{0.039}{}$	$\frac{0.045}{}$	$\frac{0.054}{}$	$\frac{0.21}{}$		$\frac{0.25}{}$	$\frac{0.25}{}$		$\frac{0.16}{}$
								$\frac{0.54}{}$	$\frac{0.38}{}$
								A	$\frac{0.51}{}$
					$\frac{0.34}{}$	$\frac{0.35}{}$	$\frac{0.36}{}$		$\frac{0.41}{}$
					D	D	D		
	$\frac{0.045}{}$	$\frac{0.067}{}$	$\frac{0.072}{}$	$\frac{0.16}{}$		$\frac{0.3}{}$	$\frac{0.29}{}$		
	B	Al	Ga	In	Pd				

**Donor impurities** (elements of group V): P, Sb, As

**Acceptor elements** (group III): B, Al, Ga, In



## Στατιστική φορέων στις στάθμες δοτών.

**Ας υποθέσουμε ότι όλες οι προσμίξεις είναι ιονισμένες**

(Αυτή προσέγγιση ισχύει σε θερμοκρασία περιβάλλοντος που συνήθως λειτουργούν οι ηλεκτρονικές διατάξεις)

Για **προσμίξεις δοτών** υποθέτουμε ότι το αδέσμευτο ηλεκτρόνιο κάθε ατόμου δότη έχει διαφύγει από το άτομο και κινείται ελεύθερα στο κρυσταλλικό πλέγμα του ημιαγωγού (ενεργειακά αυτό σημαίνει ότι βρίσκονται στη ζώνη αγωγιμότητας)

Για **προσμίξεις αποδεκτών** υποθέτουμε ότι η οπή\* (έλλειψη ηλεκτρονίου) ενός δεσμού έχει διαφύγει από το άτομο και έχει μεταπηδήσει σε ένα γειτονικό άτομο (ενεργειακά αυτό σημαίνει ότι βρίσκεται στη ζώνη σθένους)

\*Υπενθύμιση: Η «οπή» είναι μία βολική έννοια για να περιγράψουμε τη κίνηση των ηλεκτρονίων στη ζώνη σθένους.  
Η «οπή» δεν υπάρχει έξω από το κρυσταλλικό πλέγμα

Κατανομή φορέων σε ημιαγωγό που περιέχει  $N_D$  άτομα δοτών (τύπου n)

Ηλεκτρική ουδετερότητα  $N_D^+ + p = n$       Υποθέτω  $N_D^+ = N_D$

Νόμος δράσης των μαζών  $n p = n_i^2$        $\rightarrow$        $p = \frac{n_i^2}{n}$

$$n^2 - N_D n - n_i^2 = 0$$

$$\Delta = N_D^2 - 4(-n_i^2) = N_D^2 + 4 n_i^2$$

Συγκέντρωση ηλεκτρονίων

$$n = \frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4 n_i^2}}{2}$$

$$p = \frac{2 n_i^2}{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4 n_i^2}}$$

Συγκέντρωση οπών

Στην περίπτωση που ισχύει  $N_D \gg n_i$  οι παραπάνω σχέσεις γίνονται

$$n = N_D \quad p = \frac{n_i^2}{N_D}$$

Κατανομή φορέων σε ημιαγωγό που περιέχει  $N_A$  άτομα αποδεκτών (τύπου p)

Ηλεκτρική ουδετερότητα  $N_A^- + n = p$  Υποθέτω  $N_A^- = N_A$

Νόμος δράσης των μαζών  $n p = n_i^2 \implies n = \frac{n_i^2}{p}$

$$p^2 - N_A p - n_i^2 = 0$$

$$\Delta = N_A^2 - 4(-n_i^2) = N_A^2 + 4 n_i^2$$

Συγκέντρωση ηλεκτρονίων

$$p = \frac{N_A + \sqrt{N_A^2 + 4 n_i^2}}{2}$$

$$n = \frac{2 n_i^2}{N_A + \sqrt{N_A^2 + 4 n_i^2}}$$

Συγκέντρωση οπών

Στην περίπτωση που ισχύει  $N_A \gg n_i$  οι παραπάνω σχέσεις γίνονται

$$p = N_A \quad n = \frac{n_i^2}{N_A}$$

	Ηλεκτρόνια	Οπές
Ημιαγωγός τύπου n	$n = \frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4 n_i^2}}{2}$	$p = \frac{2 n_i^2}{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4 n_i^2}}$
Ημιαγωγός τύπου p	$n = \frac{2 n_i^2}{N_A + \sqrt{N_A^2 + 4 n_i^2}}$	$p = \frac{N_A + \sqrt{N_A^2 + 4 n_i^2}}{2}$

	Ηλεκτρόνια	Οπές
Ημιαγωγός τύπου n	$n = N_D$	$p = \frac{n_i^2}{N_D}$
Ημιαγωγός τύπου p	$n = \frac{n_i^2}{N_A}$	$p = N_A$

**Σχέση συγκέντρωσης φορέων με ενδογενή στάθμη Fermi για μη εκφυλισμένους ημιαγωγούς**

**Για τα ηλεκτρόνια**

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right) = N_c \exp\left(\frac{E_F - E_i + E_i - E_C}{kT}\right) = N_c \exp\left(\frac{E_i - E_C}{kT}\right) \exp\left(\frac{E_F - E_i}{kT}\right)$$

$$\mathbf{n = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_i}{kT}\right)}$$

**Για τις οπές**

$$p = N_v \exp\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right) = N_v \exp\left(\frac{E_V - E_i + E_i - E_F}{kT}\right) = N_v \exp\left(\frac{E_V - E_i}{kT}\right) \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right)$$

$$\mathbf{p = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right)}$$

Στάθμη Fermi εξωγενούς ημιαγωγού (n-type)

Εάν θεωρήσουμε ότι έχουν ιονιστεί όλα τα άτομα δοτών και  $N_D \gg n_i$  τότε ισχύει:

$$n = N_D$$

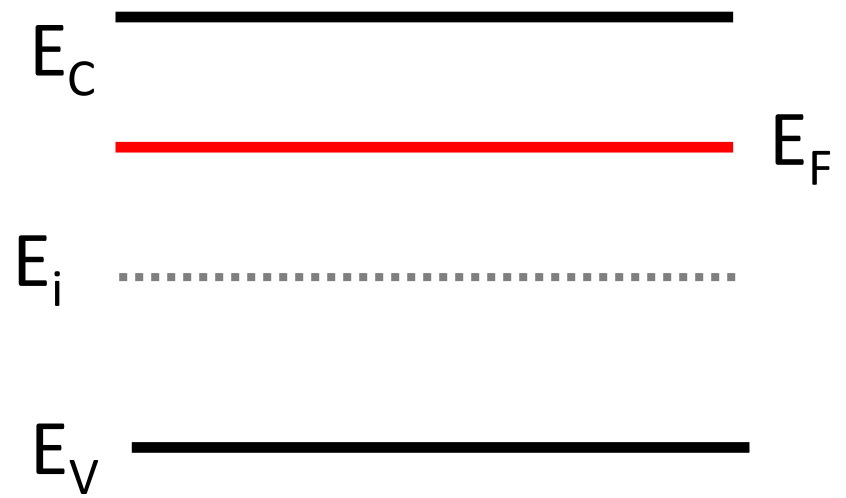
Επίσης ξέρουμε ότι

$$n = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_i}{kT}\right)$$

$$N_D = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_i}{kT}\right) \rightarrow E_F - E_i = kT \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right)$$

Επειδή  $N_D > n_i$  ισχύει ότι  $E_F - E_i > 0$ , άρα η στάθμη Fermi είναι **πάνω** από την  $E_i$

Ενεργειακό διάγραμμα ημιαγωγού n-type



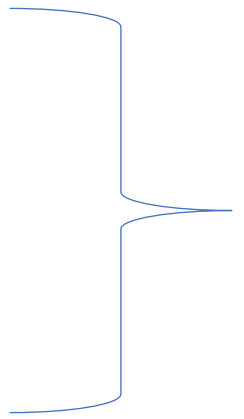
Αντίστοιχο υπολογισμό μπορούμε να κάνουμε αν ξεκινήσουμε από τη σχέση

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

Στάθμη Fermi εξωγενούς ημιαγωγού (p-type)

Εάν θεωρήσουμε ότι έχουν ιονιστεί όλα τα άτομα αποδεκτών και  $N_A \gg n_i$  τότε ισχύει:

$p = N_A$   
Επίσης ξέρουμε ότι  
 $p = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right)$

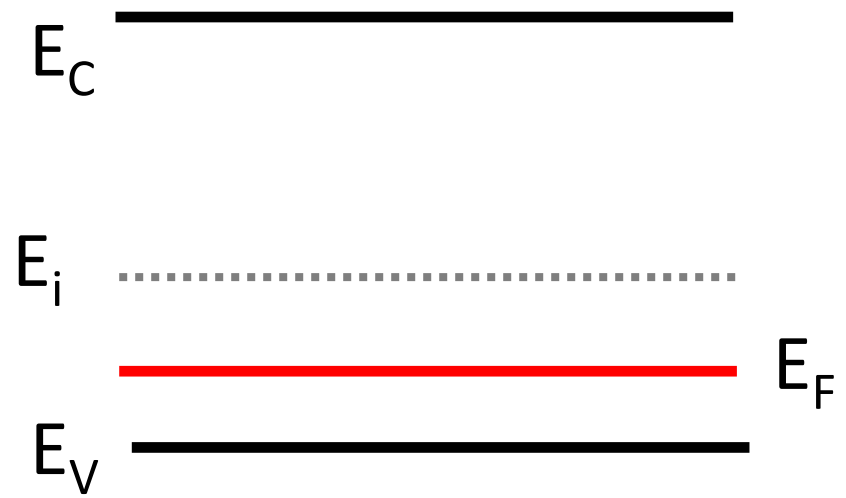


$$N_A = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right)$$



$$E_i - E_F = kT \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$$

Ενεργειακό διάγραμμα ημιαγωγού p-type



Επειδή  $N_D > n_i$  ισχύει ότι  $E_i - E_F > 0$ , άρα η στάθμη Fermi είναι **κάτω** από την  $E_i$

Αντίστοιχο υπολογισμό μπορούμε να κάνουμε αν ξεκινήσουμε από τη σχέση

$$p = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right)$$

Κατανομή φορέων σε ημιαγωγό που περιέχει  $N_A$  άτομα αποδεκτών και  $N_D$  άτομα δοτών

Ηλεκτρική ουδετερότητα  $N_A^- + n = p + N_D^+$

Υποθέτω

$$N_D^+ = N_D \quad N_A^- = N_A$$

Νόμος δράσης των μαζών  $n p = n_i^2$

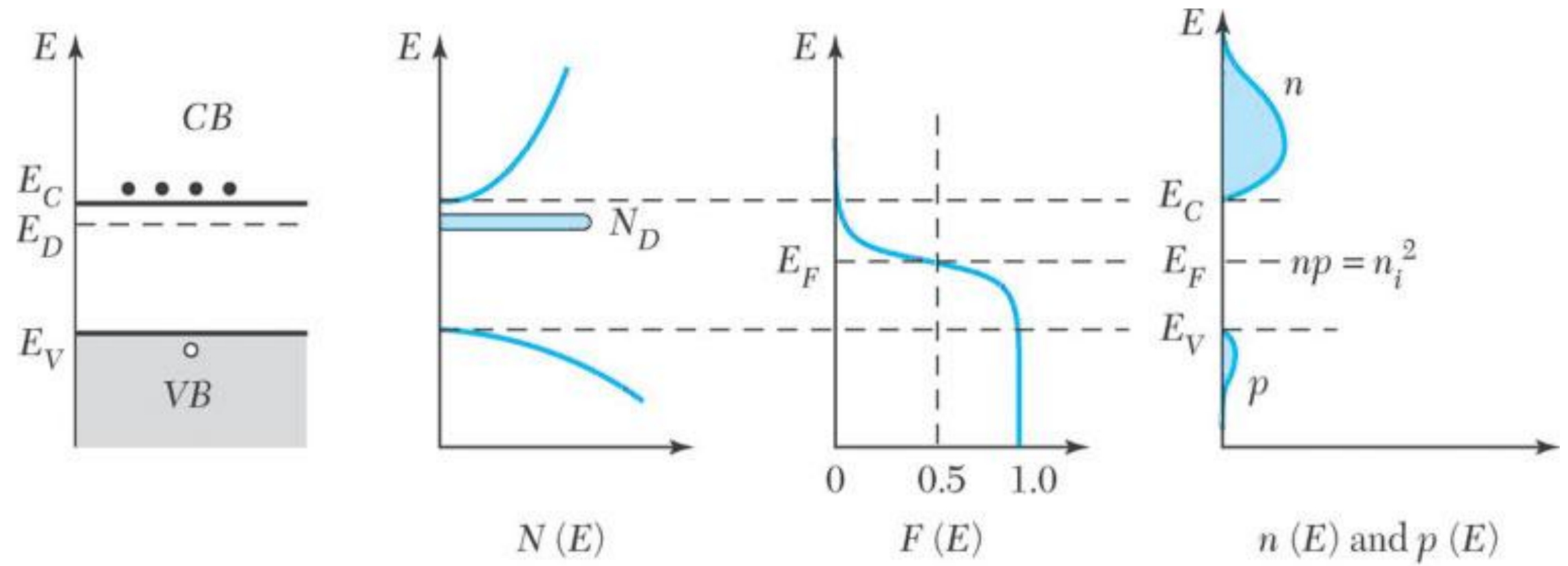
Συγκέντρωση ηλεκτρονίων

$$n = \frac{1}{2} \left[ (N_D - N_A) + \sqrt{(N_D - N_A)^2 + 4 n_i^2} \right]$$

Συγκέντρωση οπών

$$p = \frac{1}{2} \left[ (N_A - N_D) + \sqrt{(N_D - N_A)^2 + 4 n_i^2} \right]$$

Στατιστική φορέων στις στάθμες δοτών.



Στατιστική φορέων στις στάθμες δοτών.

Τι συμβαίνει όταν δεν είναι ιονισμένες όλες οι προσμίξεις?

Κάτω από ποιες προϋποθέσεις συμβαίνει?

Θα εξετάσουμε την περίπτωση ατόμων δοτών

Αντίστοιχα ισχύουν για την περίπτωση ατόμων αποδεκτών (λαμβάνοντας υπόψη ότι η οπή είναι απουσία ηλεκτρονίου

## Στατιστική φορέων στις στάθμες δοτών.

Έστω  $N_D$  είναι η συγκέντρωση των δοτών στον ημιαγωγό και  $N_D^o$  και  $N_D^+$  είναι οι συγκεντρώσεις των κατειλημμένων και των ελεύθερων ενεργειακών σταθμών αντίστοιχα.

$$N_D = N_D^o + N_D^+$$

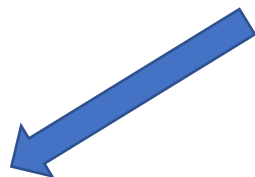
$$N_D^o = N_D \frac{1}{1 + \frac{1}{g_D} \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}$$

όπου ο παράγοντας  $g_D$  λαμβάνει υπόψιν το εκφυλισμό της ενεργειακής στάθμης. Για την περίπτωση του πυριτίου ισχύει  $g_D=2$  και οφείλεται στον εκφυλισμό λόγω του spin των ηλεκτρονίων.

$$\frac{N_D^0}{N_D} = \frac{1}{1 + \frac{1}{g_D} \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}$$



$$\frac{N_D^0}{N_D^0 + N_D^+} = \frac{1}{1 + \frac{1}{g_D} \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}$$



$$\frac{N_D^+}{N_D^0} = \frac{1}{g_D} \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)$$

Ο συνολικός αριθμός των ιονισμένων δοτών θα δίνεται από  $N_D^+ = N_D - N_D^0$

ο λόγος των ιονισμένων (μη κατειλημμένες από ηλεκτρόνιο ενεργειακές στάθμες) προς τις ουδέτερες (κατειλημμένες από ηλεκτρόνιο ενεργειακές στάθμες) θα εξαρτάται από το διαχωρισμό της στάθμης Fermi από τη στάθμη των δοτών.

$$N_D^+ = N_D \frac{1}{1 + g_D \exp\left(\frac{E_F - E_D}{kT}\right)}$$

## I. Εξωγενής Περιοχή

$$E_V + \frac{E_G}{2} < E_F < E_C - 4kT$$

Στη περίπτωση αυτή όλες οι προσμίξεις είναι ιονισμένες  $N_D^+ = N_D$

Αν  $N_D \gg n_i$

$$E_F = E_C - kT \ln \left( \frac{N_C}{N_D} \right)$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι όσο **ελαττώνεται η θερμοκρασία** η **στάθμη Fermi τείνει προς τη στάθμη των δοτών** ανεξάρτητα από την τιμή του  $N_D$

## II. Περιοχή ιονισμού των προσμίξεων

Για αρκετά χαμηλές θερμοκρασίες η υπόθεση παύει να ισχύει.  $E_V + \frac{E_G}{2} < E_F < E_C - 4kT$

Η στάθμη Fermi κινείται προς την στάθμη  $E_D$  και ηλεκτρόνια από τη ζώνη αγωγιμότητας παγώνουν (freeze out) στην στάθμη των δοτών. Στην περίπτωση αυτή η συγκέντρωση των ουδέτερων δοτών δεν μπορεί να αγνοηθεί.

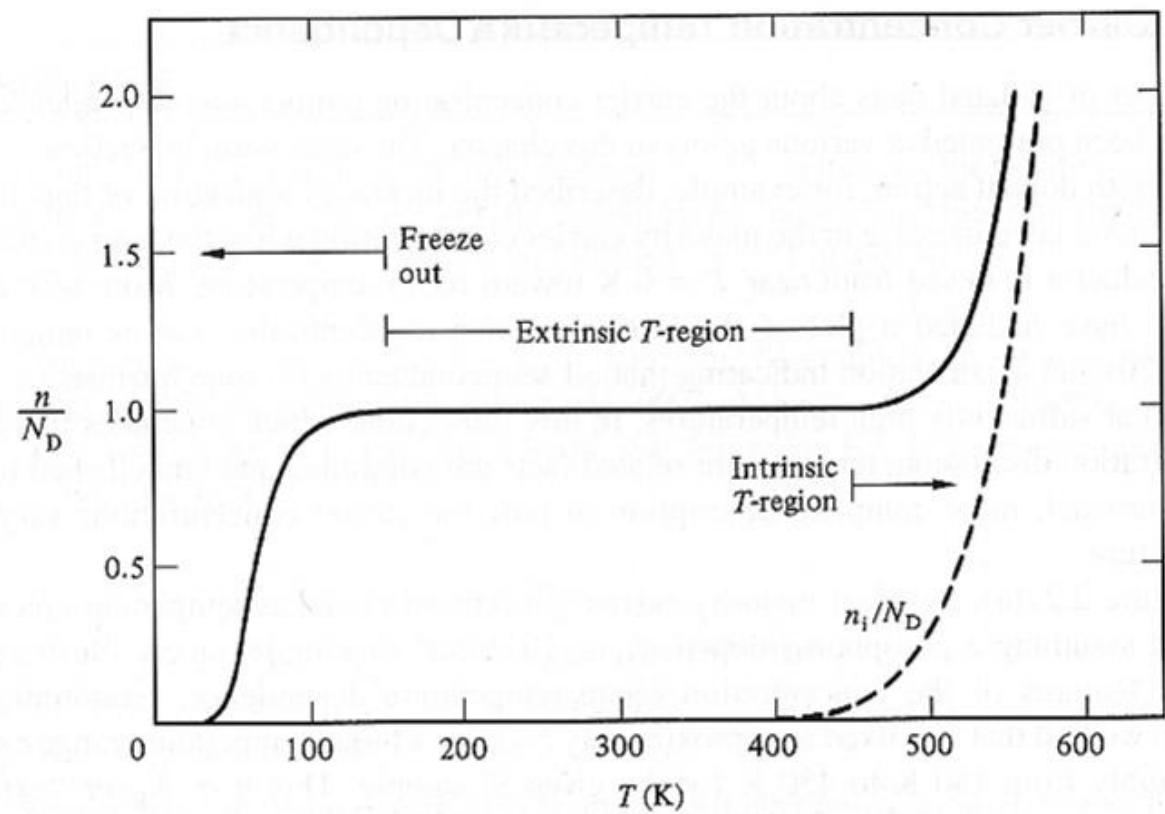
$$n = N_D^+$$

$$N_C \exp\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right) = N_D \frac{1}{1 + g_D \exp\left(\frac{E_F - E_D}{kT}\right)}$$

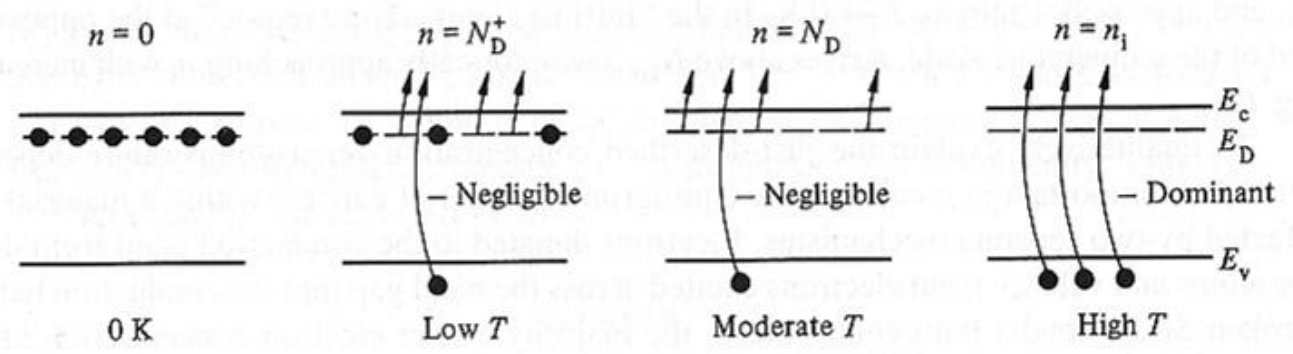
$$N_C \exp\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right) \cong \frac{N_D}{g_D} \exp\left(-\frac{E_F - E_D}{kT}\right)$$

$$n = N_C \exp\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right) = \left(\frac{N_C N_D}{g_D}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{E_D - E_C}{2kT}\right)$$

$$E_F = \frac{E_C + E_D}{2} - \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{g_D N_C}{N_D}\right)$$



(a)



(b)

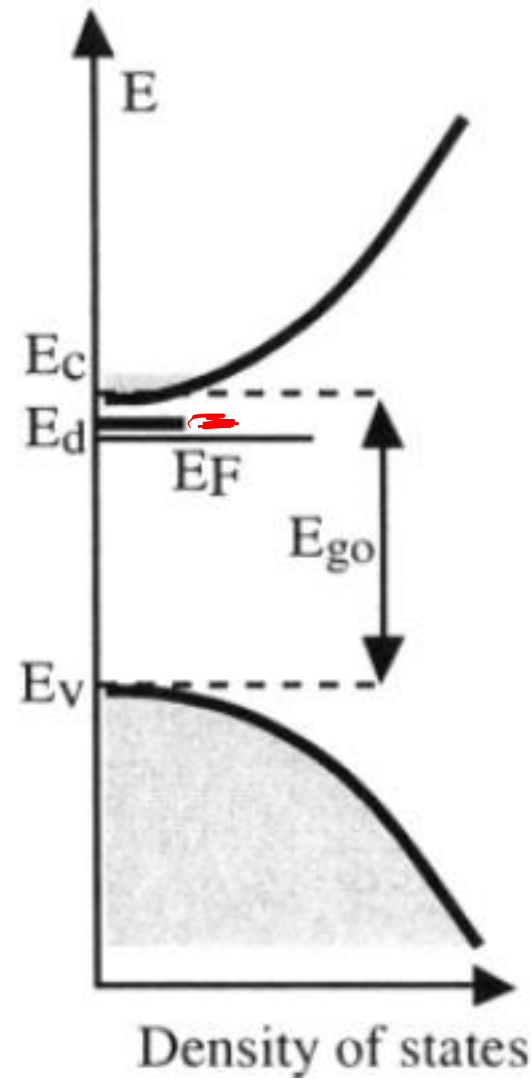
### Εκφυλισμένοι ημιαγωγοί

Αν η συγκέντρωση των προσμίξεων είναι υψηλή η στάθμη των προσμίξεων απλώνει σε ζώνη και επικαλύπτεται με την ζώνη αγωγιμότητας (ή σθένους)

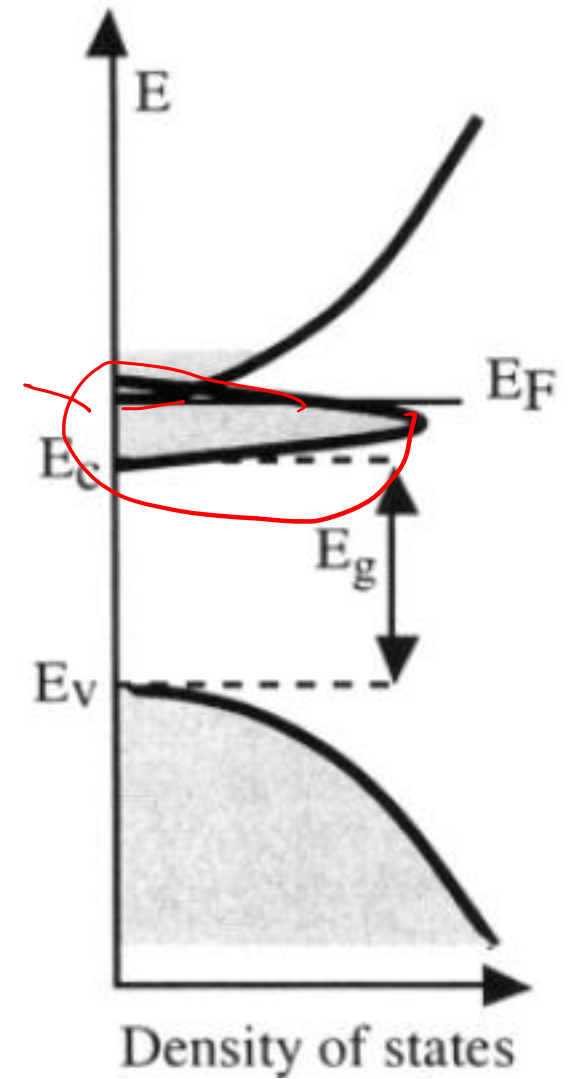
Στη περίπτωση αυτή το ενεργειακό χάσμα του ημιαγωγού αλλάζει ( $E_{G_0} \rightarrow E_G$  και μεταβάλλονται δραστικά οι ιδιότητές του.

Ένας τέτοιος ημιαγωγός ονομάζεται **εκφυλισμένος**

Ένα εκφυλισμένος ημιαγωγός παρουσιάζει ηλεκτρικές ιδιότητες αντίστοιχες με αυτές των μετάλλων



Μη εκφυλισμένος ημιαγ.



Εκφυλισμένος ημιαγ.

Donald A. Neamen, **Semiconductor Physics and Devices- Basic Principles**, McGraw-Hill (2011)

John D. Cressler, **Silicon Earth- Introduction to Microelectronics and Nanotechnology**, CRC Press (2016)

S. M. SZE and M. K. LEE, **Semiconductor Devices-Physics and Technology**, JOHN WILEY & SONS, INC. (2012)